1−8

プロペラまわりの流れの数値解析

小早川　命*　小沼裕之**　塩田泰宏***

Numerical Calculations of the Flowfield Around Propellers

by

Makoto KOBAYAKAWA
Kyoto University

Hiroyuki ONUMA
Mitsubishi Heavy Industries Co., Ltd.

Yasuhiro SHIOTA
Toyota Motors

ABSTRACT

In order to examine the flowfield around ATP by numerical calculations, the finite difference methods are applied. In the first part of this paper, the partial differential equation for the disturbance velocity potential is solved by the line relaxation technique. In order to do the calculations, boundary fitted meshes are generated. The transformations between physical and computational space are performed by chain rule. The SR-3 is used for numerical calculations. In the second part of the paper, the Euler equations are solved by non-iterative implicit ADI schemes in AF alogrithm. Boundary fitted meshes are also used for this case. The results show qualitative agreement with the results obtained by Bober et al. Finally, the aerodynamic performances, such as power coefficients and efficiencies, are obtained. Potential calculations show that these quantities are relatively larger than the experimental values obtained by NASA; however, Euler solutions show that the values come closer to the experimental values.

1. はじめに

高速ターボプロップ（Advanced Turbo-Prop略してATP)の開発，研究は急速に進展しており，その趨勢は米国のみならず，世界的規模で広がりつつある。NASAでは風試は既に大分以前（1980）に完了し，FTBの段階に来ているといわれる。ATPに関する研究論文も次第にその数が増えつつあるが，ATPまわりの流れを数値空気力学の手法を用いて解析することは，空力性能を計算できるのみならず，ATP周囲の流れ場の詳細を調べることができ，その最適設計に寄与するところが大である。これは風試では得られない情報である。

現時点迄に発表されたATPの空力関連の主な論文を概観してみよう。従来の翼理論を用いた計算としては，Sullivan[1]の揚力線理論によるもの，Hanson[2]の揚力面理論によるものがある。筆者らも[3]

* 京都大学工学部航空
** 三菱重工
*** トヨタ自動車

VLM（渦格子法）を用いて飛行マッハ数0.6迄の空力性能を計算した。しかし，これらの方法ではATPの巡航状態（飛行マッハ数は0.8）における空力性能を計算することは不可能である。なぜならば，プロペラブレード先端では流れは遷音速になっているからである。そこで，計算空気力学の手法によってポテンシャル又はオイラー（ナビエ・ストークス）の方程式を直接解く方法が有力となってくる。Jou[4]は有限体積法を用いてポテンシャル方程式を解き，Chausee とKutler[5]，Bober ら[6]は3次元オイラー方程式を解いた。またBousquet[7]はONERAのATPに対して3次元オイラー方程式を解いている。

本論文においても差分法を用いてATPまわりの流れを解いた結果を報告する。ここでは，ポテンシャル方程式の解法および3次元オイラー方程式の解法をあわせおこない，その差を調べた。また，上述の諸計算ではATPの空力性能はNASAでの風試結果[8]とあまり合っていないが，本計算ではこれをどのように合わせるかについても考えてみた。

2. ポテンシャル方程式による方法

2.1 基礎方程式

定回転しながら一定速度で飛行しているATPまわりの流れは，静止座標系から見ると非定常流となる。しかし，ブレード上に固定した回転座標系から見ると定常流れであり，しかも，粘性の影響が固体壁面の境界層内に限定でき，ブレード後縁から流れ出る後流も薄く，ブレード表面に出来る衝撃波も弱いと仮定できる場合は，非粘性，等エントロピーの仮定が成立する。勿論，ブレード固定の回転座標系では流れは旋回流となりポテンシャルは存在しないが，擾乱ポテンシャルは考えることができる。

いま，座標軸を図1のようにとると，擾乱速度ポテンシャルϕに対する方程式は

$$(a^2-u^2)\phi_{xx}+(a^2-v^2)\phi_{yy}+(a^2-w^2)\phi_{zz}-2uv\phi_{xy}-2vw\phi_{yz}-2wu\phi_{zx}=0 \qquad (1)$$

のようになり，また，エネルギー方程式は

$$a^2=\frac{1}{M_\infty^2}-\frac{\gamma-1}{2}\left[\,|v|^2-|V|^2\,\right] \qquad (2)$$

となる。ここに$\boldsymbol{V}$は自由流速，$\boldsymbol{v}$は局所流速で

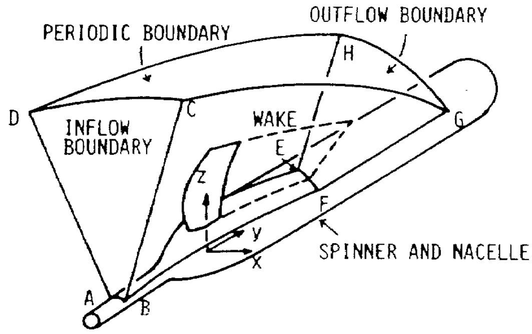


図1 物理空間と座標軸

$$V=\left[\,1,\,-\frac{\pi}{J}z,\,\frac{\pi}{J}y\,\right] \qquad (3)$$

$$v=[\,u,v,w\,]=\left[\,1+\phi_x,\,-\frac{\pi}{J}z+\phi_y,\,\frac{\pi}{J}y+\phi_z\,\right] \qquad (4)$$

のようにあらわせる。また，

$$J=\frac{\pi V_\infty}{\Omega R},\quad \Omega:\text{ angular velocity} \qquad (5)$$

はアドバンスレシオといわれる。以上の方程式において長さおよび速度はそれぞれブレード半径Rおよび飛行速度V_∞で無次元化してある。本章の主な目的は(1)をϕについて解くことにあるが，ブレード面上の圧力分布は

$$C_p=\frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left[\left\{1-\frac{\gamma-1}{2}M_\infty^2(\,|v|^2-|V|^2\,)\right\}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}-1\right] \qquad (6)$$

より計算でき，これを積分すればATPの空力性能を求めることができる。

2.2 計算格子の生成

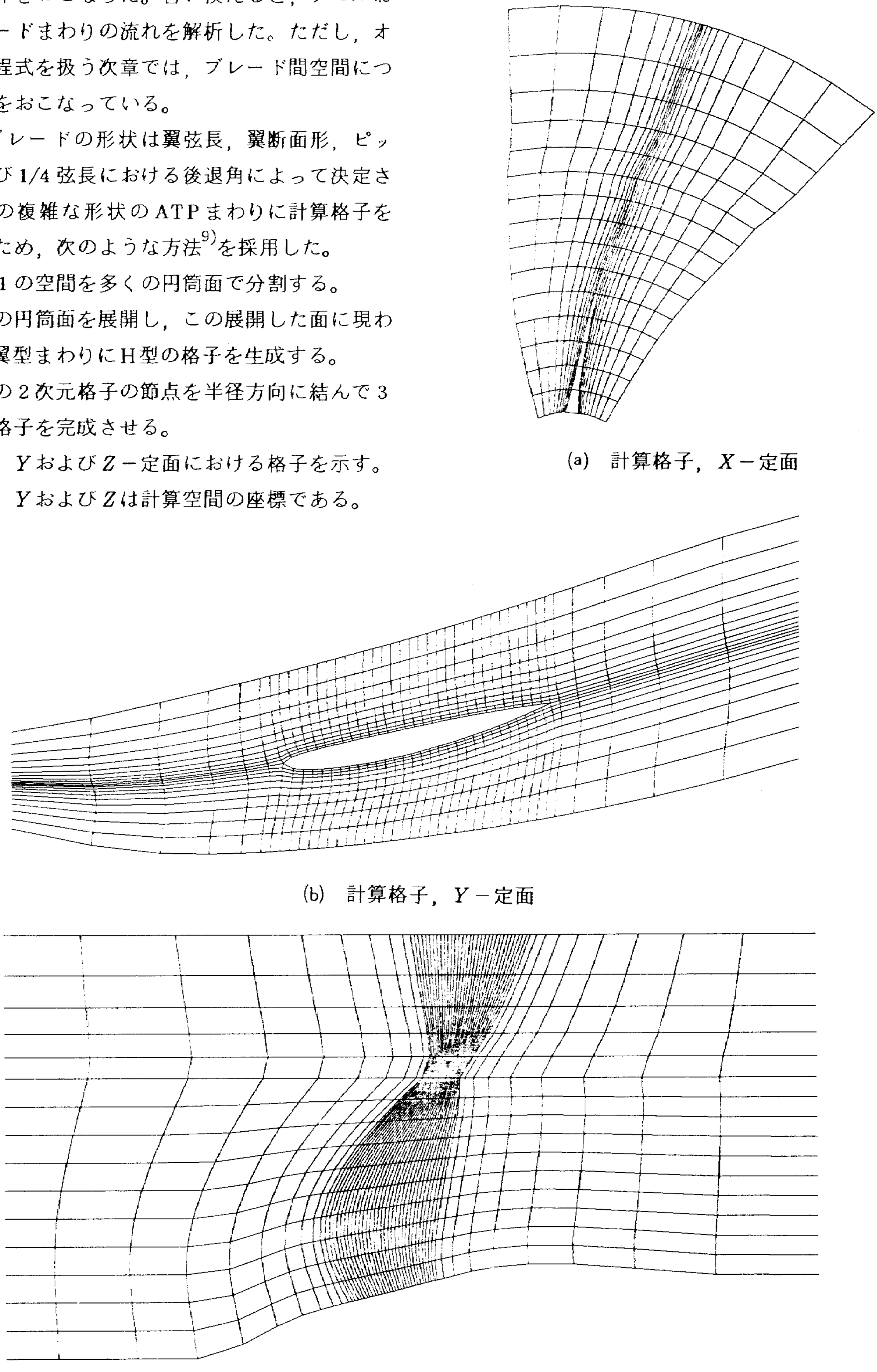
差分法によって微分方程式を解く場合，流れ場を計算するための格子を生成する必要がある。本論文では境界適合型の格子を生成した。ATPは同じ形状のブレードが回転軸まわりに8～10枚等角度間隔に配置されている。いま，ATPが回転軸方向に進行し，スピナーまたはナセルが軸対称の形状をしているならば，各ブレードまわりの流れは互に等しくなる。すなわち，流れ場は周方向に周期的になる。一般に，タービン翼列など内部流を解く場合はブレード間空間を取扱うのが普通であるが，本章におけるポテンシャル方程式の解法にはブレードを含んだ

空間で計算をおこなった。言い換えると，ナセルおよびブレードまわりの流れを解析した。ただし，オイラー方程式を扱う次章では，ブレード間空間について計算をおこなっている。

ATPブレードの形状は翼弦長，翼断面形，ピッチ角および1/4弦長における後退角によって決定される。この複雑な形状のATPまわりに計算格子を生成するため，次のような方法[9]を採用した。

(i) 図1の空間を多くの円筒面で分割する。
(ii) (i)の円筒面を展開し，この展開した面に現われる翼型まわりにH型の格子を生成する。
(iii) (ii)の2次元格子の節点を半径方向に結んで3次元格子を完成させる。

図2にX，YおよびZ一定面における格子を示す。ここにX，YおよびZは計算空間の座標である。



(a) 計算格子，Xー定面

(b) 計算格子，Yー定面

(c) 計算格子，Zー定面

図2

2.3 計算空間および境界条件

擾乱速度ポテンシャルの方程式(1)を計算空間で解く。計算空間（XYZ）における格子間隔は１，すなわち，$\Delta X=\Delta Y=\Delta Z=1$ である。物理空間（xyz）と計算空間（XYZ）とはチェイン・ルールで関係づけられている[10)]。従って(1)は

$$C_1\phi_{XX}+C_2\phi_{YY}+C_3\phi_{ZZ}+C_4\phi_{XY}+C_5\phi_{YZ}+C_6\phi_{ZX}+C_7\phi_X+C_8\phi_Y+C_9\phi_Z=O \quad (7)$$

となる。ここで係数 C_1，C_2，$\cdots C_9$ は速度ベクトル $(u,v,w)^T$ の反変速度ベクトル $(U,V,W)^T$ および微係数 x_X，x_Y 等であらわすことができる。

次に，境界条件を考える。流入境界ABCDおよびDCGH（図１）では

$$\phi=0,\ （流入境界および外方境界）\quad (8)$$

が成立つが，流出境界EFGHでは，亜音速の場合，

$$C_2\phi_{YY}+C_3\phi_{ZZ}+C_5\phi_{YZ}+C_8\phi_Y+C_9\phi_Z=O,\ （流出境界亜音速）\quad (9)$$

とした。これは(7)で X 方向の微分値を全て O とした式で，流出境界では X 方向の変化がないことを意味する。固体表面，すなわち，ナセルおよびブレード表面では接線流の仮定を用いた。すなわち，

$$V=0,\ （ナセル表面）\quad (10)$$

$$W=0,\ （ブレード表面）\quad (11)$$

$$V=W=0,\ （ナセルとブレードの交線上）\quad (12)$$

ブレード後縁ではクッタの条件を満足すべきであるが，ここでは(11)を用い，ブレード先端では

$$\phi_{ZZ}=0,\ （ブレード先端）\quad (13)$$

なる条件を課した。最後に周期境界では

$$\phi_{\mathrm{AEHD}}=\phi_{\mathrm{BFGC}},\ （周期境界）\quad (14)$$

が成立つ。

2.4 数値計算法

微分方程式(1)を解く場合，流れの方向がほぼ x 軸方向に向いていれば，超音速領域では x 方向にのみ風上差分をとればよい。しかし，ATPまわりの流れはかなり捩れているため，(1)を流れ方向に沿った座標 s で書き直す必要がある。すなわち，

$$(a^2-q^2)\phi_{ss}+a^2(V^2\phi-\phi_{ss})=O \quad (15)$$

ここに

$$q^2=u^2+v^2+w^2 \quad (16)$$

ϕ_{ss} を x，y および z であらわすと

$$\phi_{ss}=\frac{1}{q^2}(u^2\phi_{xx}+v^2\phi_{yy}+w^2\phi_{zz}+2uv\phi_{xy}+2vw\phi_{yz}+2wu\phi_{zx} \quad (17)$$

(15)において，左辺第１項の ϕ_{ss} は超音速領域では風上差分をとる必要がある。計算空間における方程式を線緩和法を用いて解いた。その際全ての差分は２次精度とした。

3. オイラー方程式による方法

ATPまわりの流れを求める最も有力な方法は３次元オイラー方程式を解くことである。Boberら[6)]は既にこの方法により飛行マッハ数0.8迄の結果を得ている。本論文における計算は文献5）および6）にならっており，詳細についてはこれら文献を参照されたい。

3.1 基礎方程式

前章のポテンシャル方程式を解く場合は，ブレード固定の回転座標系を用いたが，オイラー方程式の解法には静止座標系を用いる。物理空間を図３に示す。従ってプロペラは図の矢印の方向に回転することになる。この場合は計算空間としてはブレード間をとる。弱保存形でオイラー方程式を書くと

$$Q_t+E_z+E_r+\frac{1}{r}G+H=O \quad (18)$$

ここに

$$Q=\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ e\end{bmatrix}\quad E=\begin{bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ (e+p)u\end{bmatrix}$$

$$F=\begin{bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ (e+p)v\end{bmatrix}\quad G=\begin{bmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ (e+p)w\end{bmatrix}$$

$$H=\begin{bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho(v^2-w^2)\\ 2\rho vw\\ (e+p)v\end{bmatrix} \quad (19)$$

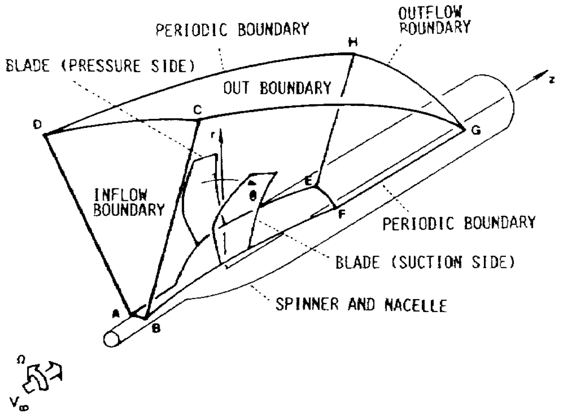


図3　物理空間と座標軸

$$e=\frac{p}{\gamma-1}+\frac{1}{2}\left(u^2+v^2+w^2\right) \tag{20}$$

上式で u, v および w はそれぞれ z, r および θ 方向の速度であり，e は単位体積当りの全エネルギーをあらわす。また，圧力 p，密度 ρ および速度成分 u, v, w はそれぞれ p_∞，ρ_∞ および $a_\infty\sqrt{\gamma}$ で無次元化してある。

円柱座標を計算空間座標 ξ, η, ζ に変換して，ナセル面を η 一定平面に，ブレード上下面を2枚の ζ 定平面になるようにする。このとき，オイラー方程式は

$$\widehat{Q}_\tau+\widehat{E}_\xi+\widehat{F}_\eta+\widehat{G}_\zeta+\widehat{H}=0 \tag{21}$$

となる。ここに $\widehat{Q}$，$\widehat{E}$ などはそれぞれ Q，E などの変換形で，変換ヤコビアン，反変速度成分および微係数であらわされる。

3.2　格子生成

格子生成の方法は基本的には2.2で述べたポテンシャルの場合と同じである。しかし，オイラー方程式の場合は隣り合うブレード間の流れを計算するため，前に生成した格子を π/B rad.（B はブレード枚数）だけ回転させる必要がある。さらに，外方境界の格子線は前の場合はらせん状に振らせたが，ここでは静止座標系を用いるため，回転中心になるよう仮想ブレードのピッチ角を0に戻す。なお，格子はプロペラの回転数で回転させる。

3.3　数値計算法

オイラー方程式(21)を解くのに用いる計算法は非逐次陰的ADIスキームである。すなわち，Beamと Warming[11] により開発された方法を用いる。計算空間の格子間隔を1，すなわち $\Delta\xi=\Delta\eta=\Delta\zeta=1$ にとると，(21)は因数分解できて次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\left[I+\Delta t\delta_\xi\widehat{A}^n-e_i\left(J\nabla_\xi\Delta_\xi J^{-1}\right)^n\right]\\
&\times\left[I+\Delta t\delta_\eta\widehat{B}^n-e_i\left(J\nabla_\eta\Delta_\eta J^{-1}\right)^n\right]\\
&\times\left[I+\Delta t\delta_\zeta\widehat{C}^n-e_i\left(J\nabla_\zeta\Delta_\zeta J^{-1}\right)^n\right]\\
&\times\left(Q^{n+1}-Q^n\right)\\
&=-\Delta t\left[\delta_\xi\widehat{E}^n+\delta_\eta\widehat{F}^n+\delta_\zeta\widehat{G}^n+\widehat{H}^n\right]\\
&-e_eJ^n\left[\left(\nabla_\xi\Delta_\xi\right)^2+\left(\nabla_\eta\Delta_\eta\right)^2+\left(\nabla_\zeta\Delta_\zeta\right)^2\right]\\
&\times\left(J^{-1}\widehat{Q}\right)^n
\end{aligned} \tag{22}$$

ここに，$\widehat{A}$，$\widehat{B}$ および $\widehat{C}$ はそれぞれヤコビアン行列 $\partial\widehat{E}/\partial\widehat{Q}$，$\partial\widehat{F}/\partial\widehat{Q}$ および $\partial\widehat{G}/\partial\widehat{Q}$ をあらわす。また，(22)の e_i および e_e の項はそれぞれ陰的および陽的消散項であり，前者は不安定を後者は短い周期の振動を押えるのに役立つ。

(22)を解く，すなわち，Q^{n+1} を求めるには，ξ，η および ζ についてそれぞれ反転する3段階のステップを経る。Q^{n+1} は t が増加するにつれ一定の定常値に近づいてゆく。線形安定の理論によれば，陰的AF法は無条件安定であるが，時間増分 Δt の値には上限があるようである。

3.4　境界条件および初期条件

(1)　流入および外方境界

流入および外方境界では全ての量は変化しない。

$$\Delta Q_{ABCD}=\Delta Q_{CGHD}=0,\ （流入および外方境界） \tag{23}$$

(2)　流出境界

流出境界で亜音速の場合，圧力変化はないから

$$\Delta p=0,\ （流出境界，亜音速） \tag{24}$$

他の量は外挿する。

(3)　固体表面での接線流条件

ブレードおよびナセル表面では，接線流条件よりそれぞれの平面に垂直な反変速度成分を0にする。

$$V=0,\ （ナセル表面） \tag{25}$$

$$W=0,\ （ブレード表面） \tag{26}$$

$$V=W=0,\ （ナセルとブレードの交線上） \tag{27}$$

他の速度成分は外挿より求める。

(4)　周期境界

周期境界はブレード面の外側の領域となり，ここでは対応する２点での各量の値は等しくなければならない。

$$\Delta\widehat{Q}_{AEHD} = \Delta\widehat{Q}_{BFCG} \tag{28}$$

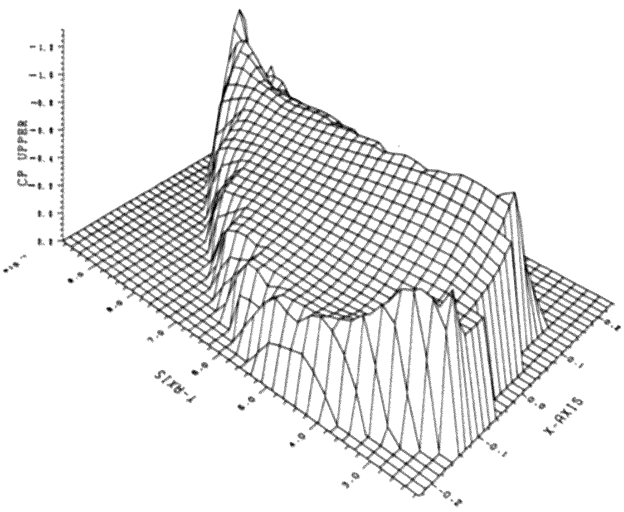
$t=0$ における初期条件としては，自由流場を全領域に与え，これよりタイムマーチングを開始する。

4. 計　算　例

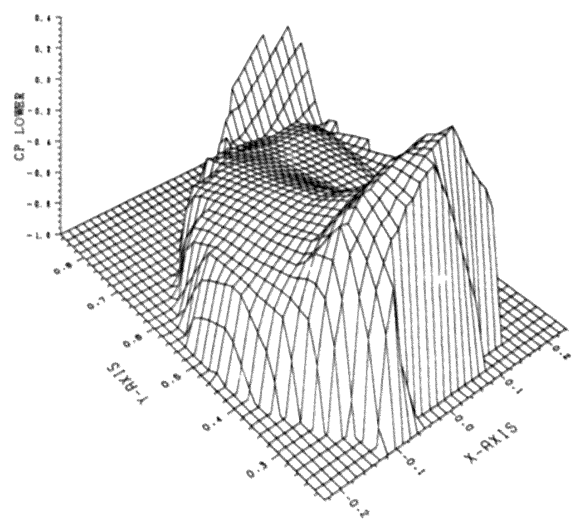
数値計算としては，ハミルトンスタンダードで開発したATPブレード，SR-3についておこなってみた。この場合，75％径におけるピッチ角 $\beta_{0.75R}$ を57.3°，59.3°および61.3°とし，アドバンスレシオは3から4まで変化させた。飛行マッハ数 M_∞ は0.8である。格子点の数は，ポテンシャルの計算に対しては，x 方向に51，y 方向に16，z 方向に21点をとり，オイラーの計算に対しては，z 方向に45，r 方向に18，θ 方向に19点をとった。ポテンシャルの計算では，初期値は全て0とし，緩和係数は0.9とした。オイラーの場合は上述のように，自由流場を初期値として与え，消散項の係数 e_i および e_e はピッチ角とアドバンスレシオの組合せによって変えた。

ブレード上下面の圧力分布と等マッハ線を図4（ポテンシャル）および図5（オイラー）に示す。ピッチ角 $\beta_{0.75R}$ は59.3°である。さらにブレード間の等圧線と等マッハ線を図6（ポテンシャル）および図7（オイラー）に示す。図4および図5を見ると，いずれの場合も後縁附近で衝撃波が発生している様子がよくわかる。これらの図を互に比較し，さらにBober ら[6)]の結果と比べると，細部においては異なるが，全体の定性的傾向はほぼ一致していることがわかる。また，ブレード間の流れ場についても同じことがいえる。飛行マッハ数が0.8までの収束度は極めて良い。

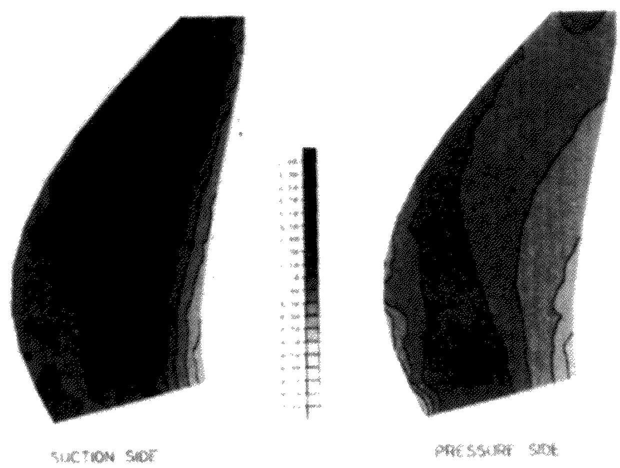
最後に，$M_\infty=0.8$ におけるSR-3の空力性能を図8に示す。ポテンシャルの場合は抗力は入らないから，文献3)と同様の方法で，NACA16シリーズの断面抗力の実験値を用いた。これらの計算結果を実験値と比べると，パワー係数，効率共計算値が実験値を上まわっている。この理由として次のことが



(a)　ブレード上面圧力分布



(b)　ブレード圧面圧力分布

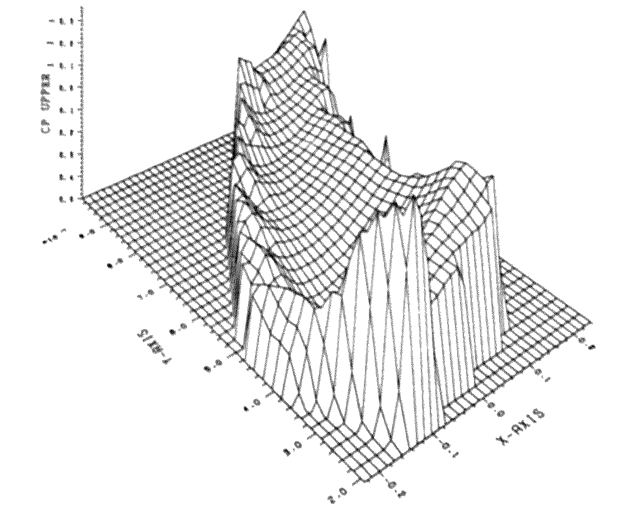


(c)　等マッハ線

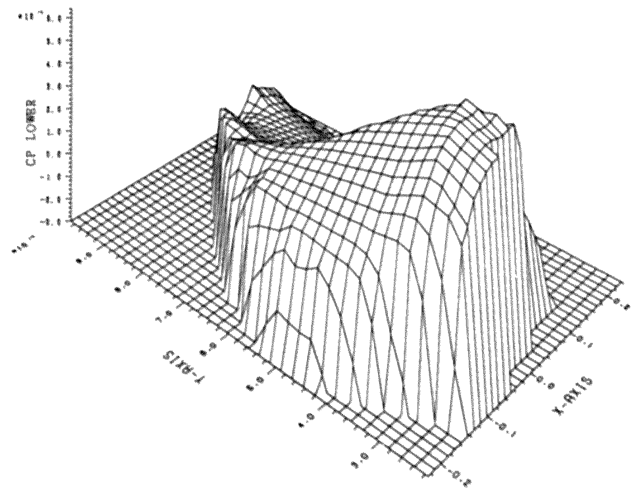
図４　ブレード面上の圧力分布と等マッハ線，ポテンシャル，SR-3，$M_\infty=0.8$，$\beta_{0.75R}=59.3°$ $J=3.5$

考えられる。まず，遠心力によるブレードの振り戻しにより，実際のピッチ角より小さくなっていると考えられる。同じような状況が渦格子法による計算にも見られた。[3] NASTRANによる解析では，ピッチ角の振り戻しは約 1.3°であった。次に，実際のATPの衝撃波は強く，等エントロピーの仮定は成立たなくなっていると考えられる。しかし，オイラー方程式を解いた結果はかなり実験値に近い。

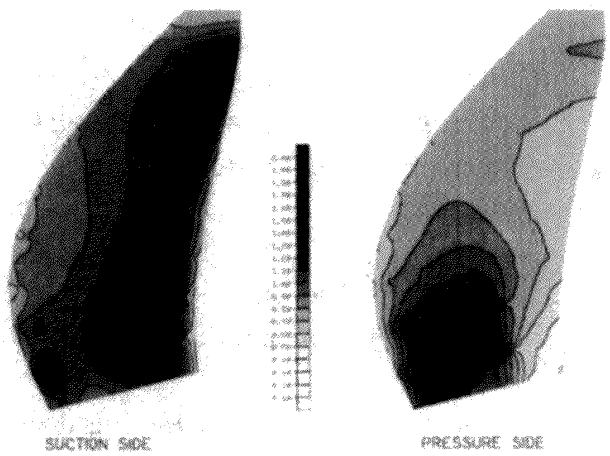
本計算に用いた計算機は，京都大学大型計算機センターのFACOM M-382 型計算機およびVP-200



(a) ブレード上面圧力分布

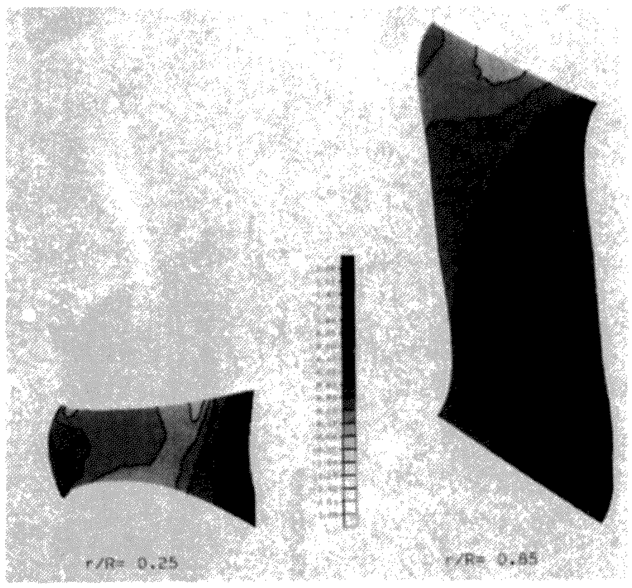


(b) ブレード下面圧力分布

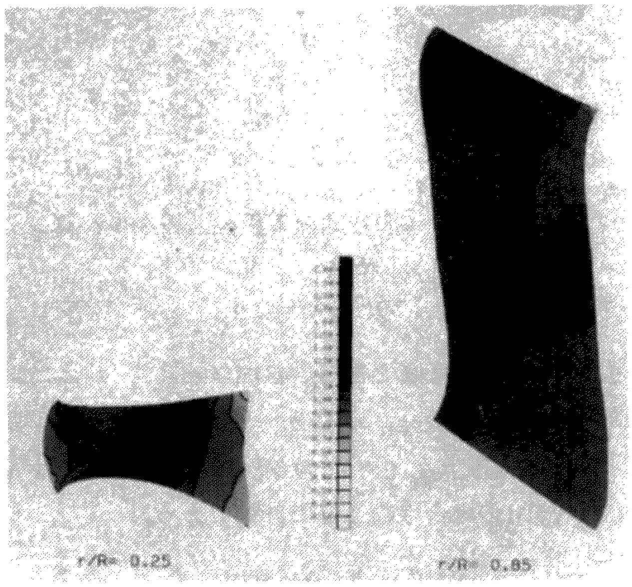


(c) 等マッハ線

図 5 ブレード面上の圧力分布と等マッハ線，オイラー，SR-3，$M_\infty=0.8$，$\beta_{0.75R}=59.3^\circ$，$J=3.4$

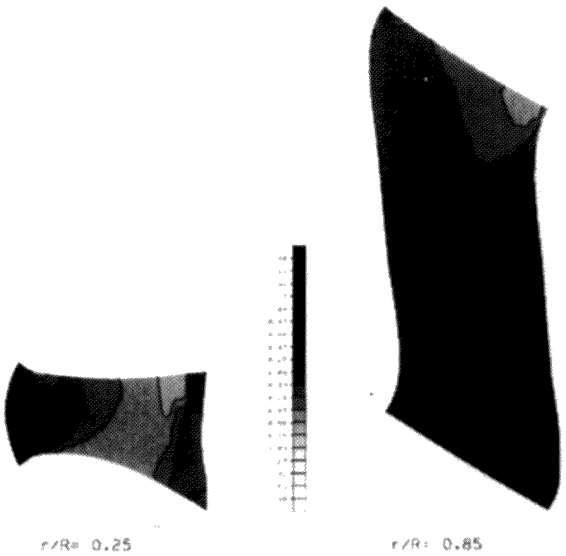


(a) 等圧線

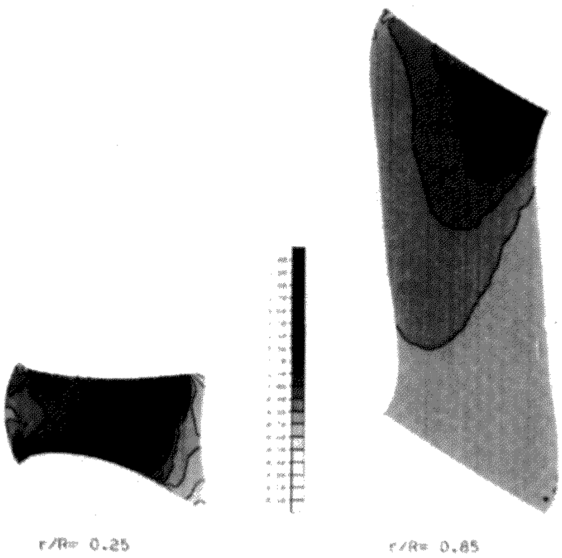


(b) 等マッハ線

図 6 ブレード間空間の等圧線と等マッハ線，ポテンシャル，SR-3，$M_\infty=0.8$，$\beta_{0.75R}=59.3^\circ$，$J=3.5$



(a) 等圧線



(b) 等マッハ線

図７ ブレード間空間の等圧線と等マッハ線，オイラー，ＳＲ－３，$M_\infty=0.8$，$\beta_{0.75\mathrm{R}}=59.3^\circ$，$J=3.4$

型ベクトル計算機である。CPU時間は，ポテンシャルの場合は15分，オイラーの場合は30分で打切ったが，実用上差支えない程度の収束である。因みに，VLMの場合は約２分で計算できる。

5. おわりに

ATPのまわりの流れを微分方程式の差分解法を用いて計算した。まず，擾乱速度ポテンシャルに対する非線形微分方程式を線緩和法を用いて解いた。

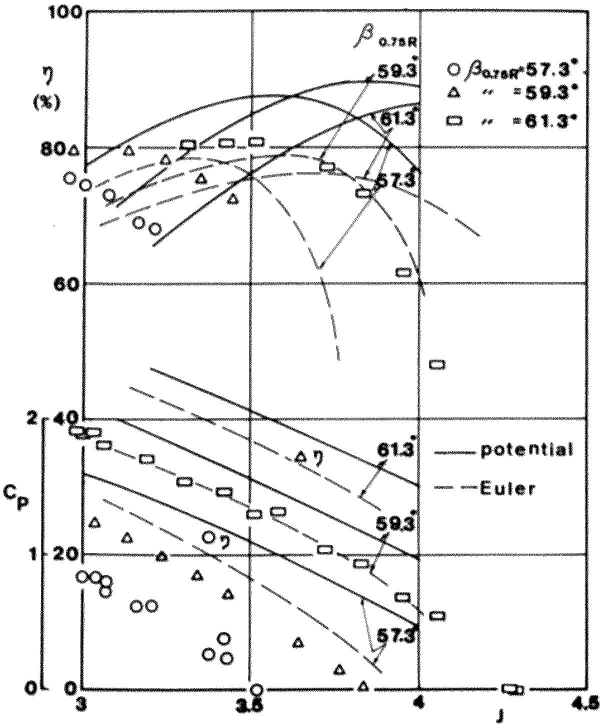


図８ プロペラの空力性能

次に，３次元オイラー方程式をBeam と Warming の陰的ADI法によって解いた。両者の結果は互に細部では差はあるものの，定性的には一致した。また，他の計算結果とも一致している。さらにATPの空力性能を求めたが，NASAの実験結果よりパワー係数も効率も大きな値となる。しかし，オイラー方程式を解いた結果は実験値にかなり近い。

今後の課題としては，格子生成法の最適化，計算コードのVP化などが考えられる。さらに，本計算はシングルローテーションのATPに対するものであるが，実用化が予想されているカウンターローテーションのATPまわりの流れの計算やATPの非定常空気力学などにも取組む必要があろう。

参 考 文 献

1) Sullivan, J.P.: The Effect of Blade Sweep on Propeller Performance, AIAA Paper 77-716, 1977.

2) Hanson, D.B.: Compressible Helicoidal Surface Theory for Propeller Aerodynamics and Noise, AIAA Journal, Vol. 22, June 1983, pp. 881-889.

3) Kobayakawa, M. and Onuma, H.: Propeller Aerodynamic Performance by Vortex-

Lattice Method, Journal of Aircraft, Vol. 22, August 1985, pp. 649-654.

4) Jou, W.H.: Finite Volume Calculation of Three-Dimensional Potential Flow Around a Propeller, AIAA Journal, Vol. 21, Oct. 1983, pp. 1360-1364.

5) Chaussee, D.S. and Kutler, P.: User's Manual for Three-Dimensional Analysis of Propeller Flow Fields, NASA CR-167959, Jan. 1983.

6) Bober, L.J. et al.: Prediction of High Speed Propeller Flow Fields Using a Three-Dimensional Euler Analysis, AIAA Paper 83-0188, 1983.

7) Bousquet, J.M.: Methodes Aerodynamiques Utilisees en France pour L'etude des Helices pour Avions Rapides, La Recherche Aerospaciale, Jan.-Feb. 1985, pp. 1-15.

8) Rohrbach, C. et al.: Evaluation of Wind Tunnel Performance Testings of an Advanced 45° Swept Eight-Bladed Propeller at Mach Number from 0.45 to 0.85", NASA CR 3505, 1982.

9) Dulikravich, D.S.: Fast Generation of Three-Dimensional Computational Boundary – Confirming Periodic Grids of C-Type, Numerical Grid Generation, Elsevier Science Publishing, 1982, pp. 563-584.

10) Chen, L.T.: A More Accurate Transonic Computational Method for Wing-Body Configurations, AIAA Journal, Vol. 21, June 1983, pp. 848-855.

11) Beam, R.M. and Warming, R.F.: An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form, Journal of Computational Physics, Vol. 22, 1976, pp. 87-110.