

Navier-Stokes 方程式による翼列解析

野崎 理* 廣瀬 直喜*
河合 伸坦* 田村 敦宏*

Numerical Analysis of Cascade Flow Solving
Navier-Stokes Equations

by '

Osamu NOZAKI, Naoki HIROSE, Nobuhiro KAWAI
and Atsuhiro TAMURA
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Numerical analysis based on Navier-Stokes equations was carried out for high Reynolds number flow through two-dimensional cascades using the IAF scheme. An algebraic eddy viscosity model of the turbulent boundary layer was used. To make fine orthogonal grids on inner and outer boundaries, C-type grids are generated around a cascade by solving Poisson's equations which have inhomogeneous terms. Several results have been obtained for a compressor and FJR turbine. These results show good agreement with experimental data.

1. はじめに

大型電子計算機の性能が向上し、翼まわりの流れの数値シミュレーションがさかんに行なわれている。航空エンジンに使用される軸流圧縮機、軸流タービンの翼列の数値シミュレーションは、現在のところ Potential, Euler 方程式などを用いるのが主流であるが、現実の翼列は複数の翼が接近して並び、さらに転向角から生ずる流れ方向の大きな圧力勾配のため境界層も発達しやすく、単独翼に比べて複雑な性質を持っており、その複雑な粘性流れをシミュレートするためには Navier-Stokes 方程式を解く必要がある。

そこで、著者らは Navier-Stokes 方程式による高

レイノルズ数翼列流れ解析プログラム NSCAS を開発した。これはすでに開発されている 2 次元高レイノルズ数遷音速単独翼型解析コード NSFOIL¹⁾、格子形成プログラム AFMESH²⁾ を翼列に適合するよう拡張したものである。すでに簡単な例については報告している³⁾が、ここでは圧縮機翼列とタービン翼列の双方について、計算格子の形成方法および、流れの解析方法について説明し、いくつか計算結果を示し、実験結果との比較も行なう。

2. 基礎方程式および解法

基礎方程式を曲線座標系に変換して記述すると次のようになる。

$$\partial_i \hat{q} + \partial_\xi \hat{E} + \partial_\eta \hat{F} = \frac{1}{\text{Re}} (\partial_\xi \hat{R} + \partial_\eta \hat{S})$$

$$\widehat{q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \widehat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e+p)U \end{bmatrix},$$

$$\widehat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e+p)V \end{bmatrix}$$

$$\widehat{R} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x R_4 + \xi_y S_4 \end{bmatrix}, \quad \widehat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x R_4 + \eta_y S_4 \end{bmatrix}$$

$$J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x \quad U = \xi_x u + \xi_y v$$

$$V = \eta_x u + \eta_y v$$

$$\tau_{xx} = \frac{4}{3} \mu (\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta) - \frac{2}{3} \mu (\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta),$$

$$\tau_{xy} = \mu (\xi_y u_\xi + \eta_y u_\eta) + \mu (\xi_x v_\xi + \eta_x v_\eta),$$

$$\tau_{yy} = \frac{4}{3} \mu (\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta) - \frac{2}{3} \mu (\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta)$$

$$R_4 = u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + \frac{\mu}{Pr(\gamma-1)} \partial_x a^2,$$

$$S_4 = u \tau_{xy} + v \tau_{yy} + \frac{\mu}{Pr(\gamma-1)} \partial_y a^2$$

$$p = (\gamma-1) \left(e - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) \right),$$

$$a^2 = \gamma(\gamma-1) \left(\frac{e}{\rho} - \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right)$$

高レイノルズ数の解析では、境界層や後流を高精度で解析するため格子間隔を非常に小さくする必要があるが、Beam and Warming⁵⁾は直交座標系でIAF法を提案し、陽解法では格子とともに小さくとらざるを得なかったtime stepを比較的大きくとしているが、このコードでは、Steger⁶⁾が示したように翼型まわりの非直交曲線座標系でこのIAF法を適用している。乱流モデルはBaldwin and Lomax⁷⁾の2層代数モデルを用いる。

3. 計算格子

計算は、図1に示すように流れ場を翼列方向1ピッチ毎に分けて、上流(BC)、下流(AD)、および

周期境界(AB, CD)に囲まれた領域で行なう。翼面に沿う方向に ξ 、翼から垂直に出て離れる方向に η 座標をとる。それぞれの計算領域について、図2に示すように、①幾何学構成領域(LKJ)、②差分解による構成領域(IBCHKL)、③後方領域(AIHD)に分けて格子を作成する。

①の領域では翼面から垂直に $\xi = \text{const}$ 線を出して直交格子を作る。

②の領域では次のようなPoissonの方程式

$$\begin{cases} \xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta) \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \end{cases} \quad \text{の逆変換}$$

$$\begin{cases} \alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} = -J^2(Px_\xi + Qx_\eta) \\ \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} = -J^2(Py_\xi + Qy_\eta) \end{cases}$$

を解いて格子を形成する。

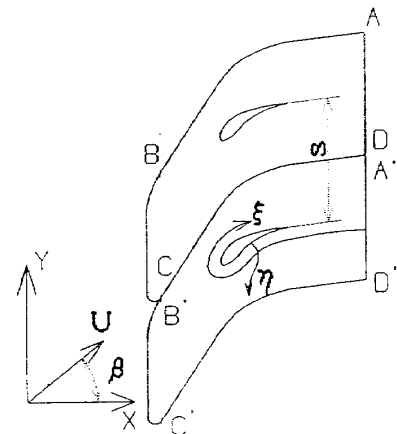


図1 翼列の計算領域

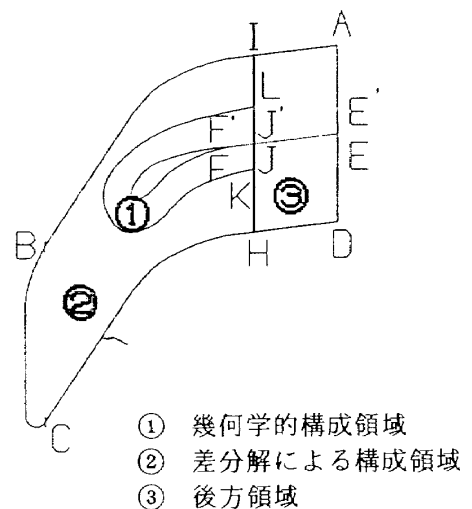


図2 格子形成および計算の境界

ただし,

$$\begin{cases} \alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2 \\ \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \\ \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2 \\ J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{cases}$$

であり, また, $\eta = \text{const}$ 線を $\eta = \eta_1$ (内側), $\eta = \eta_2$ (外側) に近付けるために,

$$\begin{cases} P(\xi, \eta) = P_1(\xi) \exp(a_1(\eta_1 - \eta)) \\ \quad + P_2(\xi) \exp(a_2(\eta - \eta_2)) \\ Q(\xi, \eta) = Q_1(\xi) \exp(b_1(\eta_1 - \eta)) \\ \quad + Q_2(\xi) \exp(b_2(\eta - \eta_2)) \end{cases}$$

とされている。単独翼の場合とは違い, 上下の境界をはさんで $\xi = \text{const}$ 線が滑らかにつながるようにならなければならないが, そのために, 境界上で格子が直交し, かつ集中するように, 上式の係数 P_1, P_2, Q_1, Q_2 を決める。

③の領域では, $\eta = \text{const}$ 線はほぼ流出角に沿って伸ばし, $\xi = \text{const}$ 線は下流方向に格子間隔がなめらかに増加するように配分する。

この方法で形成された計算格子の例を図3に示す。(a)は圧縮機翼列で, 食違い角は $G = 45^\circ$, ソリディティ $-C/S = 1.0$, 流入角 $\beta_{in} = 60^\circ$, 流出角 $\beta_{out} = 30^\circ$ である。(b)はタービン翼列で, $G = -30.3^\circ$, $C/S = 1.58$, $\beta_{in} = 30^\circ$, $\beta_{out} = -60^\circ$ である。た

だし, ここでの流入角, 流出角は格子の形状を決めるために与えたものであり, 実際の流れと一致する必要はない。

4. 境界条件

先の図2の計算領域で, 上流境界(BC)では ρ_{in} , 音速 a_{in} を固定し, また流入マッハ数 M_{in} , 流入角 β_{in} のいずれか1つの量を与える。その他の量は内点から η 方向への1次外挿した値を与える。下流境界(AED)では上流に対する圧力比 P_{out}/P_{in} のみを与える。その他の量は ξ 方向への1次外挿によって与える。周期境界(AB, CD)では, η 方向へ1次外挿された値を平均することによって, 4つの物理量が対応する点で等しくなるように与える。翼境界(FF')では滑りなし条件と断熱条件を与える。wake cut 境界(EF, E'F')では外挿等を使わずに, 内点として陰的に扱う。

5. 計算結果

以下に計算結果の例を示す。流入レイノルズ数はいずれも $Re = 1 \times 10^6$ で, 流れは前縁から乱流として計算している。図4はタービン翼列の結果で, 流入角 $\beta_{in} = 33.2^\circ$, 圧力比 $P_{out}/P_{in} = 0.6$ の場合の例である。初期条件として流入マッハ数 $M_{in} = 0.4$ お

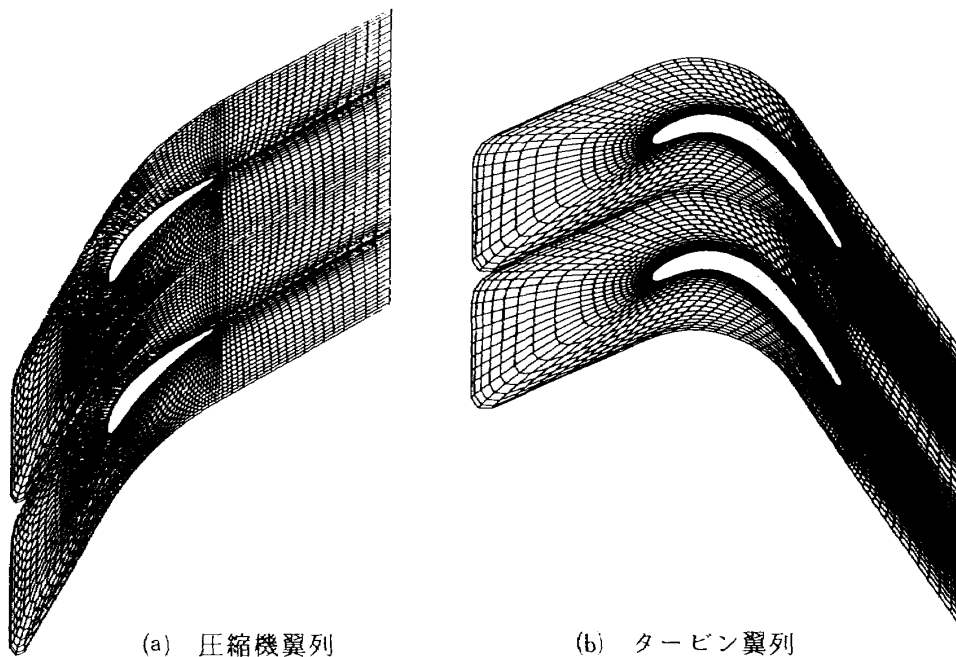


図3 計算格子

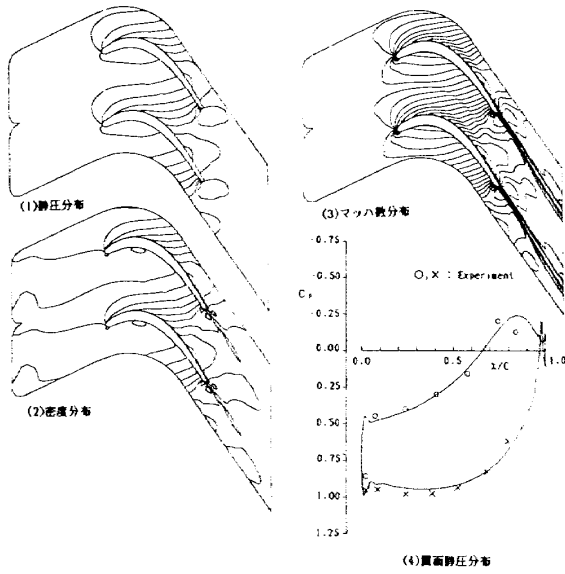


図4 タービン翼列の計算結果

よび流出角 $\beta_{out} = -58.5^\circ$ を与えている。(1)は圧力分布, (2)は密度分布, (3)はマッハ数分布で, これらは全計算領域の結果を翼列方向に2ピッチずつ繰り返して等高線で示してある。(4)は翼面上の静圧分布で, 同時に示した実験結果⁸⁾と比較的良く合っている。

次に圧縮機翼列で計算した結果を図5, 図6に示す。いずれも初期条件として $\beta_{in} = 50^\circ$, $\beta_{out} = 35^\circ$ (図5), 40° (図6) を与えている。図5は比較的低速で, (a) $M_{in} = 0.6$ ($P_{out}/P_{in} = 1.13$), (b) $M_{in} = 0.75$ ($P_{out}/P_{in} = 1.23$) の2通りの場合について, (1)翼面上静圧分布と計算領域全体の(2)静圧分布, (3)密度分布, (4)マッハ数分布を比較してある。図6は比較的高速の場合で $M_{in} = 0.85$ ($P_{out}/P_{in} = 1.15$) である。(1)は翼面静圧ピークの時間変化であるが, 計算の過程で規則的な振動が起きている。(2)は $t = 42$ の瞬間の翼面静圧分布である。(3)はこの振動の1周期中の各瞬間における密度分布の変化を示してあるが, 剥離によって翼背面に発生した渦が下流に流されて再び付着にいたるようすが現れており, この現象は現実的なものであると考えられる。

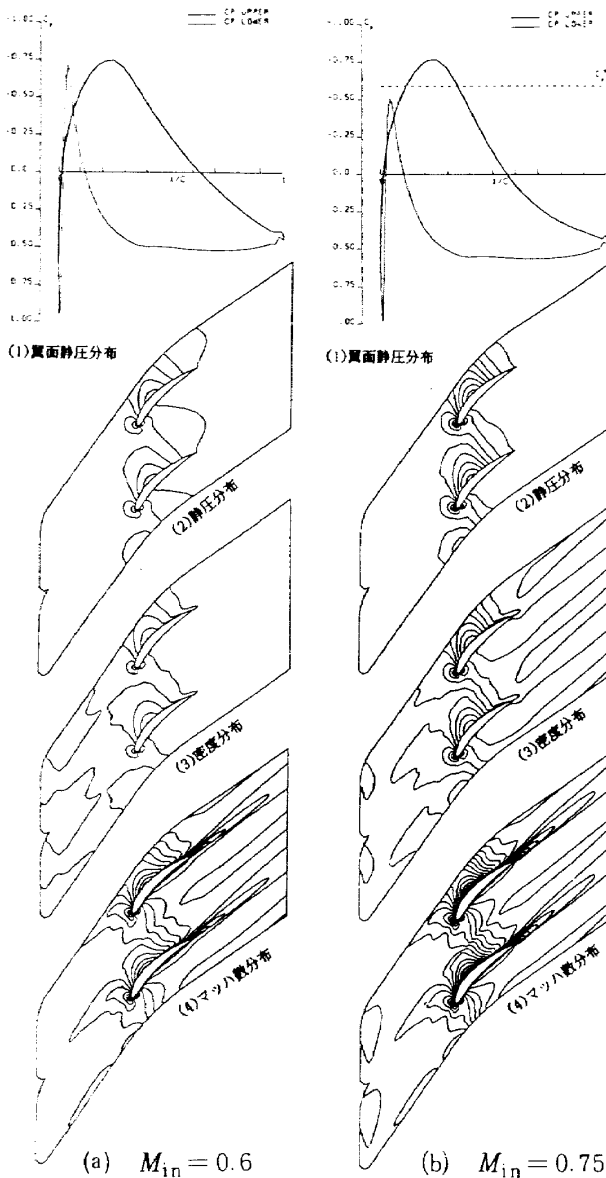


図5 圧縮機翼列の計算結果 ($M_{in} = 0.6, 0.75$)

6. まとめ

圧力勾配の存在する増速翼列, 減速翼列に対して Navier-Stokes 方程式による計算をおこなった。タービン翼列については実験結果とも比較的良い一致が得られた。今後は, さらに数多くの計算結果を実験により検証し, タービンの冷却問題も扱えるよう改良を加え, さらに3次元流れへの拡張も行なう予定である。

参考文献

- 1) 河合, 廣瀬: "高レイノルズ数遷音速流翼型解析プログラム NSFOIL の開発", 航技研報告, TR-816 (1984).
- 2) 廣瀬ほか3名: "遷音速翼型解析法のための格子形成コード AFMESH の開発", 航空宇宙学会第13期年会講演集, pp.158-161 (1982).
- 3) 野崎ほか3名: "高 Reynolds 数遷音速翼列に対する Navier-Stokes 解析法の開発", ガスタービン学会秋季大会講演論文集, pp.13

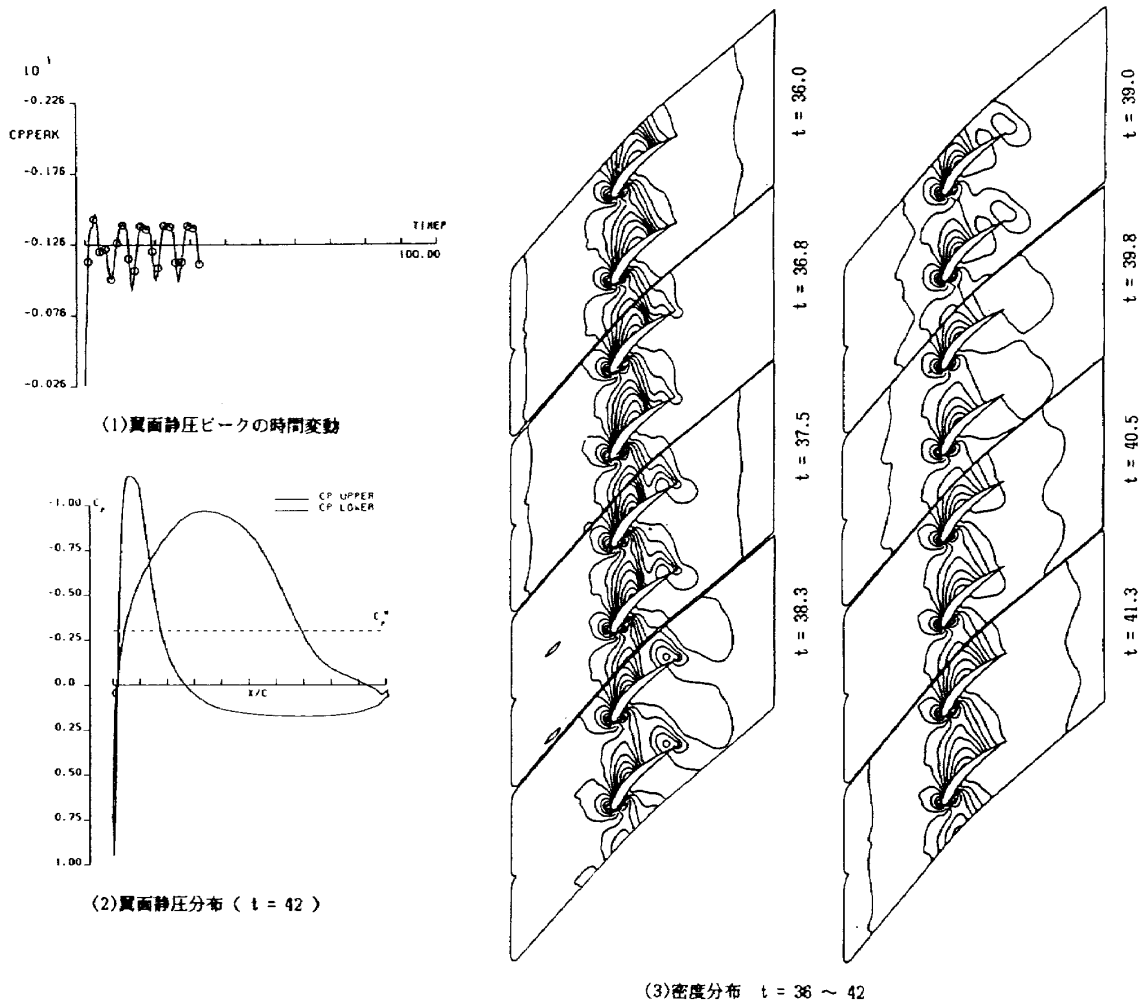


図6 圧縮機翼列の計算結果 ($M_{in} = 0.85$)

- 18 (1985).
- 4) 野崎ほか3名：“Navier-Stokes 方程式による翼列解析（第2報）”，航空宇宙学会第26回航空原動機講演会講演集，pp.2-5 (1986).
- 5) Beam and Warming: An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law-Form, J. Comp. Phys., Vol. 22, 1976, pp. 87-110.
- 6) Baldwin and Lomax: Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA Paper 78-257, 1978.
- 7) Steger: Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries, AIAA J., Vol. 16, 1978, pp. 679-686.
- 8) 山崎ほか2名：“低圧タービン用動翼の二次元高速翼列試験”，航技研資料，TM-451 (1981).

