

パネル法による超音速流の数値解析

丸山 祐一* 秋下 貞夫* 中村 昭人**

Numerical Analysis of Supersonic Flows Using Panel Method

by

Yuichi MARUYAMA, Sadao AKISHITA
Mitsubishi Electric Corporation

Akihito NAKAMURA
Mitsubishi Space Software Corporation

ABSTRACT

Steady supersonic linearized potential flows about two types of wings and a wing-body configuration were simulated using the panel method program MARCAP. Linearly varying doublet distribution is adopted to ensure the continuity of the strength on panel edges, while constant distribution on each panel is used for source. Morino's scheme is employed for most cases. The velocity boundary condition scheme is also applied to some cases. The results show good agreement with analytical solutions and wind tunnel testings. The computation time is within a reasonable limit, and the program size is comparable to those of panel methods for incompressible or subsonic flows.

1. ま え が き

パネル法、あるいは境界要素法は特異点分布法の一つであり、揚力面理論等の古典的手法の延長上にあると言える。しかしながら、飛行物体まわりの流れを解く際には、依然として最も実用的な手法の一つである。最大の特長は、3次元流れ場を2次元的に分布する特異性の結果として表わすので、未知量の数が少なくすみ、計算コストが他手法より格段に安くなるという点である。さらに境界面のみをパネル分割すれば良いので、翼胴結合体などの複雑な形状への適用も比較的容易である。定式化の際、ポ

テンシャル流・線形流の仮定が用いられるので、手法の適用範囲には注意する必要があるが、上記の特長は今後いかに計算機の能力が向上しても残るものであると考えられる。

ここでは、当社で開発した超音速パネル法プログラム MARCAP (Mitsubishi's Arbitrary Configuration Aerodynamic Program) を用いて、2種類の翼形及び翼胴結合体まわりの流れを解いた結果を報告する。パネル法を超音速流に適用する際には、基礎方程式が双曲形となるため、亜音速流・非圧縮流にはない困難が現われることが知られている。これに関し、従来手法開発の過程で、

- (1) パネルの継目で、二重湧き出し面密度の連続性と、パネル自体の連結性が保証されること、
- (2) 湧き出しと二重湧き出しを Green の公式に従っ

* 三菱電機株式会社

** 三菱スペースソフトウェア株式会社

て分布させることが必要であることが明らかとなった。^{1,2)}MARCAPは、この2つの要求を満たす最も単純なスキームを組み立てるという方針で開発されたものである。³⁾

以下にこのプログラムの概要と計算結果とを示す。

2. 計算手法

2.1 特異性の分布方法

上記要求(1)により、各パネル上で二重湧き出し面密度 μ を一定とすることはできず、整関数に従って分布させる必要が生じる。本シミュレーションにおいては μ には1次分布、湧き出し面密度 σ には0次分布(各パネル上で一定)を用いた。パネル形状は三角形とし、その共通頂点上に μ の分布決定のための節点(nodal point)を設けた(図1)。各パネル上の μ の分布は、パネルの3頂点上の節点での μ の値により定められる。従ってパネルの継目での分布密度は、その両端の節点での値から一意的に定まるので、 μ の連続性が保証される。また三角形は常に一平面内にあるので、平均面を用いる必要がなく、特異性の分布する面の連結性が保証される。

2.2 解法1: Morinoのスキーム

Morinoのスキーム⁴⁾においては、質量流束境界条件(mass flux boundary condition)により、湧き出し面密度 σ が陽に定められる。即ち、

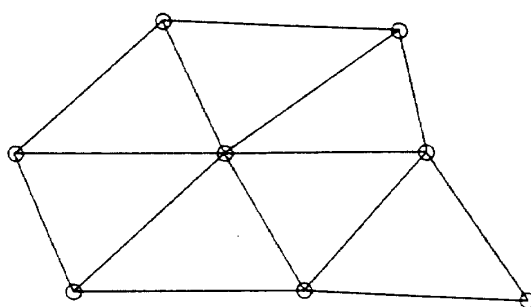
$$\sigma_k = -\vec{U} \cdot \vec{n}_k \quad (k=1, 2, \dots, kmax) \quad (1)$$

\vec{U} : 主流速度ベクトル

\vec{n}_k : パネル k の単位法線ベクトル

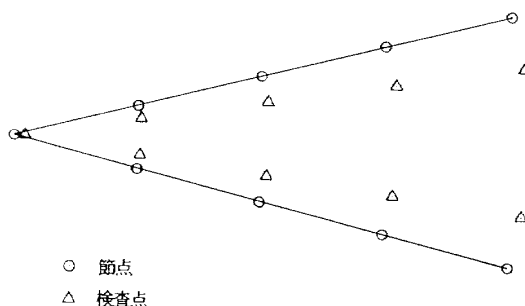
ここで、パネル集合体の形状は物体表面を近似する形に設定しなければならない(ただし後流の取扱いについては2.4節を参照)。

1で述べた要求(2)により、 μ と σ を Greenの公式に従って分布させる。これはパネル集合体の内部領域での擾乱速度ポテンシャル ϕ を0と設定することと同等である。そのため内部領域に、物体パネル上の節点と同数の検査点(control point)を分布させ(図2)、各検査点での ϕ を各節点上の μ 、各パネル上の σ 、及び影響係数の関数として表わした上で、0と置く。即ち、



○ 節点

図1 パネル及び節点



○ 節点
△ 検査点

図2 節点及び検査点(Morinoのスキーム)

$$\sum_{j=1}^{jmax} a_{ij} \mu_j + \sum_{k=1}^{kmax} b_{ik} \sigma_k = 0 \quad (i=1, 2, \dots, jmax) \quad (2)$$

a_{ij}, b_{ik} : 影響係数

i : 検査点番号

j : 節点番号

k : パネル番号

ここで二重湧き出しは1次分布をするので、その影響係数 a_{ij} は節点 Q_j のまわりの複数のパネルからの影響を表わすことになる(図3)。(2)式を μ_j ($j=1, 2, \dots, jmax$) について解くことにより解が得られる。

この手法では、 μ_j のみが陰的に解かれるので計算が比較的小規模になるという利点があるが、(1)式で表わされる境界条件が厳密な非透過条件とはならないので、基礎方程式の線形化で生ずるよりも大きなオーダーの誤差が現れるという報告もなされている。⁵⁾

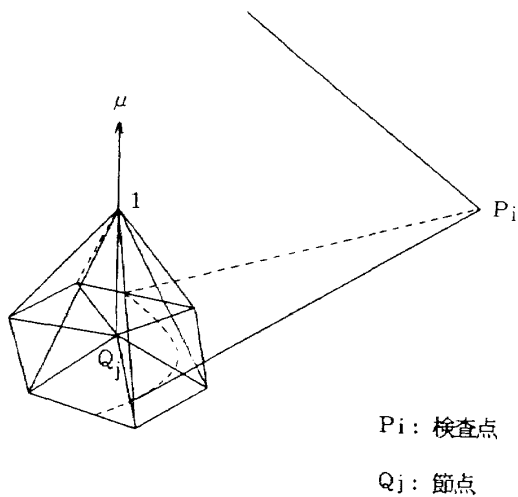


図3 影響係数 a_{ij} の概念図

2.3 解法2：速度境界条件スキーム

厳密な非透過条件は、速度境界条件スキーム(velocity boundary condition scheme)を用いることにより課することができる。ただしこのスキームでは μ , σ とも未知量として解かれることになる。物体表面(パネル集合体の外側)に分布させた外部検査点(outer control point)上で法線方向速度が0と設定される(図4)。即ち

$$\sum_{j=1}^{jmax} (\vec{a}_{i'j} \cdot \vec{n}_{i'}) \mu_j + \sum_{k=1}^{kmax} (\vec{b}_{i'k} \cdot \vec{n}_{i'}) \sigma_k + \vec{U} \cdot \vec{n}_{i'} = 0$$

($i' = 1, 2, \dots, kmax$) (3)

$\vec{a}_{i'j}, \vec{b}_{i'k}$: 速度影響係数ベクトル

$\vec{n}_{i'}$: 物体表面の単位法線ベクトル

\vec{U} : 主流速度ベクトル

i' : 外部検査点番号

さらに内部検査点(inner control point)において Morino のスキームと同様の境界条件(2式)が課される。(2), (3)式を同時に解くことにより未知量 μ_j ($j=1, 2, \dots, jmax$), σ_k ($k=1, 2, \dots, kmax$) が得られる。

ここで注意すべきことは、速度境界条件はパネルや節点上ではなく、外部検査点上で課されるという点である。従ってパネル集合体は必ずしも物体形状を近似する必要はない。

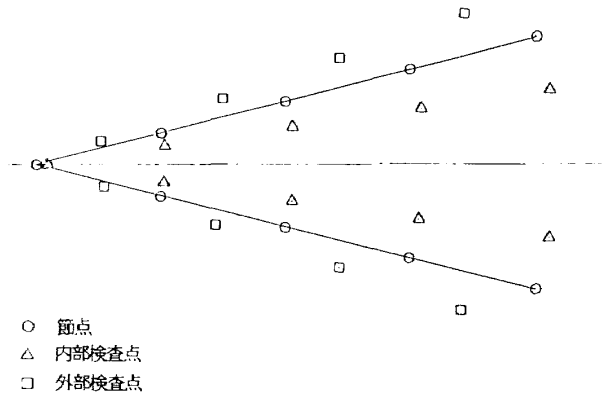


図4 節点及び内部・外部検査点(速度境界条件スキーム)

2.4 後流の取扱い

超音速流では、各検査点が下流の影響を受けないので、後流パネルを設けなくても正しい解が得られる場合がある。例えば超音速後縁を持つ翼まわりの流れなどである。しかし亜音速後縁を持つ翼や、翼胴結合体まわりの流れを解く際には、後流の影響をきちんと取り込むことが必要となる。これらのケースでは、翼の後縁から上下二枚の完全に重なった後流パネル面を出し、翼胴結合体においては胴体に連結させる。ここで二枚の後流パネル面は、それぞれ翼上面及び下面の延長と見なされる。各パネル面上には主流の方向に並んだ節点の列が分布し、それぞれの列は後縁部の節点につながっている(図5)。ここで後縁部の節点も同じ位置に2つあり、それぞれ上・下面に属している。後流パネル上には二重湧き出し μ のみが分布し、各列上で μ の値を一定とできるので、後流上の各節点からの影響は、それぞれ連結する後縁節点からの影響係数に足し込むことができる。⁴⁾

2.5 圧力の算出方法

まず、得られた解から擾乱速度(u, v, w)を算出する方法としては、

- (i) 各パネルの3頂点での μ_j の差分と σ_k の値とからパネル表面上の擾乱速度を求める
- (ii) 速度を知りたい位置に検査点を設定し、速度影響係数と μ_j ($j=1, 2, \dots, jmax$), σ_k ($k=1, 2, \dots, kmax$) の値から計算する

の2方法がある。ここでは、Morinoのスキームで

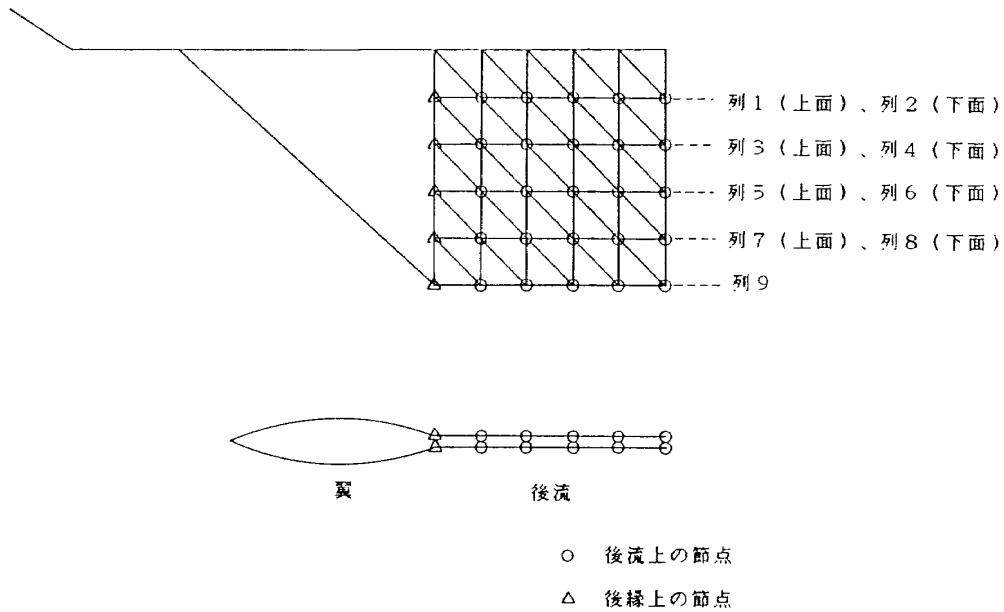


図 5 後流パネルの概念図

解いた場合には(i), 速度境界条件スキームの場合には(ii)の方法を用いた。

擾乱速度から圧力係数 C_p を求めるには, 3 通りの近似式がある。

$$C_p = -2u \tag{4}$$

$$C_p = -2u - v^2 - w^2 \tag{5}$$

$$C_p = -2u - (1 - M^2)u^2 - v^2 - w^2 \tag{6}$$

M : 主流マッハ数

パネル法においては, 基礎方程式が既に線形化されているので, (4)~(6)式のうちの表式がより正確な値を与えるかは理論的に断定できないし, 個々のケースにより異なり得る。ただし, 表式による結果の違いが, 擾乱の大きさの主流に対する割合と同じオーダーであるので, それぞれのケースにおける線形化の妥当性の目安となり得る。

3. 計算結果

3.1 二重くさび翼まわりの流れ

図 6 に計算に用いたパネル集合体の半分を示す。ここで前縁角及び後縁角は, とともに 12.01° である。超音速流であるので, 翼端部以外は 2 次元流となる。Morino のスキームによる計算結果を, 解析解 (衝撃波 - 膨張波理論及び線形理論) とともに図 7 に示す。計算結果は解析解と良く一致している。

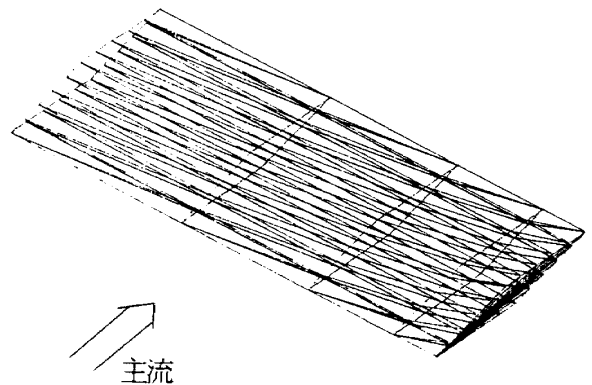


図 6 パネル分割図 (二重くさび翼)

3.2 デルタ翼まわりの流れ

計算に用いた菱形断面デルタ翼の半形状を図 8 に示す。前縁後退角は 45° , 翼厚比は 0.05 である。翼弦方向の圧力分布の計算結果 (Morino のスキーム) を, 解析解⁶⁾とともに図 9 に示す。解析解において, スパン方向座標は半翼幅の 0.25 倍にセットされているが, 計算結果においてはパネル幅の分の広がりを持っている。翼前端の影響, 及び稜線の交点の影響が現われ始める位置を除けば, 両者の結果は良く一致している。計算結果において, より上流でこれらの影響が現われ始めるのは, パネルの広がりによると思われる。

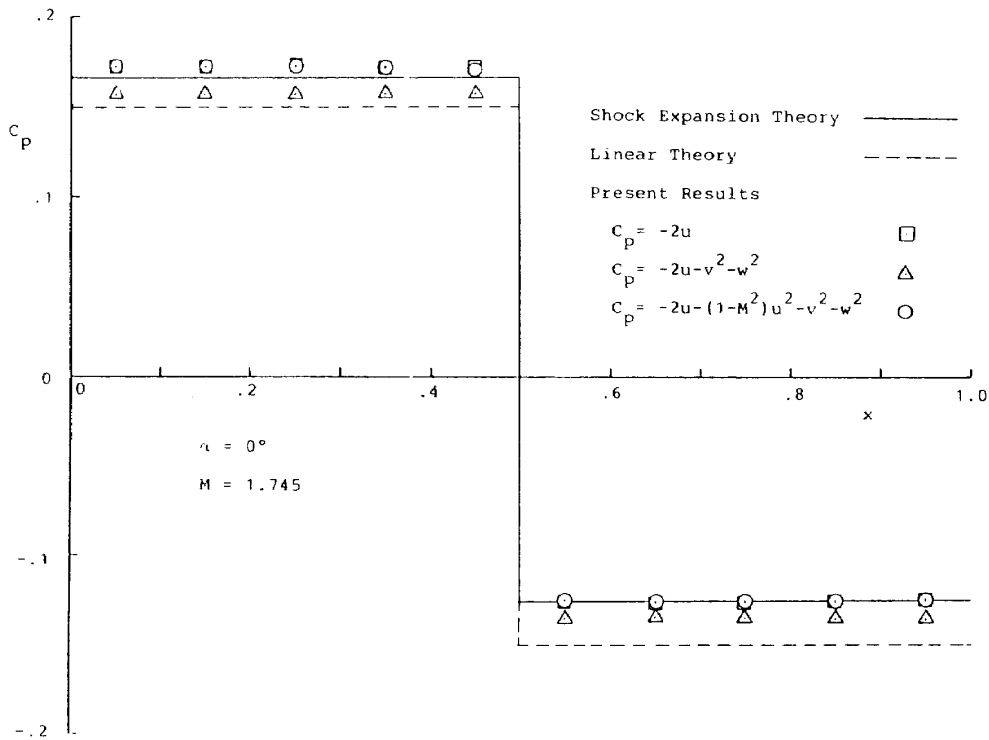


図7 二重くさび翼表面の圧力分布

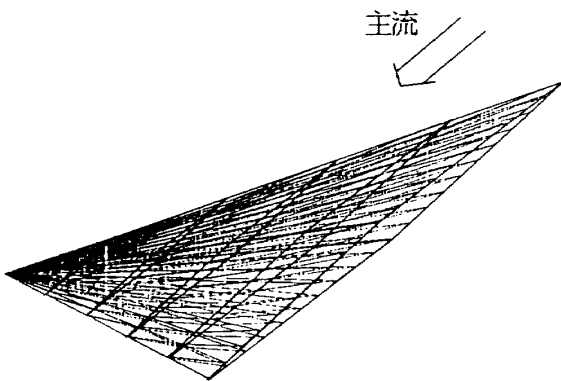


図8 パネル分割図(菱形断面デルタ翼)

3.3 翼胴結合体まわりの流れ

翼胴結合体 (AGARD-B 模型) の半形状を図 10 に示す。翼の後方には後流パネルを設けている。全形状まわりの流れを Morino のスキームで解いた後、擾乱が比較的大きいと考えられる前胴部のみを速度境界条件スキームにより再び解いた。得られた圧力分布を積分して力を求める際に、両スキームの結果を結合させたものと、Morino のスキームの結果のみによるものとの二通りを行なった。揚力係数 C_L の計算結果を風試結果⁷⁾とともに図 11 に示す。風試結果は原点を通るようシフトさせている。計算結果

は風試結果とおおむね一致しているが、迎角 $\alpha = 8^\circ$ では多少とも誤差が大きくなっている。次に抵抗係数 C_D の結果を図 12 に示す。摩擦抵抗の影響を取り除くため、計算結果・風試結果とも零揚力抵抗係数 C_{D0} を差し引いた。両結果は良く一致していると言える。 C_L 、 C_D とも、前胴部に速度境界条件を用いた場合の方が、 C_p の表式による結果の違いが小さくなっている。

3.4 後縁部の検証

亜音速流又は非圧縮流をパネル法で解く場合、翼後縁部の取り扱いに特に注意を要することが知られている。即ち、後流は後縁角 δ の対頂角の内側になければならない (図 13)。超音速流の場合に同様の問題が生ずるかどうかを調べるため、3.1 節で示した二重くさび翼 ($\delta = 12.01^\circ$) を用いて検証を行なった。ただし超音速後縁翼では後流自体は解に影響を及ぼさないので、迎角 α との関係調べた。

表 1 に $\alpha = 0^\circ, 6^\circ, 12^\circ$ における後縁部パネル上の圧力係数の計算結果 (Morino のスキーム) を、稜線より下流側の他のパネルでの値 (「上流部」と表示) とともに示す。ここで後縁部の検査点を次の 3

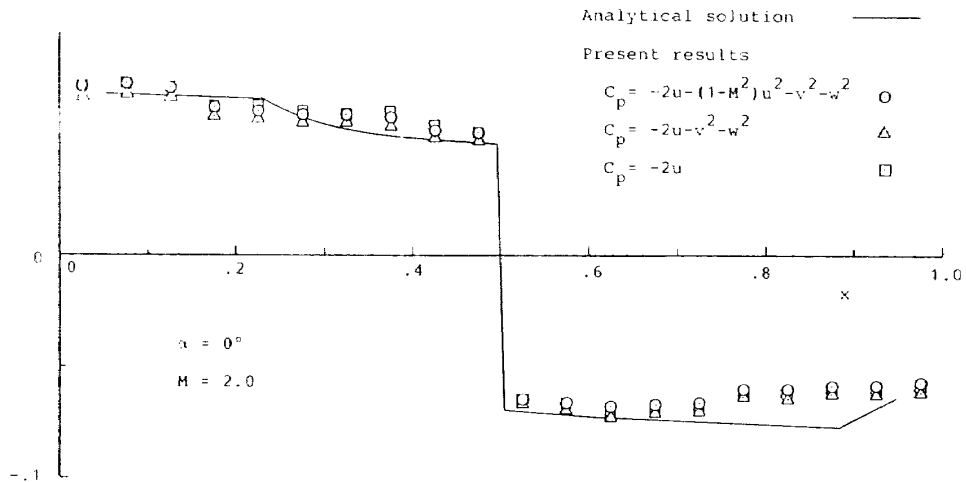


図9 デルタ翼表面の圧力分布

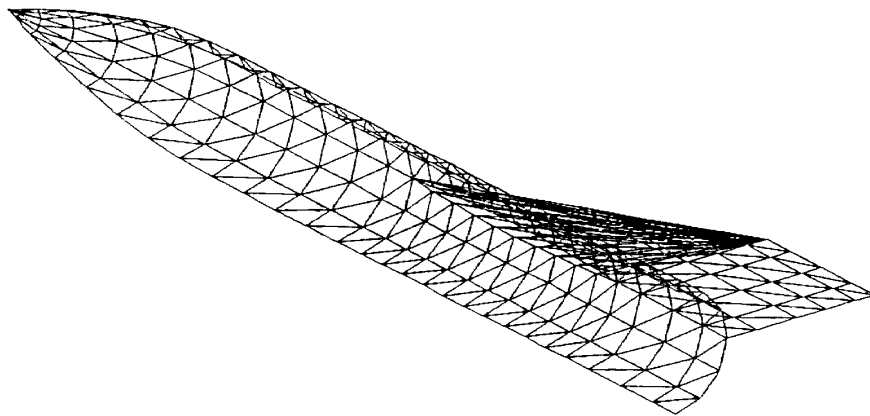


図10 パネル分割図 (AGARD-B 模型)

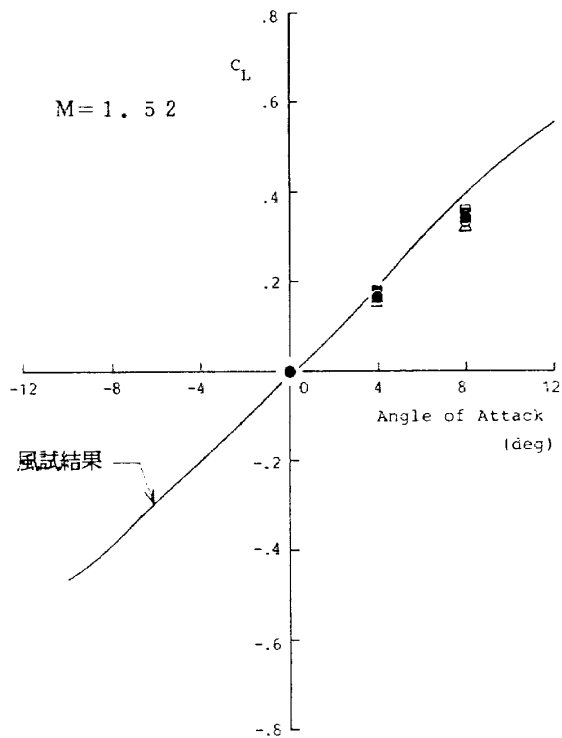


図11 揚力係数 (AGARD-B)

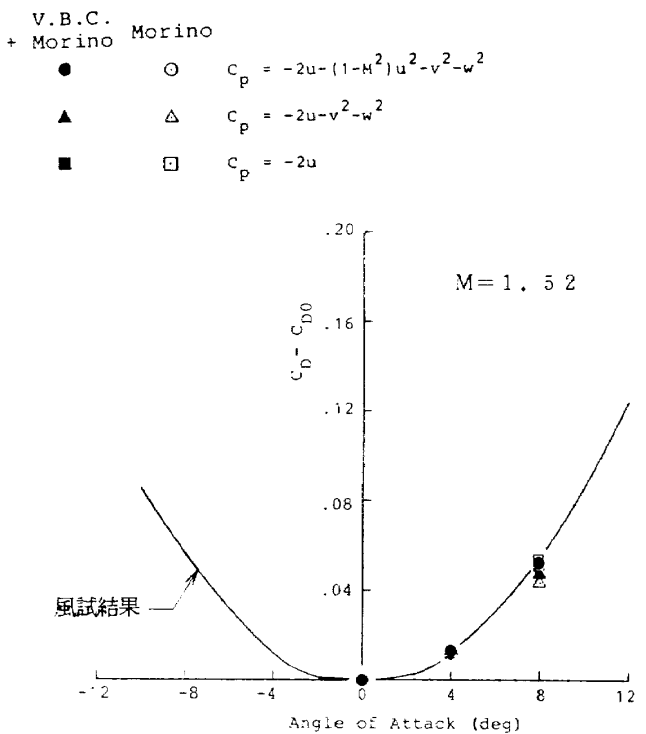


図12 抵抗係数 (AGARD-B)

表1 後縁部パネル上の圧力係数

α	面	Case 1	Case 2	Case 3	上流部
0°	_____	-0.1273	-0.1273	-0.1273	-0.1273
6°	上面	-0.2262	-0.2256	-0.2246	-0.2266
	下面	-0.0009	-0.0018	-0.0030	-0.0006
12°	上面	-0.3079	-0.3070	-0.3057	-0.3086
	下面	0.1708	0.1693	0.1672	0.1721

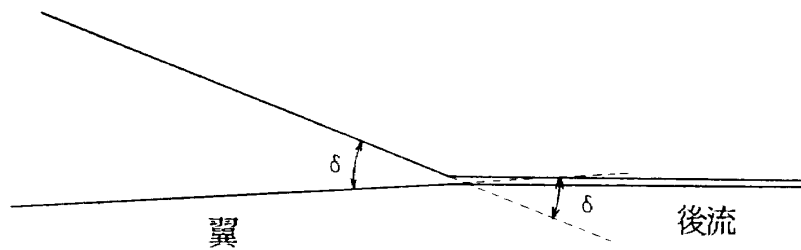


図13 翼及び後流

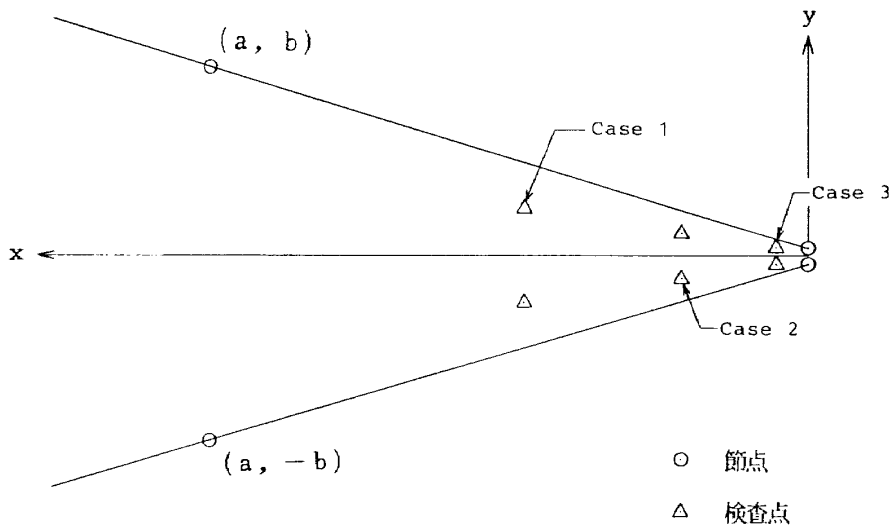


図14 後縁部の検査点

通りの方法で分布させた(図14参照)。

Case 1 : $x=a/10, y=\pm b/20$

Case 2 : $x=a/100, y=\pm b/200$

Case 3 : $x=a/1000, y=\pm b/2000$

数値誤差がなければ、各ケースとも「上流部」と同じ圧力が得られるはずである。表から明らかなよう

に、「上流部」とのずれは最大0.005程度であり、ここで用いた翼形状に関しては、 α を $\delta/2$ より大きく取っても特に問題は生じていないと言える。

3.5 計算時間及びプログラムのサイズ

計算に要したCPU時間は、二重くさび翼(半形

状のパネル数 180 枚, 節点数 106 点) で約 60 秒, デルタ翼 (同 360 枚, 206 点) で約 171 秒, 翼胴結合体 (同 578 枚, 329 点) で約 514 秒であった (IBM 4361-5, いずれも Morino のスキーム)。現プログラムはプロトタイプであり, far field expansion, panel blocking 等のテクニックを用いていないにもかかわらず, 計算時間は妥当な範囲内におさまっていると言える。

プログラムはパネル分割を行なうプリプログラム, 解を求めるメインプログラム, 得られた解から要求データを算出するポストプログラムの 3 つの部分から成る。メインプログラムは最短のバージョンにおいて約 900 ステップで, これは亜音速流あるいは非圧縮流用のパネル法プログラムと同程度である。

4. 結 論

超音速パネル法プログラム MARCAP を用いて, 2 種類の翼形及び翼胴結合体まわりの流れを解いた。二重湧き出しは 1 次分布, 湧き出しは各パネル上で一定とし, Morino のスキームと, 一部のケースで

は速度境界条件スキームを用いた。結果は解析解又は風試結果と良く一致している。現プログラムがプロトタイプであるにもかかわらず, 計算時間は妥当な範囲内で, プログラムのサイズは, 亜音速流あるいは非圧縮流用のパネル法プログラムと同程度である。

参 考 文 献

- 1) Carmichael, R.L., et al.: AIAA Paper 81-1255, 1981.
- 2) Ehlers, F.E., et al.: NASA CR-3062, 1978.
- 3) 丸山, 秋下, 中村: 航技研特別資料 SP-5, pp.113-119 (1985)
- 4) Morino, L., et al.: AIAA J., 13-3, pp. 368-374, 1975.
- 5) Melnik, R.E., et al.: AIAA J. 22-11, pp. 1691-1692, 1984.
- 6) Jones, R.T., et al.: High Speed Wing Theory, Princeton Univ. Press, 1960.
- 7) 高木, 谷, 斎藤, 新井: 航技研資料 TM-20 (1963)