

# 数値計算による自由噴流の特性の研究

石井隆次\* 梅田吉邦\*

## Numerical Analysis of Flow Characteristics of Supersonic Free-Jets

by

Ryuji ISHII and Yoshikuni UMEDA  
*Department of Aeronautics, Kyoto University*

### ABSTRACT

There have been many studies treating supersonic free-jet flows. The general flow characteristics are well known, at least for jets expanded into a stagnant gas. Detailed and precise prediction is, however, very difficult, even numerically. In the present paper, the continuum free-jet flows expanding into stagnant and flowing gases are analyzed numerically by the Piecewise Linear Interpolation Method (PLM). It is found that the flow structures depend very much on the pressure and the flow Mach number of the ambient gas. A few of the numerical results are compared with the experiments.

### 1. ま え が き

オイラー方程式による超音速自由噴流の解析では特性曲線法が最も一般的である。しかし流れ場の中に強い衝撃波が存在し、亜音速領域が現れるような流れでは特性曲線法が(少なくとも局所的には)使用できなくなる。このためノズル出口の気体と外部気体の圧力の比が大きくなり噴流内に垂直衝撃波(Mach disk)が形成されるような自由噴流の数値解析には時間依存法が最も便利であると考えられる。

時間依存法による定常流の解析では初期条件と境界条件が予め与えられねばならない。本研究の経験から言えば、初期条件は求める時間収束解(定常解)の性質および精度に直接的な影響を与えることはないが、境界条件は定常解と直接的、実質的な影響を与える。この事は実験的にも確認されており、理論

的にもある程度説明がつけられる。本研究では二、三の異なる種類の境界条件が適用され、得られた解について比較検討を行った。

従来の超音速自由噴流の数値解析は、そのほとんどは外部気体が静止している場合を取扱っている。しかしながら例えば実際のロケットの打上げのような場合、外部気体の流れは静止から超音速まで変化する。従って理論的にも実用的にも、任意のMach数で流れている外部気体中に噴出する超音速自由噴流の解析が重要であろう。本計算では逆噴射の場合も含めて、外部気体が任意のMach数で流れているような場合の自由噴流の解析が行われた。簡単のため、噴流気体も外部気体も比熱比 $\gamma = 1.4$ の空気とし、流れは軸対称とした。

使用したスキームはPiecewise Linear-Interpolation Method (PLM)で、計算は京都大学大型計算機センターのスーパーコンピューターVP200で行われた。

\* 京都大学工学部航空工学科

## 2. 時間的収束解（定常解）

時間依存法を用いて定常解を求めようとする場合、暗黙のうちに定常解の存在を仮定している。この場合の定常解とは数値計算上の定常解であり、必ずしも実際の物理現象との対応を有しているとは限らない。逆に物理的、あるいは実験的に定常解が存在しても、数値計算上定常解が得られない場合がある。後者の場合、数値スキームあるいは境界条件に問題があることになる。

一般に高レイノルズ数の流れでは「定常流」そのものの定義がむづかしい。超音速自由噴流のノズル出口近傍の薄い自由境界層は本質的に不安定で、そこではいわゆる乱流混合が始まり、その結果生ずる微小スケールの乱れは乱流渦と特性曲線により下流に運ばれる。従って高レイノルズ数の自由噴流では乱流理論に於けるような適当な時間平均あるいは空間的局所平均の意味においてのみ定常解の存在が期待できる。

上で述べたことは、オイラー方程式を用いた高レイノルズ数の超音速自由噴流の数値計算では、得られる解は空間メッシュサイズ（CFL条件を通して時間ステップサイズ）に依存することを意味している。特に定常解を求めようとする場合、メッシュサイズは数値誤差による数値計算上の実効粘性により生ずる微小な乱流渦のスケールの流れ場の空間的変動を押し得るようなある程度以上の大きさを持つことが必要である。

時間依存法で定常解を求めようとする場合、空間メッシュサイズの大きさの他に境界条件の与え方が大変重要である。自由噴流の場合、流れ場は無限遠方まで広がっている。数値計算上は特別な工夫をしない限り流れ場は有限な物理空間に限定されるため、ノズル出口やノズル壁のような実際の境界の外に数値境界が導入される。このとき人為的に導入された有限境界上で与えられる如何なる境界条件も、計算領域内の流れに対しては必ず（程度の差こそあれ）不自然な乱れの発生源となる。多くの場合、この乱れは数値計算上の定常解を求める上で障害となる。その意味で少なくとも数値計算上は、人為的に導入された数値境界での境界条件はなるべく乱れを計算

領域内にもたらさないようなものが望ましいことになる。

## 3. 初期条件と境界条件

既に述べたように本計算では初期条件はあまり重要でなく、その与え方について特に神経質になる必要はない。しかし初期条件の与え方は少なくとも解の時間的収束性に関係するので、計算の経済性の観点からは重要である。ここでは図1 aのように与えたここに $x$ 、 $y$ はノズル半径で無次元化された噴流の軸に沿う距離および $x$ 軸に垂直な半径方向の距離である。

境界条件は求めようとする定常解に直接的な影響を与える。ここで用いた境界条件は図1 bに示されている。ノズル出口では噴出条件、 $x$ 軸上では対称条件、半径方向充分上方では外気条件、ノズル出口外側ではノズル壁がある場合には対称条件、ノズル壁がない場合には外気条件が与えられ、下流境界では流出条件と外気条件の2つの場合が用いられた。特に下流境界ではその他線型外挿条件や、上に述べた適当な条計の組合せも試みられたが、ここでは流

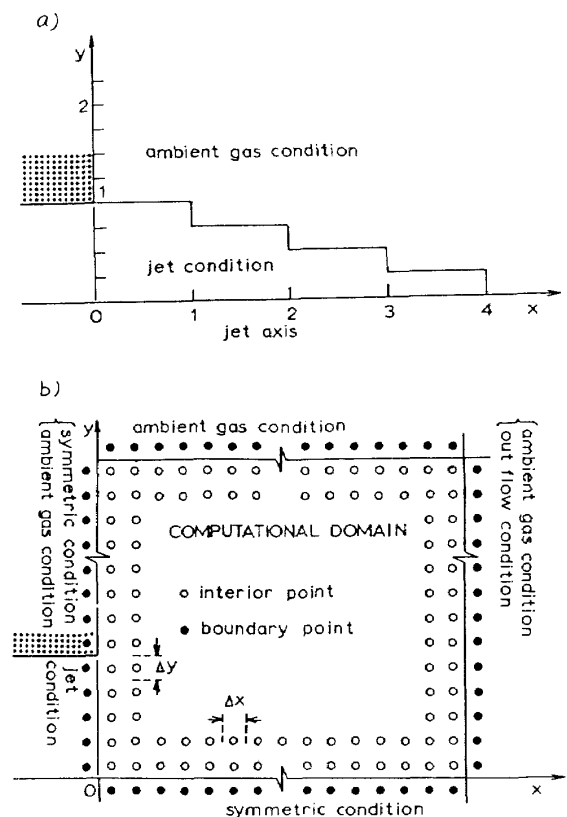


図1 初期条件と境界条件

出条件と外気条件の2つの場合の数値結果を示す。

### 4. 数値結果

図2 a, 2 bは一様音速ノズルから静止気体中に噴出する噴流のx軸上の流速分布を示している。ここに $\bar{p}_0$ は岐点圧力、 $\bar{p}_\infty$ は外気圧力、 $F$ はCFL数、 $N$ は時間ステップ、 $u$ は岐点での音速で無次元化されたx軸方向の流速である。ここでの計算では、ノズル出口外側にはノズル壁があるものとしてそこでは対称条件が適用されている。図2 aは下流境界に流出条件(物理量のx微分がゼロ)を与えた場合、図2 bは下流境界に外気条件を与えた場合の結果である。流出条件、外気条件いずれの場合もMach diskの上流では時間ステップ $N$ が1000を越えると、解はほとんど時間的に収束しており、両方の解は実質的に一致している。しかしMach diskの下流側では各時間ステップ $N$ に対する解は図2 aと図2 bの結果は大きく異なっている。図2 aの流出条件の場合、Mach disk下流側で大きな波状運動が繰返されており、時間的に収束する兆候は見られない。図に

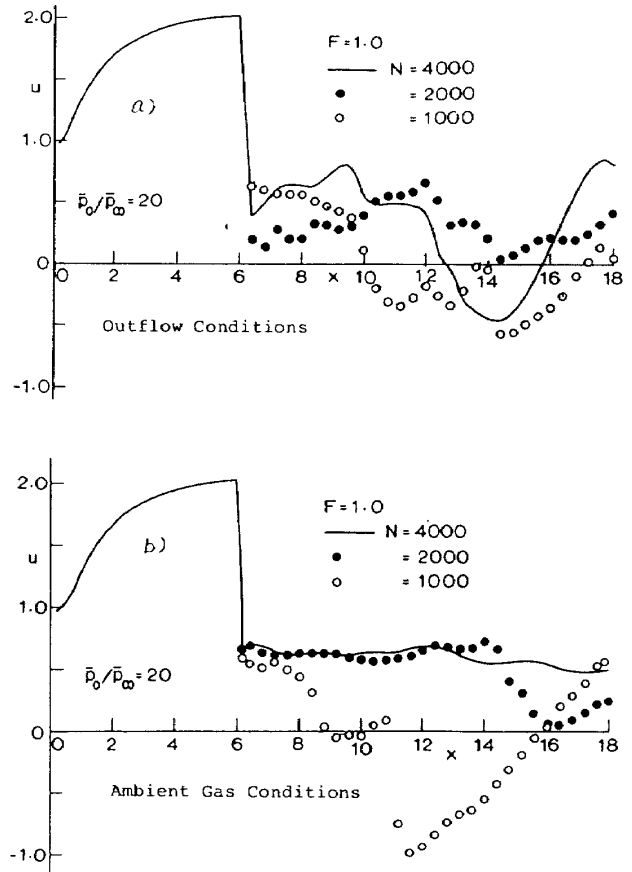
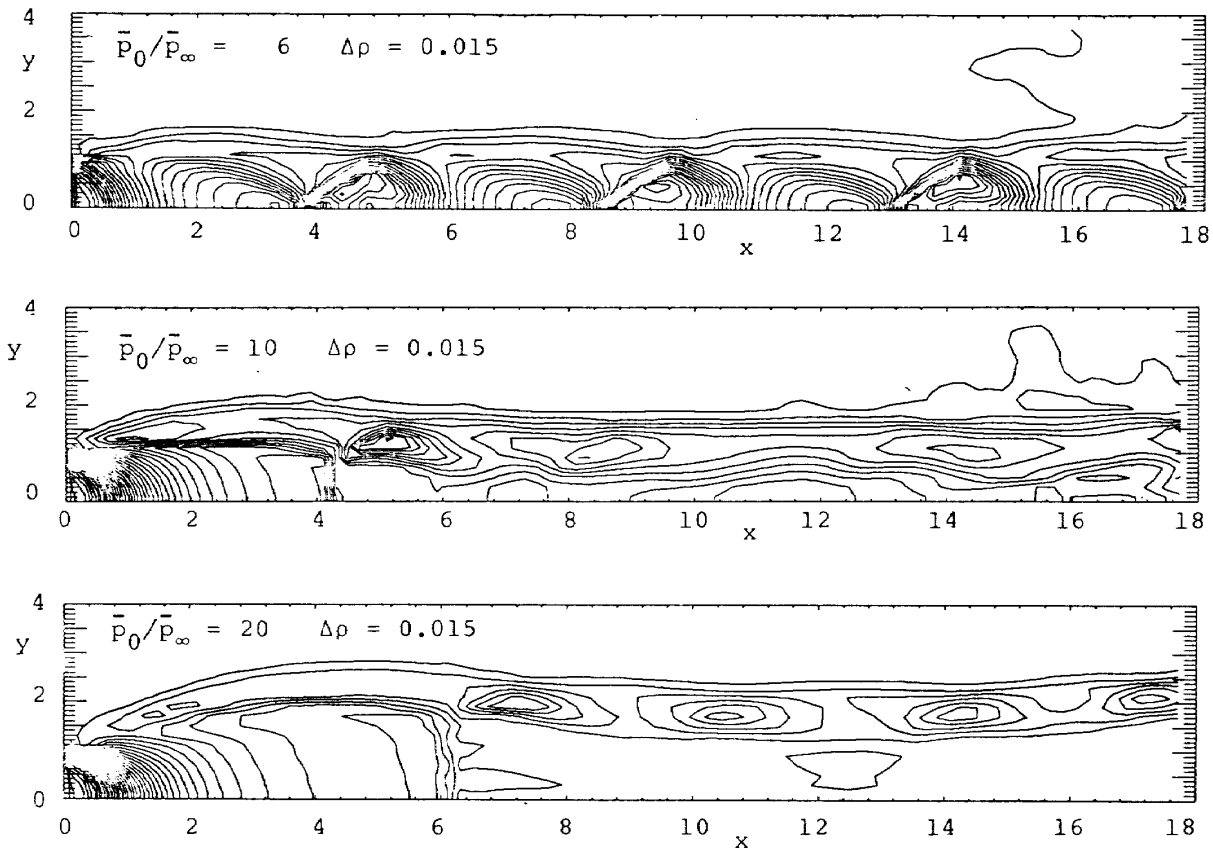


図2 流れ場の時間的収束性



Density contours of gas for one-phase jet

図3 等密度線図

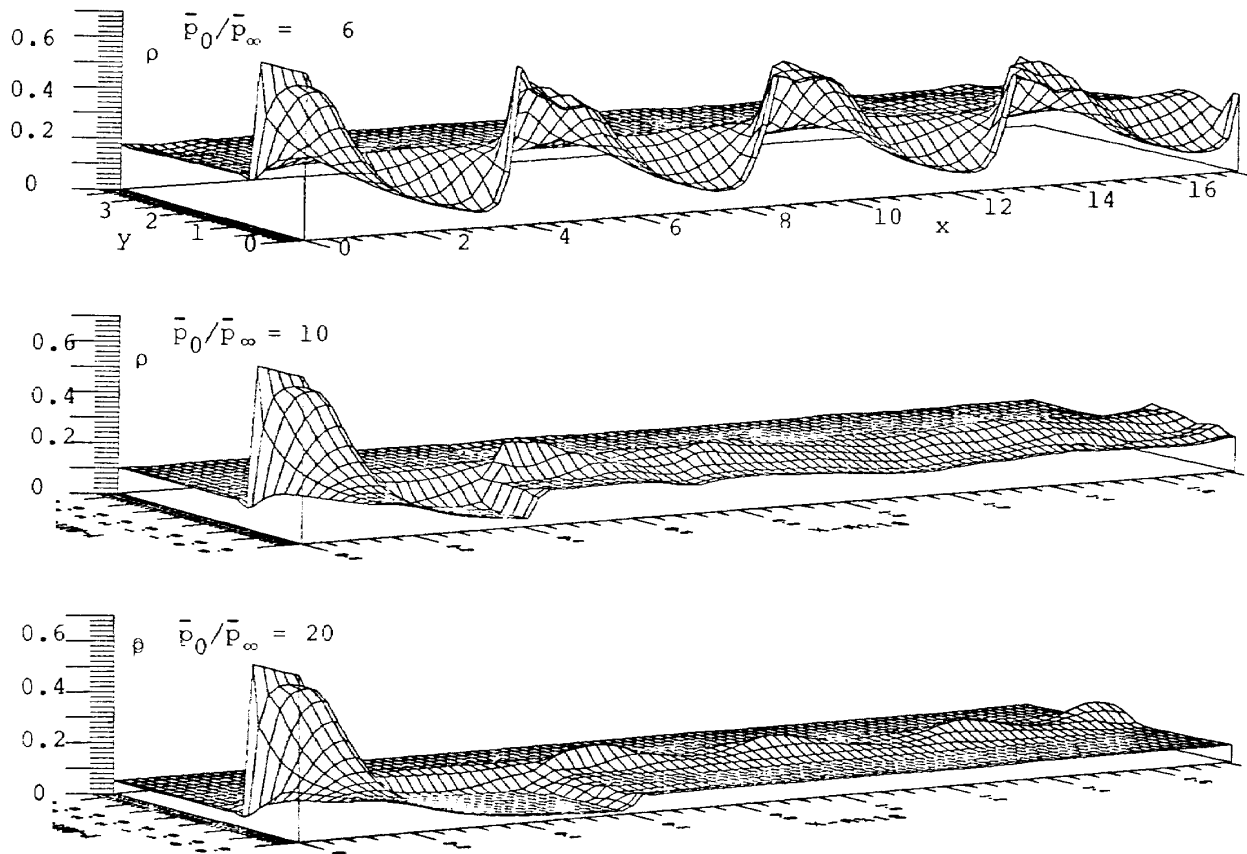
は  $N = 4000$  まで示されているが、この状況は  $N = 10000$  までの計算では変化しなかった。

図2bの外気条件の場合は  $N = 1000, 2000, 4000$  と解は明確に時間的収束性を示している。 $4000 < N \leq 10000$  に対する計算結果は  $N = 4000$  の結果とほとんど差異がなかった。これらの事実は数値計算上の定常解を求めようとする場合、外気条件の方が流出条件より勝れていると言えよう。

外部気体が静止している場合、外気条件を適用すると下流へ向かう噴流は下流境界上で突然流速ゼロの様な外気状態になる。これは物理的に一見乱暴のように思えるが、数値計算上は何の不都合もたらさない<sup>1)</sup>。なぜなら下流境界では、下流境界点とその一つの内側の点との間で Riemann 問題を解かせ、これら2点間の境界での解から求められる流束が実質的な境界条件となるからである。この外気条件は沢田<sup>2)</sup>により始めて導入されたもので、松田等<sup>3,4)</sup>により天体物理の問題にも適用され良好な結果を与え

ることが証明されている。以下に示す計算結果では、下流境界ではすべて外気条件が適用されている。

図3, 図4には圧力比 ( $\bar{p}_0/\bar{p}_\infty$ ) がそれぞれ6, 10, 20の場合の静止外気中に音速で噴出する自由噴流の等密度線図とその鳥瞰図が示されている。Mach diskが形成されるような自由噴流 ( $\bar{p}_0/\bar{p}_\infty > 3.9$ ) の流れ場は図5に図式的に示されている。圧力比が4~10の範囲ではMach diskを伴うセル構造が周期的に現われ、スリップラインに囲まれた中心部分の流れは軸に沿って大きな周期的変動をする。図3, 図4の圧力比6の結果はこの状況を良く示している。圧力比が10を越えるとMach diskはただ1つだけ形成され、その背後のslip lineでかこまれた領域は完全に亜音速になり、流れの中心部分は軸方向に非常に弱い周期変動を示す。これに対してslip lineと噴流境界で囲まれた外周部分の流れは超音速で、軸方向に相対的に大きな周期変動を示す。図3, 図4の圧力比20の結果はこのような流れを



Perspective view of density distribution of gas for one-phase jet

図4 鳥瞰図

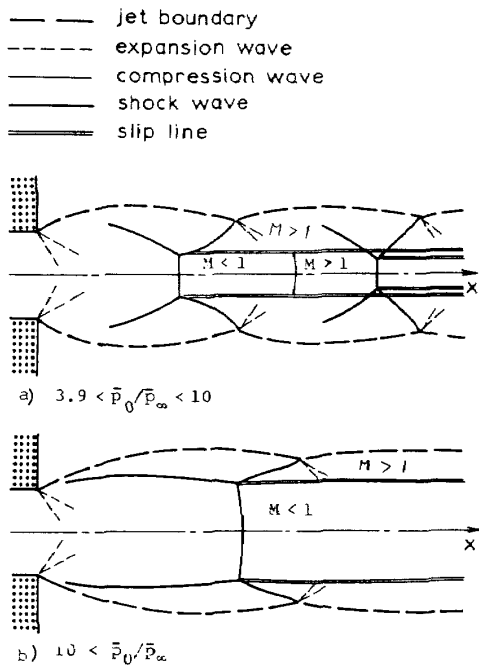


図5 自由噴流の流れ場の特性

示している。圧力比10の結果は上の2つの場合はほぼ中間で、噴流全体が第1 Mach disk背後で同じ程度の強さで軸方向に周期的変動を示している。第1 Mach disk背後の中心部分の流れ場には弱い超音速領域が周期的に現われている。

図6は外部気体が超音速で流れている場合の結果を示している。噴流は一様音速ノズルから噴出している。この場合、ノズル出口外側にはノズル壁はなく、従ってそこでは外気条件が適用されている。ノズル出口から外向きに外部衝撃波が発生しており、又噴流内の反射衝撃波が噴流境界に達するとこの衝撃波は外気中につきぬけている。

図7はいわゆる逆推進噴流の等圧力線図である。外部気体は噴流の方向と反対向きに超音速で流れている。この場合、ノズルは断面積一様な音速ノズルでノズル壁は厚さゼロと近似されており、ノズル出

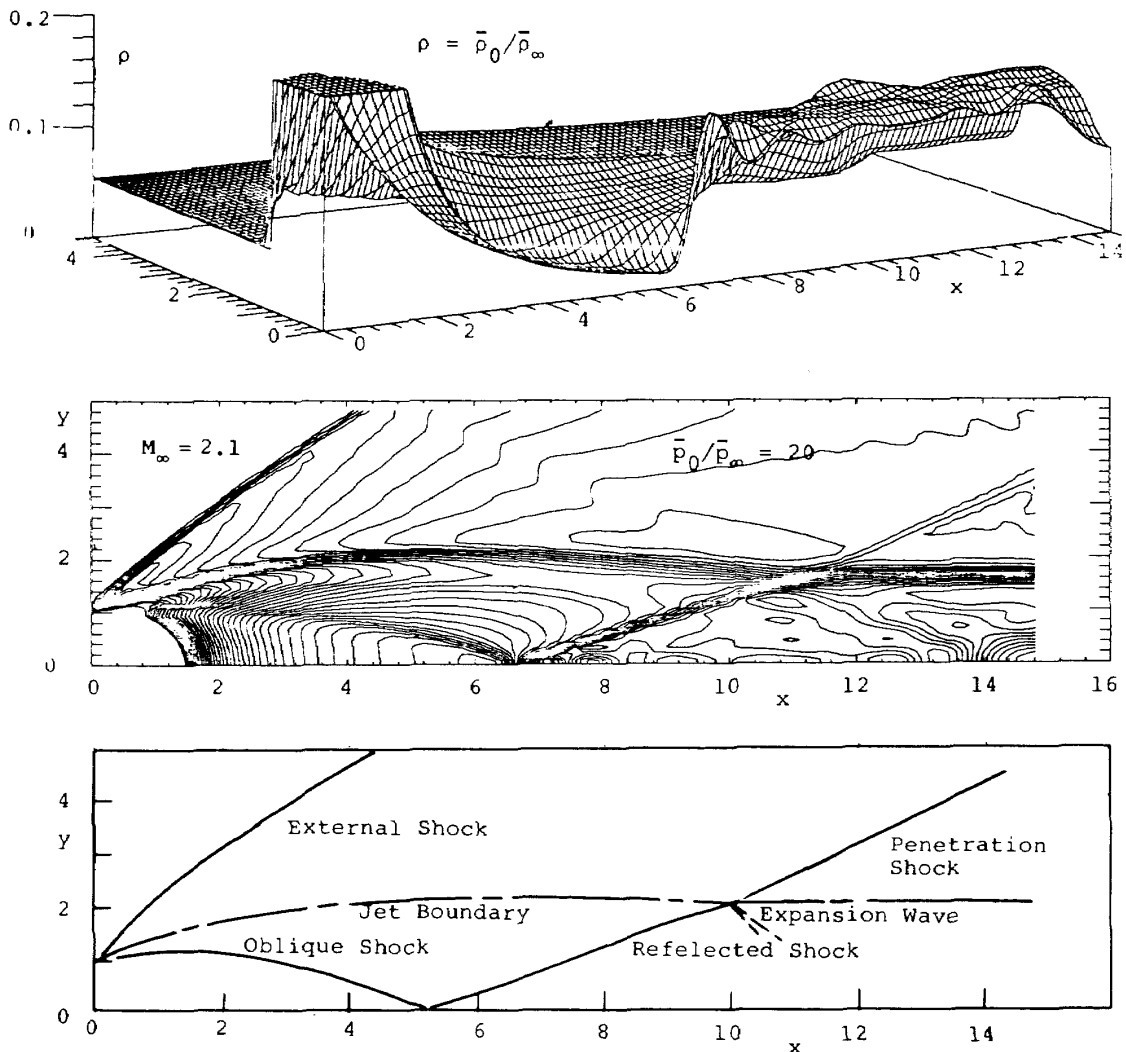


図6 外部流がある場合の自由噴流

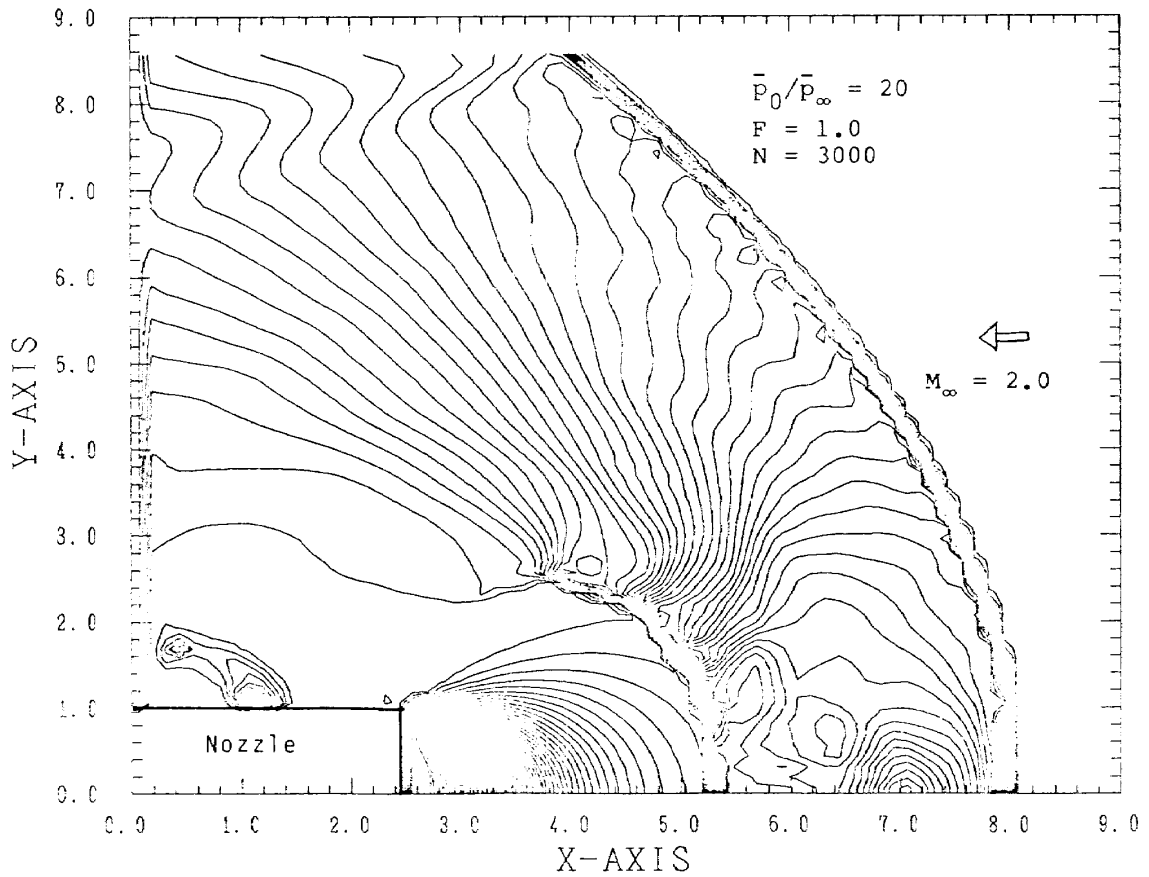


図7 逆推進自由噴流の等圧線図

口は上流境界からかなり内側につき出た位置にある。このような逆推進噴流の解析はこれまでほとんどなく、くわしい解析は今後の問題である。

### 5. 実験との比較

一様音速ノズルから静止気体中に噴出する噴流の第1 Mach diskの位置と大きさの数値結果と実験結果<sup>5)</sup>の比較を図8に示す。明らかに第1 Mach diskに関しては数値結果と実験は良く一致している。次に図9に圧力比が3.90の場合の噴流のシュリーレン写真を示す。噴流は直径1 cmの円形ノズルから噴出している。図9 b, 9 cの噴流中には直径2 mmの細い円柱が噴流の中心を通過して中心軸に垂直に貫ぬいて置かれている。図中のxはノズル出口から円柱前縁までの距離、Dはノズルの直径である。図9 aの噴流のみの写真では3番目のセル構造の衝撃波(白い部分)がかなりぼやけて見える。これは必ずしも衝撃波がなまってぼやけているわけではない。衝撃波のぼやけの最も大きな原因は噴流全体の軸方向および横方向の振動である。くわしい実験<sup>4)</sup>によ

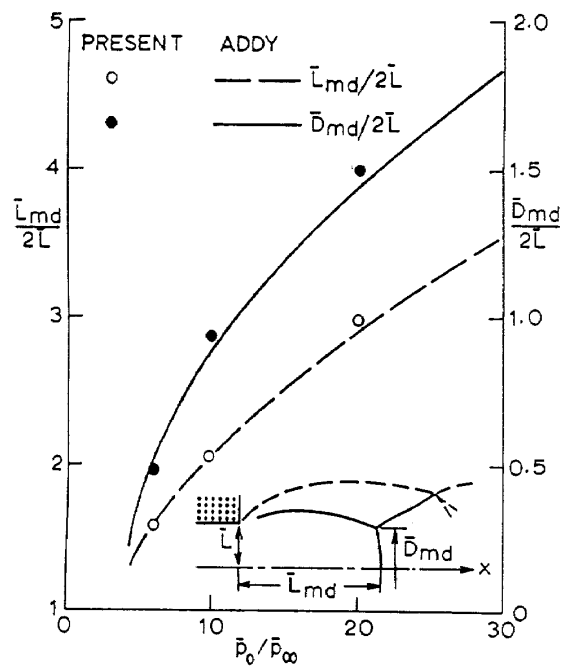


図8 第1 Mach diskの実験と理論の比較

ると、セル構造全体は100～200マイクロ秒の周期で共鳴振動しており、そのため図9 aのような長時間露出(1/30秒)の写真では振動する流れ場が時間

平均化されてその結果セル構造がほけることになる。

図9 a)におけるセル構造の振動は自励振動で噴流自身がつくり出す乱れ(音波)が噴流の外側の気体を通して上流方向に伝播し、それがノズル出口の不安定な自由境界層と干渉し大きな乱れ(渦輪)をつくり出す。この乱れは流れと共に増巾され下流側セル構造の振動をひき起す<sup>4)</sup>

セル構造の振動は上に述べたような一種の feedback loop により起っているから、feedback loop の一部を切断すればセル構造の振動は押えられるはずである。図9 b)は細い円柱を噴流内へ入れることにより feedback loop の切断に成功した例である。図9 b)の噴流は円柱の存在しない図9 a)に比べてセル構造の振動はかなり良く押えられている。しかし一方では噴流に入れられた円柱は新たな乱れの発生源ともなる。図9 c)は円柱の入る場所を図9 b)の場合に比べて少し後方にずらした場合のシュリーレン写真である。図9 c)のセル構造は円柱を入れない図9 a)の場合に比べてかえってはげしく乱れている。図9 c)の例では、円柱を入れることがかえってセル構造の振動を強める効果をもたらしていることになる。

図9の実験結果は数値計算における境界条件との関連から考えると興味深い。数値境界条件(ここでは特に下流境界条件)は程度の差こそあれ乱れの発生源であり、その意味で図9の実験における円柱の役割に似ている。従って下流境界の位置とそこでの境界条件は得られる数値解に影響を与えることは充分予想される。本計算でもこの事実ははっきりと確認された。

### 6. 結 論

高レイノルズ数の自由噴流の数値計算では自由噴流が本質的に不安定な現象であり、厳密な意味では定常解は存在しないことをはっきりと認識しておくことが大切である。しかし図9 a)で示すような時間平均の意味では数値計算上の定常解を求めることは充分意味があると考えられる。

沢田<sup>2)</sup>により始めて与えられ、松田等<sup>3,4)</sup>により応用されている外気条件は少なくとも自由噴流の計算では最も有効な境界条件と考えられる。

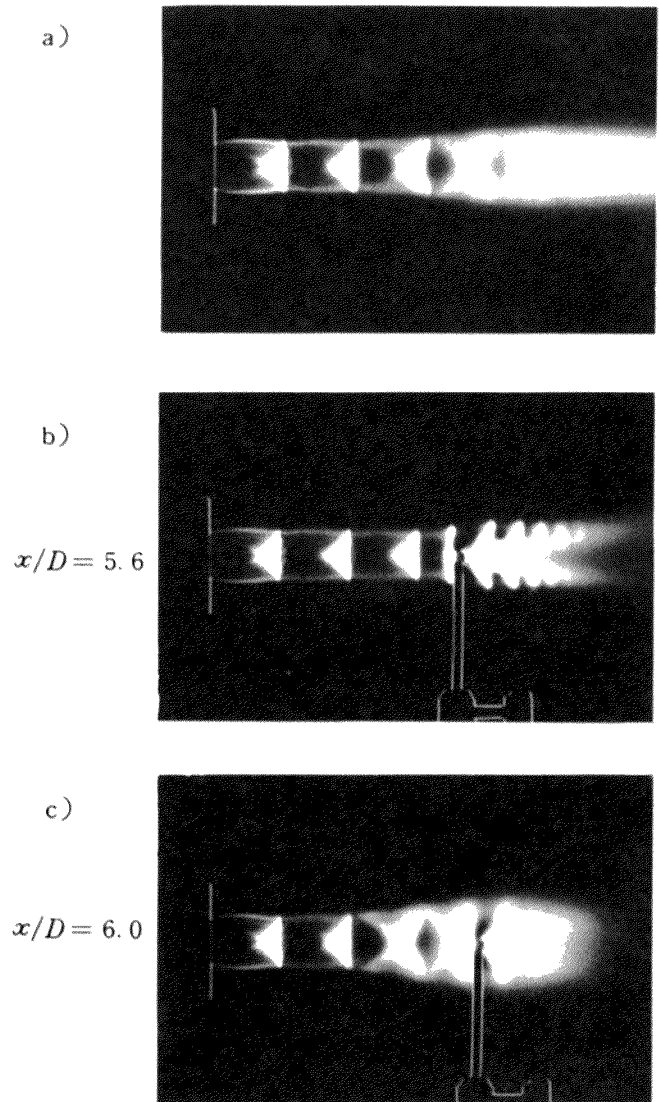


図9 自由噴流のシュリーレン写真

### 参 考 文 献

- 1) Ishii, R. and Umeda, Y.: Free-Jet Flows of Gas-Particle Mixtures, AIAA Paper 86-1317.
- 2) Sawada, K. et al.: Calculation of Flowfields by Several Numerical Techniques, Proceedings of 16th JSASS Annual Conference (in Japanese), April 1985.
- 3) Sawada, K., Shima, E. and Matsuda, T.: The Other Upwind Scheme and its Application to Cosmic Gas Dynamics, Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ., Vol. 48, No. 2, 1985, pp. 240-264.
- 4) 松田卓他4名, "円形乱流ジェットの実験とその数値シミュレーション", 京都大学数理

解析研究所講究録掲載予定。

- 5) Addy, A.L.: Effect of Axisymmetric Sonic Nozzle Geometry on Mach Disk Characteristics, AIAA J., Vol. 19, No. 1, 1981, pp. 121-122.