

円柱周りの流れ

太田高志* 白山晋**
 武田喜一郎*** 桑原邦郎****

Computation of Flow around 2-D Circular Cylinder

by

Takashi OHTA

Department of Engineering, Keio University

Susumu SHIRAYAMA

Department of Engineering, University of Tokyo

Kiichirou TAKEDA

Fluid Mechanics & Computational Laboratories

Kunio KUWAHARA

Institute of Space and Astronautical Science

ABSTRACT

Incompressible flows around a two-dimensional circular cylinder were calculated by a finite difference method. Computations were performed in a wide range of Reynolds numbers. Using fine mesh, the variation of flow patterns corresponding to Reynolds numbers was observed.

The Karman vortex street was captured well by the C-grid system, which has a large number of grid points in the wake region.

1. はじめに

円柱周りの流れ場の解析は、よく取り上げられている問題であり、様々なレイノルズ数に対する流れが、実験、解析において調べられている。数値計算も多数行なわれている。しかし、実験も計算も、あるレイノルズ数の範囲に於ける特定の現象に注目したものが多く、広範囲のレイノルズ数に対して数値

計算を行なった例は少ない。

本稿では系統的に低レイノルズ数から高レイノルズ数への流れ場を解析し、それぞれの結果を比較する事で、各レイノルズ数に対する流れの特徴を明らかにする。

レイノルズ数を高くしていくに従って、安定した双子渦から、カルマン渦列の発生、臨界レイノルズ数前後の抵抗の急減現象がとらえられた。

また、これとは別に、後流側の解像度を上げた格子を用いて、遠方後流のカルマン渦列をとらえる事を試みた。

* 慶応義塾大学理工学部大学院

** 東京大学工学部大学院

*** 計算流体力学研究所

**** 宇宙科学研究所

2. 数値計算法

非圧縮性流体の流れ場を記述するのは、以下のナビエ・ストークス方程式と連続の式である。

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \text{grad}) \mathbf{u} = -\text{grad } P + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{u} \\ \text{div } \mathbf{u} = 0 \end{cases}$$

今回用いた計算法は、これらの式より導かれる圧力方程式を基本とするものである¹⁾

上の方程式は次の様に見える。

$$\begin{cases} \mathbf{W} + \text{grad } P = \mathbf{F} \\ \text{div } \mathbf{W} = 0 \end{cases}$$

ここで

$$\begin{cases} \mathbf{F} = -(\mathbf{u} \cdot \text{grad}) \mathbf{u} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{u} \\ \mathbf{W} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \end{cases}$$

圧力のポアソン方程式は、上で、 \mathbf{F} をヘルムホルツ分解する様な反復法を考える事により、次の形に書ける。

$$\frac{P^{\nu+1} - P^{\nu}}{\varepsilon} = \Delta P - \text{div } \mathbf{F}$$

この式と、ナビエ・ストークス方程式により、以下の手順で計算を行なう。

- (1) 速度場 \mathbf{u} , 圧力 P , の初期条件を設定する。
- (2) 速度場 \mathbf{u} より, \mathbf{F} を計算する。
- (3) 圧力のポアソン方程式により, 圧力場 P , を求める。
- (4) \mathbf{u} , P から, ナビエ・ストークス方程式により, 次の時間ステップの速度場を求める。

以下, (2)~(4)を繰り返し, 時間を進めていく。

時間積分は, オイラーの陰解法によって行ない, 非線型項には 3 次の風上差分を用いて高精度化をはかっている²⁾

計算格子は, O-grid (図 1), を用いており, 円柱の表面に格子を集中させて境界層を十分に解像している。

3. 計算結果

ここでは, 数十から数十万のレイノルズ数の範囲

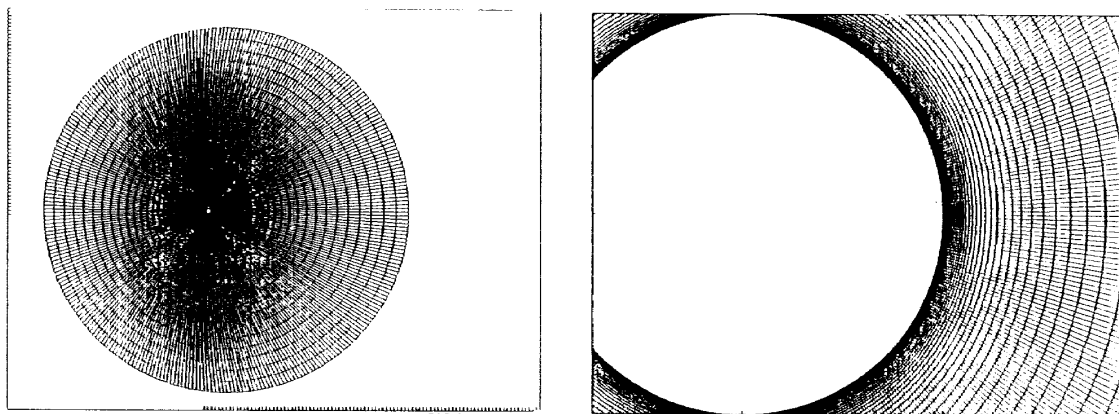


図 1 計算格子 (O-grid), 格子数: 500×100
左: 全体図, 右: 拡大図

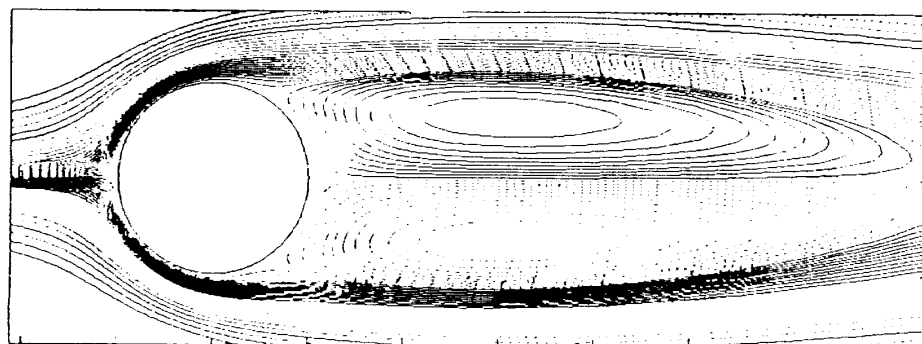


図 2 Re = 60, 流線図 (T = 85)

で、同一の計算格子を用いて計算を行なった。

以下、順を追って各レイノルズ数の計算結果を示す。

図2は $Re = 60$ の無次元時間 $T = 85$ における瞬間流線図である。格子を細かくとり、精度を上げると、低いレイノルズ数では、この様に双子渦が後方に長く伸び、流れが非対称となるのにかなりの時間がかかる。

$Re = 200$ (図3) では、後流に非対称構造が見られている。

$Re = 600$ (図4) となると、2次渦が観察される。

図5は $Re = 2000$ についてのいくつかの時間における結果である。流れの変遷を追って見ると、円柱後部の両端に小さな渦が存在しているが、大局的な流れに影響は出ていない。

$Re = 6000$ (図6) では、さらに渦が円柱後面で発生している。

次の $Re = 20000$ (図7)、 $Re = 60000$ (図8) では、微細な構造が現われてきて、低 Re 数の流れとの違いがはっきりと出ている。流れにも細かい渦の影響が出て、乱れ始めている。

図9は $Re = 200000$ であり、これもいくつかの時間における結果を示す。細かい渦が側方より多数発生していて、後流は複雑な形となっている。

図10において、 $Re = 200000$ と、 $Re = 400000$ の流れを並べて示す。両者の間で流れの様子が一変している。

このレイノルズ数の範囲で抵抗の急減現象が観察されており、その原因が流れの構造の違いとして明確に現われている。抵抗の減じる前では剥離点の位置はそれまでと変わらないが、急減した後は、剥離点が後方に移動し、後流域が非常に狭まった流れとなって、負圧域が小さくなっており、抵抗が下がるという現象が起こっている。

図11は、図10で示した流線図と同じ結果を圧力等高線図によって見たものである。これによると後流域の構造の変化が分かりやすい。 $Re = 400000$ では渦が後方に向かって狭まって存在している。

抵抗係数、揚力係数においても、各 Re 数で顕著な違いが見られる。

異なる3つのレイノルズ数の流れに対する抵抗係数、揚力係数の時間変化を図12に示す。それぞれ

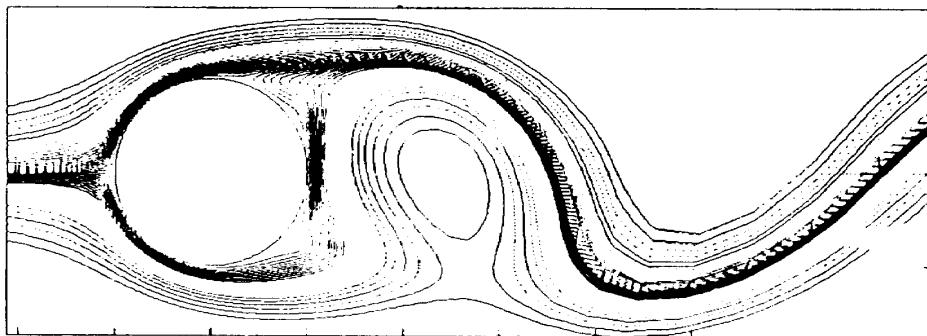


図3 $Re = 200$, 流線図

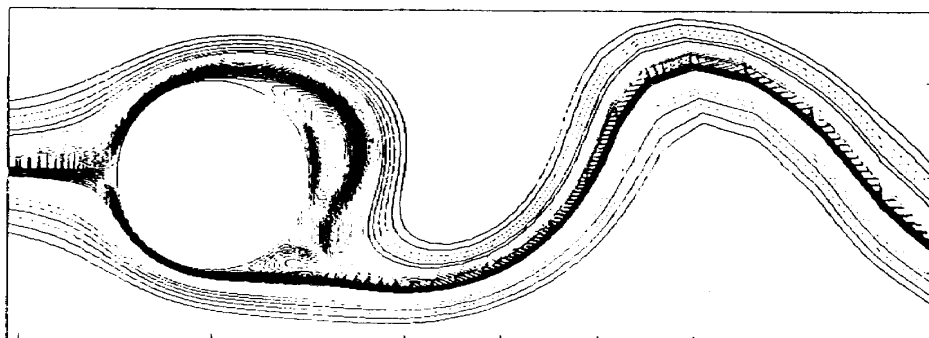


図4 $Re = 600$, 流線図

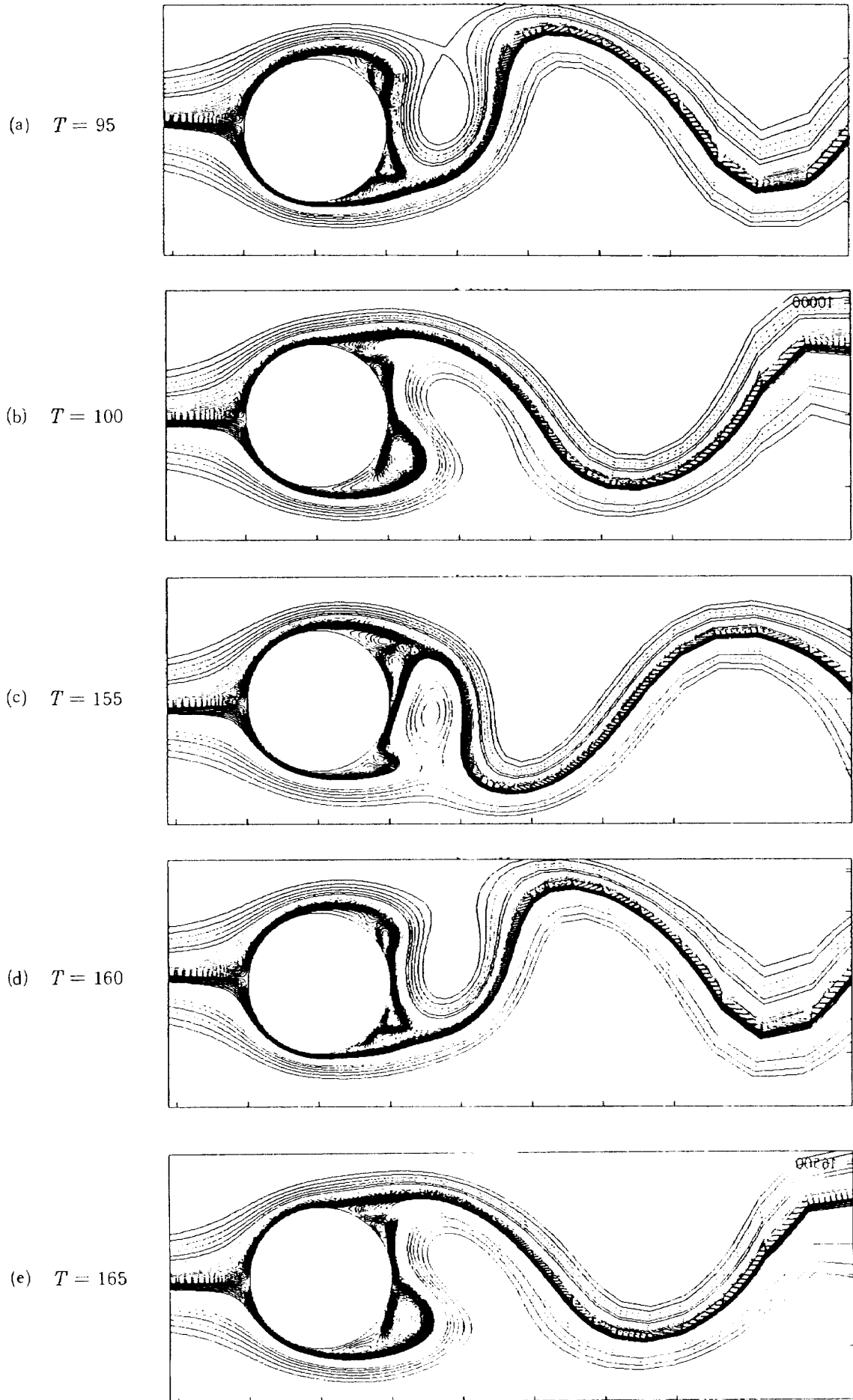


图5 $Re = 2000$, 各時刻に於ける流線図

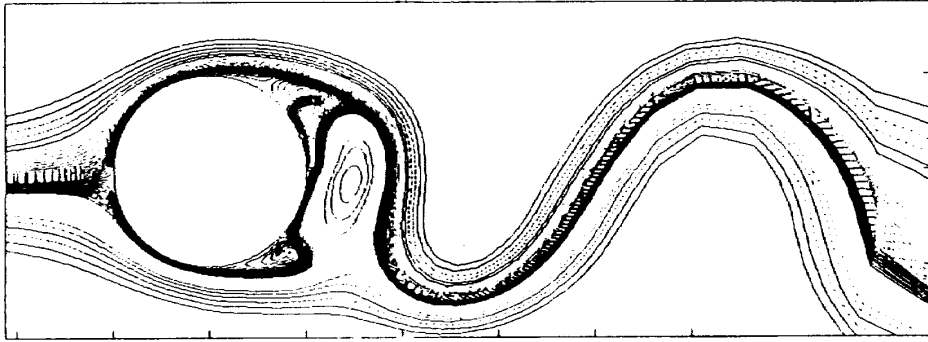


図6 Re = 6000, 流線図

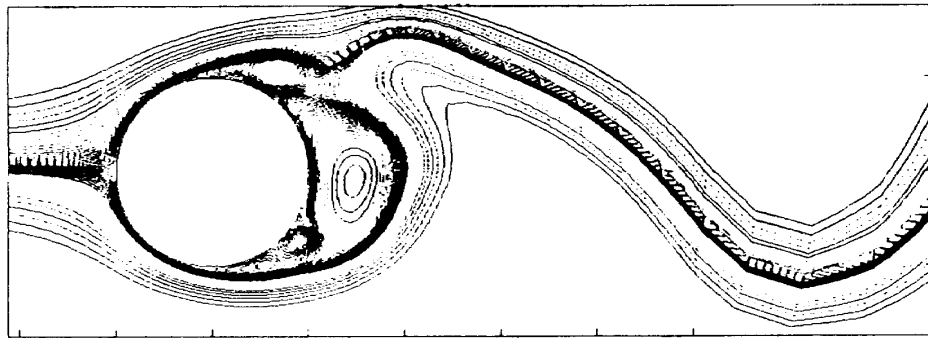


図7 Re = 20000, 流線図



図8 Re = 60000, 流線図

全く異なった振動のパターンを示している。

Re = 600 では、周期的な振動が現われている。

Re = 2000 でも、振動は周期的であるが、さらに4短周期を1とするような大きな変動も見られる。

Re = 20000 においては、変動はかなり不規則になっている。

4. 後流の様子

実験では、図13³⁾の様にカルマン渦の長く続く様子が見られているが、今までの計算では格子の性格上、後流域で格子が徐々に粗くなっていき、数値拡

散が強くなり、図14の様に後方で急速に渦が拡散してしまう。

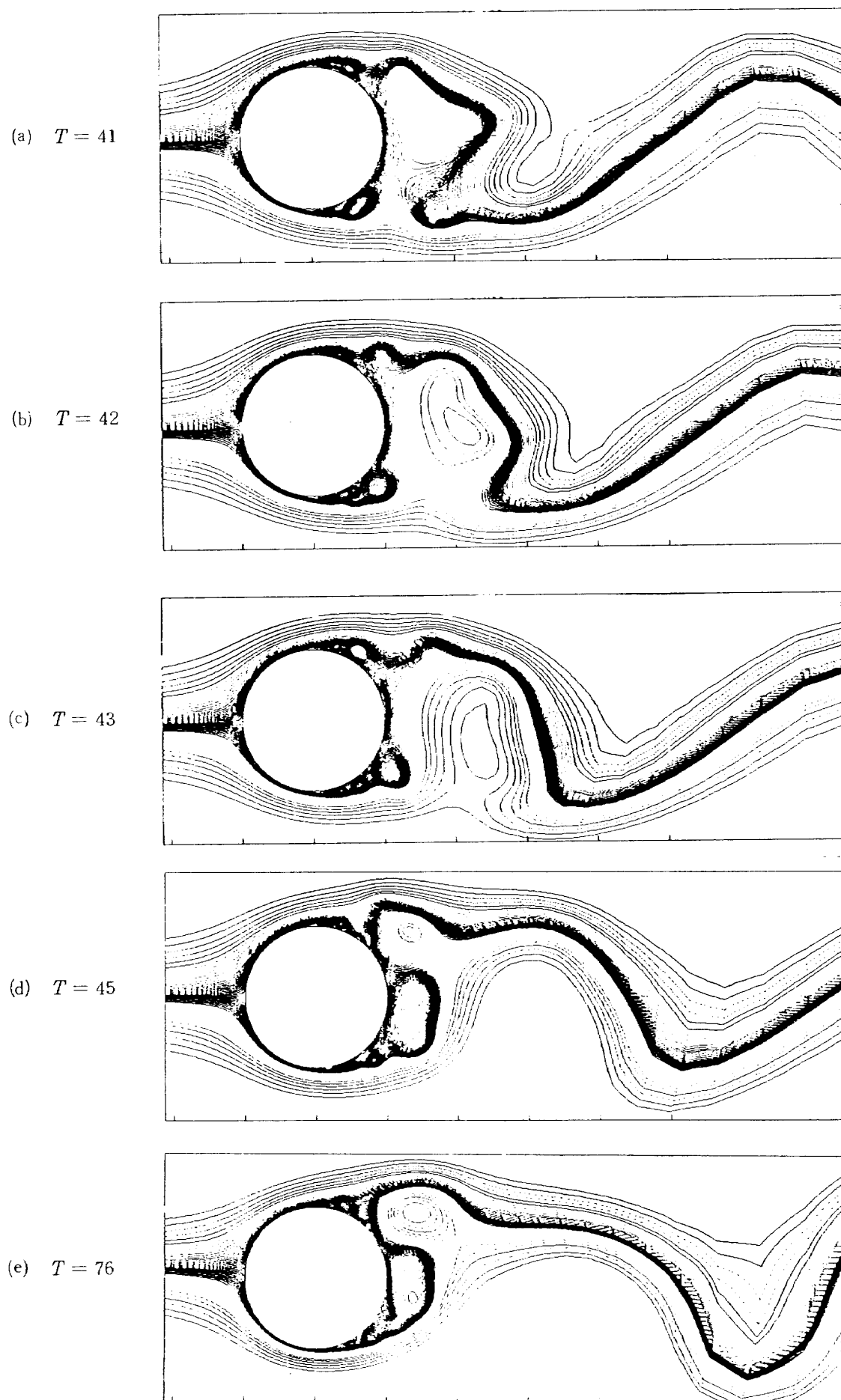
ここでは、後流側での解像度を上げるためC-gridと呼ばれる型の計算格子(図15)を用い、渦列を長くとらえた。

図16に圧力等高線を示す。

Re = 1000 の計算では、図14と異なり、渦列が長く捉えられている。この結果では渦列はかなり規則的な並びを見せている。

図17にレイノルズ数300の実験結果を示す⁴⁾

実験の写真では、6, 7対程の渦が続いたところ

図9 $Re = 200000$, 各時刻における流線図

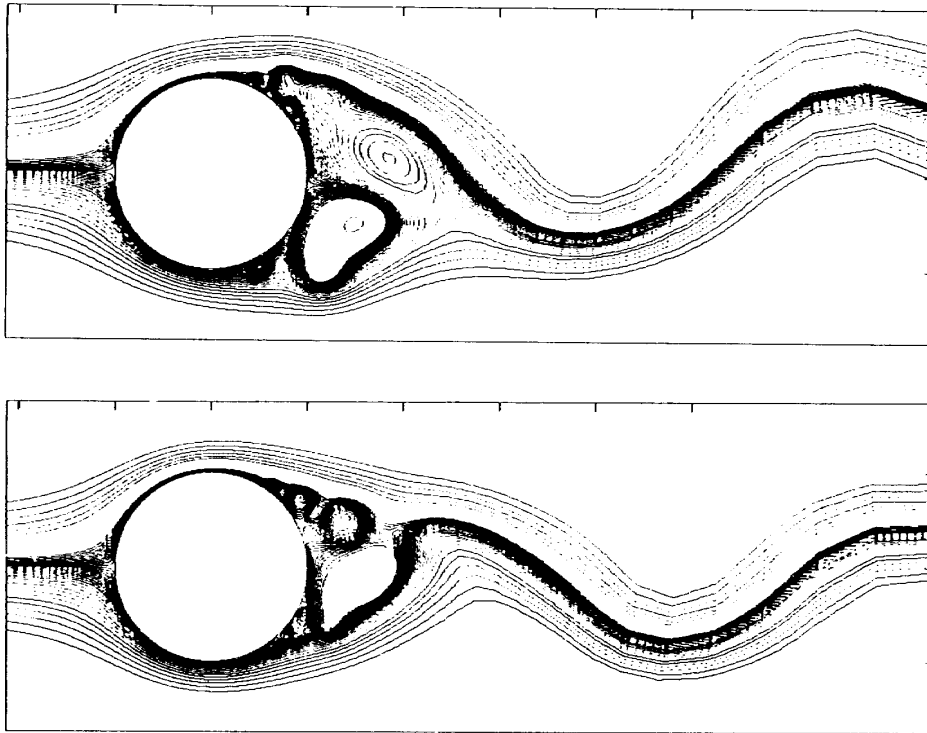


図10 流線図, 上: $Re = 200,000$, 下: $Re = 400,000$

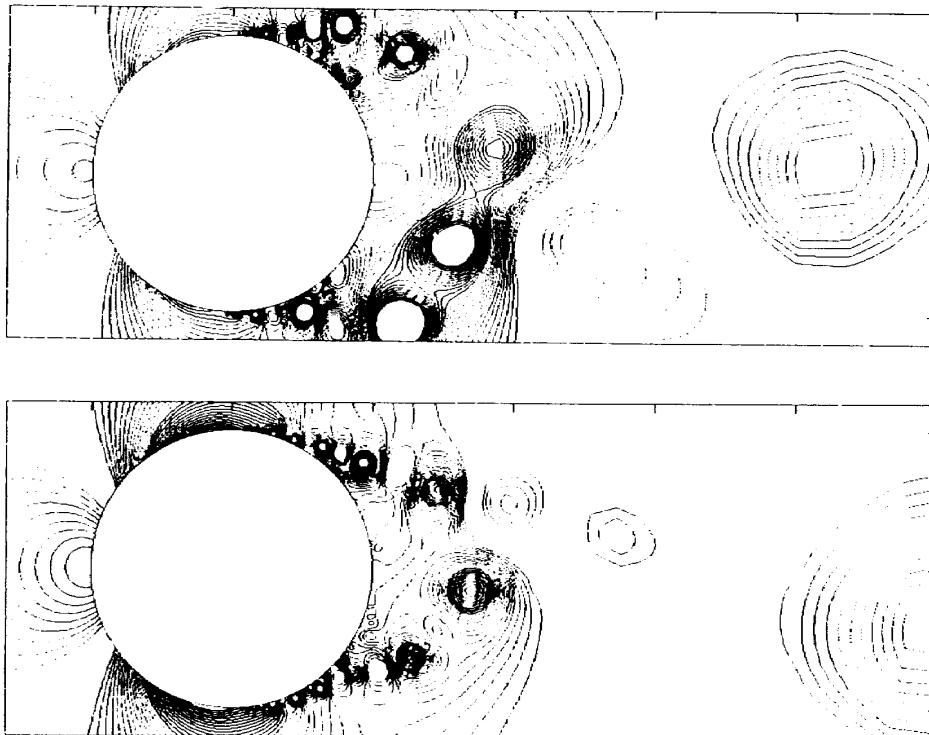


図11 圧力等高線図, 上: $Re = 200,000$, 下: $Re = 400,000$

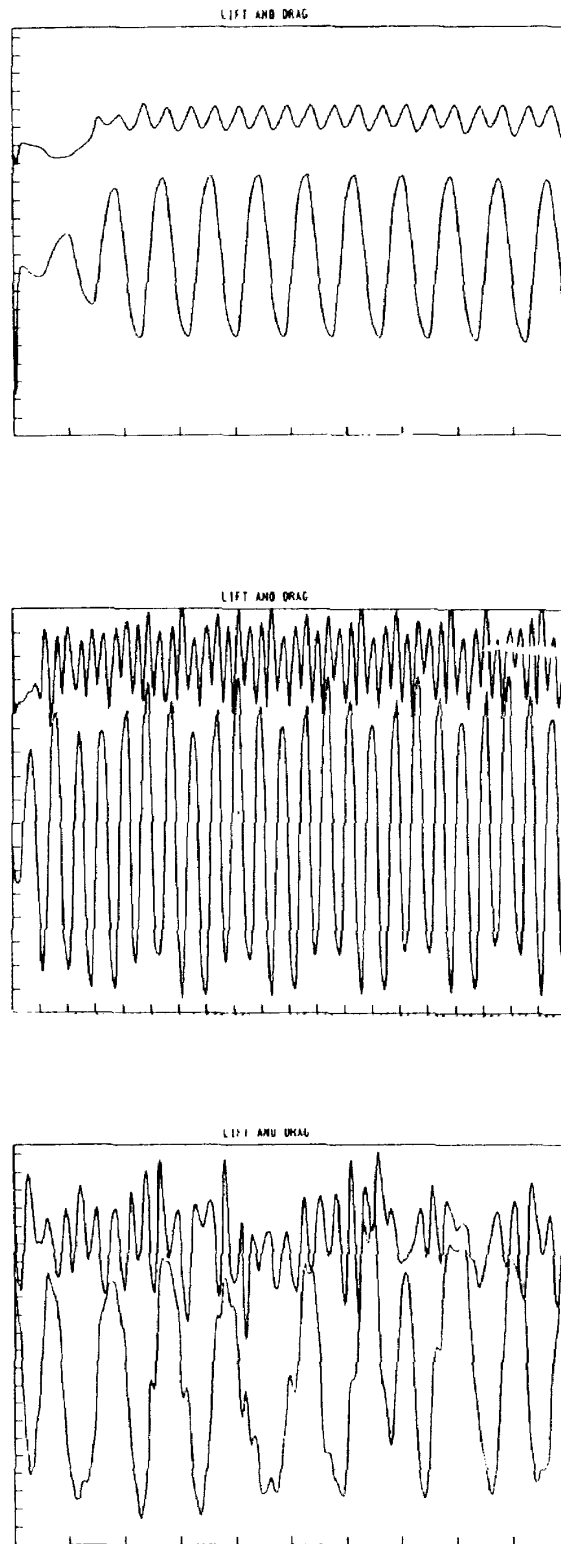


図 12 抵抗係数, 及び, 揚力係数の時間変化
上: $Re = 600$
中: $Re = 2000$
下: $Re = 20000$

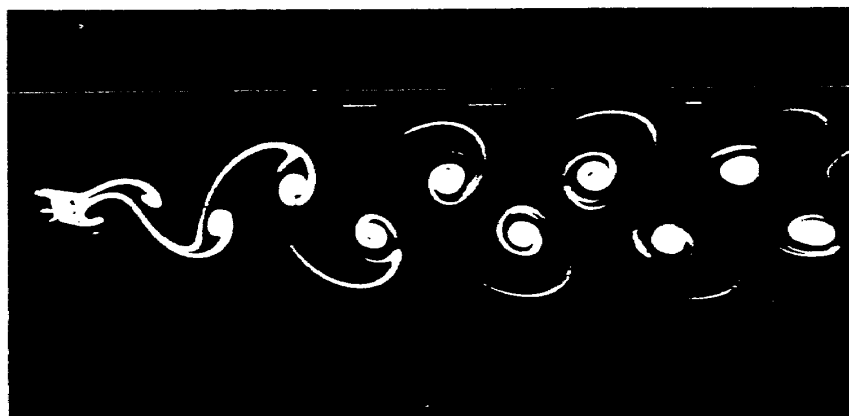


図13 カルマン渦列, $Re = 105$ (Tanedaによる実験)

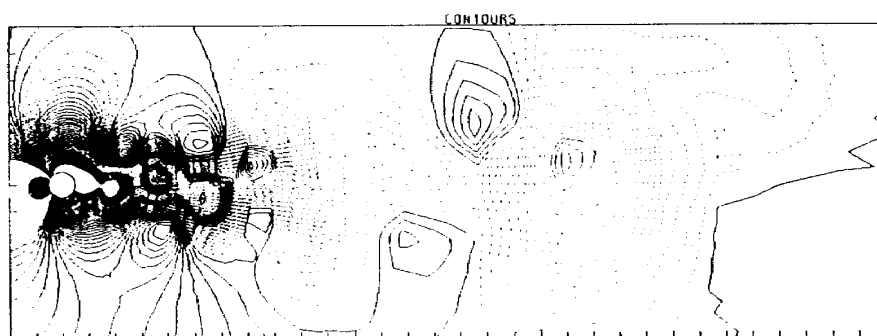


図14 O-gridによる渦列(圧力等高線図), $Re = 1000$

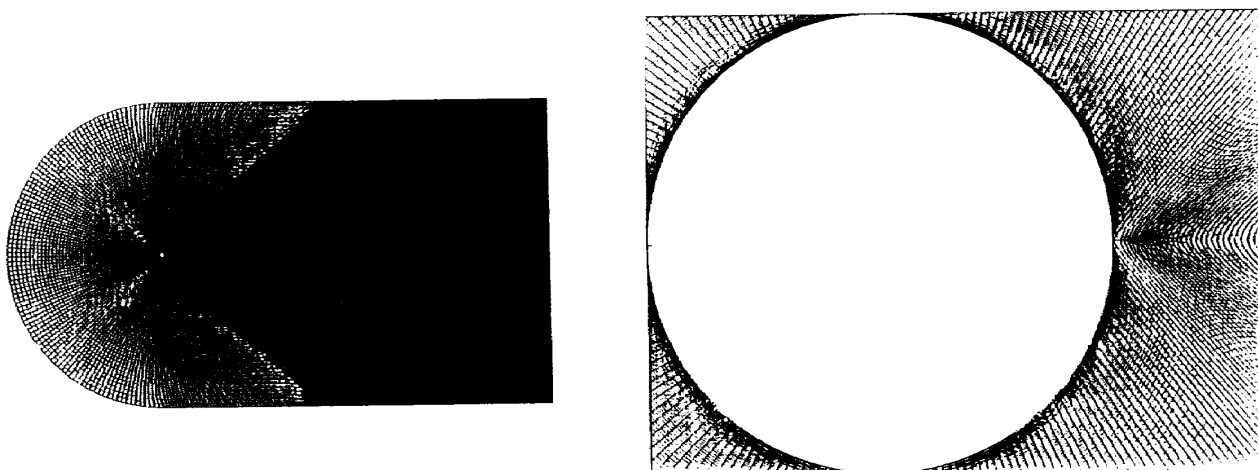


図15 計算格子(C-grid), 格子数: 1000×160
(円柱周り: 200点), 左: 全体図, 右: 拡大図

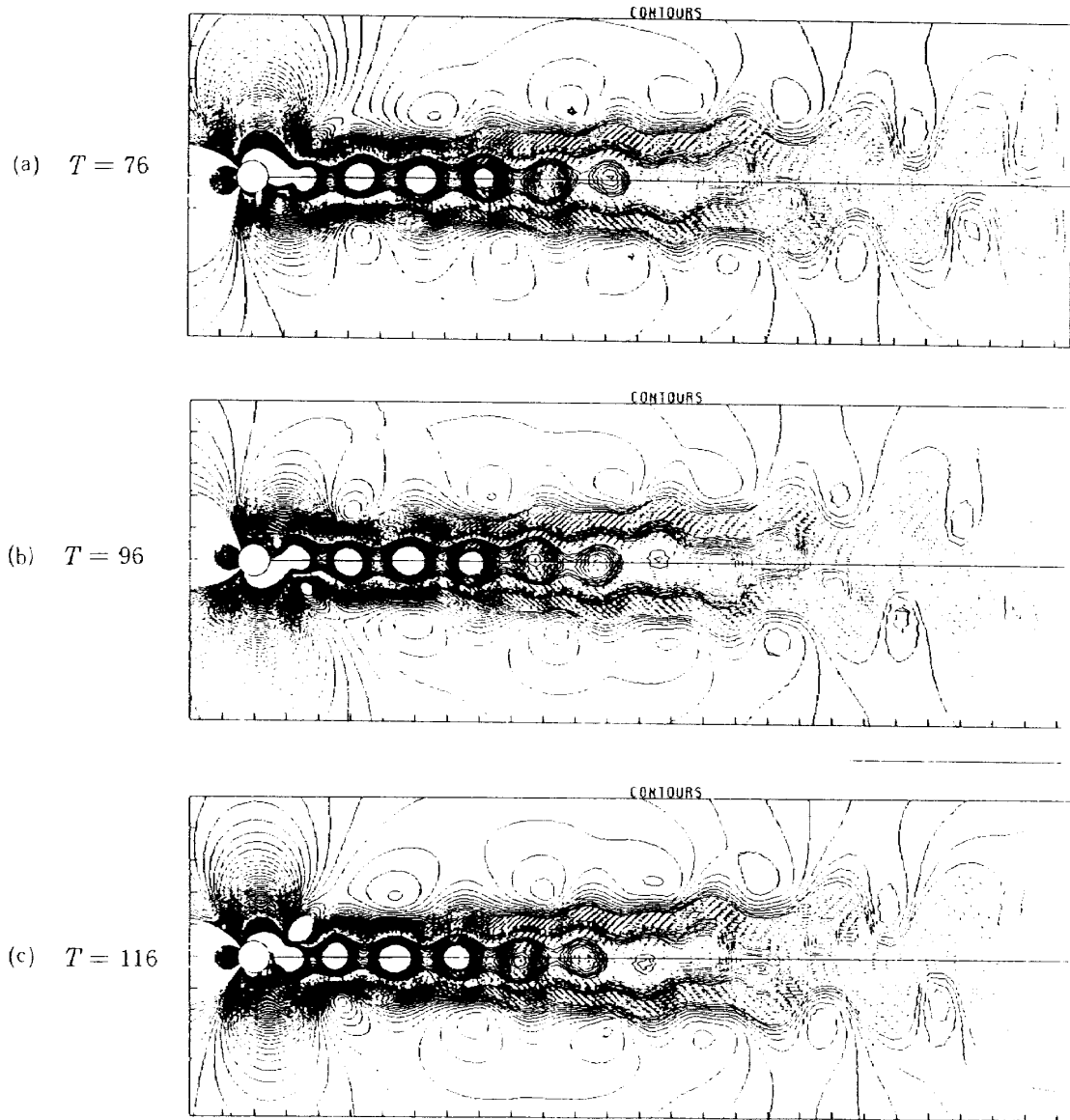


図16 C-gridによる渦列(圧力等高線図), $Re = 1000$



図17 実験による渦列, $Re = 300$ (P. Bradshaw)

で拡散し始めている。

計算でも、同程度のところで渦がくずれはじめる。

5. 結 論

細かい格子で、広範囲のレイノルズ数の計算を行ない、各レイノルズ数の特徴的な流れの構造をとらえる事が出来た。

また、C-gridの使用により、後流構造を長く見ることが出来た。

参 考 文 献

- 1) Takami, H. and Kuwahara, K.: J. of Phys. Soc. Jpn., Vol. 36, 6, 1974.
- 2) Kawamura, T. and Kuwahara, K.: AIAA Paper 84-0340, 1984.
- 3) Van Dyke: An Album of Fluid Motion, The Parabolic Press, p. 57.
- 4) Van Dyke: An Album of Fluid Motion, The Parabolic Press, p. 5.

