

PNS方程式による超音速流れの計算

保 原 充* 中 村 佳 朗*

Numerical Calculation of Supersonic Flow by the PNS Equations

by

Michiru YASUHARA, Yoshiaki NAKAMURA
Nagoya University

ABSTRACT

This paper treats the Parabolized Navier-Stokes equations. We previously solved the Euler equations by finite volume method. The results showed good agreement with experimental results. Then, this was extended to include viscous effect by solving the Navier-Stokes equations, using Beam-Warming scheme. These results also showed good agreement with the Euler code. We also could obtain thermal effect on the Shuttle-like body.

In this paper, we employed the PNS equations in order to reduce CPU time. Actually, the calculation time was reduced to some thousands as much as the thin layer Navier-Stokes equations. The two cases were calculated. One is hemisphere cylinder, and another is hemisphere-elliptic cylinder at an attack angle. The first case was compared with the time-dependent thin-layer NS equations. The comparison between them was good. The second case showed clear effect of attack angle such as the turn of flow from the lower surface to the upper surface.

1. はじめに

最近日本においても、航空・宇宙産業の発達及び社会的要請に伴って、スペースシャトルのような有翼飛しょう体に多くの研究者及び技術者の関心が集まっている。その中の一つとして空力的に有翼飛しよう体のまわりの流れ場を知ることは、設計上たいへん重要になって来ている。

本研究室では、実験として、名古屋大学航空学科にあるマッハ数 8 の流れを出す衝撃風洞により宇宙

科学研究所により作製・実験してきた模型（S I 型及びM II 型）の三分力測定を行い、航空宇宙技術研究所や宇宙科学研究所のデータと比較し、良い結果が得られた。又、宇宙科学研究所の辛島教授により計算されたニュートン法による空力係数との比較も良好であった。

実験のほかに、我々の研究室では、最近のめざましいコンピュータの進歩を取り入れて、数値計算法により高速流れの解析を行っている。通常の航空機では、最近、主翼、胴体、エンジン、尾翼等を含む複雑な形状回りに計算格子を形成し、いくつかのブロックに分けて解く方法が成功を収めている。それ

* 名古屋大学工学部航空学科

に比較して有翼飛しょう体の格子はそれ程複雑ではないが、最近では、オービターとブースターの両方を解くことも行われている。

他方、有翼飛しょう体が高空を高速で飛ぶときには化学反応の流れを考慮する必要性が出てくる。この場合には、空力的性能よりも熱伝達の問題が重要となる。ただし、解くべき方程式がかなり複雑になり、どのくらいの反応の数を考慮するかも問題である。いずれにせよ、この問題は現在、米国等で集中的に研究されており、今後急激に進展する可能性がある。

最初に、我々は、有限体積法によりオイラー方程式の解を求めた。この方法は、マコーマックの陽的解法を利用したもので、マッハ数 8 の S I 型モデルの流れは実験と良い一致を示した。¹⁾

その後、粘性を入れることを考え、三次元物体まわりの超音速流れ場について、ビーム・ウォーミング法により薄層ナビエ・ストークス (Thin Layer N.S.) 方程式(物体から垂直方向にのみ粘性力を考慮)を解くコードを作製し、オイラー方程式との比較も良好であった。²⁾

今回、それに続くものとして、主流が超音速の場合に可能な放物型ナビエ・ストークス方程式 (Parabolized N.S.) を同様な方法で解くコードを作製した。この方法論については、Tannehill らの論文³⁾、Anderson らの本⁴⁾や最近では Lawrence らの論文⁵⁾に載っている。

このコードの有用性は、通常の時間進行法に対して、主流方向への空間進行法を使って解くため、計算時間が大幅に短縮されることにある。その結果、模型の形状を変えることにより生じる流れのパターンの変化を知ることも容易となり、形状設計に大いに威力を発揮するものと考えられる。

ここで紹介する適用例は、マッハ数 3 の一様流中に置かれた鈍頭物体まわりの流れで、迎角 0° の半球円柱、及び後流部で形状を橿円柱に変形させたものの計 2 種類である。又、第一の例題では、出来る範囲内で薄層 NS 方程式との比較を行っている。

2. 支配方程式及び境界条件

方程式そのものは参考文献を見ていただくとして

省略する。放物型 NS 方程式は次のような仮定の基に得られる。

① 定常流

② 主流方向の粘性の微分は、他の 2 方向(周方向と物体から垂直方向)に比べて無視できる。

ここで、問題となるのは、主流方向の圧力勾配で、物体近傍の亜音速領域(境界層)での値が上流に影響を及ぼし、解を不安定にする。本研究では、Vigneron ら⁶⁾により提唱された、圧力勾配をある比率(ω)で左辺と右辺に分ける方法を用いた。また、そのとき、各圧力勾配は、底層のすぐ上での値で置き換えた。

境界条件として、物体から外側に伸びる座標の境界を衝撃波とした(衝撃波境界法)。この方法は多少複雑であるが、衝撃波捕獲法のように衝撃波が計算により厚くなる心配がなく、衝撃波の位置に関して、実験との比較が鮮明にできる長所がある。

PNS 方程式のある意味での欠点は、上流境界での値を与えなければならないことである。鈍頭物体の激点付近は亜音速領域となるため、PNS 方程式は使えない。そこで、時間微分を含んだ TNS 方程式で半球・円柱まわりの流れを解いた結果を使用した。

3. 計算結果

ここでは 2 種類の形状に対して行った計算結果を紹介する。

1) ケース 1

半球 + 円柱 まわりの流れ。TNS 方程式との比較がされている。

2) ケース 2

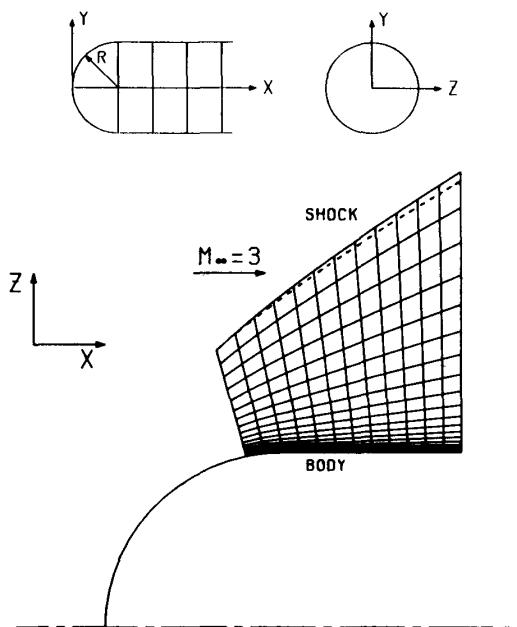
半球 + 橿円柱 まわりの流れ。橿円柱の鉛直断面は円であるが、その中心が下流に行くにつれ、直線的に下方向にずれ、迎角のある物体に対応する(中心軸は 5.7° の勾配)。

一般的に、本計算では、計算時間が極わずかであった。時間進行の方程式を解くのに比較して、数千分の一の程度であり、それは、ちょうど、時間的反復回数分に相当する。

格子の数は、物体から衝撃波方向に 20 本、周方向に 13 本、主流方向に 13 断面計算した。この程度

だと、M 382 計算機で 10 秒以下で済む。

第1図に、ケース1の物体形状及び計算で生成された格子を示す。物体から衝撃波方向への格子間隔は予め与えられた比率で決められている。また、この図には、薄層NS方程式の衝撃波が破線で示され



第1図 ケース1の物体形状及び作製された計算格子

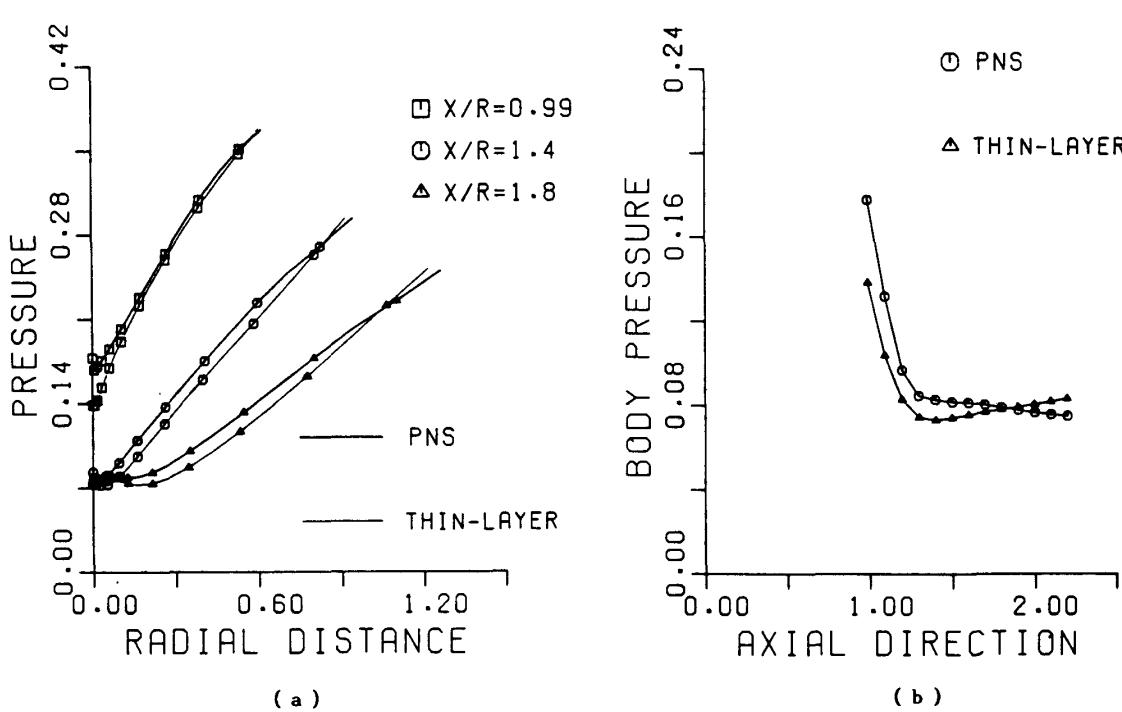
ている。PNS法の方が多少外側に来る。

第2a図は、主流方向3箇所での($x/R = 0.99, 1.4, 1.8$)、物体から衝撃波方向への圧力分布を示す。圧力は、物体から外側に向かって上昇しており、TNS方程式との比較は、かなりの良い一致を示している。

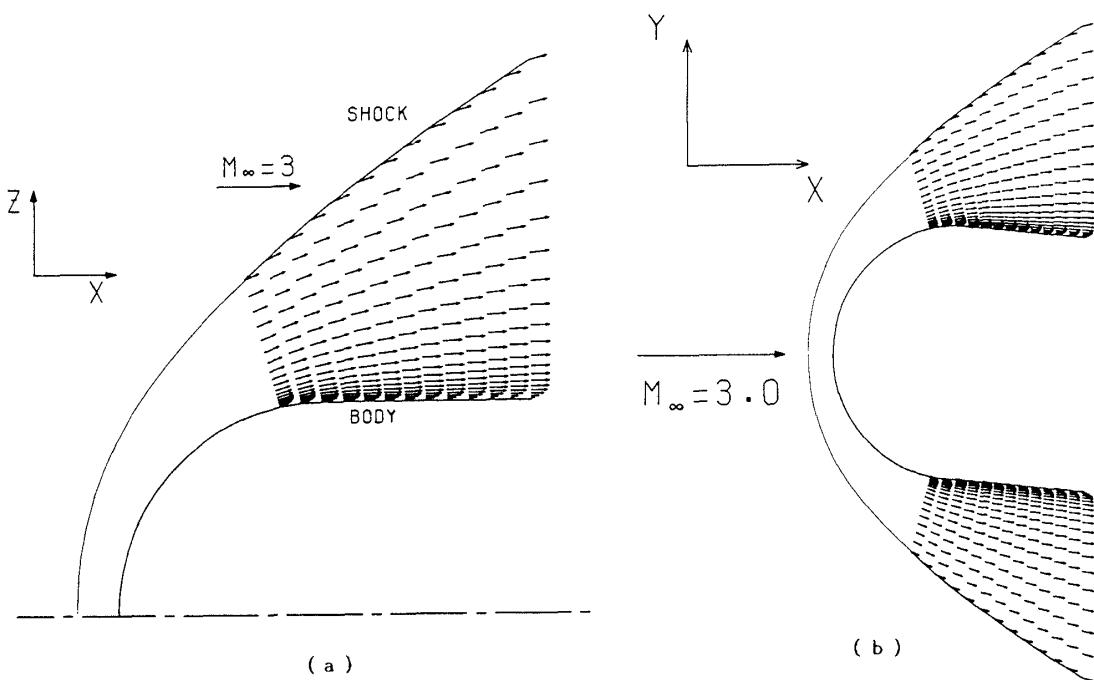
第2b図は、物体に添っての圧力分布であり、PNS方程式を使用し始めた所から図にしてある。この図から、最初に、PNSでは圧力の跳び(上昇)が生じ、その後で両者とも、急激に下がる事が分かる。しかし、そのあとで、平坦的な振る舞いを示すが、PNSの場合は少しずつ下降し、時間進行法(TNS)のほうは少しずつ上昇する違いが生じる。

第3a図は、ケース1の場合の軸を含む断面内の速度分布を示す。境界層が物体面上に沿って発達していること、また、衝撃波直後の流れも合理的な挙動を示している。

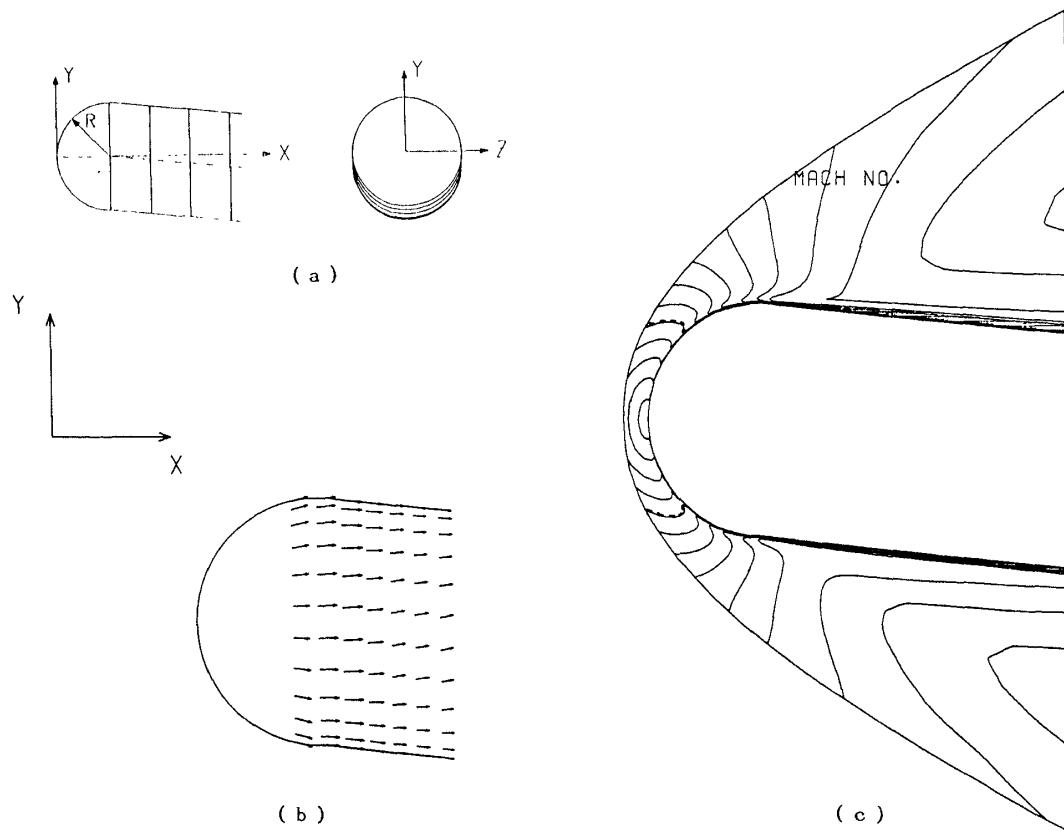
次に第2のケースを示そう。上流側は、半球で、その後ろに橢円柱を付けた場合である。この形状は、迎角の付いた物体の場合に相当する(第4a図)。軸を含む断面内の速度分布は、第3b図に載っており、滑らかな流れ模様を示している。また、上流部

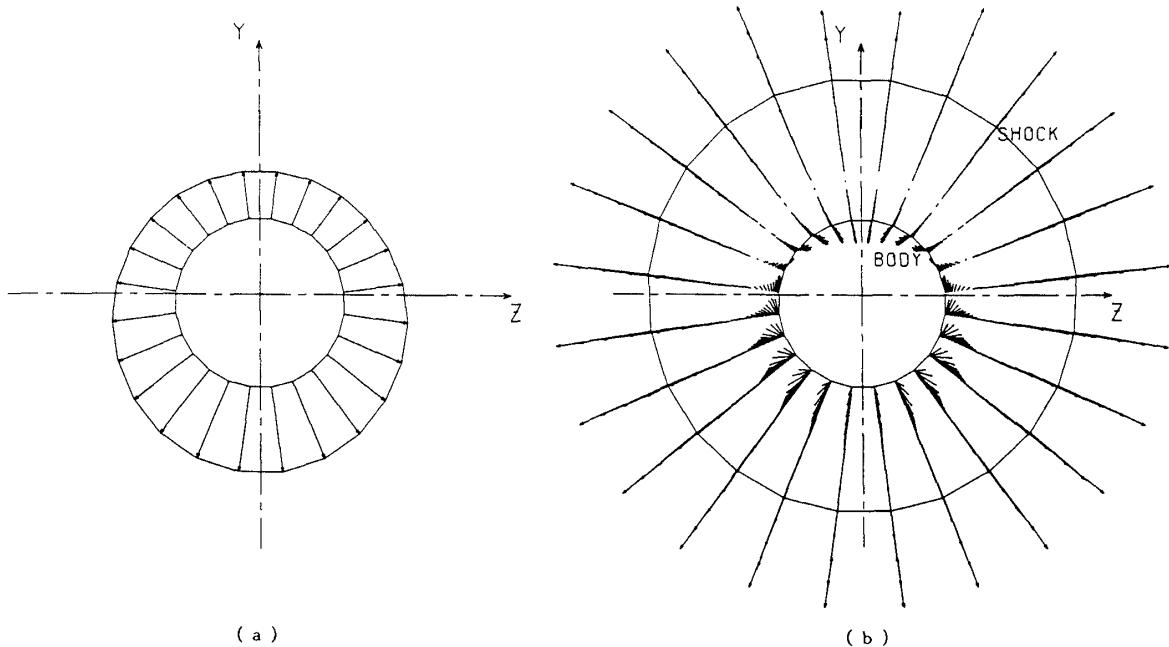


第2図 圧力分布、(a) 主流方向3箇所での物体から衝撃波方向への圧力の変化、
(b) 物体に沿っての圧力分布



第3図 軸を含む断面内での速度分布, (a) ケース1, (b) ケース2

第4図 ケース2の物体形状及び計算結果, (a) 物体表面近くの速度分布,
(b) マッハ数等高線



第5図 下流部の横断面内の分布 ($x/R=2$)
(a) 圧力分布, (b) 速度分布

でのTNSによる衝撃波との接続もスムースである。第4 b図は、横から見た物体表面近くの速度分布図である。この特徴は、下流部付近で流れがかなりの程度上側に向けられていることである。粒子軌跡を描くと、下面から上面への回り込みがよく分かるだろう。因みに、第4 c図には、軸を含む鉛直断面内でのマッハ分布を示した。頭部の破線で示されたのが音速線である。

第5 a図は、下流部 ($x/R=2$) での横断面内の圧力分布を示す。圧力は、下面でかなり上昇していることが分かる。最後に、第5 b図には、同じ断面内での速度分布を示す。この図から、上面側少し上の所で、外側に行く流れと内側に行く流れにはっきり分かれる線が見られる。又、横側でははっきりとした下面から上面への流れの回り込みが見られる。

4. まとめ

今回、以前の時間進行法による薄層 NS 方程式コードを変形させて、放物型 NS 方程式コードを作製した。この計算結果の特徴として、以下のことが挙げられる。

1. 薄層 NS 方程式を解くのに比較して、大幅に

計算時間が短縮した。おおよそ時間進行法における反復回数分（数千回程度）減少した。

2. 半球・円柱に関して、薄層 NS 方程式との比較を行い、定性的にも、定量的にも近い値を得られた。

3. 過角の付いた物体回りの流れも、その特性を良好に捕らえることが出来た。

今後、複雑形状への適用、及び、化学反応等を含んだ式への発展が要求される。

参考文献

- 1) 保原 充, 安藤 靖, 中村佳朗, 「飛しょう体回りの極超音速流の数値解析」, 昭和59年度科研シンポジウム「空気力学における数値シミュレーション」, 1985.
- 2) 片岡拓也, 中村佳朗, 保原 充, 「超音速流中の三次元物体回りの数値解析」, 昭和60年度科研シンポジウム「空気力学における数値シミュレーション」, 1986.
- 3) J.C. Tannehill, E. Venkatapathy, J.V. Rakich: Numerical Solution of Supersonic Viscous Flow over Blunt Delta Wings,

- AIAA J., Vol. 20, 1982.
- 4) D.A. Anderson, J.C. Tannehill, and R.H. Pletcher: Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, McGraw-Hill Book Company, 1984.
- 5) S.L. Lawrence, J.C. Tannehill, and D.S. Chaussee: An Upwind Algorithm for the Parabolized Navier-Stokes Equations, AIAA Paper 86-1117, 1986.
- 6) Y.C. Vigneron, J.V. Rakich, and J.C. Tannehill: Calculation of Supersonic Viscous Flow over Delta Wings with Sharp Subsonic Leading Edges, AIAA Paper 78-1137, 1978.