

二重反転プロペラまわりの流れの数値解析

小早川 命* 中尾 雅 弘**

Numerical Solutions of the Euler Equations for the Flow Field around Counter-Rotating Propellers

by

Makoto KOBAYAKAWA

Department of Engineering, Kyoto University

Masahiro NAKAO

Mitsubishi Heavy Industries Co., Ltd.

ABSTRACT

In order to investigate the flow field around the ATP through numerical methods for its optimal design, 3D-Euler equations are most prominent. The flow field around counter rotating propellers in advancing 0.8 Mach is obtained. Two spaces including front and rear blades are solved separately. The interaction between both blades are taken into the calculation by the connecting surfaces. The non-iterative implicit ADI scheme is used in order to solve Euler equations. The periodic steady solutions are obtained, which simulates the relative motion of the blades exactly. Numerical calculations are performed for a counter rotating ATP with the SR-3 blades. The results show that the propeller efficiencies increase comparing with single rotating ATP with the same blades.

1. はじめに

ATPの空力特性を実験によらず、理論解析によって求める方法には多くのメリットがあるが、その最大のもは、数値空気力学の方法によって、複雑な形状をしたATPまわりの流れの詳細が得られることである。¹⁻⁴⁾これは風洞実験ではなし得ないことである。

本論文は、二重反転プロペラのまわりの流れ場を、オイラー方程式を解くことによって調べたものである。数値計算の方法としては、すでに筆者らがシン

グルローテーションATPに対して開発したオイラー方程式解法コードを拡張する⁴⁾。計算スキームとしては陰的差分法を用いる。

2. 基礎方程式

円筒座標系を図1のように空間に固定してとると、非定常の3次元オイラー方程式は弱保存形で記述することができ、これを一般非直交座標系計算空間に変換すると次式が得られる。

$$\widehat{Q}_r + \widehat{E}_\xi + \widehat{F}_\eta + \widehat{G}_\zeta + \widehat{H} = 0 \quad (1)$$

ここに

* 京都大学工学部

** 三菱重工業(株)

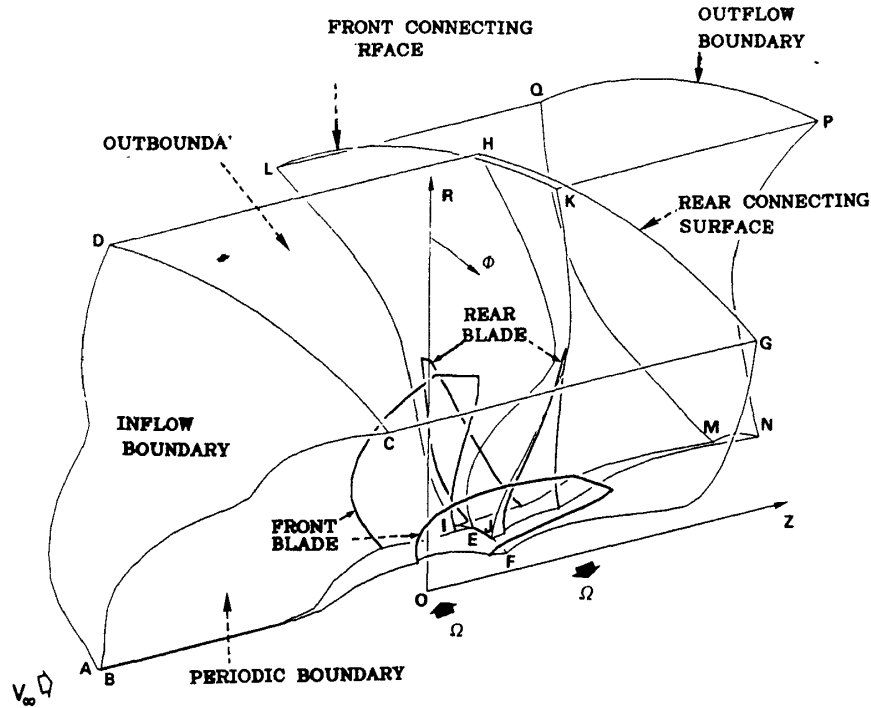


図 1 物理空間

$$\begin{aligned}
 \widehat{Q} &= J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} & \widehat{E} &= J \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_z \\ \rho v U + p \xi_r \\ \rho w U + p \xi_\phi / r \\ (e+p)U - p \xi_t \end{bmatrix} & \widehat{F} &= J \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_z \\ \rho v V + p \eta_r \\ \rho w V + p \eta_\phi / r \\ (e+p)V - p \eta_t \end{bmatrix} \\
 \widehat{G} &= J \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + p \zeta_z \\ \rho v W + p \zeta_r \\ \rho w W + p \zeta_\phi / r \\ (e+p)W - p \zeta_t \end{bmatrix} & \widehat{H} &= \frac{J}{r} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho (v^2 - w^2) \\ 2\rho v w \\ (e+p)v \end{bmatrix} & & (2)
 \end{aligned}$$

また、反変速度ベクトル成分 U, V および W は

$$\left. \begin{aligned}
 U &= \xi_t + u \xi_z + v \xi_r + w \xi_\phi / r \\
 V &= \eta_t + u \eta_z + v \eta_r + w \eta_\phi / r \\
 W &= \zeta_t + u \zeta_z + v \zeta_r + w \zeta_\phi / r
 \end{aligned} \right\} (3)$$

のようにあらわされる。物理空間の円筒座標系から計算空間の一般非直交座標系への変換は

$$\left. \begin{aligned}
 \tau &= t \\
 \xi &= \xi(t, z, r, \phi) \\
 \eta &= \eta(t, z, r, \phi) \\
 \zeta &= \zeta(t, z, r, \phi)
 \end{aligned} \right\} (4)$$

によりおこなわれる。この変換によって、図 2 のよ

うにナセル表面は η 一定平面に、ブレード面は ζ 一定の 2 平面に写像される。ヤコビアン J や微係数 ξ_t, ξ_z 等は文献 1 および 2 にくわしく示されている。なお、速度 u, v および w は $a_\infty \sqrt{r}$ で、圧力 p および ρ はそれぞれ p_∞ および ρ_∞ で無次元化され、 z および r はブレード半径 R で無次元化されている。

3. 計算格子

二重反転プロペラは図 1 に示すように、前後 2 列のブレードから成っており、その名が示すようにお

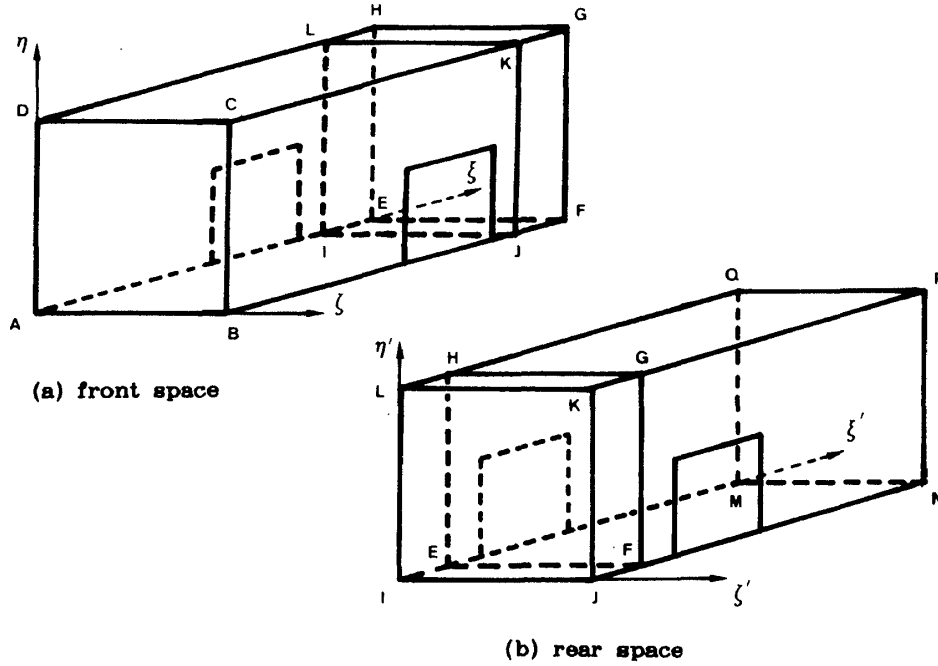


図2 計算空間

互に逆回転している。オイラー方程式(1式)は空間固定座標系で記述されているから、数値計算では物理空間における格子が回転することになる。従って、前後2列のブレードに対して、統一した格子を形成することは不可能であり、2枚の「接続面」によって2組の格子を形成する方法をとる。

2組の格子は共にブレード間空間に張るものとし、前ブレードを含む格子空間は流入境界、外方境界および流出境界(後方接続面、図3(b)のb)によって囲まれ、後ブレードを含む格子空間は流入境界(前方接続面、図3(b)のa)、外方境界および流出境界で囲まれる。接続面はブレード間のほぼ中央に位置させた。格子発生の方法は、文献4の2, 2および2.3と同じ方法を用いた。これは基本的にはH型格子を用いるものであるが、ブレードピッチ角が前後ブレードで大きく変わるので、この間の格子線はなめらかに変化するように工夫した。また、前述のように各格子は逆方向に回転するので、2枚の接続面は回転軸に対して軸対称となる必要がある。

4. 数値計算法

計算空間に変換されたオイラー方程式(1)を解くの
に用いた数値計算アルゴリズムは、非繰り返し、陰

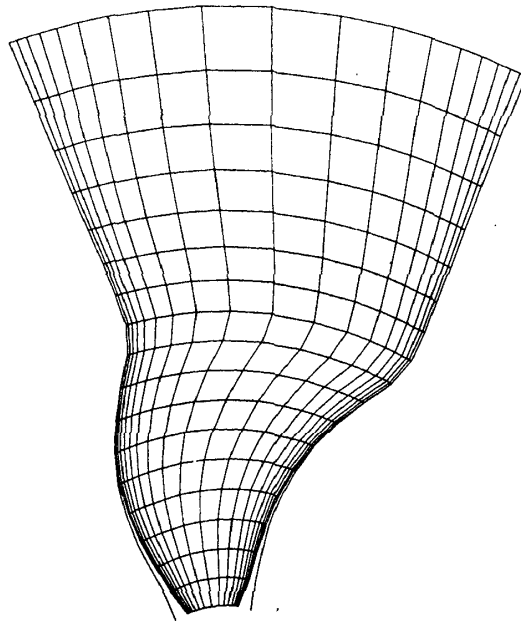
的ADIスキームである⁵⁾。しかし、前述のように二重反転プロペラでは、前ブレードを含む空間(前空間と呼ぶ)と後ブレードを含む空間(後空間と呼ぶ)は接続面(図3(b)のaとb)を境に互いに逆回転する。従って、流れは非定常となり、周期的に変化する。これを周期定常解という。

3節で述べたように、オイラー方程式の反転は全空間で一挙に出来ないので、次のように二段階にわけよう。

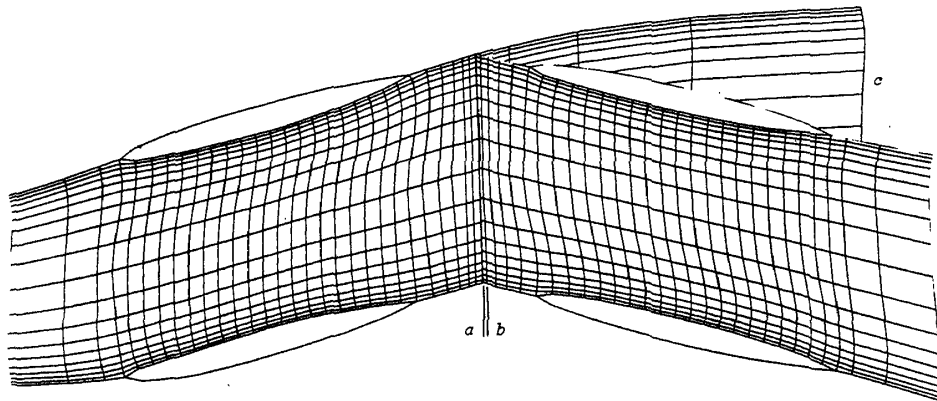
(1) 前空間

前空間に対しては、流入境界と後接続面までの流れ場を計算する。境界以外の値はオイラー方程式(1)を解いて求められるが、ここではよく知られた次のAFスキームを用いる。

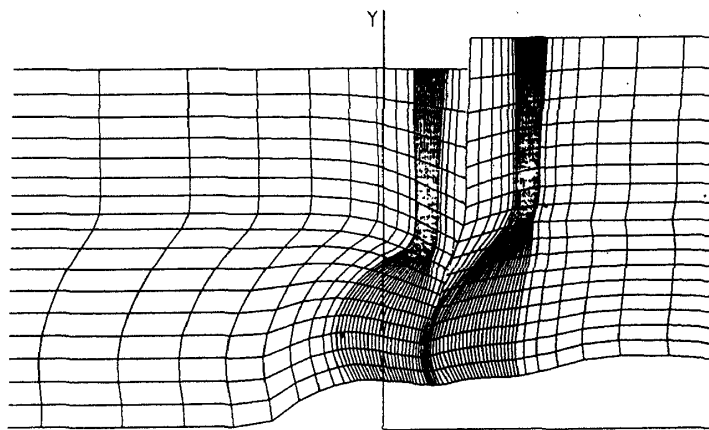
$$\begin{aligned}
 & [I + \Delta t \delta_{\xi} \hat{A}^n - e_i (J \nabla_{\xi} A_{\xi} J^{-1})^n] \\
 & \times [I + \Delta t \delta_{\eta} \hat{B}^n - e_i (J \nabla_{\eta} A_{\eta} J^{-1})^n] \\
 & \times [I + \Delta t \delta_{\zeta} \hat{C}^n - e_i (J \nabla_{\zeta} A_{\zeta} J^{-1})^n] \\
 & \times (Q^{n+1} - Q^n) = -\Delta t [\delta_{\xi} \hat{E}^n + \delta_{\eta} \hat{F}^n \\
 & + \delta_{\zeta} \hat{G}^n + \hat{H}^n] - e_e J^n [(V_{\xi} A_{\xi})^2 + (V_{\eta} A_{\eta})^2 \\
 & + (V_{\zeta} A_{\zeta})^2] [J^{-1} \hat{Q}]^n \quad (5)
 \end{aligned}$$



ξ -constant plane (front blade)



η -constant plane



ζ -constant plane

图 3 計算格子

ここに \hat{A} , \hat{B} および \hat{C} はヤコビアン行列である。

遷音速領域で安定な解を得るためには、差分スキームは流速が亜音速から超音速に移行するとき、中心差分から風上差分に切換えなければならない。ここでは、 δ_ξ のみ文献5の(28), (29)式を用いて計算した。この方法によれば、流速が亜音速から超音速になる点で、中心差分から風上差分へなめらかに移行する。他の2方向、 δ_η および δ_ζ については中心差分を用いた。差分の精度は、 Δt に対しては1次、空間の差分に対しては2次精度を用いた。

前空間における流出境界の条件は接続面と与えられる。前空間の後接続面の格子点は、後空間の後接続面のそれとは一般に一致しないから、内挿法によって求める。

(2) 後空間

後空間では、前接続面から流出境界迄の流れ場を計算する。数値計算アルゴリズムは、前空間と全く同じものを用いる。前接続面の値は前空間から内挿した値を用い、流出境界での値は、亜音速の場合は $\Delta p = 0$ とおいて求め、超音速の場合は一つの内側の格子の値を外挿する。

(3) 計算法

計算手順は次のようなステップによっておこな⁶⁾う。

1. $t = 0$: 一様流場をセットする。
2. $t = \Delta t$: まず前空間について解く。この場合、後ブレードのない状態を解く(図3(b)のc)。次に後空間を解く。この場合、前接続面の値は前空間の解を用いる。
3. $t = 2\Delta t$: まず前空間について解く。流出境界(後接続面)の値はステップ2($t = \Delta t$)で求めた値を用いる。次に後空間について解く。流出境界(前接続面)の値は先に解いた値を用いる。この場合は時間レベルは同じである。

⋮

$N+1$ $t = N\Delta t$: まず前空間について解く。流出境界(後接続面)の値はステップ $N(t$

$= (N-1)\Delta t$)で求めた値を用いる。次に後空間について解く。流出境界(前接続面)の値は先に解いた値を用いる。この場合の時間レベルは同じである。

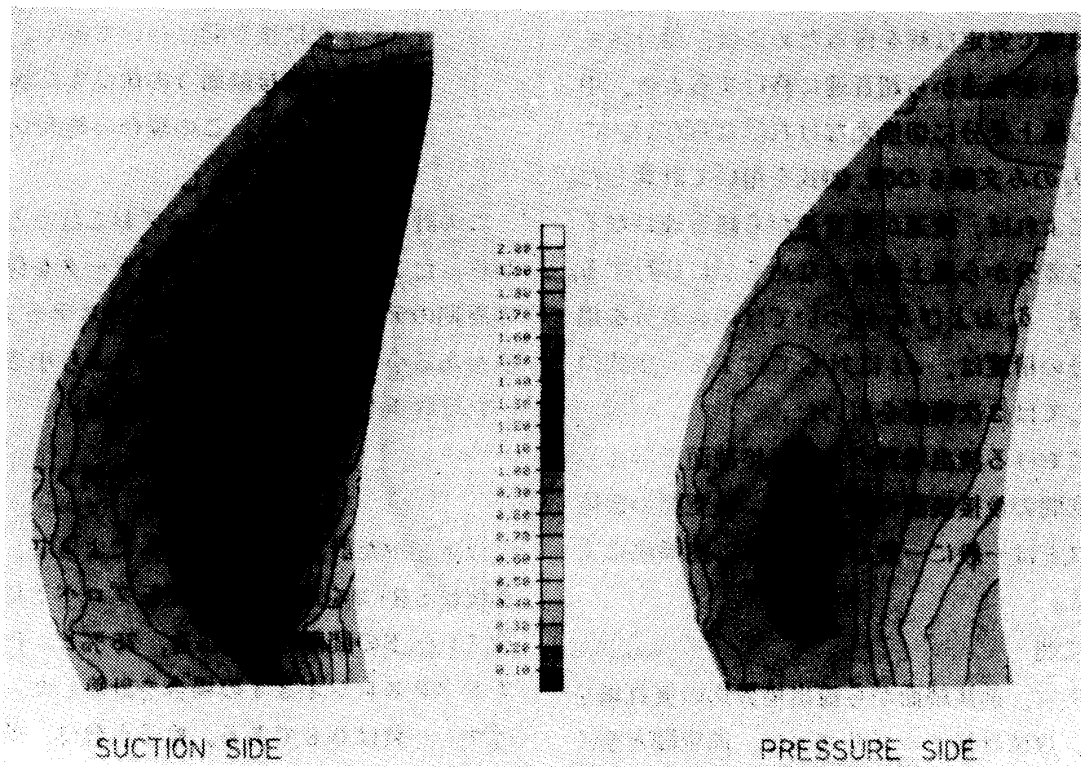
この計算を $(N+1)$ ステップおこなうと、一周期が終ったことになる。これらのデータを保存して前の周期のデータと比較し、もし各ステージの ΔQ の値がある小さな値(収束評価値)より小さくなっていけば収束したとして計算を打切る。

5. 計算例

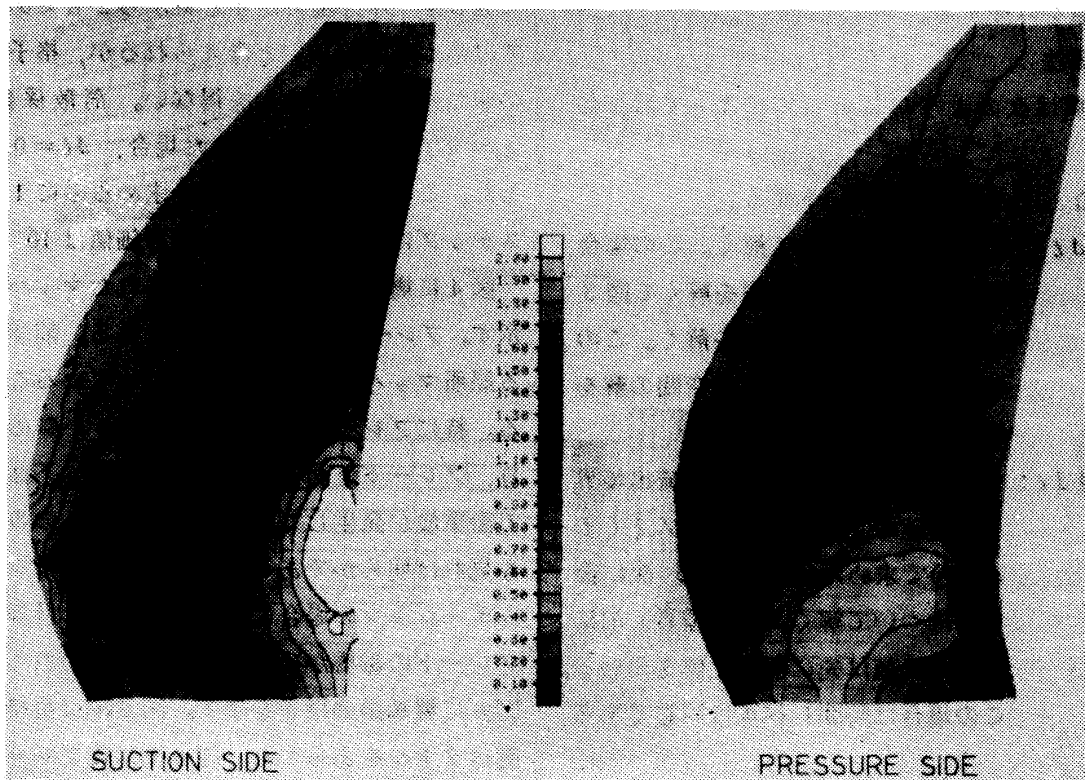
以上述べた計算アルゴリズムによって、ブレード形状にSR-3を用いた二重反転プロペラに対して前後ブレードの間隔は $0.475R$ 、75%ピッチ角は 57.3° 、アドバンスレシオ3.4の場合を計算した。なお、飛行マッハ数は0.8である。格子点数は、前空間で z , r および ϕ 方向にそれぞれ38, 18および19, また後空間でそれぞれ39, 18, 19である。全体の計算の空間は、流入出境界がいずれもブレード翼中心から $3.5R$ 、外方境界が中心軸から $2R$ である。これではやや範囲が狭いと考えられるが、格子点の数との兼ね合わせからやむを得ない。消散係数として $e_i = 1.0$, $e_e = 0.04$ とした場合、 $\Delta t = 0.01$ で収束した。この場合周期定常解を求めるのに1周期は40ステップになる。なお、収束評価値は 10^{-4} とした。

図4に周期定常解として得られたマッハ数分布を示す。ブレード形状はSR-3である。前空間における局所マッハ数がかなり高くなっていることがわかる。特にブレード付根付近で高マッハ数の領域があり、ブレード上面では後縁で超音速、下面では後縁で衝撃波が発生している。これは図5の等圧線分布を見れば明らかである。後空間の状態はシングルローテーションの場合に似ており、この計算では、前ブレードの影響がそれほど大きく現われていない。図6に翼端渦の様子を示す。図6(a)は後接続面の速度ベクトルをあらわし、図6(b)は後ブレード後方の速度ベクトルを示す。これを見ると、翼端渦が発生しているのがよくわかる。

計算機は京都大学大型計算機センターのFACOM M-780型スカラー計算機およびVP-200型ベクト



(a) 前ブレードの等マッハ分布



(b) 後ブレードの等マッハ分布

図 4

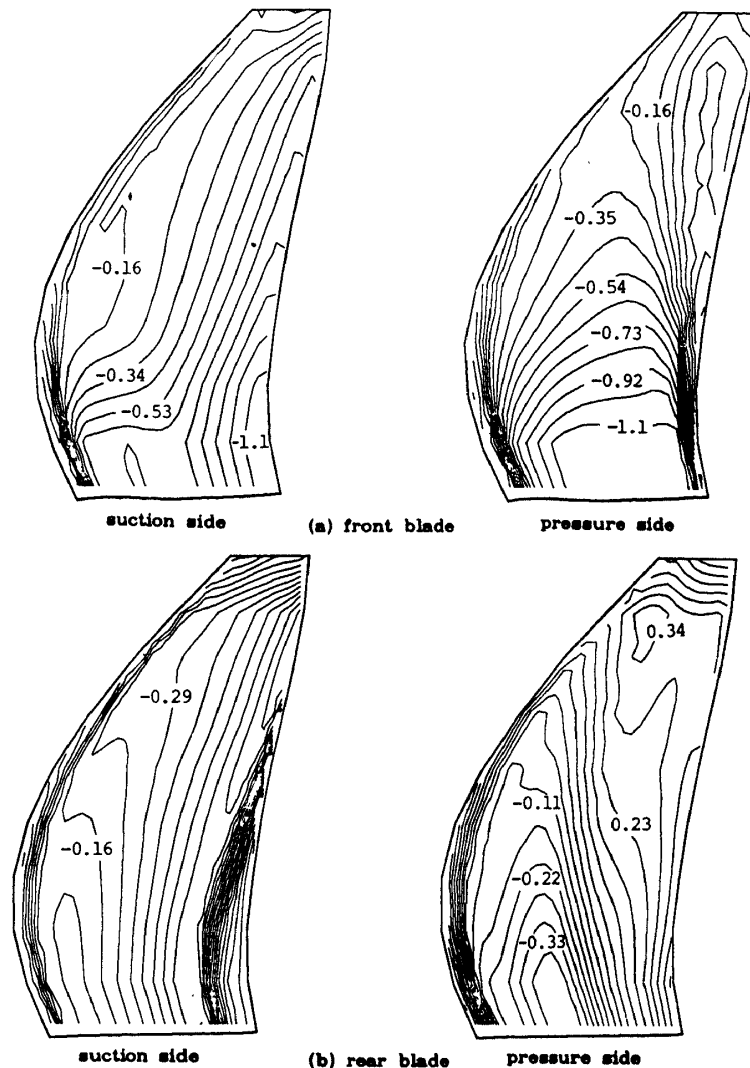


図5 等圧分布

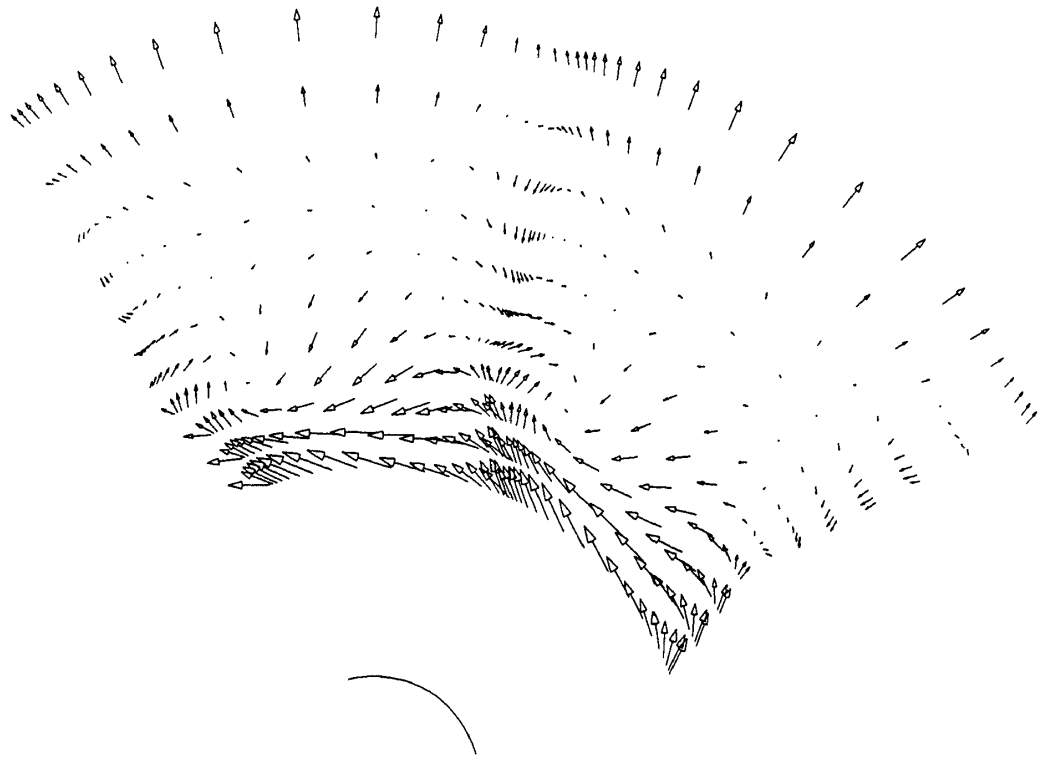
ル計算機を使用した。計算コードはベクトル化を特に意識していないので、ベクトル化率はあまり良くない。計算時間は、周期定常解の場合は収束迄に約3.5時間であった。

6. おわりに

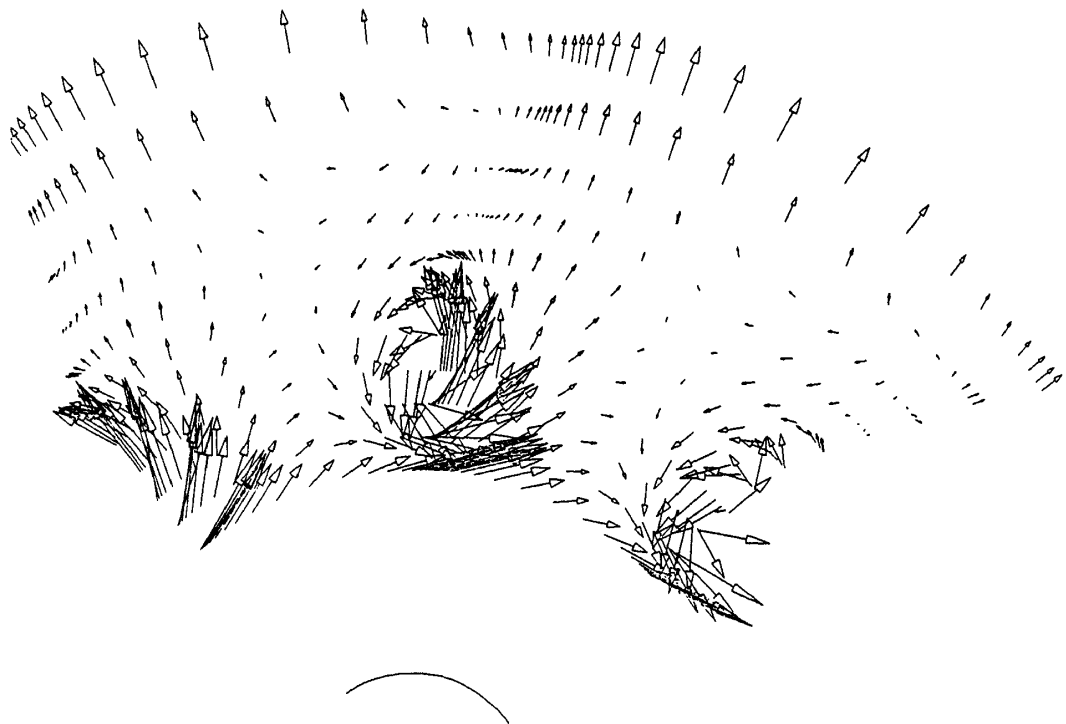
二重反転プロペラ(ATP)のまわりの流れを、非定常3次元オイラー方程式を数値的に解く方法によって求めた。数値計算アルゴリズムとしてはBeam, Warmingらが開発した非線り返し、陰的ADI差分解法を用いた。二重反転プロペラでは前後のブレードが互いに逆回転しているため、前後ブレードの相対位置を少しずつずらしながら、次の同じ相対位置迄の周期的な解(周期定常解)が得られる。

SR-3をブレード形状に用いたATPに対し周期

定常解を求めた。飛行マッハ数は0.8,半径の75%ピッチ角は前後でそれぞれ 57.3° および 122.7° ,アドバンスレシオは3.4である。得られた解は、前ブレード上下面の付根付近でマッハ数がかかなり高くなっており、特に下面で衝撃波が発生していることを示している。これは後ブレードの影響で流速が早くなり、迎え角も負になっているためと考えられる。また、ナセル形状によって付根付近のマッハ数が高くなる。後ブレードのマッハ数分布は、シングルローテーションの場合によく似ており、前ブレードの影響はあまりない結果となっている。プロペラ効率を計算すると、0.83となり、シングルローテーションに比べて約5%高くなっている。ただし、ピッチ角やアドバンスレシオを変えてみないと、全体の空力性能の向上については何とも言えない。



(a) ξ -constant plane (connecting surface)



(b) ξ -constant plane (down stream of rear blade)

図 6 速度ベクトル

参 考 文 献

- 1) Chaussee, D.S. and Kutler, P.: User's Manual for Three-Dimensional Analysis of Propeller Flow Fields, NASA CR-167959, Jan., 1983.
- 2) Bober, L.J. et al.: Prediction of High Speed Propeller Flow Fields Using a Three-Dimensional Euler Analysis, AIAA Paper 83-0188, 1983.
- 3) Bousquet, J.M.: Methodes Aerodynamiques Utilisees en France pour L'etude des Helices pour Avions Rapides, La Recherche Aerospaciale, Jan. -Feb., 1985, pp. 1-15.
- 4) Kobayakawa, M. et al.: Calculations of High Speed Propeller Performances Using Finite Difference Methods, Proc. 15th Icas Congress, 1986, pp. 1451-1458.
- 5) Beam, R.M. and Warming, R.F.: An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form, Journal of Computational Physics, Vol. 22, 1976, pp. 87-110.
- 6) Koya, M. and Kotake, S.: Numerical Analysis of Fully Three-Dimensional Periodic Flows Through a Turbine Stage, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 107, Oct., 1985, pp. 945-952.

