

ナビエ・ストークス方程式による3次元翼列流れ解析

野崎 理* 中橋 和博* 田村 敦宏*

Numerical Analysis of Three Dimensional Cascade Flow by Solving Navier-Stokes Equations

by

Osamu NOZAKI, Kazuhiro NAKAHASHI, Atsuhiko TAMURA
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Three-dimensional viscous flowfields in two different types of cascades, such as turbine nozzle and fan blade, were numerically simulated by solving the Navier-Stokes equations. For the turbine nozzle flows, computed flow patterns on a vane in stationary and rotating frames, and on a differently stacked vane were compared. In a fundamental case, the computed results showed good agreement with experimental data. Three-dimensional flow separations as well as secondary flows caused by passage vortices could be predicted and effectively visualized using surface oil flow and streamline techniques, which were useful methods for three-dimensional flow representation.

1. はじめに

軸流圧縮機，タービンの空力性能を向上させるためには，翼列の複雑な3次元流れを正確に予測することが必要である。近年のベクトルコンピュータの目覚ましい発展により，我々は3次元粘性翼列流れ解析のための数値計算コードを開発した。このコードは回転する翼列に固定された座標系で記述されたナビエ・ストークス方程式によるものである。

本稿では，タービンの流れを計算し，その結果によって，このコードの信頼性について議論し，スタッキングや回転数が流れに及ぼす影響を報告する。また，高バイパスファン of 複雑な流れを計算した結果を報告する。

2. 支配方程式と数値解法

絶対座標系で記述された3次元，非定常圧縮性レ

イノルズ平均ナビエ・ストークス方程式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} + \frac{\partial E_0}{\partial x} + \frac{\partial F_0}{\partial y} + \frac{\partial G_0}{\partial z} = \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial z} \right]$$

$$Q_0 = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad E_0 = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ \rho u w \\ (e+p)u \end{bmatrix}$$

$$F_0 = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ \rho v w \\ (e+p)v \end{bmatrix} \quad G_0 = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ \beta_x \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zy} \\ \beta_y \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ \beta_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= (-2/3)\mu(u_x + v_y + w_z) + 2\mu u_x \\ \tau_{yy} &= (-2/3)\mu(u_x + v_y + w_z) + 2\mu v_y \\ \tau_{zz} &= (-2/3)\mu(u_x + v_y + w_z) + 2\mu w_z \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu(u_y + v_x) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu(v_z + w_y) \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu(w_x + u_z) \\ \beta_x &= (\gamma k / Pr)(\partial \varepsilon / \partial x) + u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} \\ \beta_y &= (\gamma k / Pr)(\partial \varepsilon / \partial y) + u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} \\ \beta_z &= (\gamma k / Pr)(\partial \varepsilon / \partial z) + u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} \\ e &= p / (\gamma - 1) + \rho(u^2 + v^2 + w^2) / 2 \end{aligned}$$

ただし

- a : 音速
- e : 全エネルギー
- p : 静圧
- Pr : プラントル数
- Re : レイノルズ数
- t : 時間
- x, y, z : デカルト座標
- u, v, w : x, y, z 方向の速度
- γ : 比熱比
- ε : 単位質量あたりのエネルギー
- ρ : 密度
- μ : 粘性係数

である。

これを動翼の場合にも扱えるように、翼とともに回転する座標系で記述すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} \\ = \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial z} \right] + T \\ Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho I - p \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ \rho u w \\ \rho I u \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ \rho v w \\ \rho I v \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ \rho I w \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \omega (\omega y + 2w) \\ \rho \omega (\omega z - 2v) \\ 0 \end{bmatrix}$$

ただし、

- I : ロータルピ
- V_θ : 速度の周方向成分
- ω : ロータの角速度

である。

これを任意の非直交曲線座標系 (ξ, η, ζ) に変換して、さらに薄層近似をほどこすと次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} \\ = \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial \hat{R}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{S}}{\partial \zeta} \right] + \hat{T} \end{aligned}$$

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho I - p \end{bmatrix}, \quad \hat{T} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \omega (\omega y + 2w) \\ \rho \omega (\omega z - 2v) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ \rho I U \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ \rho I V \end{bmatrix}$$

$$\hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ \rho I W \end{bmatrix}$$

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w$$

$$V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w$$

$$W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$$

$$\widehat{R} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu m_1 u_\eta + (\mu/3) m_2 \eta_x \\ \mu m_1 v_\eta + (\mu/3) m_2 \eta_y \\ \mu m_1 w_\eta + (\mu/3) m_2 \eta_z \\ \mu m_1 m_3 + (\mu/3) m_2 (\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w) \end{bmatrix}$$

$$m_1 = \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2$$

$$m_2 = \eta_x \mu_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta$$

$$m_3 = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{Pr(\gamma-1)} \frac{\partial(a^2)}{\partial \eta}$$

$$\widehat{S} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu n_1 u_\zeta + (\mu/3) n_2 \zeta_x \\ \mu n_1 v_\zeta + (\mu/3) n_2 \zeta_y \\ \mu n_1 w_\zeta + (\mu/3) n_2 \zeta_z \\ \mu n_1 n_3 + (\mu/3) n_2 (\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w) \end{bmatrix}$$

$$n_1 = \zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2$$

$$n_2 = \zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta$$

$$n_3 = \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{Pr(\gamma-1)} \frac{\partial(a^2)}{\partial \zeta}$$

この式をIAF法¹⁾で解く。乱流モデルはBaldwin-Lomax²⁾の2層代数モデルを使用する。

3. 計算格子

物体適合格子を使用して3次元翼列を表現する。図1に格子の例を示す。C型の格子をスパン方向に積み重ねて、3次元格子を形成している。デカルト座標系(x, y, z), 変換された座標系(ξ, η, ζ)も示してある。チップおよびハブのクリアランスはないものとする。ξ-ζ面は上流と下流の境界付近では

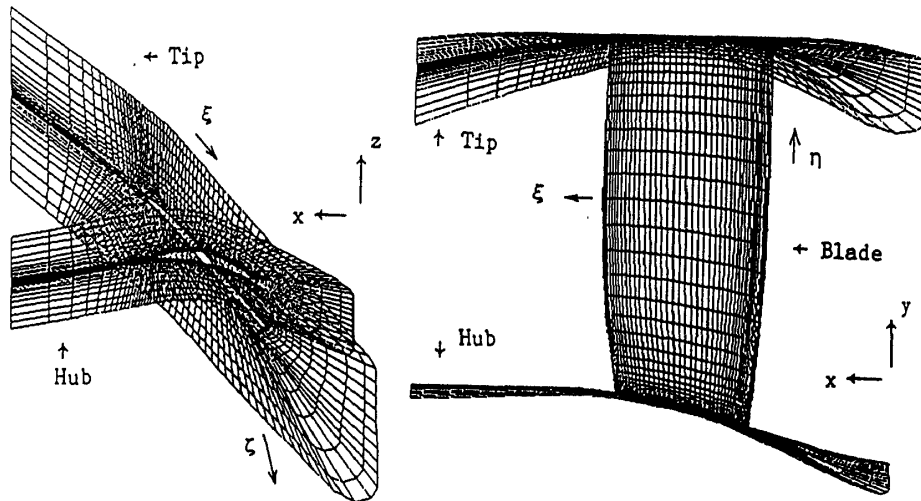


図1 計算格子の例

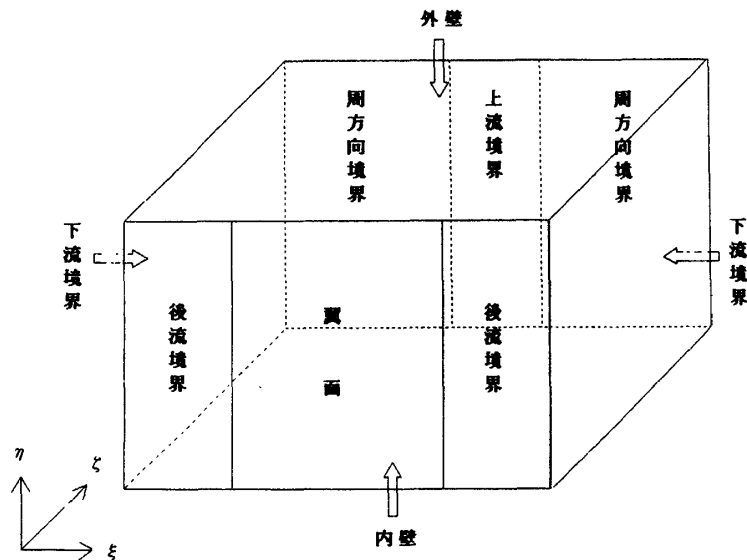


図2 計算の境界

円環状である。

4. 境界条件

計算領域は、図 2 のように次の境界で囲まれる。

1. 翼面 ($\zeta = \zeta_{\min}$ で後縁より内側)
2. 内壁 ($\eta = \eta_{\min}$)
3. 外壁 ($\eta = \eta_{\max}$)
4. 後流境界 ($\zeta = \zeta_{\min}$ で翼以外の部分)
5. 上流境界 ($\zeta = \zeta_{\max}$ の上流部分)
6. 下流境界 ($\xi = \xi_{\min}$ と $\xi = \xi_{\max}$)
7. 周方向境界 ($\zeta = \zeta_{\max}$ で隣の計算領域と接続する部分)

翼面、内壁、外壁では断熱条件を与える。後流境界では物理空間で一致する 2 点の間で各物理量を一致させる。周方向境界は図 3 に示されるように、隣合う計算領域が重なっているため、反対側の周方向境界の内側の点の値から内挿して与える。詳細は文献 3 に紹介されている。上流境界では全温、全圧と流れの方向を固定し、下流境界では静圧を固定する。上流・下流におけるその他の量は流れ方向の変化 = 0 とする。

5. 計算結果および実験結果との比較

4 つのケースについて計算を行った。計算の条件は表 1 に示す。各ケースとも収束解を得るのに約

3,000 ステップの繰り返しを要した。CPU 時間はベクトル計算機 FACOM VP-400 で 1 格子点、1 ステップあたり約 1.5×10^{-5} 秒である。

5.1 タービンの流れ

図 4 はタービン流れの計算に使用した格子である。

表 1 計算条件

ケース番号*	T-1	T-2	T-3	F-1
タービン/ファン	タービン			ファン
レイノルズ数	5×10^5			5×10^5
流入角 (ハブ~チップ)	$40^\circ \sim 24^\circ$			$0^\circ \sim 0^\circ$
流出角 (ハブ~チップ)	$-57^\circ \sim -65^\circ$			$-39^\circ \sim -30^\circ$
流入マッハ数 (ハブ~チップ)	0.36~0.36			0.61~0.62
流出マッハ数 (ハブ~チップ)	0.64~0.55			0.72~0.57
回転数 (r. p. m.)	0		10,000	3,244

* T-2 は T-1 の翼のスタッキングのみを変えたもの

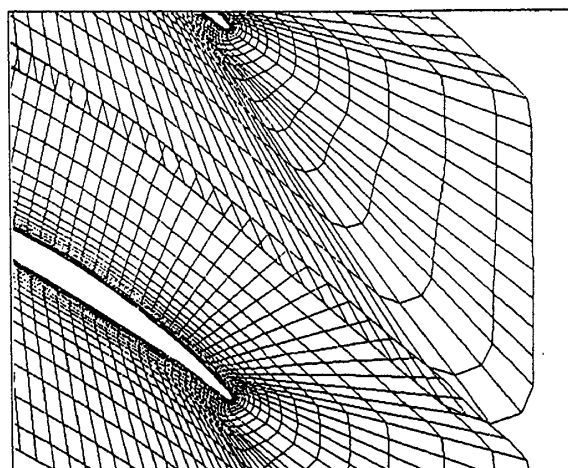
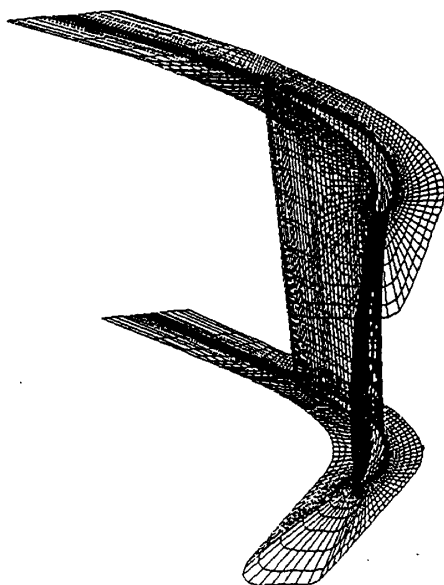
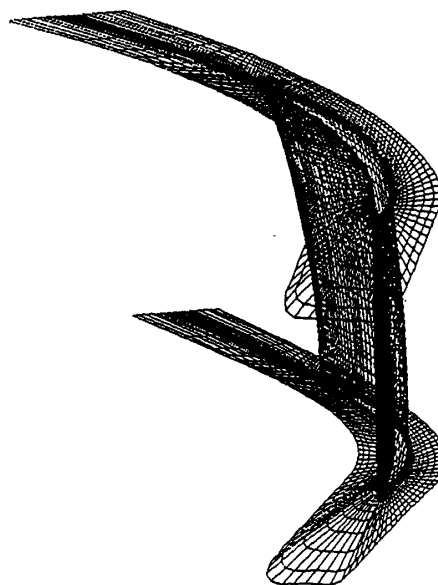


図 3 周方向境界



(a) 実機のタービン翼



(b) スタッキングをかえた翼

図 4 タービノズルの計算格子

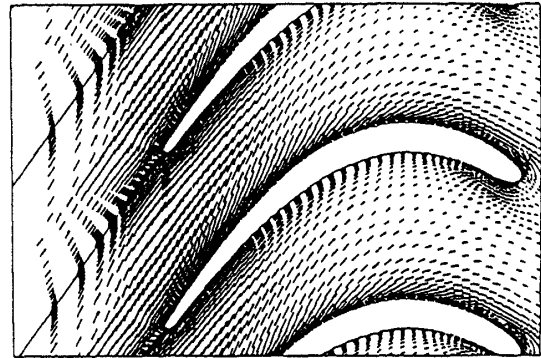
(a)はファンエンジン (FJR-710) の低圧タービンノズルで、半径方向の変化が少なく2次元翼列に近い形状をしている。このモデルの空力性能はすでに文献4で環状翼列試験装置により実験的に求められており、今回の計算条件はこの実験条件にあわせてある。この翼は前縁が背面側に反っているが、(b)は同じ翼型を前縁で直線になるようにスタッキングしたものである。いずれも格子点は ξ, η, ζ 各方向に $151 \times 50 \times 29$ である。

図5はT-1の場合の計算結果で、ハブ、チップ、翼面、流出面での密度分布を3次元的に表示してある。3次元性があまり強くないため、ハブとチップの分布はよく似ている。流出面での分布に、密度がスパン方向に増加するようすが現われている。

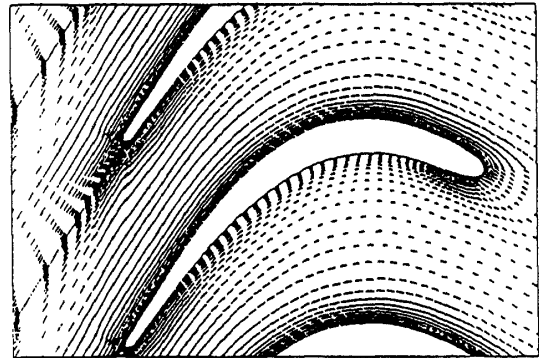
図6は同じくT-1の場合で、スパン方向の3断面における流れベクトルである。(a)はハブ、(b)はミッドスパン、(c)はチップのものである。ミッドスパンでは流れがほぼ2次元であるのに対して、ハブおよびチップ付近では、翼の腹側から背側に向かう2次流れが観察される。(d)は上流側から見たチップ付近の流れベクトルで、背面側に Passage Vortex が観察される。

図7はT-1, T-2, T-3の場合の Oilflow Pattern である。T-1ではハブ、チップ付近の流れがスムーズであるのに対して、T-2では2次流れが強くなっている。T-3ではハブ、チップ付近に限らず、遠心力によって全体的に流れが外側に曲げられている。

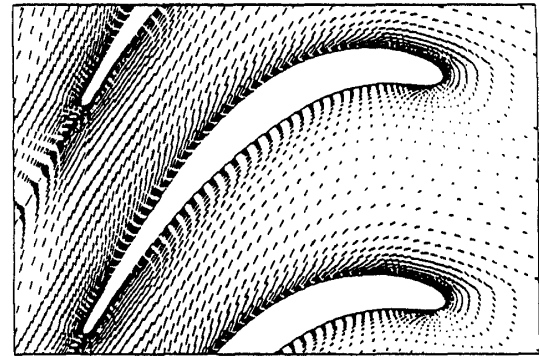
図8は実験結果⁴⁾と、T-1の計算結果を比較し



(a) ハブ

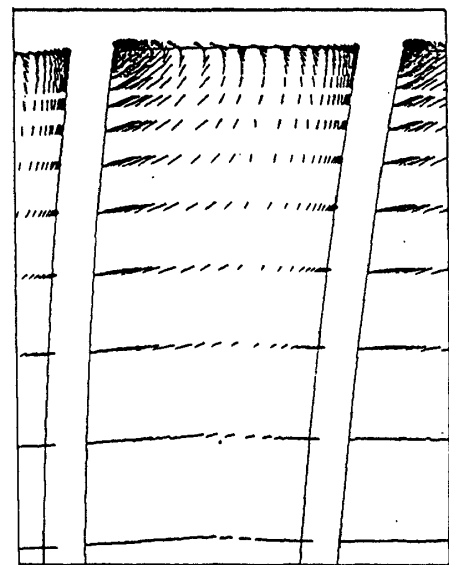


(b) ミッドスパン



(c) チップ

Tip



Midspan

p.s. s.s. p.s. s.s.

(d) 翼間 (チップ付近)

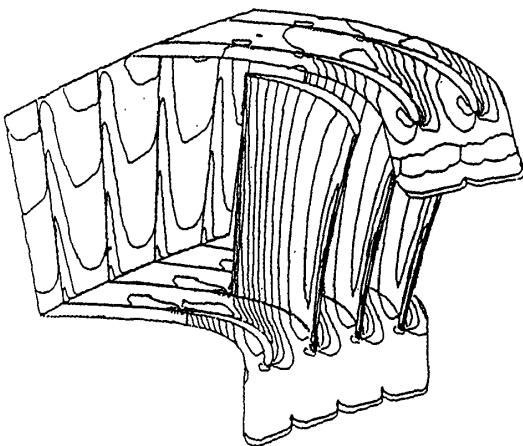
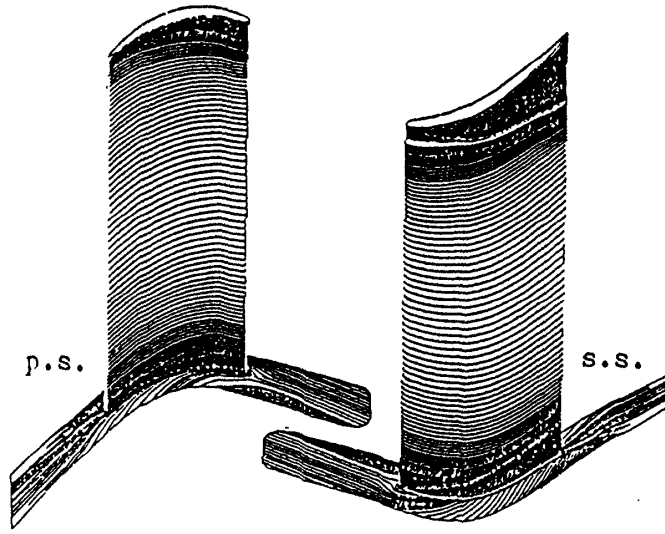
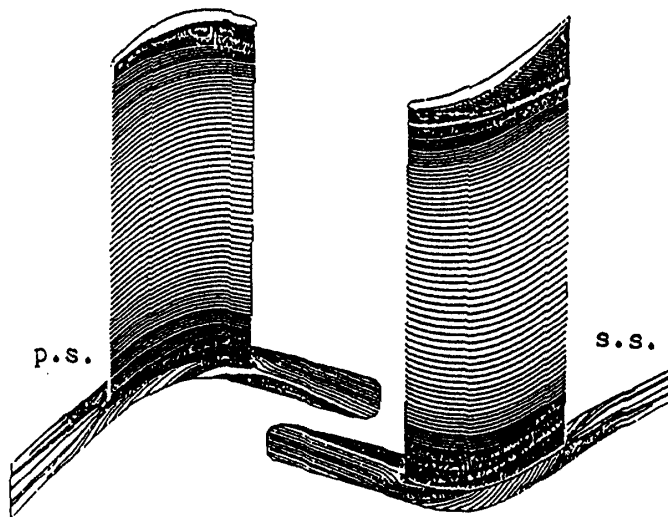


図5 T-1の密度分布

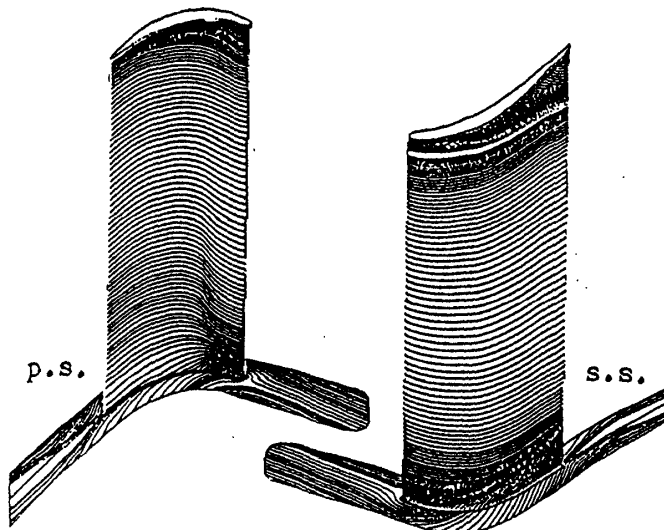
図6 T-1の流れベクトル



(a) T-1



(b) T-2



(c) T-3

図 7 T-1, T-2, T-3 の Oilflow Pattern

たものである。(a)はマッハ数の分布、(b)は上流の圧力分布、(c)は下流の圧力分布、(d)は流れ角の分布である。(e)はミッドスパンにおける翼面静圧分布である。いずれの量についても、本計算と実験結果とが比較的良く一致している。

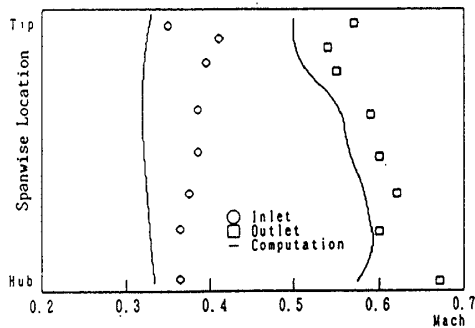
5.2 ファンの流れ

図9はファンの計算に使用した計算格子である。先のタービンと比べると、スパン方向にブレードが大きくねじれ、ピッチが大きく変化している。格子

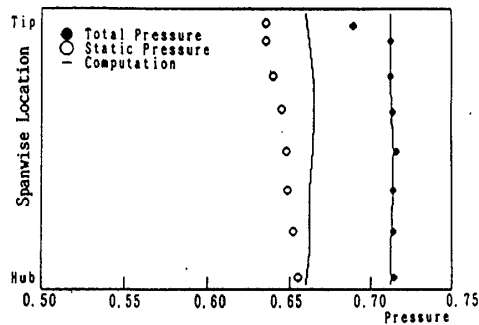
点は $129 \times 50 \times 33$ である。

図10はこのファンの密度分布である。(a)は計算領域全体、(b)、(c)、(d)はハブ、ミッドスパン、チップの各断面におけるものである。ハブでは翼背面後方で剥離渦が生じ、ミッドスパンでは翼背面側で流れが剥離し、後流が成長しており、チップでは後縁付近に衝撃波が生じている。

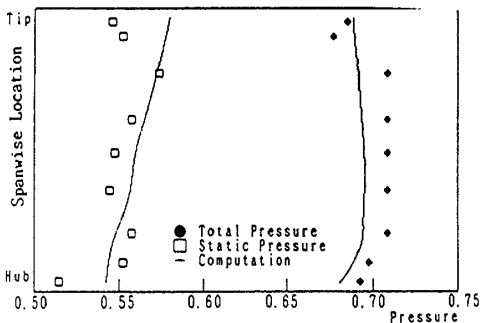
図11は計算結果より求めたOilflow Patternである。(a)、(b)はそれぞれ翼の背面側、腹面側で、(c)は背面側ハブ付近の拡大図である。図12は翼背面ハ



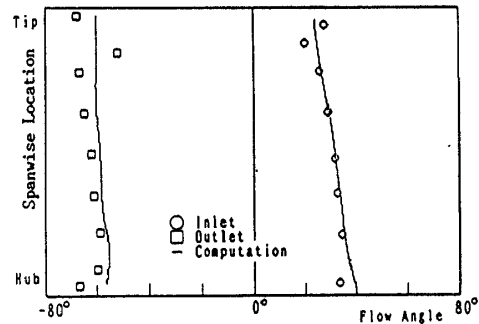
(a) マッハ数の分布



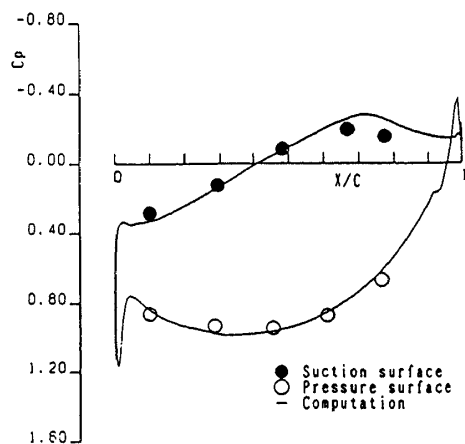
(b) 上流の圧力分布



(c) 下流の圧力分布



(d) 流れ角の分布



(e) 翼面静圧分布 (ミッドスパン)

図8 実験との比較 (T-1)

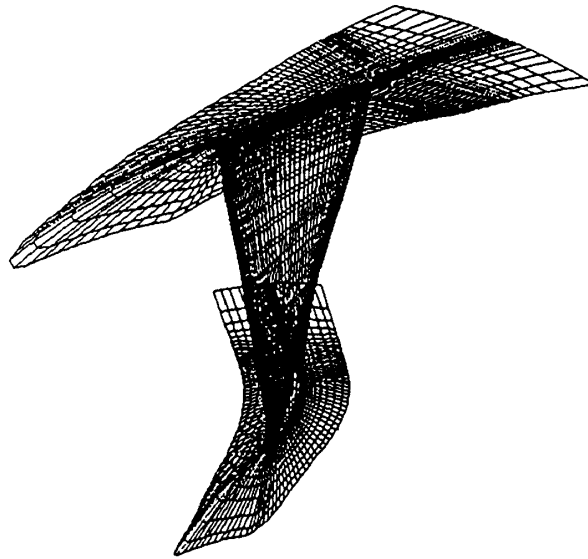
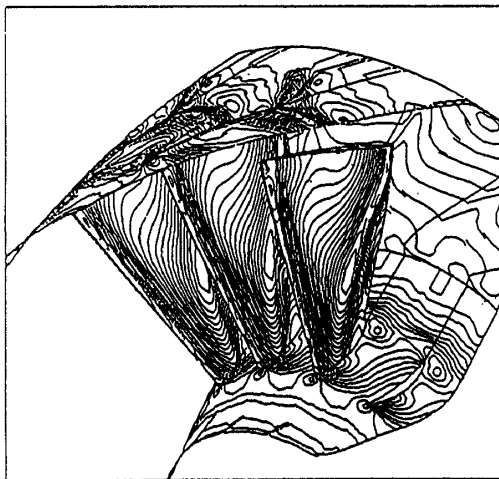
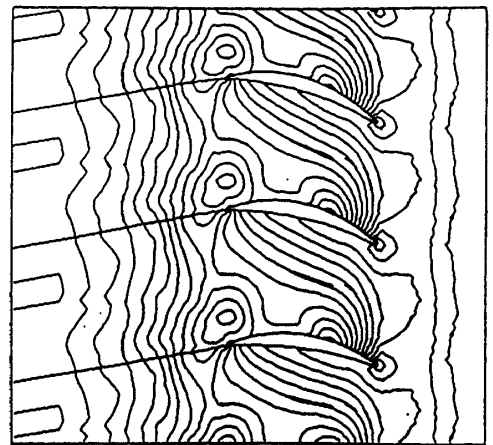


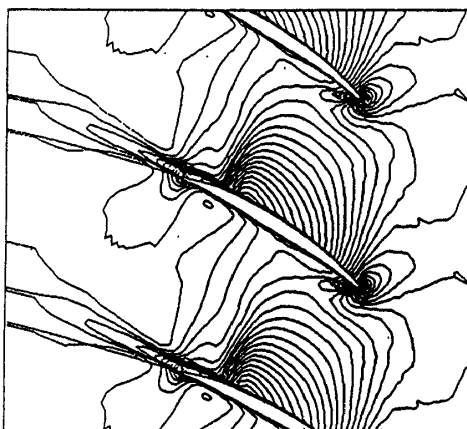
図9 ファンの計算格子



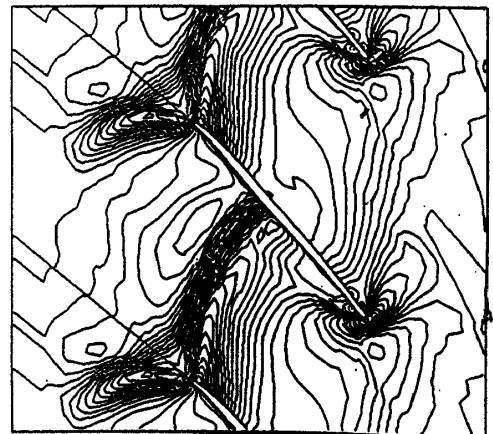
(a) 計算領域全体



(b) ハブ



(c) ミッドスパン



(d) チップ

図10 ファン密度分布

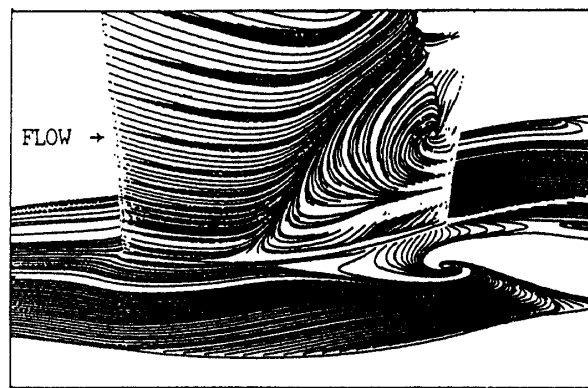
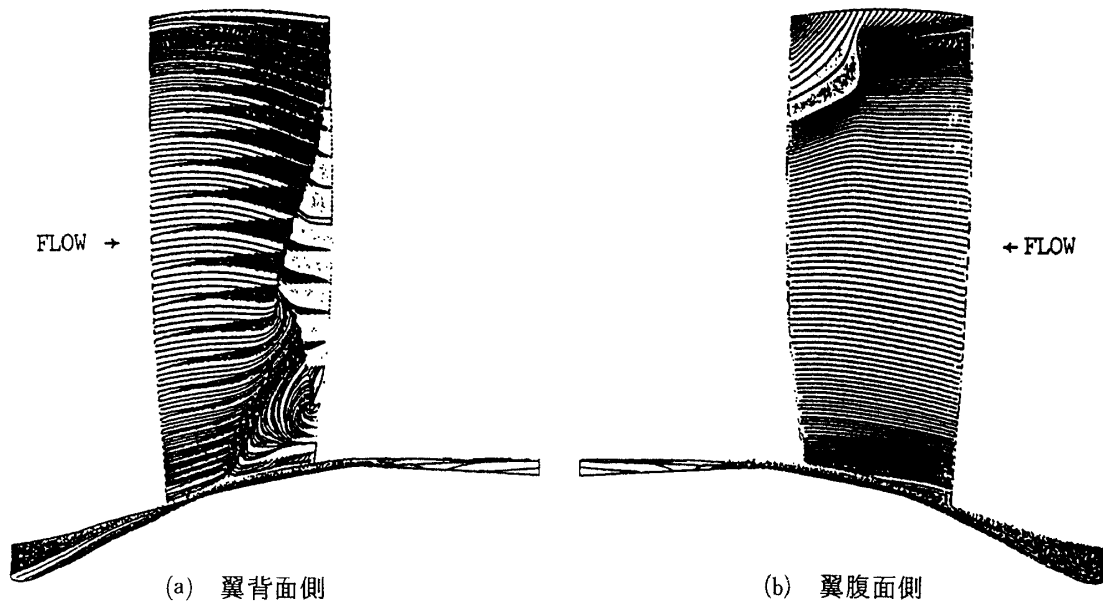
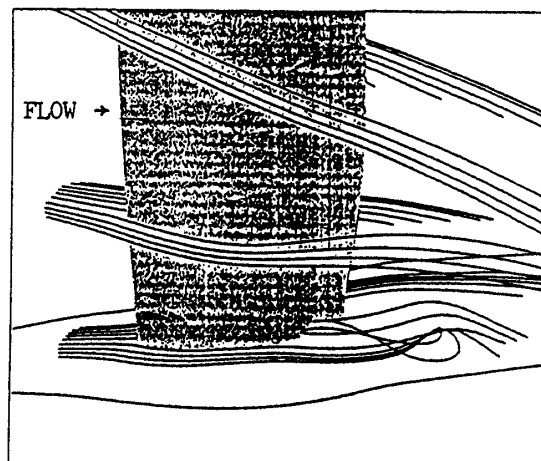


図11 ファンのOilflow Pattern



ブ付近の Streakline である。ハブと翼背面間で起こる 3 次元剥離，衝撃波による背面側の剥離，また隣接翼に生じた衝撃波による腹面側の剥離などが良くとらえられている。このように流れ場を表現することは複雑な 3 次元流れを直感的に理解する上で非常に有用である。

6. 結 論

ナビエ・ストークス方程式によって，3 次元翼列流れの数値シミュレーションを行った。基本的なタービンの流れについて，計算結果は実験結果と良い一致を示し，ハブ，チップ付近の 2 次流れもとらえられた。ファンの計算では，ハブ付近での 3 次元剥離や，チップ付近での shock induced separation もとらえることができた。

今後，乱流モデルの改良とともに，この計算コードの信頼性を数多くの詳細な測定によって確かめる必要がある。そのひとつとして，この流れ解析コードおよび画像処理手法を積極的に利用し，超高バイパス比ファンの空力設計を行い，実験によって検証する予定である。

なお，Oilflow Pattern, Streakline 等の図は航

技研数理解析部の図形処理パッケージを利用した。本研究に際し，コアコードを提供して下さった航技研・藤井技官，東京大学・大林氏，および画像処理に協力頂いた航技研・磯部技官，末松技官および大興電子通信(株)・桜井氏に深く感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) Fujii, K. and Obayashi, S., "Practical Applications of New LU-ADI Scheme for the Three-Dimensional Navier-Stokes Computations of Transonic Flows," AIAA Paper 86-0513, 1986.
- 2) Baldwin, B.S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, 1978.
- 3) Nakahashi, K., Nozaki, O., Kikuchi K. and Tamura, A., "Navier-Stokes Computations of Two- and Three-Dimensional Cascade Flow Fields," AIAA Paper 87-1315, 1987.
- 4) 能瀬弘幸ほか 9 名，高負荷低圧タービンの研究開発，航空宇宙技術研究所資料 TM- 491, 1983.