9

幾何学的方法による三次元Grid Generation

児　玉　良　明*

3-D Grid Generation Using the Geometrical Method

by

Yoshiaki KODAMA
Ship Research Institute

ABSTRACT

3-D grid was generated using a geometrical method, in which an initial grid was modified iteratively according to several geometrical requirements. The requirements were orthogonality, smoothing, clustering, and minimum spacing. They can be used either separately or in combination. In case they are used in combination, the modified grid is obtained as a compromise among conflicting requirements.

An important tool which supports the above four algorithms in grid generation is re-clustering. Based on an initial grid distribution, it is used for re-distributing points according to a new clustering requirement, and at the same time, for changing the number of points.

The requirements can also be used for tuning an existing grid. It can be used either globally or locally. An example of tuning of 2-D grid around a turbine blade was shown.

The third usage of the method is to quantify the grid quality. An example of 3-D grid was shown, where the orthogonality requirement was used to measure deviation from orthogonality, and the deviation was plotted as 3-D contours.

Further improvement is needed in the way the requirements are combined to update the grid.

1. まえがき

差分法で流体計算を行うためには，計算領域に格子をはる必要がある。ところがこの格子生成は簡単ではなく，流体計算本体よりも労力がかかる場合がしばしばある。これは，計算機が空間的な位置関係の認識を苦手とするところに原因している。

ここで用いる格子生成法は幾何学的方法と呼ばれ，格子点の幾何学的位置関係の情報をもとにして，格子のもつべき望ましい性質を要請としていくつか列挙してアルゴリズム化し，それらをできるだけ満たすように，格子を反復修正する方法である。格子生成でよく用いられる偏微分方程式法にくらべると，それぞれの要請の働きを直感的に理解しやすいところに特徴がある。また，代数的方法にくらべるとやや複雑で，その代償として，より広い範囲の格子形状を単一のプログラムでカバーできるメリットがある。著者は以前にこの方法を用いて２次元格子の生

＊船舶技術研究所

成例を示した[1]が，今回はそれを３次元格子問題に拡張した。この方法は船まわりの格子生成にも用いられており[2]，原理はそこで詳述されているので概略を示すにとどめ，ここではさらにTuning への応用と格子の質の定量化への利用について述べる。

2. 方 法

格子のもつべき望ましい性質を，格子点の幾何的位置関係をもとにアルゴリズム化する。ここで定義するそれらの性質とは，直交化・平均化・集中化・最小間隔の確保の４つである。詳細は ref.2)をみられたい。簡単のために主に２次元格子の場合を説明するが，３次元への拡張は自明である。

(1) 直交化（Orthogonality）

図１(a)，(b)，(c)に示すように，ある直線が平行な２本の線と交わるとき，区間（j，$j+1$）において垂直ベクトルnをたてることによって，線分（j，$j+1$）が交わる平行線と直角になるためには，交点jおよび$j+1$がどこに移動すべきかを定めることができる。その移動は一義的ではなく，(a)図のように上の点が移動するか，(b)図のように下の点が移動するか，あるいは(c)図のように両方の点が半分ずつ移動する等がありうる。そこで移動ベクトルの内分パラメータsを導入して，(a)図の場合には$s=1.0$，(b)図の場合には$s=0.0$，(c)図の場合には$s=0.5$とする。一般的に，sは０から１の任意の値をとりうる。

図２に２次元翼まわりのC-gridの例を示す。図の上半部ではパラメータsが内境界で1.0から，外境界で0.5と番号空間で線形に変化する。内境界では直交性が満たされている。下半分部では$s=1.0\sim0.0$と変化する。このとき内・外境界において直交性を満たす。このように，パラメータsの分布を変化させることによって，様々な場合に容易に対処できる。

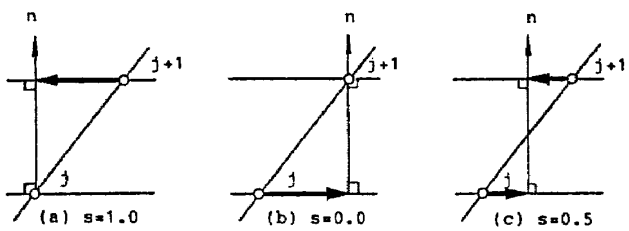


図１ 直交化

(2) 平滑化（Smoothing）

ある点の位置を，まわりの点の平均位置に近付ける。平均化（Averaging）とも呼べる。図３に示す点Cが平滑化によって移動する新たな点の位置は，次式で与えられる。

$$\vec{C}=\frac{1}{\frac{1}{e+w}+\frac{1}{n+s}}\left[\frac{1}{e+w}\,\frac{\vec{E}+\vec{W}}{2}+\frac{1}{n+s}\,\frac{\vec{N}+\vec{S}}{2}\right] \tag{1}$$

ここでe，wは左右方向に隣接する点までの距離であり，n，sは上下方向に隣接する点までの距離である。新たな点は，左右方向の隣接点の平均位置と上下方向の隣接点の平均位置の，距離の逆数の重みをつけた平均位置である。このように重みづけを行うと，複数の空間方向のうち最も短波長の振動方向に主に平滑化が行われる。３次元の場合も同様である。図４(a)のように１方向に激しく振動した格子でも，この平滑化を数回適用すると，(b)図のように格子間隔・アスペクト比の広い範囲にわたって，振動

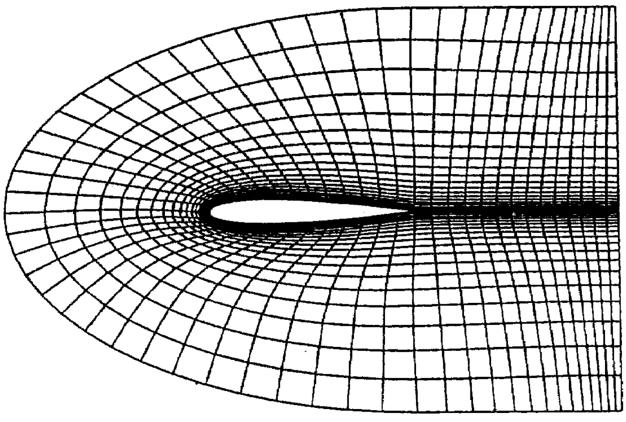


図２ 直交化の例

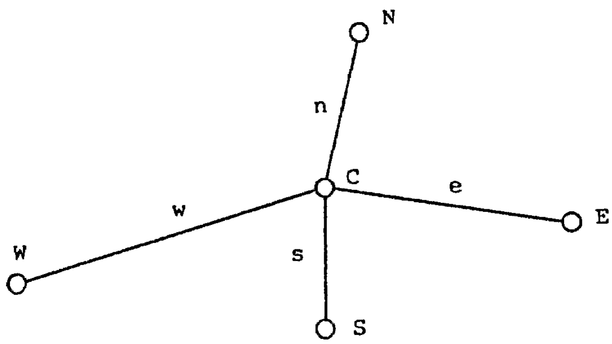


図３ 平滑化

を望ましい方向に鎮めることができる。

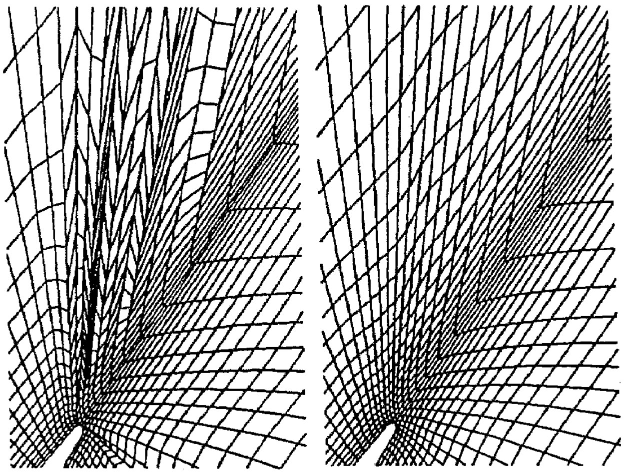
(2) 集中化 (Clustering)

格子点列を片端に集中させ，かつ滑らかに分布させる。図5(a)に示させるように，点列がBottomからTopまで分布しており，Bottom側に点を集中させたいとする。BottomからTopまで点列方向に距離tを定義する。すると，(b)図に示すように，点の座標(x,y,z)はtの離散的な関数とみることができる。そして全体の長さを不変とし，Bottom端での最小間隔がレイノルズ数等の要請によって与えられたΔ_{min}になるように，t軸上で点列を再配置する。最後に，適当な内挿によって新たなtの値に対応する(x,y,z)を求め，新たな点の座標とする。

(4) 最小間隔の確保 (Minimum spacing)

集中化の場合と同じく，距離tの関数として点列を定義する。そして，ある区間の間隔が与えられた間隔Δ_{min}より小さい場合には，その間隔をΔ_{min}まで広げて近傍の間隔をその分だけ小さくする。新たな点の座標は内挿で求める。

以上の4種の要請は，それぞれ単独に用いることもできるが，通常は適当な重みづけを行って組み合わせ，それらのバランスの結果として最終的な格子を得る。



(a) 平滑化前 (b) 平滑化後

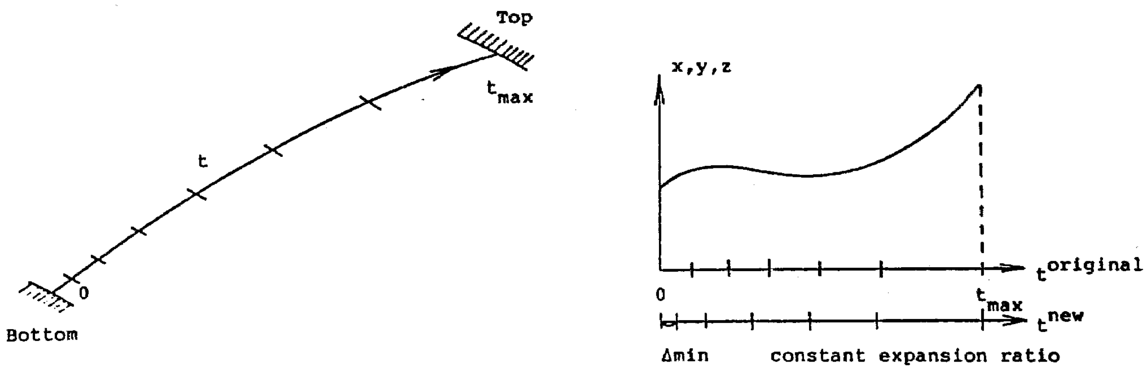
図4 平滑化の例

3. 再集中化 (Re-clustering)

高レイノルズ数流れの計算に用いられる格子は，集中化のために物体近傍で極端に偏平にならざるをえない。このような高アスペクト比をもつ格子に上記の手法を適用させて修正しようとすると，格子線が容易に交差し，アルゴリズムが破綻する。この困難を回避するために考案されたのが再集中化である。

まず，ある与えられた最小間隔Δ_{min}に基づいて集中化された格子が，他の要請との妥協の結果得られたとする。その一例を図6(a)に示す。NACA0012の後縁近傍の格子で，最小間隔は5.0×10^{-3}（翼弦長を1とする），翼表面から垂直方向の点数$N_p=20$である。おもに平滑化の作用で後縁のkinkで最小間隔が他の場所より大きくなっている。

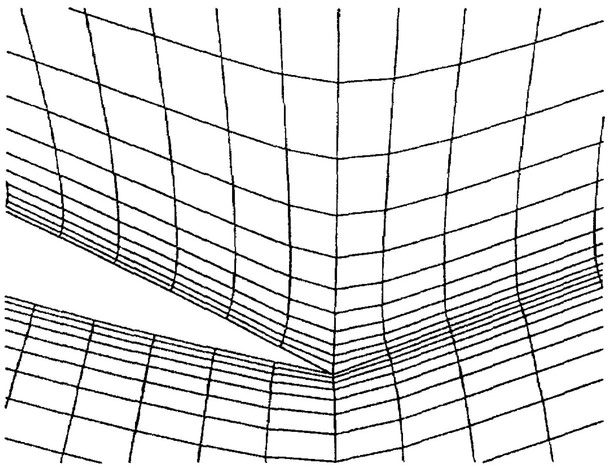
いま，最小間隔を1/100の5.0×10^{-5}にし，かつ点数N_pを2倍の40にするとする。最も単純には，図5(b)のt^{new}軸において$\Delta_{min}=5.0\times10^{-5}$，点数$N_p$を40にして再配置して得ることができる。これを絶対集中(absolute clustering)とよぶことにする。しかしそのようにして得られた格子は図6(b)に示されるように，もはや他の要請の影響を失い，後縁のkinkが格子内に伝播する。



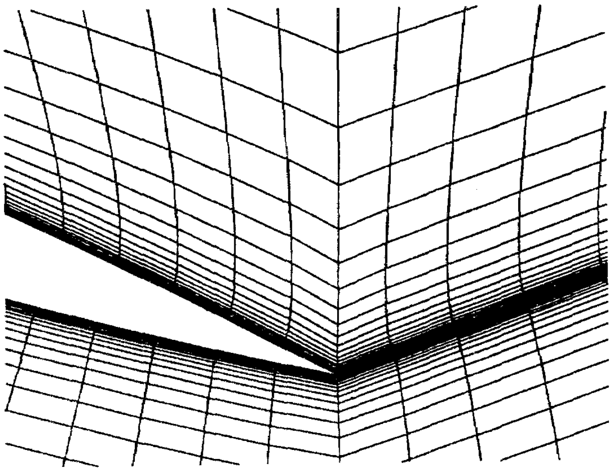
(a) (b)

図5 集中化

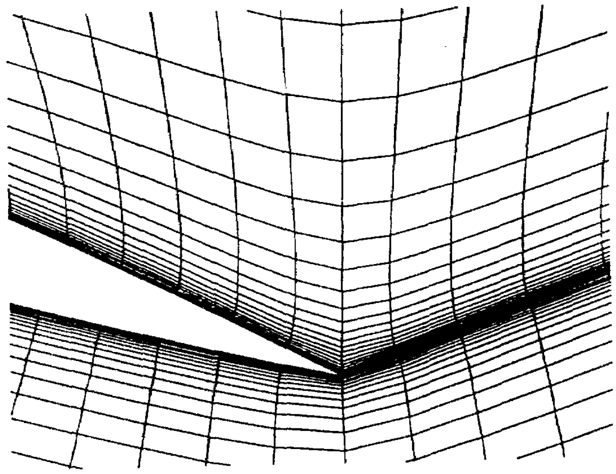
これに対し，集中化の要請だけではなく，元の格子のもつ他の要請の影響をも再集中化された格子に反映させる方法を考える。詳細は ref.2)に譲るが，このプロセスを相対集中（relative clustering)と呼ぶことにする。このようにしてもとめた格子を図 6



(a)　初期格子



(b)　再集中化（その 1 ）絶対集中



(c)　再集中化（その 2 ）相対集中

図 6　再集中化の例

(c)に示す。kink の伝播が解消されている。これは 1 次元のアルゴリズムであるため，3 次元格子にも適用でき，計算時間もわずかである。

再集中化を前提とすれば，格子生成の負担はかなり軽減される。すなわち，最小間隔の大きな格子を生成すればよいので，視覚的な把握が容易である。

また，所望の格子の 1/2 ないし 1/3 の点数の格子を作ってから，相対集中によって一挙に点数を増やして最終格子を作ることができるので，計算時間の短縮にもなる。

4.　Tuning への応用

この格子生成のアルゴリズムは，初期格子を修正する方法をとるので，既存の格子の tuning に用いることができる。タービン翼型の例を図 7 (a)，(b)に示す。

Tuning の手順は次の様である。再集中化によって初期格子の間隔を広げ，点数も少なくする。次に，多くの場合は平滑化によって格子分布をくつろがせたのち，4 つの要請の全部あるいは一部を用いて，格子の全体あるいは一部分を修正する。そして，最後に再集中化によって元の格子点数・最小間隔に戻す。

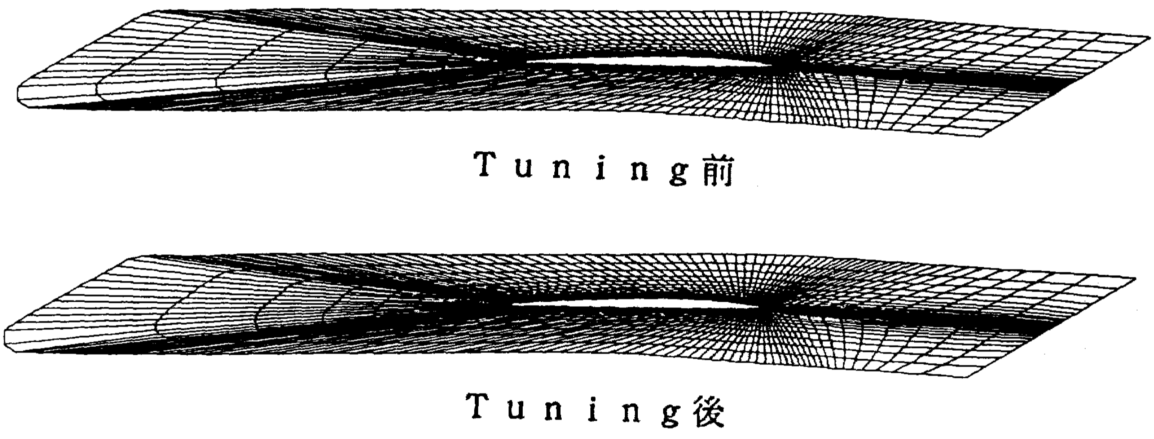
(a)図は全体図で，tuning によって，前方の扇状の広がりの不等間隔が改善されている。(b)図は前縁近傍で，改善点は，直交性の滑らかな変化・skewness の減少・格子分布の平滑性，である。

5.　格子の質の定量化

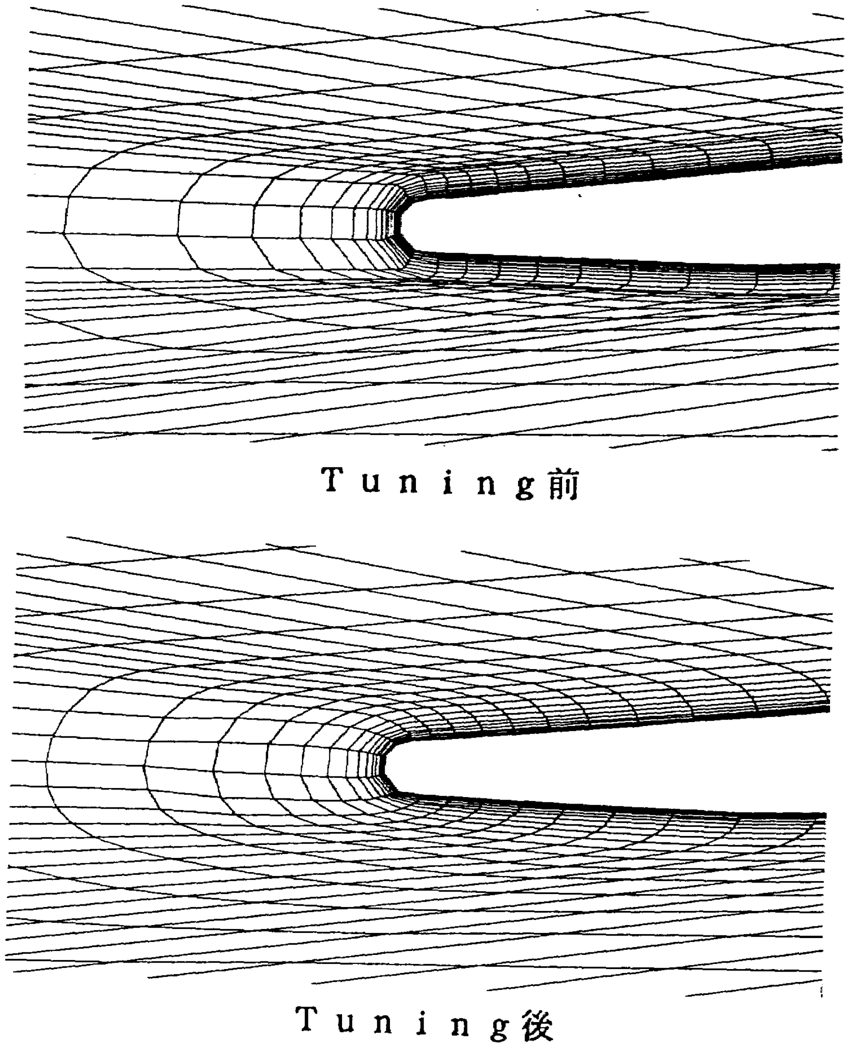
4 つの要請を用いて，それぞれの達成度を定量化することができる。直交性を調べるために，図 8 に，ある 3 次元格子の，ある断面の格子の ζ 方向（高さ方向）への垂直からのずれの角度を，contour で示す。3 次元格子は，見る角度によって，"良い" 格子も "悪く" 見えたり，逆に，"悪い" 格子も "良く" 見えたりするので，格子の質 (quality) を定量化することは重要である。

6.　あとがき

ここで用いた幾何学的方法は，格子点の幾何学的位置関係を直接操作するため，低級 (primitive) で



(a) 全体図



(b) 前縁付近

図7　Tuningの例

ある分だけフレキシブルで，適用範囲が広い。

しかし残された課題もある。4つの要請を組み合わせて用いると単純に書いたが，その組み合わせ方は単純ではない。現在のversionでは，空間方向に一定の重みづけを用いて個々の要請毎に格子点を更新しているが，その際に他の要請（特に最小間隔）にも配慮して，格子点の移動量にlimiterをかける必要がある。また，局所的に，ある要請を他のどの

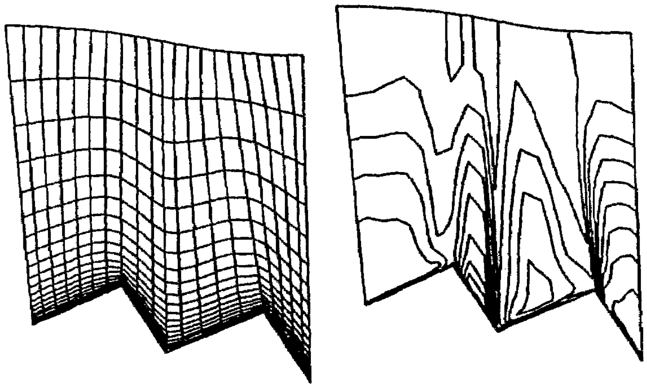


図 8　ある 3 次元格子と直交性からのずれの contour

要請にも優先しなければならない場合もある。そのため，アルゴリズムが必ずしもすっきりとしていない。従って，今後の主な改善点は，格子点位置の更新に際して，局所的な格子形状を考慮しながら，複数の要請のバランスや limiter のかけ方を自動的に決定できるようにすることであろう。

目下その方向で努力中であるとともに，物体表面格子への適用・片側境界からの 1 sweep による格子生成への適用も行っているので，又の機会に御報告したい。

謝　　辞

航空宇宙技術研究所の福田正大氏（数理解析部），田村敦宏室長・菊池一雄氏（ともに熱流体力学部）からは，tuning について貴重な御討論を頂いた。ここに感謝します。

参　考　文　献

1) 児玉良明：「格子生成における直接的数値制御法」第 3 回航空機計算空気力学シンポジウム。航空宇宙技術研究所，1985.

2) Kodama, Y.: "Three-Dimensional Grid Generation around a Ship Hull using the Geometrical Method", Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 164, December 1988 (to be published).