

22

## 有翼飛翔体まわりの高速流の計算

保 原 充\* 中 村 佳 朗\* 稲 垣 伸 二\*

**Calculation of High Speed Flow about Winged Body**

by

Michiru YASUHARA, Yoshiaki NAKAMURA  
and Shinji INAGAKI

*Department of Aeronautical Engineering, Nagoya University*

### ABSTRACT

The objective of the present study is to numerically calculate the flow about the fundamental configuration for flying vehicle at high speed: supersonic and hypersonic regimes. Two kinds of body configurations were chosen: a hemisphere-cylinder and a shuttle-like body.

In the present study three numerical schemes are employed to compare each result: the Beam-Warming method, the Yee-Harten TVD method and the MacCormack TVD method.

Furthermore, those results are compared with experiment which was conducted by the shock tunnel at Nagoya University at  $M=8$ . The reasonable agreement was obtained between them for the location of bow shock wave, which validates the present simulation.

### 1. はじめに

高速飛翔体周りの流れの数値計算は、年々進歩している。それは数値計算一般の進歩に負うところが大きい。本研究室においても、以前から物体周りの高速流の計算を行っており、データも集積し、かなりの成果を収めている。特に、マッハ数 8 の名古屋大学航空学科衝撃風洞による実験との比較を積極的に行い、数値計算結果の正当性および実用性を検証してきた。

高速流を計算する方法として、いくつか分類がなされる。まず用いる支配方程式により、粘性を含ま

ないオイラー方程式、物体から垂直方向の粘性のみを考慮する薄層ナビエ・ストークス方程式、それに完全ナビエ・ントークス方程式である。

通常、これらの方程式は時間を含む形で放物型の記述がなされ、時間進行法の形で解かれる。そして、一般的な実用的ケースでは、漸近解が必要とされ、途中の値は問題にされない。

前年度の本シンポジウムでは、このような時間進行法ではなく、境界層方程式の解法のような空間進行法による PNS 方程式を用いた計算を紹介した<sup>1)</sup>。これは主流が超音速で、主流方向に剥離がないような限られた流れに適用可能であるが、計算時間の大畠な短縮につながり、最適形状の決定などに威力を発揮する。

\* 名古屋大学工学部

また、流体力学の計算法としては、一般に、差分法、有限要素法、スペクトル法などが挙げられる。差分法は、古くから使われ、すでに完成の域に達している感がある。ただし、複雑形状の場合、格子の生成が煩雑で、計算自体よりも、格子の生成に多くの時間が割かれる。

それに対して、有限要素法は、自分の思うままに格子点を設定できるという長所の反面、計算時間が差分法に較べてかなりかかるという欠点がある。また、高次精度など計算法の改良も、任意性がありすぎるため困難である。それでも、有限要素法は、今後、大いに発展する可能性を秘めていることに間違いないはない。実際、ウイリアムスバーグで開かれた第 11 回国際数値流体力学会議(1988 年)でも、船首衝撃波付近に格子を寄せるなどして、宇宙機周りのきれいな流れが有限要素法で解かれていた。

スペクトル法は、同じ格子数なら、差分法の 2 倍の精度をもっており、特に解像度を要求される低速流の乱流現象のシミュレーションに威力を発揮している。最近、高速流においても、乱流現象は重要なと考えられており、今後スペクトル法が高速乱流境界層の計算に応用される可能性がある。

本論文は、差分法で計算を行い、3 種類の計算法を半球円柱および有翼飛翔体模型周りの流れに適用し計算した結果を互いに比較し、かつ、実験との比較も行ったのでここに報告する。数値計算と実験との比較は今後特に重要な研究テーマになると思われる。

## 2. 計算方法

ここで扱った計算法自体、よく知られているものばかりであるので、ここでは詳しい式の説明などは省略する。

第一の計算法は、Beam-Warming 法により流れを計算し、かつ、衝撃波を境界条件として与えることにより、衝撲波の位置を明瞭に求めることを狙っている<sup>2,3)</sup>。マッハ数は 3 である。マッハ数を上げると、船首衝撲波が翼に到達する恐れがあり、ここでは、マッハ数を 3 に押さえた。

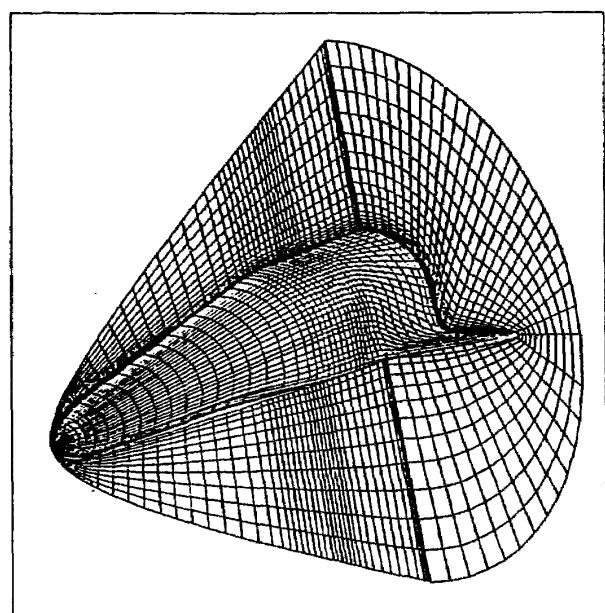
第二の計算法は、Yee-Harten により開発された TVD 法である<sup>4,5)</sup>。衝撲波捕獲法では、平滑化項を

含むため、とかく衝撲波が鈍ってしまう傾向にあり、衝撲波を鋭く捕えることが長い間の課題であった。このために、最近 TVD 法が盛んに使われている。ここでは上記の TVD 法を用いて、半球円柱周りの流れ、および、宇宙科学研究所の有翼飛翔体模型(C II型)周りの流れを計算した。マッハ数は 3 と 8 である。

第三の計算法は、MacCormack 法を使用して、有限体積法によりナビエ・ストークス方程式を解くものである<sup>6)</sup>。我々は以前オイラー方程式を、MacCormack 法により解き、そこで得られた解を実験値や Newton 法による解と比較し、良い一致を見た<sup>7)</sup>。今回は、粘性を含むことによってオイラー方程式からナビエ・ストークス方程式に拡張した。ここでは、粘性を物体に垂直方向だけでなく、3 方向それぞれ考慮するが、2 階の異方向微分は近似として 0 とした。衝撲波をより鋭く捉るために、流束の固有値や固有ベクトルを計算しない簡易 TVD 法を用いている<sup>8)</sup>。

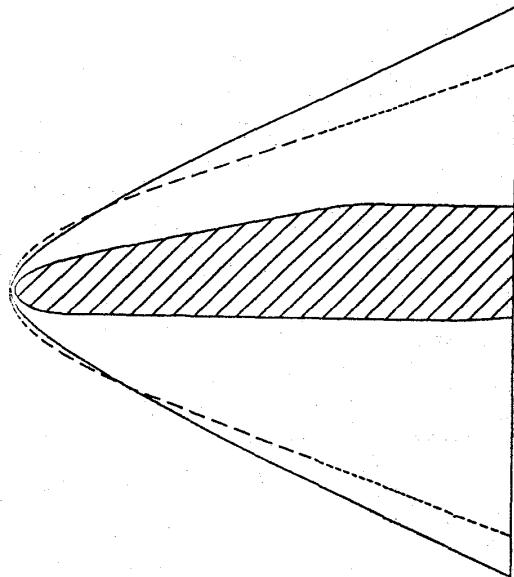
## 3. 計算結果

第 1 図には、第 1 の計算法で用いられた飛翔体模型およびその周りに作られた格子を示す。格子は偏微分方程式を解くのではなく、代数的方法により作

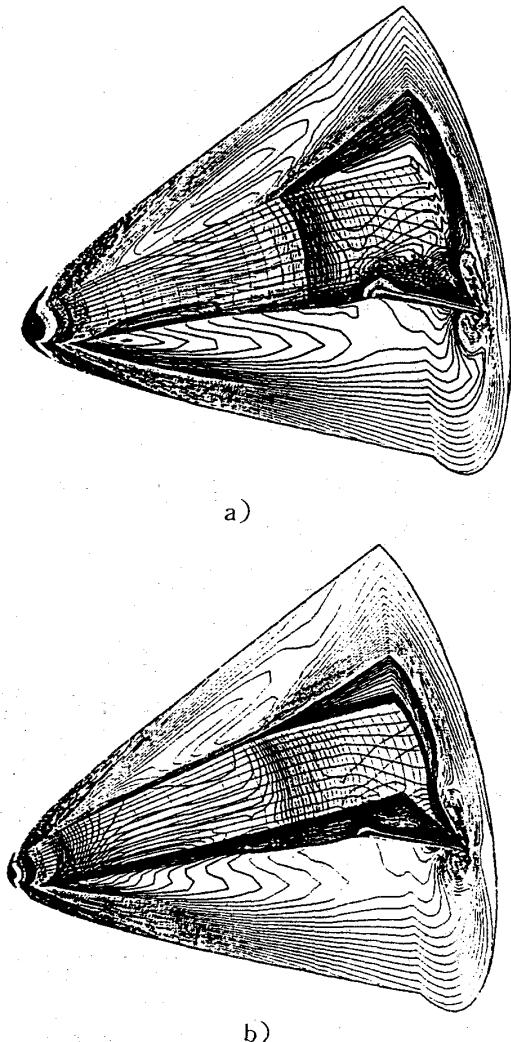


第 1 図 第 1 の計算法 (BW 法 + 衝撲波境界法) により用いられた物体形状とその周りに作られた計算格子

成された。代数的作成法の良し悪しは議論の的であり、計算残差を減少させるために格子の滑らかさおり



第2図 衝撃波の時間変化  
破線は初期値、実線は収束後 ( $M = 3$ )



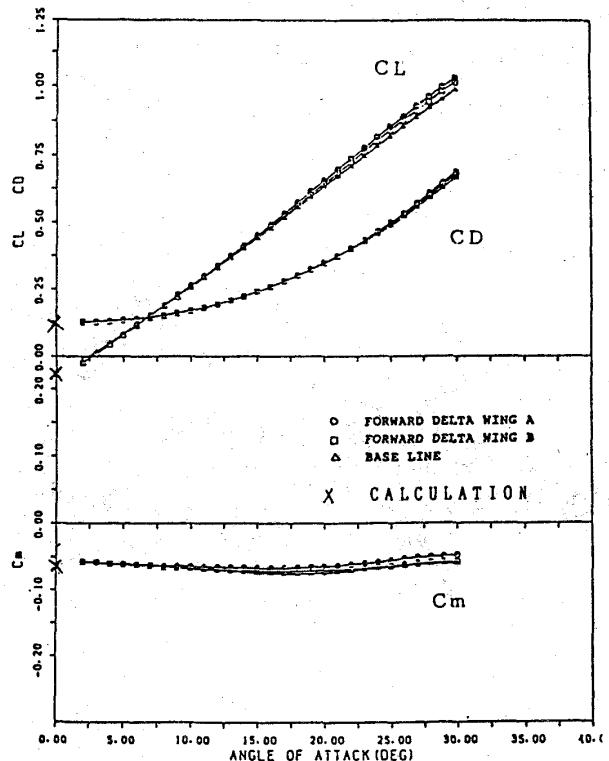
第3図 断面内の圧力および密度等高線

より直交性は追求されるべきである。また、計算の簡単化のため、今回は垂直尾翼を省略している。

第2図には、衝撃波境界法により得られた衝撃波位置の時間変化を示す。一般に衝撃波境界法では、初期値として、どこに衝撃波を置くかが問題となる。ここでは、試行錯誤により決定した。その結果、衝撃波は時間とともに位置が変化しているのがわかる。前にも述べたように、マッハ数を増加させた場合に、衝撃波が翼に付着し、衝撃波境界法が適用不可能になる恐れがあるため、あまり大きなマッハ数ではこの方法は使えない。

時間積分を行う場合に、全領域で同一の時間刻みを用いる方法と、解の収束を早めるために、格子の大きさに比例させて時間刻みを変える方法がある。ここでは、後者の方法を採用している。第3図には、この計算方法により得られた圧力場、密度場に関する2断面鳥瞰図を示す。今までの計算結果と比較して合理的な結果を示している。また、胴体の中程から膨張波が発生しているのが見られる。

第4図には、揚力、抗力の空力係数の計算と宇宙科学研究所での実験値との比較を示す。計算は迎角が $0^\circ$ の場合であるが、比較は合理的である。ただし、実験はマッハ数2.5、計算は3である。



第4図 揚力および抗力係数の実験との比較

第 5 図には、主流に垂直な 3 つの断面内での流れのパターンを示す。厳密にいうと、主流方向以外の 2 つ的一般座標格子で形成された面内での諸物理量の変化である。断面が上流側から下流側にいくにつれて形状が変化しているのが分かる。それと同時に、下流部では翼が現われ、それに伴い、流れが外側に押しやられ、複雑に渦巻いている状態が現われている。

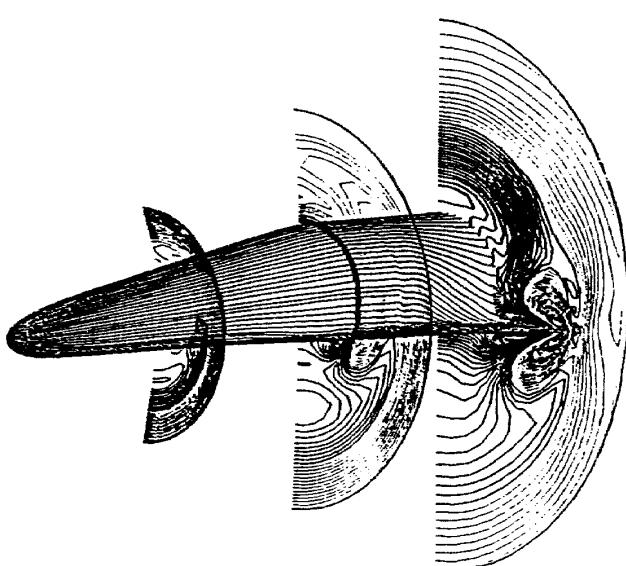
続いて、第 2 の計算法として Yee-Harten の TVD 法による結果を示す。ここでは、オイラー方程式の結果を示す。

第 6 図には、 $M = 3$  と  $8$ において、半球円柱に適用された結果を示す。以前のデータに較べて、衝撃波がかなり鋭く捕えられているのがわかる。

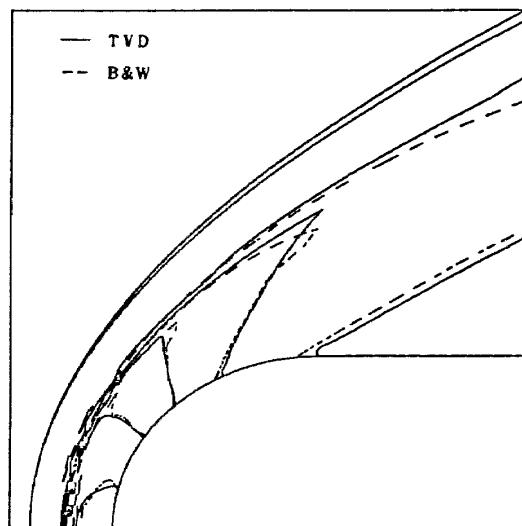
第 7 図には、物体から外側境界にむかう座標に沿っての圧力分布を示すが、衝撃波の位置で、不連続がよく捉えている。同図には、MacCormack の有限体積法で計算された結果も比較のために示されている<sup>7)</sup>。

これらの結果をふまえて、マッハ 3 と 8 に対して、有翼飛翔体（この場合には、C II 型模型）周りの流れの解析を試みた。その結果が第 8 図に載っている。衝撃波の位置、物体と衝撃波の間の流れの様子などかなり合理的な解が得られている。

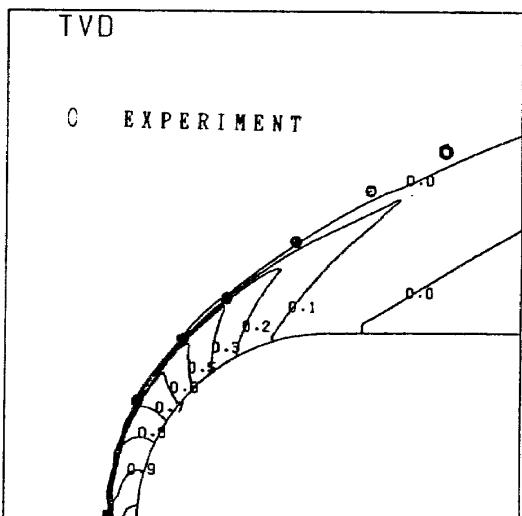
第 9 図には、第 1 および第 2 の計算法による圧力等高線の比較、および実験との衝撃波の比較を示し



第 5 図 主流を横断する断面内における圧力の等高線

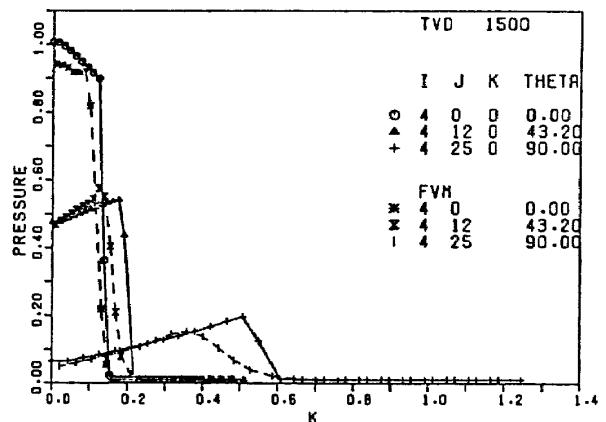


a)  $M = 3$

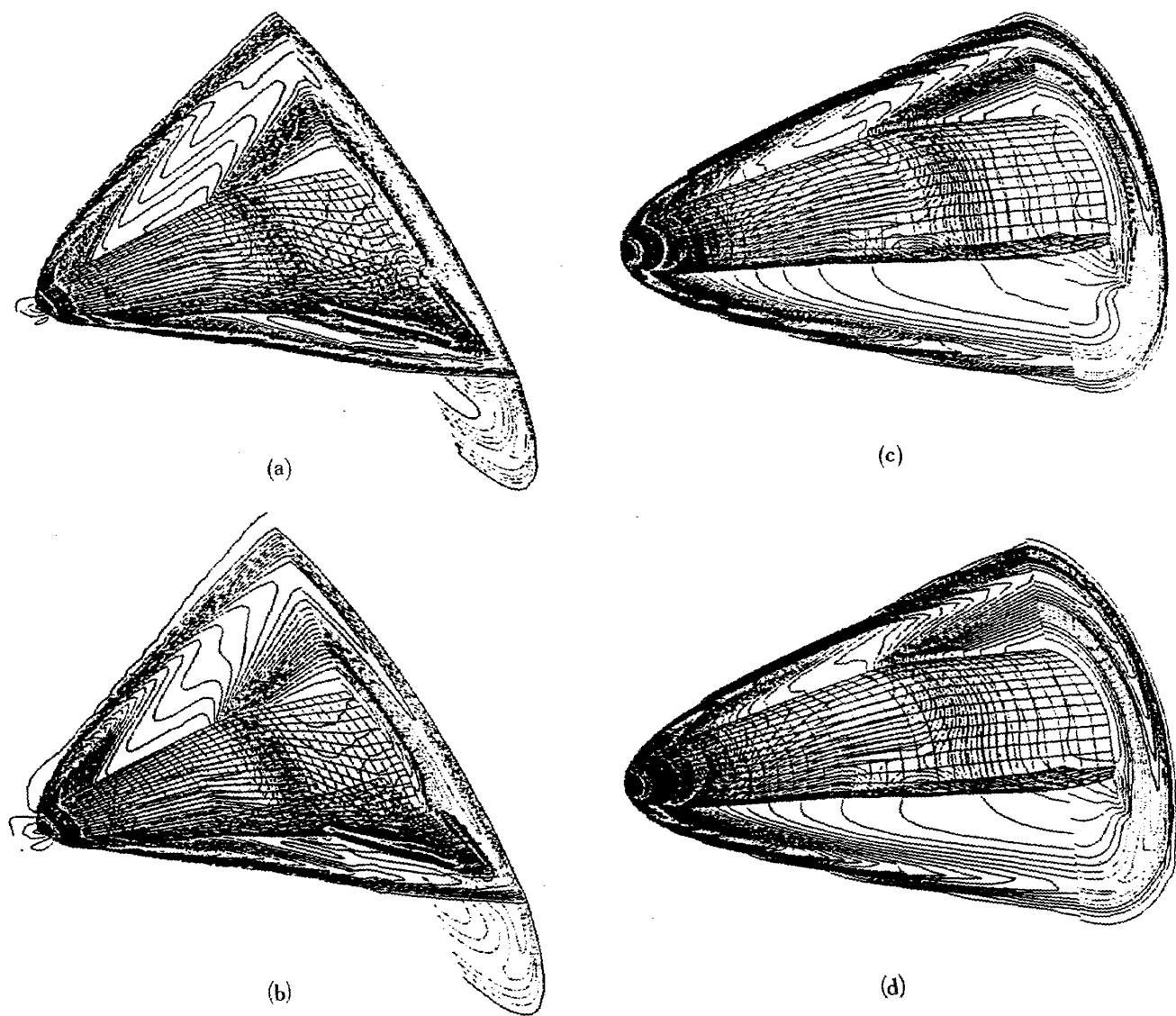


b)  $M = 8$

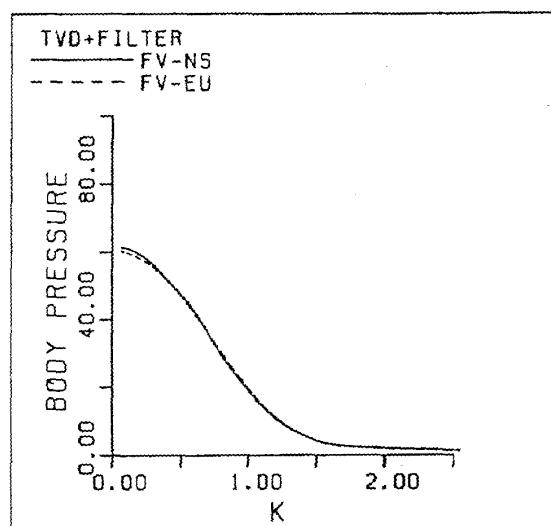
第 6 図 第 2 の計算法による半球円柱周りの圧力等高線



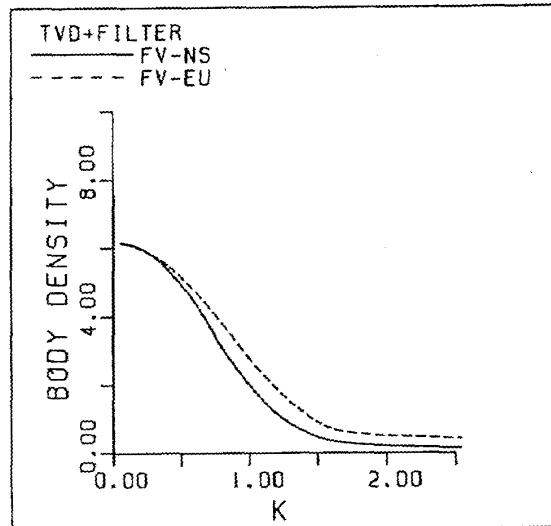
第 7 図 物体から外側境界に向かう座標に沿っての圧力分布 ( $M = 8$ )



第8図 C II型模型周りの圧力等高線  
a)  $M=3$ , 二次精度 b)  $M=3$ , 一次精度



a) 第1と第2の計算法による圧力等高線の比較 ( $M=3$ )



b) 衝撃波位置の実験との比較 ( $M=8$ )

第9図 他の計算および実験との比較

ている。良い一致が得られていることが分かる。ここで、マッハ数 3 の場合は翼が付いているが、マッハ数 8 の場合は翼が付いていない。

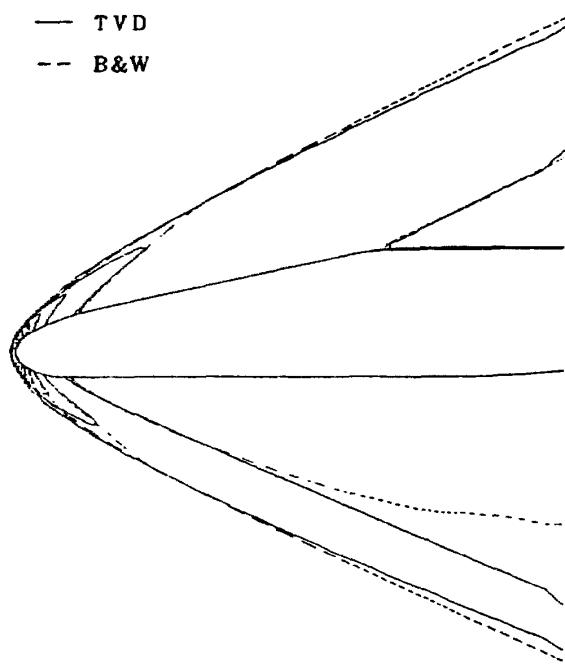
続いて、第 3 の計算法の結果を示そう。つまり、MacCormack TVD 法の結果である。

第 10 図には、マッハ数 8 で半球円柱の計算をした結果が示されている。物体の中心軸を含む断面内での流れの様子である。ここで我々の計算では、計算の安定性のために 2 次と 4 次の平滑化項を加えている。

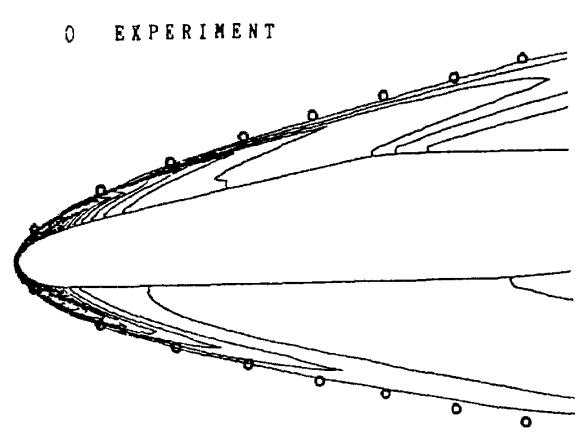
第 11 図には、物体に沿う圧力、密度分布を示し、

そこでは、非粘性の MacCormack 有限体積法の解との比較が述べられている<sup>7)</sup>。残念ながら、平滑化の大きさを変えると、物体に沿う諸物理量の大きさが変化する。又、粘性を入れると温度境界層ができ、温度が上昇するため、その分密度が非粘性の場合に比べて減少する。圧力に関しては、粘性を入れても入れなくてもあまり変わらない。

第 12 図には、今まで検討された結果をふまえて、宇宙科学研究所の S - 1 型有翼飛翔体模型周りの流れに適用した結果を示す。この模型の場合は垂直尾翼を考慮した計算を行った。第 2 の計算法に比べて

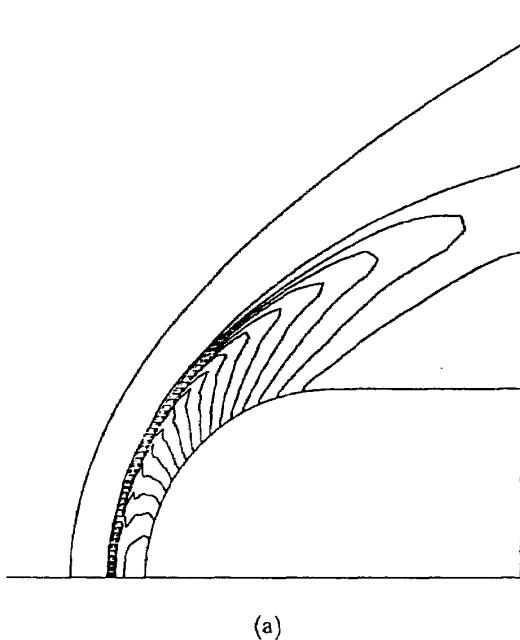


a)  $M = 3$

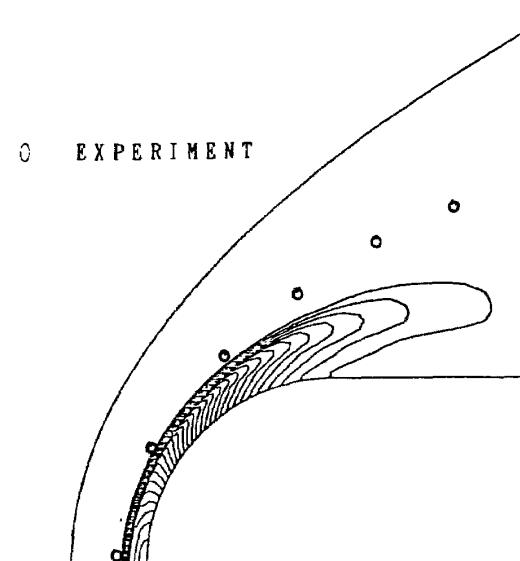


b)  $M = 8$

第 10 図 第 3 の計算法による半球円柱周りの圧力等高線

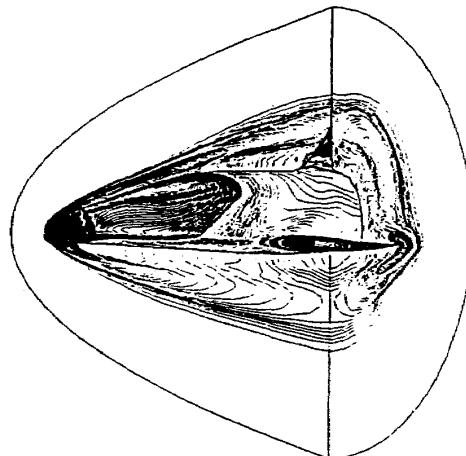


(a)

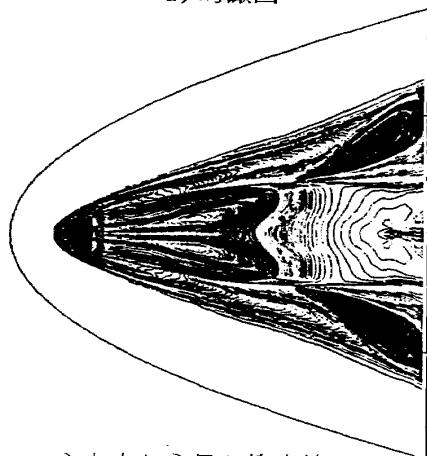


(b)

第 11 図 物体に沿う圧力、密度分布 ( $M = 8$ )



a) 鳥瞰図



b) 上方から見た等高線

第12図 圧力等高線

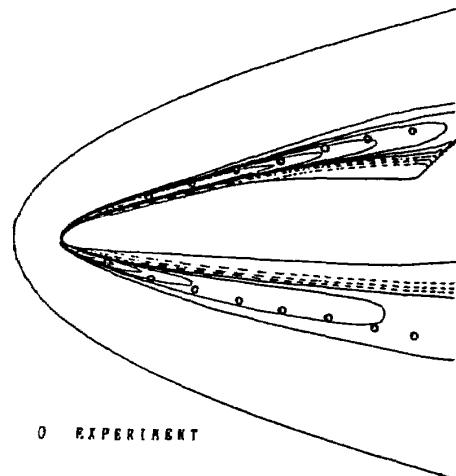
衝撃波が多少厚くなつてはいるが、流れとしては、翼の前に衝撃波が出来てくることなど実用的な解が得られていると思われる。

第13図には、衝撃波位置の実験との比較を示す。合理的な一致が得られたといえる。

最後に、第1表に、この3種類の計算法により行われた計算例の諸量をまとめた。

#### 4. おわりに

3つの計算法、つまり、Beam-Warming法による



第13図 衝撃波位置の実験との比較 ( $M=8$ )  
計算は密度の等高線を示す。

第1表 3つの計算方法による計算例の内容

$\xi$  ; 周方向,  $\eta$  ; 流れに沿う方向

$\zeta$  ; 物体表面から外側境界へ向かう方向

	格子点数 $\xi \times \eta \times \zeta$	ステップ数	CPU time (sec / point) (step)
計算法1 B & W 衝撃波境界法	$42 \times 52 \times 20$ $= 43680$	2500	$1.03 \times 10^{-4}$
計算法2 TVD法	$22 \times 34 \times 30$ (翼なし) $= 22440$	1600	$1.40 \times 10^{-4}$
	$32 \times 45 \times 30$ (翼付) $= 43200$	1200	
計算法3 FV + TVD	$29 \times 30 \times 33$ $= 28710$	1500	$2.25 \times 10^{-5}$

衝撃波境界法を使った計算、Yee-Harten TVD 法による計算、そして、MacCormack TVD 法による計算で流れを計算し、その結果をそれぞれ比較検討した。その結果、それが合理的な解を出すことが分かった。実験との比較も積極的に行い、衝撃波の位置が良く一致するなど計算された解の信頼性が得られた。

### 参考文献

- 1) 保原 充, 中村佳朗：“PNS 方程式による超音速流れの計算”，第 5 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集，1987, pp.43-48.
- 2) T.H. Pulliam and J.L. Steger, “Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow”, AIAA J., Vol. 18, 1980, pp. 159-167.
- 3) P.D. Thomas, M. Vinolur, R.A. Bastianon and R.J. Conti, “Numerical Solution for Three-Dimensional Inviscid Supersonic Flow”, AIAA J., Vol. 10, 1972, pp. 887-894.
- 4) A. Harten, “High Resolution Schemes for Hypersonic Conservation Laws”, J. Comput. Physics, Vol. 49, 1983, pp. 357-393.
- 5) H.C. Yee and A. Harten, “Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws in Curvilinear Coordinates”, AIAA Paper 85-1513, 1985.
- 6) C.M. Hung and W. Kordulla, “A Time-Split Finite-Volume Algorithm for Three-Dimensional Flowfield Simulation”, AIAA J., Vol. 22, 1984, pp. 1564-1572.
- 7) 保原 充, 安藤 靖, 中村佳朗：“飛翔体まわりの極超音速流の数値解析”，昭和 59 年度科研シンポジウム（空気力学における数値ミュレーション），1985, pp. 39-45.
- 8) S.F. Davis, “TVD Finite Difference Schemes and Artificial Viscosity”, NASA CR 172373, ICASE Report No. 84-20, 1984.