

3次元鈍頭物体まわりの極超音速熱非平衡反応流

K. V. Reddy* 藤原俊隆* 村山俊之*

A Hypersonic Thermally-Nonequilibrium Reacting Flow around a 3-Dimensional Blunt Body

by

K.V. Reddy, Toshi FUJIWARA, and Toshi MURAYAMA
*Department of Aeronautical Engineering, Nagoya University,
Nagoya 464-01, Japan*

ABSTRACT

This work deals with a flow around a re-entry hypersonic vehicle or AFE vehicle at flight speed Mach = 31.6 under a thermally and chemically non-equilibrium concept. As a thermally non-equilibrium model, we adopt Park's two-temperature model; translational and vibrational temperatures of molecules. And as a chemically reacting model, the modified Arrhenius form is used, where all the reaction rates depend on both temperatures. Because of the reaction delay, the distance between peripheral shock wave and the body increases from one-temperature model. Under this concept, the reaction front is significantly separated from the shock front; the reaction delay time is accurately given by the present shock fitting method.

1. はじめに

我々は、極超音速飛行体まわりの化学反応流について研究を行ってきたが、より正確な流れ場を捉えるために化学非平衡に加えて温度非平衡状態を考慮に入れることとした。Bow-shockを気体が通過するとき、その温度は急激に上昇するのだが、分子内での各運動モードがそれぞれの物理的機構によって励起されるので、温度上昇の過程は異なっているはずである。各モードの温度が異なる状態を温度非平衡状態と呼び、AOTVやAFEの飛行条件ではこれを無視できない。計算モデルとしては、AFEの頭部を模した3次元の軸対称物体を取り扱う。化学非平衡については、 N_2, O_2 に対

する6つの化学反応によって生成される、 N, O, NO, NO^+ そして e^- の電離を含む7種の混合気体を、熱的非平衡については、C. Parkによる2温度モデルを用いることとする。この研究で言う2温度とは、分子・原子の並進の温度 T と分子の振動温度 T_v であり、分子の回転温度は並進温度と等しいとし、また電子の並進温度は振動温度と等しいと近似する。これは物理的観点から、熱的非平衡を2温度で取り扱うときに最も適していると一般に考えられている近似である。

2温度モデルの導入によりアレニウスの化学反応定数は T と T_v の関数となり、もし温度非平衡が存在するのならば、温度平衡モデルの場合の化学種構成とは異なった流れ場が得られるであろう。そして、化学反応をより現実のものに近くするこ

* 名古屋大学工学部航空学科

とで、衝撃波位置や機体への熱伝達などがより正確に算出できるであろう。

2. 支配方程式の構成

支配方程式として、電子を除く6化学種の質量保存、2方向の運動量保存、エネルギーの保存からなるFull Navier-Stokes equationを用い、円筒座標系から一般移動座標系に書き換える。

$$\frac{\partial \hat{q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = \frac{1}{R_e} \left[\frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} \right] + \hat{H}_1 + \hat{H}_2 \quad (1)$$

分子の振動温度と電子の並進温度が非常に速く平衡に達すると仮定して、振動エネルギーの保存式と電子のエネルギーの保存式を一つにまとめて、以下のように一般座標系で書き表わす。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{J} (1.5 \tau_e + \tau_m) \rho T_v \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} (2.5 \tau_e + \tau_m) \rho (U - \xi_t) T_v \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} (2.5 \tau_e + \tau_m) \rho (V - \eta_t) T_v \right] \\ & = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[J^{-1} \left(\xi_z \frac{\beta_A}{\gamma_i} (\tau_e \lambda_e + \tau_m \lambda_v) \right) \frac{\partial T_v}{\partial z} \right] + \left(\xi_r \frac{\beta_A}{\gamma_i} (\tau_e \lambda_e + \tau_m \lambda_v) \right) \frac{\partial T_v}{\partial r} \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[J^{-1} \left(\eta_z \frac{\beta_A}{\gamma_i} (\tau_e \lambda_e + \tau_m \lambda_v) \right) \frac{\partial T_v}{\partial z} \right] + \left(\eta_r \frac{\beta_A}{\gamma_i} (\tau_e \lambda_e + \tau_m \lambda_v) \right) \frac{\partial T_v}{\partial r} \\ & + (U - \xi_t) \frac{\partial}{\partial \xi} [J^{-1} \rho \tau_e T_v] + (V - \eta_t) \frac{\partial}{\partial \eta} [J^{-1} \rho \tau_e T_v] - \frac{J^{-1}}{r} [(2.5 \tau_e + \tau_m) \rho U T_v - \frac{1.2022}{\gamma_i} (\tau_e \lambda_e + \tau_m \lambda_v) \frac{\partial T_v}{\partial r}] \\ & + J^{-1} \left[3 \tau_e \sum_{i=1}^6 \frac{m_e}{m_i} \vartheta_i + \frac{\tau_m}{\tau} \right] \rho (T - T_v) \end{aligned} \quad (2)$$

式中の粘性係数と熱伝導係数については1次のChapman-Enskog approximationにもとづいたYos' formulation¹⁾、拡散係数についてはChapman-Couling empirical formulaを用いることにより、多温度気体を取り扱うことができる。このとき必要となる、中性種-中性種・イオン-中性種・イオン-電子間の衝突断面積も文献1に

よる。

電子とその他の重い粒子との間の衝突頻度は、分配関数が温度に対応するMaxwell分布をしていると仮定し(3)のようになる。但し電子とイオンの間ではDebye shielding lengthを用いて(4)式の様に扱う。

$$\nu_{er}^* = n_r \sigma_{er} \left(\frac{8kT_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \quad (3)$$

$$\sigma_{ei} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{(3kT_e)^2} \ln \left(1 + \frac{h^2(3kT_e)^2}{e^4} \right)$$

$$\nu_{er}^* = \frac{64}{27} \left(\frac{\pi}{m_e} \right)^{1/2} n_r e^4 \frac{1}{(2kT_e)^{3/2}} \ln \left(\frac{9k^3 T_e^3}{4\pi n_e e^6} \right) \quad (4)$$

並進エネルギーと振動エネルギーの緩和時間は(5)式のMillikan and Whiteの経験則を用いるのだが、これは約5000Kを超えると実際より短い緩和時間を与えてしまう。この研究で取り扱う流れの温度は30000K近くにまで達するので、これを補正するために(6)式の有効衝突断面積による緩和時間をくわえる。このことにより、両エネルギー間の緩和時間は(7)式のように書き表される。(6)式の中の振動励起衝突断面積 σ は、 $10^{-21} \times (50000/T)^2 \text{ m}^2$ を採用した。

$$\rho \tau = \exp \left\{ 1.16 \times 10^{-3} \left(\frac{M_s}{2} \right)^{1/2} \theta_{v,i}^{4/3} \left[T^{-1.3} - 0.015 \left(\frac{M_s}{2} \right)^{1/4} \right] - 18.42 \right\} \quad (5)$$

$$\tau_{eff} = 1/n C_n \sigma \quad (6)$$

$$\tau = \frac{\rho \tau}{p^*} + \tau_{eff} \quad (7)$$

7種の化学種を取り扱う化学反応式は6つである。これらは、酸素分子の解離に代表されるように、全体として吸熱の方向に進む。

修正アレニウス化学反応定数式は、2温度の導入により並進温度と振動温度の関数となる。このことによって、温度非平衡の起っている領域では、温度平衡近似の時の反応とは異なった化学反応が得られる。このとき、イオンであるNO⁺の生成反応だけは、電子の温度が振動温度と等しいことによって、反応定数式が他の反応と異なり(9)式のようになる³⁾。

$$k_f = CT^n \exp\left(\frac{-E_1}{kT_v} - 1 + \frac{T}{T_v}\right)$$

$$k_b = k_f / k_c(T), \quad Z = 10000/T$$

$$k_c = \exp(A_1 + A_2 \ln Z + A_3 Z + A_4 Z^2 + A_5 Z^3) \quad (8)$$

$$k_f = CT^n \exp\left(\frac{-E_1}{kT}\right)$$

$$k_b = k_f / k_c(T_v), \quad Z = 10000/T_v$$

$$k_c = \exp(A_1 + A_2 \ln Z + A_3 Z + A_4 Z^2 + A_5 Z^3) \quad (9)$$

なお、 C_p と h は温度の関数としてポリノミアルで求めており、それは 35000K まで適用できる。

3. 数値計算スキームと境界条件

3.1 Beam-Warming スキーム

支配方程式は、振動-電子のエネルギー保存式を除いて Beam-Warming Implicit Method を用いて解く。Block Tri-Diagonal Matrix 化をおこなうことにより、ベクトル計算機 VP-200 をもちいて非常に短時間で計算を終えることができる。Beam-Warming スキームを用いている理由は、差分方程式の中の数値粘性項を小さくすることができ、特に反応を含む流れにおいて鮮鋭な結果が得られる利点を重視するからである。支配方程式の各イタレーションごとに、振動-電子のエネルギー保存式を陽的に解き、それによって振動温度 T_v を求める。収束の判断は衝撃波の位置が定常になることで行く。

3.2 計算対象について

鈍頭物体のモデルは Fig. 4 の様な軸対称 3 次元物体で、shock-fitting 法をもちいて衝撃波を捉え、shock-body 間を計算領域とする。メッシュポイントは 38×35 で、body と shock 付近で指数的に密にしてあり、衝撃波の位置が変わるとそれにしたがってグリッドを再構成する。

大気の状態は高度 78km において、

$$\text{密度} = 2.780 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{圧力} = 1.572 \text{ N/m}^2$$

$$\text{温度} = 197 \text{ K}$$

で、これは AFE の perigee condition を設定する。

また、飛行速度は以下のものである。

$$\text{Mach} = 31.6, \quad 8.91 \text{ km/s}$$

3.3 境界条件

計算領域は 4 つの境界に囲まれている。

- body 表面は、等温性・非触媒壁で、流速は 0、壁の温度は 1000K。
- 衝撃波面は、Rankine-Hugoniot 式で与え、自由に動くことができる。
- 流出面の状態は、その上流から外挿する。
- 対称面は、反射条件を用い、半径方向速度 0。

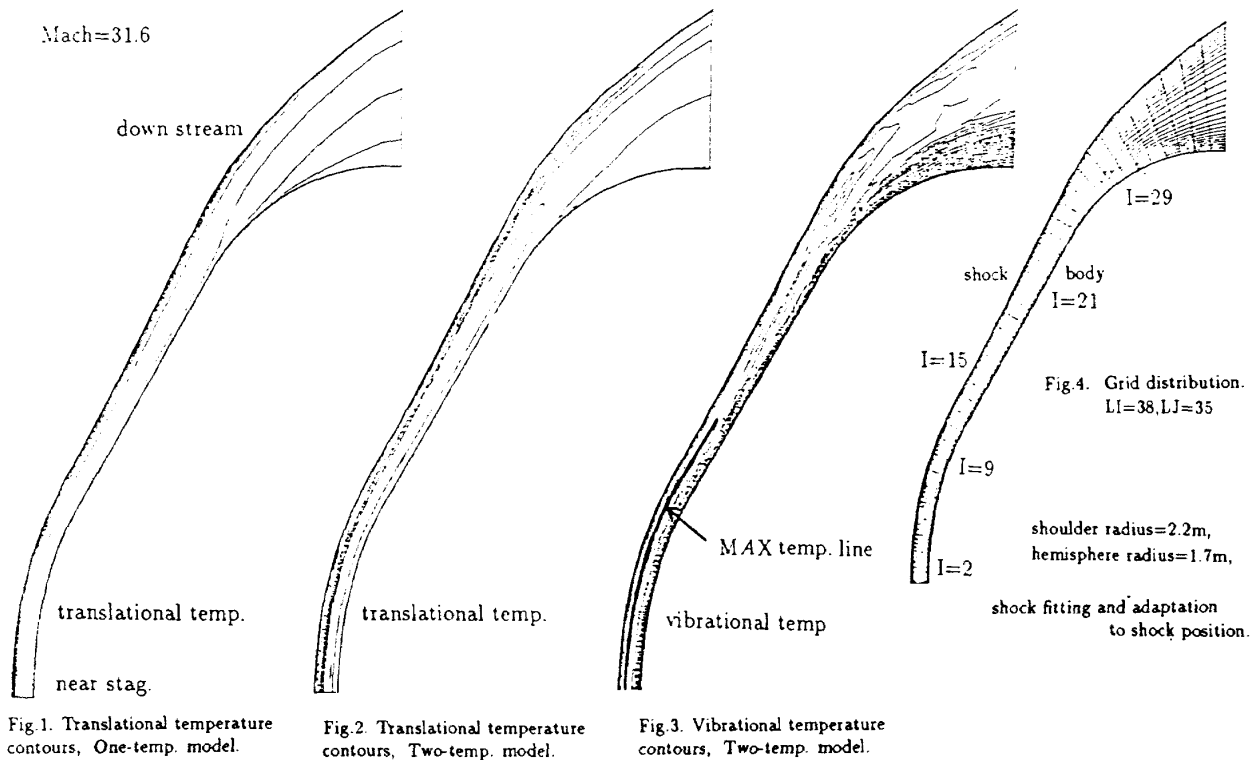
4. 計算結果

上記のような条件を用いて、2 温度モデルと熱平衡モデルについて計算を行かない、その結果を比較する。

Fig. 1 と 2 はそれぞれ熱平衡モデルと 2 温度モデルの並進温度の等温線図を計算領域全体で示し、Fig. 3 は 2 温度モデルの振動温度を示す。振動温度は、衝撃波直後から緩やかに上昇し、図中に指示してある線上で最高温度に達し、body に近づくにつれて並進温度と平衡してゆく。Fig. 1 と Fig. 2 の衝撃波直後を比較すれば、2 温度モデルにおいては並進温度がゆっくりと下がるのがわかる。Fig. 4 は移動式グリッドの例で、左上の境界が衝撃波、右の境界が body を示す。

Fig. 5 と 6 はよどみ点付近 ($I=2$) の線上での温度分布で、Fig. 6 が 2 温度のものである。振動温度が励起されるには、衝撃波からある距離が必要であることがわかる。Fig. 7 と 8 は $I=2$ 線上での質量分率であり、Fig. 5 と 6 に対応して Fig. 8 が 2 温度のものである。これらから、化学反応の進行の違いがわかる。特に 2 温度での衝撃波直後での反応開始が、熱平衡モデルのものに較べて遅れており、Reaction-front の後退が認められる。

Fig. 9 と 10 は、2 温度モデルでの $I=21$ 線上での温度分布と質量分率である。 $I=2$ の線上における Fig. 5 と 7 とそれぞれ比較すれば、2 つの温度の緩和が body 付近で進んでいることがわかる。



5. 計算結果からの考察

5.1 衝撃波位置の差異

このような高度では、衝撃波直後では酸素分子の解離反応が最も頻繁で、この反応の進行には振動温度が高くなる必要がある。しかし、分子の振動を励起するには数千回の衝突が必要で、この過程のために反応の開始までに、ある遅れ時間が生じる。吸熱反応である分子の解離が遅れることによって、熱平衡モデルは衝撃波直後で急激に温度が下がるのに対し、2温度モデルでは並進温度が下がり始めるまでに、ある程度の距離が必要となる。衝撃波直後の温度が高い領域が広がることにより、衝撃波はbodyから押し離されることになり、軸対称線付近(I=2)のbodyから衝撃波までの距離は以下ようになった。

2温度モデル 熱平衡モデル

M=31.6 11.06cm 10.03cm 10.3% 増加

流れが高速になり衝撃波直後温度が高いほど、2温度モデルを用いる効果が現れてくると思われる。

5.2 reaction-frontとshock-frontの分離

2つの温度モデルの化学種の質量分率図(Fig.7とFig.8)を比較すると、衝撃波付近での反応が異なっていることがわかる。酸素分子の解離が2温度モデルでは遅れているのである。ここで、縦軸を対数表示していることに注意を要する。反応が始まるところをreaction-frontとよび、それは2温度モデルでは衝撃波からかなり離れていることが図中に指示されている。reaction-frontとshock-frontは、stagnation lineから離れた斜め衝撃波の部分では分離されることが知られているが、激点付近の衝撃波直後でも分離されることがわかった。実際の現象でも、このような衝撃波直後での反応遅れが起こっているであろう。

5.3 body付近での振動温度の不安定の原因

Fig.6とFig.9に示されるように、body付近では振動温度が不安定になっているが、これは振動温度の計算をexplicitの中心差分スキームを用いて行っていることによると思われる。つまり、この領域で並進と振動の温度間の緩和項が他の項に対してスティフであるのを、捉えきれないようである。計算を続けても、解の振動は収まらない

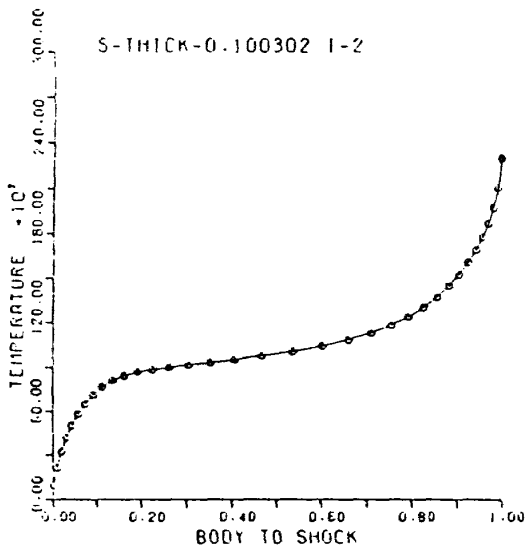


Fig. 5. Temperature (K) along near the stagnation streamline (I=2): One-temp. model.

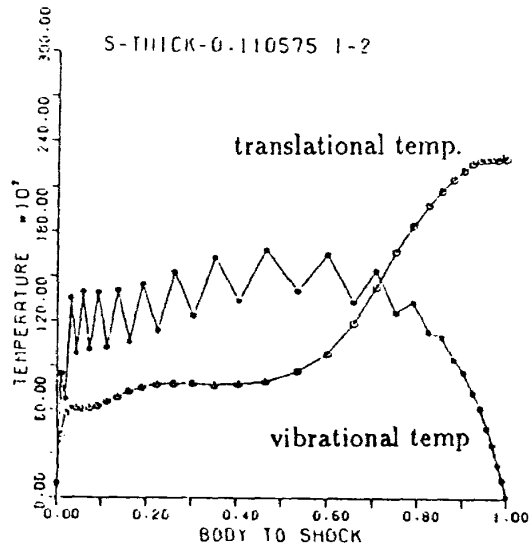


Fig. 6. Temperature (K) along near the stagnation streamline (I=2): Two-temp. model.

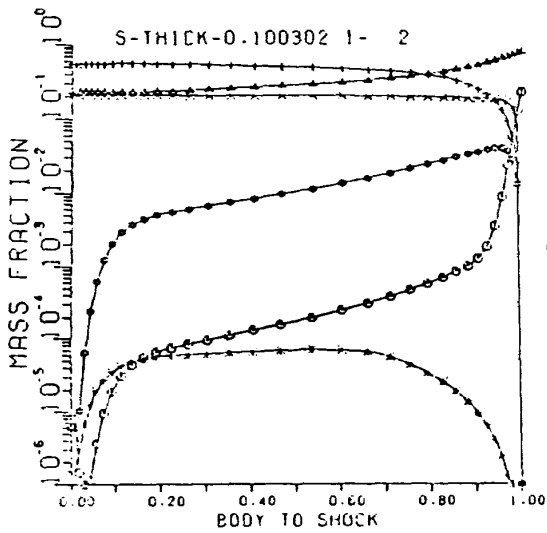


Fig. 7. Species mass fractions along near the stagnation streamline (I=2): One-temp. model.

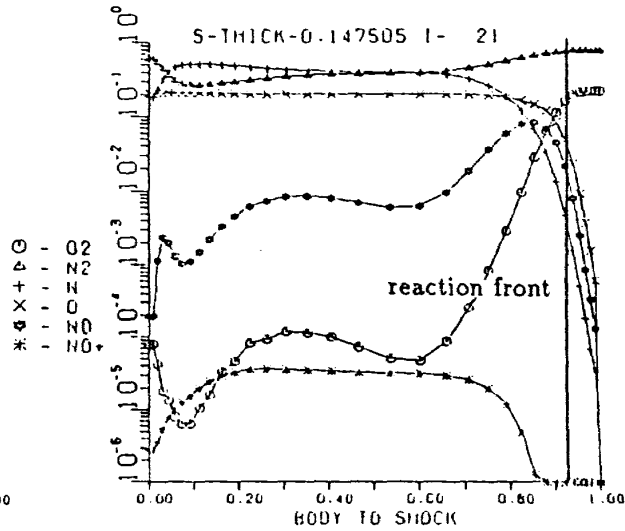


Fig. 8. Species mass fractions along near the stagnation streamline (I=2): Two-temp. model.

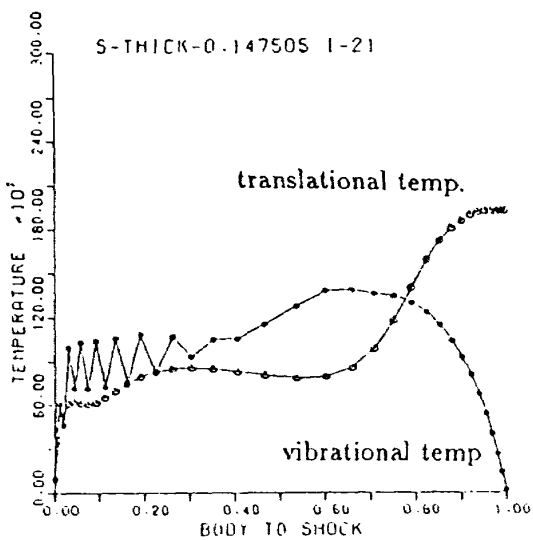


Fig. 9. Temperature (K) at down stream region (I=21): Two-temp. model.

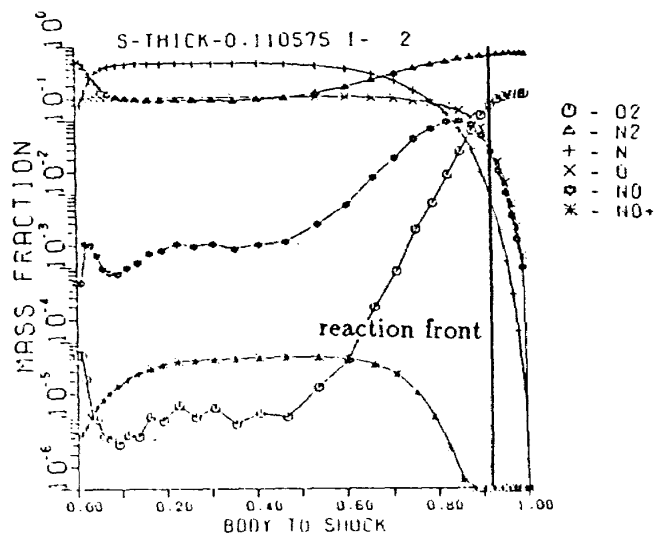


Fig. 10. Species mass fractions at down stream region (I=21): Two-temp. model.

が、残差は減ってゆきこの状態に落ち着いている。implicit スキームの中に振動のエネルギー保存式を組み込むことで、この振動は落ち着くと思われる。

5.4 shock-fitting methodと2温度モデル

上に述べたように、reaction-frontがshockから離れたことで、衝撃波面だけで高温であった現象が解消された。実験では、衝撃波直後で温度は急激には下がらないという計測結果もあり、shock-capturing法によって得られる幅を持ったshockとは原因の異なる高温領域の幅が、shock-fitting法で得られたことを報告する。

6. おわりに

この研究では、熱的平衡モデルと非平衡モデルを比較することにより、少なくとも両者の定性的な差異について知ることができた。化学反応過程は両者において非常に異なり、熱非平衡の考慮は極超音速反応流では欠かせないものであることが、これらの計算で確認された。計算スキームに起因する振動を抑えるためには、スキーム自体の改良が必要であろう。また、定量的に数値で表されている結果については、流れの条件やbodyの境界条件などによって変わってくるので、各種の条件

での計算を比較検討して行くと、より意味がでてくる。また、実際に極超音速の物体を飛ばした計測結果と比較することも興味深いものであり、次の課題の一つである。

参考文献

- 1) J.H. Lee; Basic Governing Equations for the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles, THERMAL DESIGN of AERO-ASSISTED ORBITAL TRANSFER VEHICLES, Progress in Astronautics and Aeronautics Vol. 96, 1985, pp. 5-53.
- 2) C. Park; Problems of Rate Chemistry in the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles, THERMAL DESIGN of AERO-ASSISTED ORBITAL TRANSFER VEHICLES, Progress in Astronautics and Aeronautics Vol. 96, 1985, pp. 511-537.
- 3) C. Park; On Convergence of Computation of Chemically Reacting Flows, AIAA Paper No. 85-0247, Jan. 1985.
- 4) K.V. Reddy, T. Fujiwara, T. Ogawa, and K. Arashi; Computation of Three-Dimensional Chemically Reacting Viscous Flow Around the Rocket Body, AIAA Paper No. 88-2616, June 1988 and also ISAS Report SP-7, Nov. 1988, pp. 39-71.