

衝撃波で支持された超高速燃焼の 数値シミュレーション

滝 史 郎*

Numerical Simulation of High-Speed Combustion Induced by Oblique Shock Wave

by

Shiro TAKI

Department of Mechanical Engineering, Fukui University, Fukui 910, Japan.

ABSTRACT

A solution-adaptive multilevel grid method is developed and applied to solve unsteady high-speed burning gas flows using explicit finite difference method. Heating by interaction of oblique shock waves will support high-speed combustion for some conditions. In the present study, stoichiometric methane-air mixtures are considered as combustible gases, where the four-step reaction model is adopted. The diffusion of species and the heat conduction are considered, but the viscosity is neglected. The results show that in the present conditions flames are blow off, but a detonations can be formed if strong blast waves are used as an igniter. In two-dimensional generalized curvilinear space, the newly developed solution-adaptive multilevel grid method worked well for unsteady burning to reduce the lattice points to be calculated.

1. ま え が き

超高速航空機用の空気吸入式推進機関では特に損失を小さく押える必要がある。そのためには流速をできる限り落とさずに高速流中で燃焼させねばならない。その場合、燃料と空気との混合、及び火炎の保持が重要な課題となる。本研究では、燃料と空気との混合過程を捨象して、すでに十分混合されているとして、火炎の安定な保持について調べるために、数値計算法を検討し、数値シミュレーションが試みられた。流体力学方程式と燃焼の化学動力学方程式との連立方程式が支配方程

式となり、複雑な系を解くのに適した差分法を用いて数値積分する。高速燃焼を保持するために斜め衝撃波による加熱を用いる機構について考えた。予混合燃焼にはデフラグレーションとデトネーションの2つのモードがあるが、この数値シミュレーションでは予めなんら区別することなしにいずれのモードにもなりうるようにしたい。そのためには十分現実的な反応モデルで計算する必要があり、そうすると燃焼反応はかなり高速になるため時間的にも空間的にも高い分解能が要求される。したがって燃焼域で差分格子をかなり細かくしなければならない。燃焼域が時間変化するため細かい差分格子の位置を時間変化させられるように解適合多重レベル格子法を考案し適用した。この方

* 福井大学工学部機械工学科

法の原形は筆者ら^{1,2)}の行なったデトネーションの数値シミュレーションにあり、それを発展させたものである。まだ計算法の細部の検討の段階にあり、計算結果は試行的なものである。

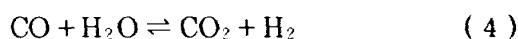
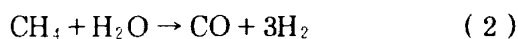
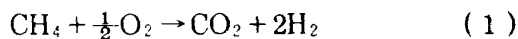
2. モデル

2.1 計算領域

図1に解こうとする問題の概略が示される。2次元空間で考える。壁面に平行に超音速で流れる予混合気中に距離 d_{ir} だけ離れた位置に角度 α のくさびが置かれる。これによって斜め衝撃波がつくられる。この入射衝撃波は向かい側の壁面で反射してさらに高温高压の領域をその後方につくる。くさびは途中からその角度を変化させやがて逆向きになり、壁面との距離の最小値 d_{rh} をつくる。このようなくさびと向かい側の壁面との間の空間が差分計算される範囲である。壁面は断熱的で非触媒性であるとするが、大きな仮定として粘性を無視することにする。このため壁面での空気力学的加熱は生じないことになり、この仮定は非現実的ではあるが、計算時間を節約し燃焼と衝撃波の干渉に焦点を当てて調べるためである。

2.2 化学反応モデル

燃料としては炭化水素燃料を考え、ここではメタンとした。空気は酸素と窒素の混合気とみなした。しかし実際に生じている素反応の連鎖を考えることは過大な計算を強いられるので、総括的な4段階反応モデルを導入した。採用したモデルはJonesとLindstedt³⁾が提案したもので、次のようである。



各々のステップに対する反応速度式は、実際の素反応ではないので次のようにやや複雑である。

$$r_1 = k_1 [\text{CH}_4]^{1/2} [\text{O}_2]^{5/4},$$

$$r_2 = k_2 [\text{CH}_4] [\text{H}_2\text{O}],$$

$$r_3 = k_3 [\text{O}_2]^2 \{ [\text{H}_2]^{1/2} [\text{O}_2]^{1/4} - [\text{H}_2\text{O}]^{1/2} / K_{c3}^{1/2} \} / [\text{H}_2\text{O}],$$

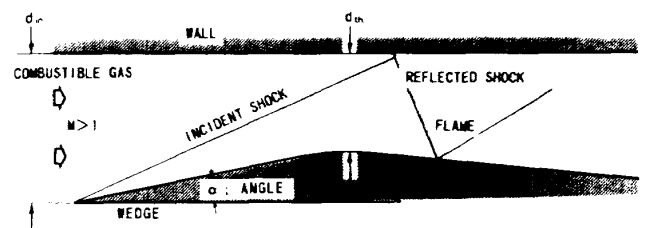


図1 超音速燃焼室のモデル

or $k_3^* [\text{O}_2]^{11/8} \{ [\text{H}_2]^{1/4} [\text{O}_2]^{1/8} - [\text{H}_2\text{O}]^{1/4} / K_{c3}^{1/4} \}$, when $[\text{H}_2\text{O}] < \epsilon$,
 $r_4 = k_4 \{ [\text{CO}] [\text{H}_2\text{O}] - [\text{CO}_2] [\text{H}_2] / K_{c4} \}$.
 ここで $[i]$ は化学種 i のモル濃度、 r_i , k_j および K_{cj} は j -ステップ目の反応のそれぞれ反応速度、反応速度定数および平衡定数である。

2.3 気体の熱力学的特性

温度範囲が広いので比熱一定という近似をすることはできず、各化学種の比熱、エンタルピーおよび自由エネルギーをGordonとMcBride⁴⁾の方法に従って次のような温度 T に関する多項式で近似する。

$$C_{pi} / R = [a_1 + a_2 T + a_3 T^2 + a_4 T^3 + a_5 T^4]_i$$

$$H_i / RT = [a_1 + a_2 T / 2 + a_3 T^2 / 3 + a_4 T^3 / 4 + a_5 T^4 / 5 + a_6 / T]_i$$

$$F_i / RT = [-\{a_1 \ln T + a_2 T / 2 + a_3 T^2 / 6 + a_4 T^3 / 12 + a_5 T^4 / 20\} + a_6 / T + (a_1 - a_7)]_i$$

ここで R は気体定数、 a_{mi} は化学種 i の多項式係数である。混合気の比熱とエンタルピーはそれぞれ次式で表わされる。

$$C_p = \sum C_{pi} X_i, \quad H = \sum H_i X_i.$$

ただし X_i は化学種 i のモル分率である。混合気の各成分は熱的に完全気体であると近似できるので、次の状態方程式が成り立つ。

$$p = \rho RT \sum Y_i / M_i$$

ここで p は圧力、 ρ は密度、 Y_i と M_i は化学種 i の質量分率と分子量である。

2.4 輸送特性

粘性が働くのは壁面付近だけで燃焼そのものには直接的に影響を及ぼさない。壁面付近では粘性によって境界層ができ空気力学的加熱によって反

応は促進される。しかし本計算ではその影響は考えないことにし、粘性は無視する。熱伝導と拡散は考慮するが熱拡散は無視し、以下のような近似式を用いる。

熱フラックス (x -方向) :

$$-q_x = \lambda \partial T / \partial x - \sum h_i v_{ix}$$

拡散方程式 (x -方向) :

$$-v_{ix} = \rho D_i \{ \partial X_i / \partial x - (X_i - Y_i) \partial \ln p / \partial x \}$$

$$D_i = (M_i / \sum M_j X_j) / \sum (X_j / D_{ij})$$

y -方向についても同様に表される。輸送係数 λ および D_{ij} は Chapman-Enskog の式から得られた値を用いて次のような近似式で表した。

$$\lambda = \lambda_0 (T / T_0)^{0.653}$$

$$D_{ij} = D_{ij0} (T / T_0)^{0.668}$$

2.5 基礎方程式

反応する気体を支配する方程式は Navier-Stokes 方程式と化学種の保存方程式である。上述のようなモデル、近似を含む 2 次元非定常流に対して、基礎方程式は一般座標系を用いて次の保存形で表すことができる。

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} + \frac{\partial F(f)}{\partial \xi} + \frac{\partial G(f)}{\partial \eta} = S(f),$$

$$f = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho Y_i \end{bmatrix}, \quad F = Uf + J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ p\xi_x \\ p\xi_y \\ pU + q_1 \\ v_{i1} \end{bmatrix},$$

$$G = Vf + J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ p\eta_x \\ p\eta_y \\ pV + q_2 \\ v_{i2} \end{bmatrix}, \quad S = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_i \end{bmatrix}$$

ここで ξ, η は一般座標で J は座標変換のヤコビアンである。また U, V は一般速度で、 Y_i は化学種 i の質量分率である。窒素の質量分率をどこでも一定と仮定すると、 CO_2 の質量分率は他の質量分率から計算できるので、独立な Y_i は $i = \text{CH}_4, \text{O}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{H}_2$ および CO である。また e は単位質量当たりの全エネルギーで

$$e = h + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) - p / \rho,$$

$$h = \sum h_i (T) Y_i.$$

3. 解適合多重レベル格子

用いられる差分格子は 2 次元一般座標系で正方形をしており、計算領域全体に最低レベルである一番粗い格子がつけられる。計算の結果、格子間のある状態量 (温度、密度など) の差がある基準値より大きくなると格子間間隔を $1/3$ に細かくした 1 段高いレベルの格子をつくる (図 2 参照)。細かい格子になってもさらにその格子間の状態量の差が基準値より大きくなると、もう 1 段高いレベルの格子系がつくられる。さらに高いレベルの格子系が同様につくられる。逆に状態量の勾配が小さくなると、その部分の細かい格子系はなくなり、低いレベルの格子系に移る。差分計算は各々のレベルで別々に行ない、時刻を合わせるようにして接続させる。このようにして計算すべき格子点数を大幅に減らすことができ、計算時間のかかる化学反応速度の計算量を減らすことができる。本計算例では燃焼反応域を細かい差分にするために、格子間隔を温度差によって判断して変化させた。そこでは最高 4 次のレベルまでとったので、空間及び時間の格子間隔は最大と最小とでは 27 倍の違いがある。

4. 差分計算と結果例

高速の非定常流れを解くには陽的差分法が有利だと考えられ、ここでは基本的に二段階陽的 Mac-Cormack 法が用いられる。化学反応については、

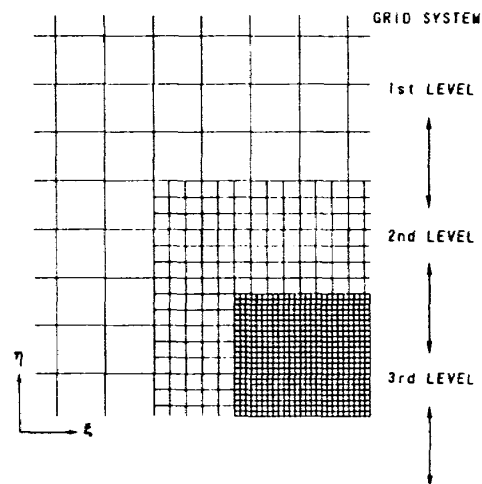


図2 解適合多重レベル格子系のとり方

GRID SYSTEM OF THE FIRST LEVEL

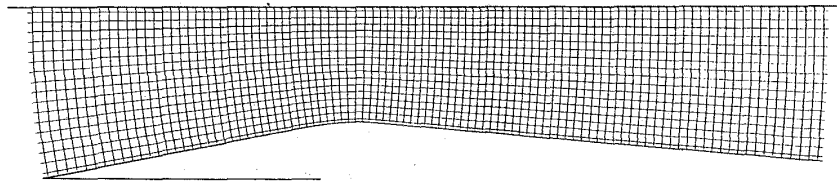


図3 最低レベルの格子(例)

GRID SYSTEM UP TO THE SECOND LEVEL CAUSED BY SHOCK

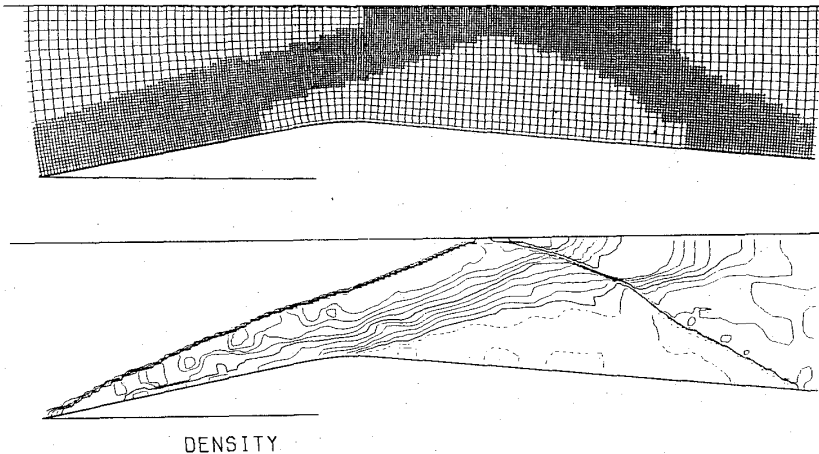


図4 反応しない場合の定常解。差分格子系(上)と等密度線図(下)。
入口でのマッハ数 $M_0=5.5$, くさび角 $\alpha=11.25^\circ$ の場合。

4段階反応モデルを用いているために、方程式系があまりstiffでないので、陰解法ではなく計算速度の速いCHEMEQ法⁵⁾を用いて積分した。また衝撃波や燃焼波での解の振動を抑えるためにFCT法を適用した。また差分計算にあたっては時間分割法を用いた。

図3に1次のレベルの格子系の例を示す。格子は直交系をなす。可燃性気体は図の左側より上側の壁面に平行に流入する。計算例の条件は次のうである。流入する気体は化学量論比のメタン空気混合気で、圧力10.13kPa, 温度300K, くさびと壁の入口での間隔 d_{in} は75mm, スロート部での間隔 d_{th} は50mmである。図4はくさび角 α が 11.25° , 流れのマッハ数 M_0 が5.5の場合で、化学反応を凍結して流した場合の等密度線図と、このときの差分格子系の図である。衝撃波周辺の格子が1段高いレベルになっていることがわかる。図4に示されるような未反応流を初期条件として反射衝撃波背後の一番高温部に点火して火炎のその後の経過を計算した。図5以降の結果は入口で

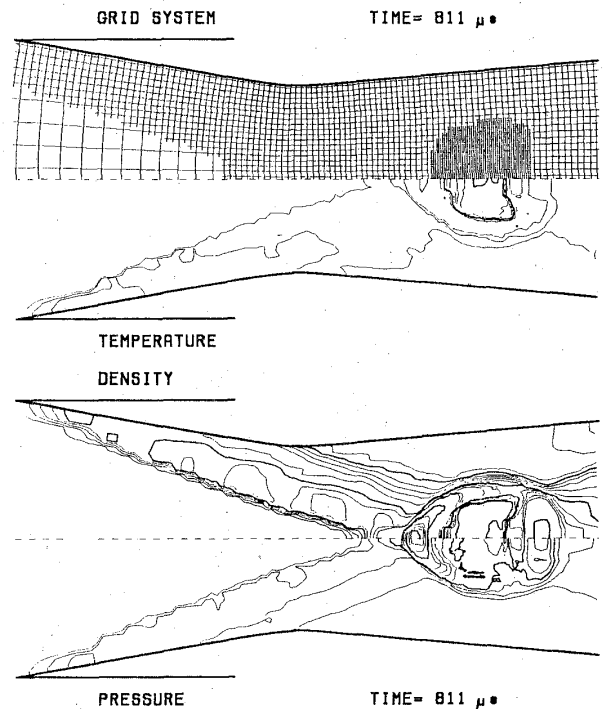


図5 点火後少し後の様子。入口でのマッハ数 $M_0=5.0$, くさび角 $\alpha=10^\circ$ の場合。上から、この時刻の差分格子, 等温度線図, 等密度線図, 及び等圧線図。この場合, 火炎はやがて吹き飛んでしまう。

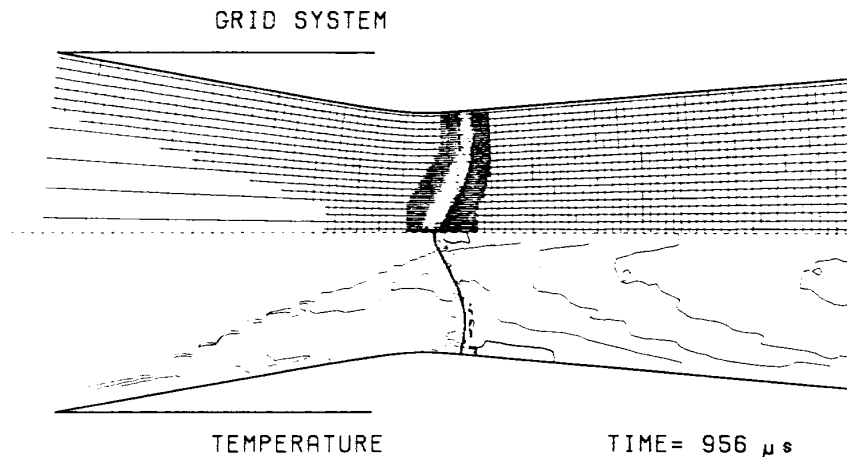


図6 強い爆風が生ずるような点火をさせてデトネーションが生じた場合。入口マッハ数 $M_0 = 5.0$ 、くさび角 $\alpha = 10$ 度の場合。この時刻の差分格子(上)と等温線図(下)。

のマッハ数5.0、くさび角10.0度の場合である。図5には、点火後少し経過した時の様子が示される。一番上はこの時刻の差分格子で、火炎のところで格子が細くなっている。その図の下に順に温度、密度、及び圧力の等高線が示される。まだ点火後間もなく、爆風が見られる。この場合は、しかし火炎はやがて吹き飛んでしまう。もっと強い爆風が生ずるような点火をすると、デトネーションが生ずる。図6にデトネーションになった場合の等温度線図と差分格子を示す。この場合は、図5の場合と点火の条件以外は同じである。デトネーション波面周辺の差分格子が4次のレベルになっていることがわかる。

5. 結 論

解適合多重レベル格子法を開発して、高速流中での燃焼の数値シミュレーションへの適用を試みた。メタン酸素混合気を用いた結果、本計算の条件では点火後火炎は吹き消えてしまうが、強い爆風ができるように点火するとデトネーションが発生し消滅しない。解適合多重レベル格子法は非定常な火炎に対して、適切に働くことが確認された。燃焼反応のように一格点当たりの計算量が多くて、また空間的、時間的に高い分解能が要求される場合に、この格子系は特に有効であろう。

参 考 文 献

- 1) S. Taki and T. Fujiwara; Numerical Analysis of Two-Dimensional Non-steady Detonations, AIAA J., Vol. 16, pp. 77-77 (1978).
- 2) S. Taki and T. Fujiwara; Numerical Simulation of Triple Shock Behavior of Gaseous Detonation, *Eighteenth Symposium (International) on Combustion*, pp. 1671-1681, 1981.
- 3) W.P. Jones and R.P. Lindstedt; Global Reaction Schemes for Hydrocarbon Combustion, *Combustion and Flame*, Vol. 73, pp. 233-249 (1988).
- 4) S. Gordon and B.J. McBride; Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks, and Capmann-Jouguet Detonations, NASA SP-273, 1971.
- 5) T.R. Young, Jr.; CHEMEQ - A Subroutine for Solving Stiff Ordinary Differential Equations, NRL Memorandum Report 4091, 1980.

超音速流へのインジェクション問題の数値解析

高橋 政 浩* 林 光 一*

Numerical Study on Injected Jet into a Supersonic Flow

by

Masahiro TAKAHASHI, Koichi HAYASHI
Department of Aeronautical Engineering, Nagoya University

ABSTRACT

A supersonic air flow with the transverse helium injection is simulated numerically by solving the two-dimensional Reynolds averaged full Navier-Stokes equations with an algebraic eddy viscosity model developed by Baldwin and Lomax. The numerical results are compared with the experimental results to study a validity of the turbulence model and the present code. The results are also compared with the solution of a laminar flow case to study the effects of the turbulence model on the high Reynolds number flow field. The use of the turbulence model provides a better simulation of the experimental data except at the separation regions and near the injector because of a complex flow field. A modification to the algebraic model or an adoption of higher class models such as a 2-equations model are necessary to improve the simulation.

1. はじめに

従来の航空機にくらべ、より高度な技術や性能が要求されるスペースプレーンの研究開発が、国内国外を問わず盛んに行われている。大気中を超音速で飛行する際に用いられるエアブリージングエンジンの開発は、その中でもこのプロジェクトの成否を握る重要な鍵であると言われている。エアブリージングエンジンについてはいろいろなタイプが検討されているが、スクラムジェットエンジンが最も注目されている。このような超音速燃焼を実現するエンジンでは燃焼場の流速が速いため、安定した燃焼を得る上で燃料の供給方法及び保炎方法が問題となってくる。

本研究はスクラムジェットエンジン内における燃料噴射問題を想定し、超音速で流れる主流に対して壁に設けられた噴射口から垂直に音速ジェットが噴射された場合に生じる流れ場に対して数値解析を行うものである。この解析では、主流と噴射流の干渉によりインジェクター付近に大規模な循環領域や強い衝撃波が現れる複雑な流れ場が対象となるため乱流現象の取扱いが重要であると考えられる。先に行った乱流モデルを用いない計算¹⁾ではマッハディスク、bow shock、剥離衝撃波及び循環領域などこの流れ場の定性的な特徴は捕えることができたが、静圧分布など定量的にはあまりよい一致を得られなかった。今回はこの解析に乱流モデルを導入することを目的とし、その第一歩としてBaldwin-Lomaxの代数渦粘性モデル²⁾

* 名古屋大学工学部航空学科