

円形曲り管内の流れと熱伝達

植 田 修 一* 石 垣 博* 望 月 宗 和*

Flow and Heat Transfer in Curved Pipe

by

Shuichi UEDA, Hiroshi ISHIGAKI, Munekazu MOCHIZUKI
Kakuda Research Center, National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Numerical solutions of the parabolized Navier-Stokes equation in connected with energy equation are presented for steady laminar flow through a curved pipe. Predictions are presented for flow and heat transfer in the developing and fully developed regions. Results of skin friction, heat transfer, 360-deg. bend flow meter coefficients show that comparison with experimental data exhibit good agreement. Axial velocity and stream function developments are presented in developing regions for two inlet velocity profiles of uniform and Poiseulli flows.

1. 緒 言

曲り管内の流れは、実用上非常に重要な問題として、古くから実験的、解析的に詳しく調べられている^{1,2,3)}。最近では、計算機の発達に伴い助走区間の流れの数値解析による解析が盛んであり、層流の結果は実験データと良い一致を示している^{4,5,6)}。しかし乱流では、2次流れを伴う乱流のモデル化が未発達であり、実験値との一致は層流ほど良くない。本報告は、乱流を取扱う前段階として、放物化ナビエ・ストークス式を用いて曲り円管助走区間の層流を数値解析し、これまでの研究結果と比較して計算プログラムの精度等を確認したものである。完全発達領域における管摩擦係数、熱伝達率等について計算結果と過去の実験データとの比較を示す。また、助走区間における流れの発達について、実験結果との比較および断面内の分布を示す。

2. 基礎方程式と数値解析

図1に示すような円柱極座標系 (r, θ, z) をとり、速度成分を (u, v, w) とする。管内の流れが定常、非圧縮であるとし、 $R \gg a$ とすれば、 z 方向の粘性拡散を無視した放物化 Navier-Stokes 式は次のようになる。

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{w^2}{R} \cos \theta + \nu \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{w^2}{R} \sin \theta + \nu \left(\nabla^2 v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad (4)$$

* 航空宇宙技術研究所角田支所

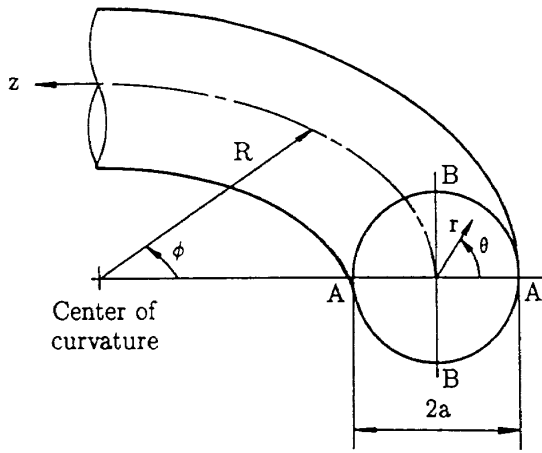


図1 円柱曲座標系

ここに

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

連続式は

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) + \frac{\partial}{\partial z}(rw) = 0 \quad (5)$$

数値計算プログラムは Patankar の著書⁷⁾ を参考にして作成されたものである。すなわち式(1)~(5)をコントロールボリューム法により離散化し、スタガード格子、対流・拡散項にはべき乗スキーム、圧力補正には SIMPLE 法を用いている。放物形解法は Patankar-Spalding⁸⁾ によった。

3. 計算結果

計算には 21×17 の不等間隔格子を用い、対称性を考慮して半円の領域を計算領域としている。図2は計算格子を局所壁面せん断応力とともに示したものである。図中の K は Dean 数 $K = Re \sqrt{a/R}$ 、ただし $Re = 2aw_m/\nu$ 、である。Z 方向刻み ΔZ は最初に 0.04a をとり、下流方向に 5% ずつ増加させて Z=4a 以後は一定値とした。温度の境界条件については壁面での熱伝達率を軸方向および円周方向について一定としている。

3.1 完全発達領域の流れと熱伝達

図3は完全発達領域における平均管摩擦係数比 λ_c/λ_s (添字 s は直円管の値, c は曲り円管の値であることを示す) を伊藤⁹⁾ の実験値と比較して示

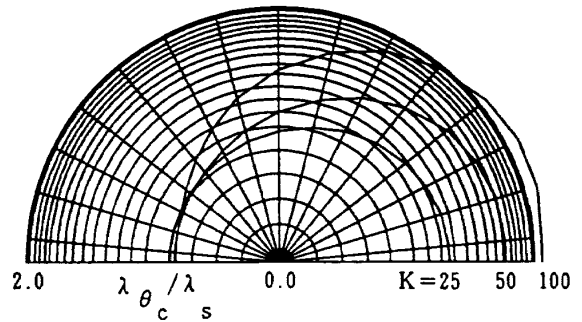


図2 計算格子と局所壁面せん断応力

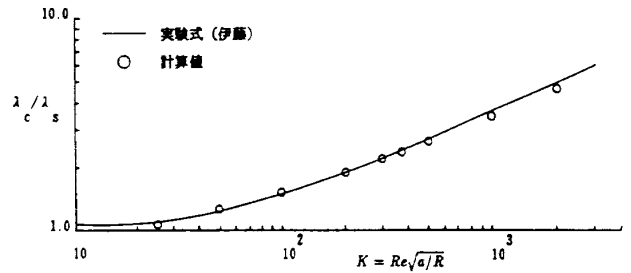


図3 完全発達領域の管摩擦係数

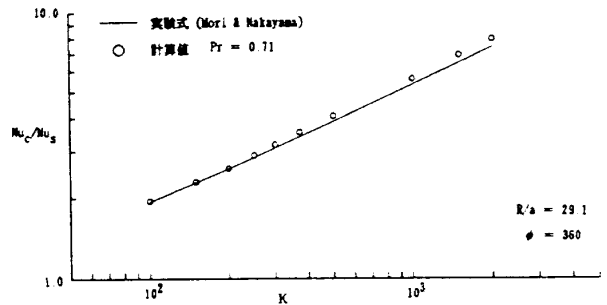


図4 完全発達領域の熱伝達率

したものである。図4は完全発達領域における平均ヌセルト数比 Nu_c/Nu_s を森, 中山¹⁰⁾ の実験値と比較して示したものである。次に、断面内圧力の検証として、360°ベンド流量計の実験結果との比較を示す。360°ベンド流量計は図5に示すようなもので、 $\phi=180^\circ$ 位置での内外壁面圧力差から流量を求める。Q を流量、 $p_o - p_i$ をこの圧力差として、流量係数 c_d は次式で表される¹¹⁾。

$$Q = c_d \pi a^2 \sqrt{2(p_o - p_i) / \rho}$$

図5に本計算による c_d の値を ϕ で示す。1 は伊藤による境界層近似理論式, 2 は Tuji & Kawashima の実験データによる実験式である。計算値と実験データはほぼ一致しており、圧力計算の正しさを示すと同時に、この種の実用装置に対しても数値解析が有効であることを示唆している。

3.2 助走区間の流れの発達

入口の速度がポワズイユ分布と一様分布の2種類の流入条件について流れの発達の様子を調べた。図6はポワズイユ分布からの流れの発達について、

主流方向速度の発達の様子を Austin¹²⁾ の実験データと比較したものである。図7は一様分布からの流れの発達について Agrawalら¹³⁾ の実験データと比較したものである。両者とも発達の特徴は実験結果と良く一致している。図8はポワズイユ分布からの流れの発達について断面内の2方向速度、流れ関数、壁面熱伝達率一定条件における温度の等高線を示したものである。曲りによる遠心力のため、速度の速い流体は曲りの外側に押出され、境界層を通過して曲りの内側に運ばれる。このため、断面内には2つの渦をもつ2次流れが形成される。ポワズイユ分布からの流れの発達では中心附近の流速の速い領域が急速に外側へ押出されるため発達の様子はとくに複雑である。

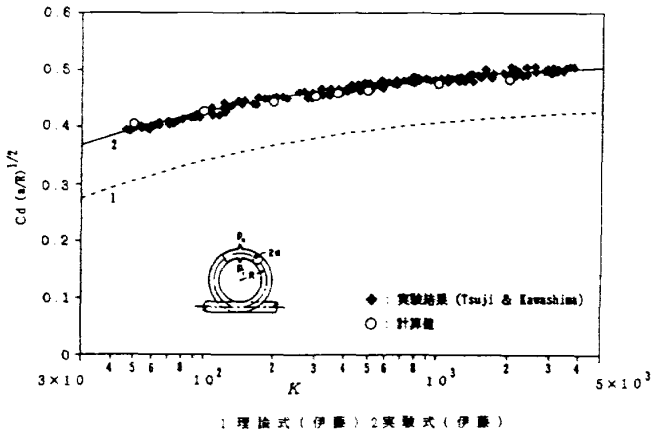


図5 360° ベンド流量計の流量係数

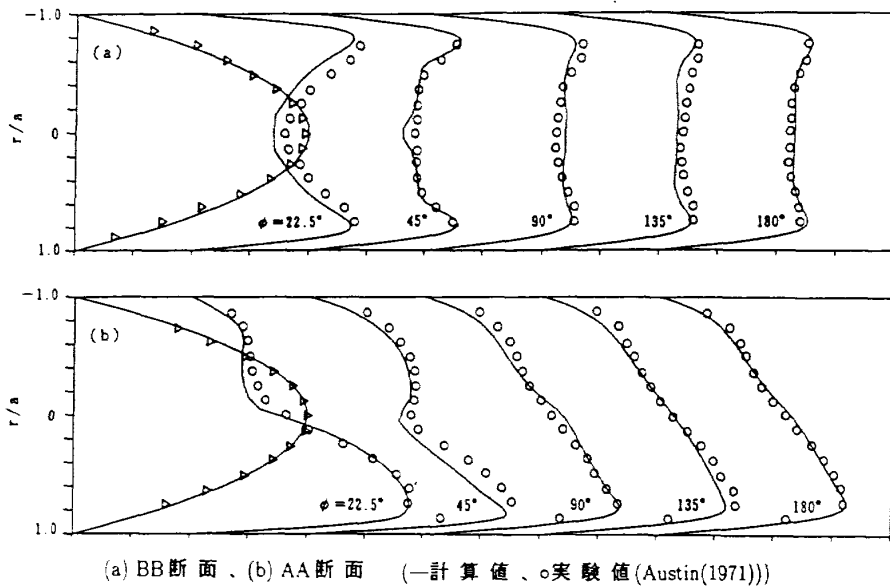


図6 ポアズイユ分布流入条件からの流れの発達 (計算条件 $K=372, R/a=29.1$)

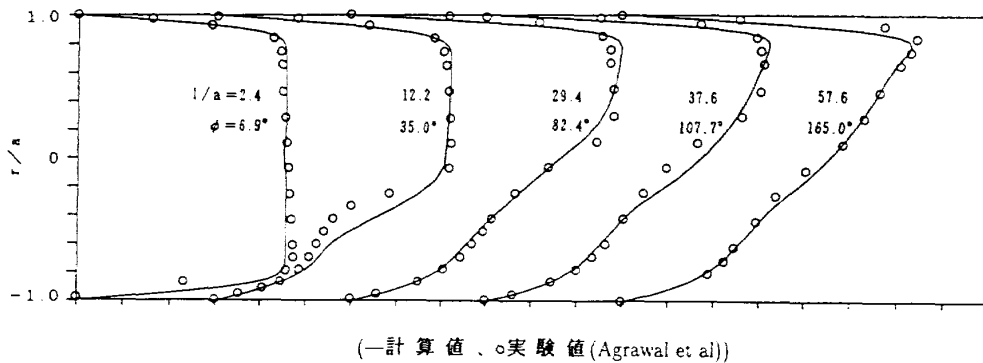


図7 一様分布流入条件からの流れの発達 (計算条件 $K=565, R/a=20$)

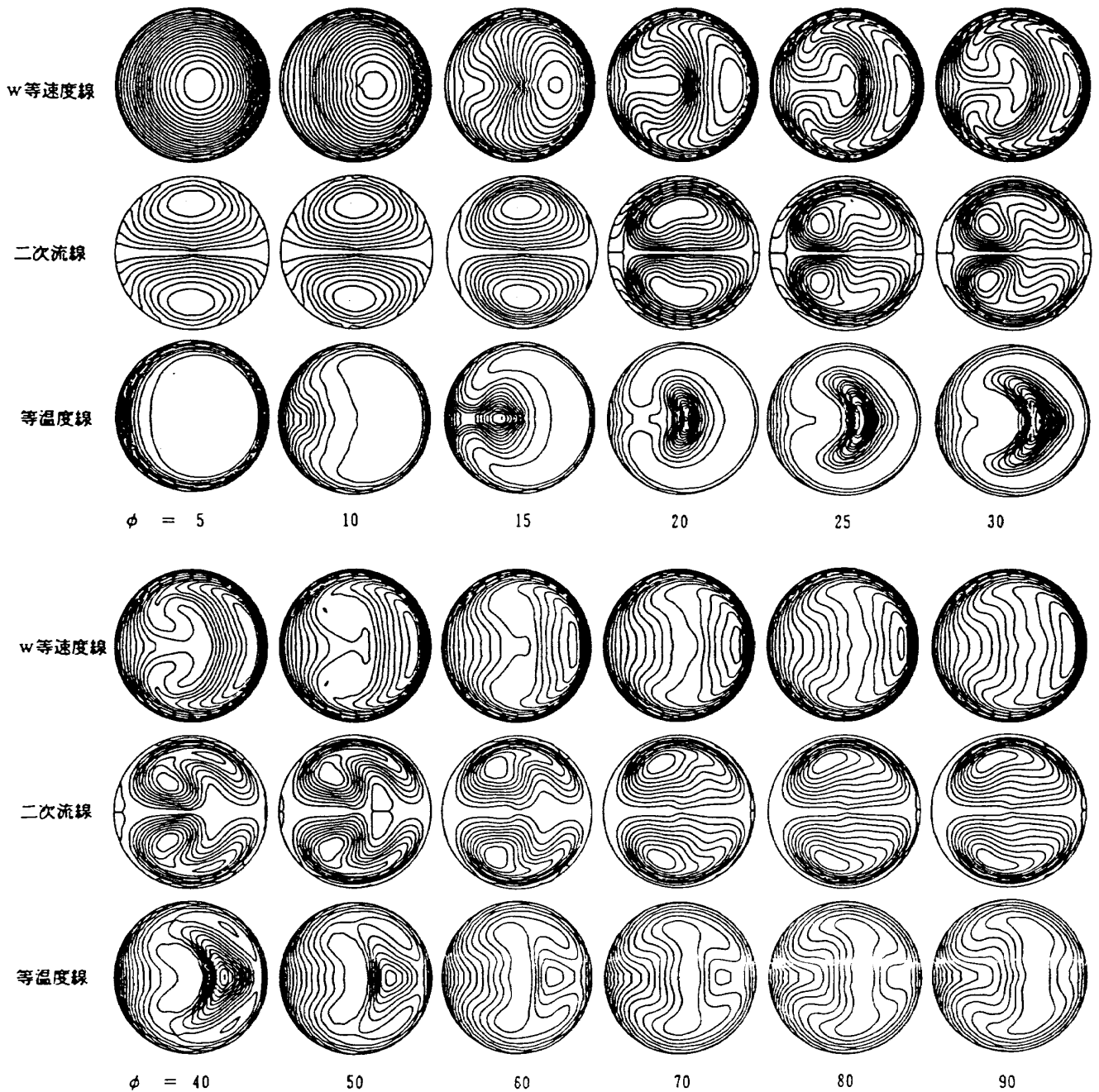


図8 ポアズイユ分布流入条件からの流れの発達
(断面内の等高線)(計算条件 $K=372$, $R/a=29.1$)

4. 結 言

放物化ナビエ・ストークス式を数値解析する事により、円形断面の曲り管内層流の発達の様子をしらべた。完全発達領域での管摩擦係数、熱伝達率、実用装置への応用の一例として示した360°バンド流量計の流量係数、二種類の流入条件に対する助走区間の発達の様子を実験値と比較した結果により本数値解析の有効性が確認された。今後は、

全円断面計算、PPNS方程式、乱流モデルの組込へと拡張していく予定である。計算には航空宇宙技術研究所角田支所のFACOM-360Rを用い、計算時間は転向角360°までの計算で、約1時間であった。

参 考 文 献

- 1) 伊藤(1984). 日本機械学会論文集, B50, pp.2267.

- 2) 伊藤 (1987). *ながれ*, 6, pp.5.
- 3) S.A. Berger, L. Talbot and L.S. Yao (1983). *Annual Rev. of Fluid Mech.* 15, pp. 461.
- 4) S.V. Patankar, V.S. Prapat and D.B. Spalding, (1974). *J. Fluid Mech.* 67, pp. 583.
- 5) 秋山, 高村ほか (1984). *日本機械学会論文集*, B50, pp.990.
- 6) W.Y. Soh and S.A. Berger, (1984). *J. Fluid Mech.* 148, pp. 109.
- 7) S.V. Patankar, (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere.
- 8) S.V. Patankar and D.B. Spalding, (1972). *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, pp. 1787.
- 9) 日本機械学会(編), *管路・ダクトの流体抵抗*, (1979), pp.68.
- 10) Y. Mori and W. Nakayama (1965). *Int. J. Heat Mass T.*, 8, pp. 67.
- 11) H. Ito (1969). *ZAMM* 49, pp. 653.
- 12) L.R. Austin and J.D. Seader, (1974). *AIChE J.* 20, pp. 820.
- 13) Y. Agrawal, L. Talbot and K. Gong, (1978). *J. Fluid Mech.*, 85, pp. 497.

