

翼端間隙を有する翼列内の流れの数値解析

渡 辺 紀 徳* 金 沢 功**
野 崎 理*** 田 村 敦 宏***

A Numerical Analysis of the Flow in a Cascade with Tip Clearance

by

Toshinori WATANABE
Tokyo University of Agriculture and Technology
Isao KANAZAWA
National Space Development Agency of Japan
Osamu NOZAKI and Atsuhiro TAMURA
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

The three-dimensional flow field through a linear cascade with tip clearance was numerically studied by solving Navier-Stokes equations. A fundamental cascade model composed of flat plates, on which corresponding experimental data were available, was adopted to develop the appropriate solution method for the flow through the tip clearance. Computational grid was generated by a zonal method. Two-dimensional C-type grids were made around blades and stacked from the hub wall to the tip wall. The region between the tip surface of the blade and the tip wall was filled with H-type grids. The computed normal force distributions on blades and velocity vectors in the downstream flow field showed good qualitative agreement with the experimental data. The detailed flow phenomena around the blade tip, such as the formation of separation bubbles on the tip surface, were clearly described. The spanwise distributions of the normal force on the blade were investigated for various tip clearances, and it was found that the normal force on the extremity of the blade did not diminish in the case of small clearances of less than 0.6% of the blade span because of the blockage of leakage flow due to the effect of viscosity.

1. 緒 言

流体機械の翼列では、翼端とケーシング壁との間に翼端間隙が存在し、これに基づく翼端漏れ流

れや翼端渦は、流れ場に支配的な影響を与える。このような間隙による二次流れは、流体機械の効率と密接な関連を持つため、近年は翼端間隙に着目して、翼列流れを三次元的に詳細に調べようとする研究が多くなされている。

本研究では翼端間隙を有する翼列を通る流れを、ナビエ・ストークス方程式を用いて差分法により

* 東京農工大学

** 宇宙開発事業団

*** 航空宇宙技術研究所

数値解析する手法を確立することを目的とし、既
に実験結果が得られている基本的な直線平板翼
列²⁾を対象とする計算を行った。

数値解析は、薄層近似を施した三次元ナビエ・
ストークス方程式を基礎式とし、差分スキームと
してLU-ADI法³⁾を用いて行った。翼端間隙のない
場合については、三次元翼列に対する数値解析
が既に行われており⁴⁾、本研究はこれを翼端間隙
のある場合に拡張したものである。計算格子は、
翼周りにC形格子を生成し、翼端面とケーシング
との間の空間をH形格子で埋める、領域分割法に
より作成した。従来報告されている、翼端間隙を
考慮したいくつかの数値解析^{5,6)}では、翼周りの
格子を間隙の部分でつぶす事により、全解析領域
で連続的な格子を形成していたため、翼端部の正
確な形状を表現し得なかったが、本研究では領域
分割により翼端の形状を正確に表し、この近傍の
流れを詳細に検討し得るようにした。

2. 基礎方程式及び数値解法

2.1 翼列モデル

図1に解析対象の翼列を1ピッチ分について示
す。この翼列は、文献2)で実験に供されたものと
同じで、食い違い角45°、ソリディティ1.0の直線
翼列である。翼は弦長60mm、厚さ6mmの平板
で、前・後縁を半円にしてある。翼幅は、翼端間
隙を含めた上下壁間距離で180mmであり、上壁
(ケーシング壁)と翼端との間に隙間 δ が存在す
る。

2.2 基礎方程式とアルゴリズム

解析に用いた座標系を図1に示す。物理空間に
於ける直交座標系 (x, y, z) に対し、計算座標系と
して一般座標系 (ξ, η, ζ) をとる。 ξ は翼を回る
方向、 η は翼幅方向、 ζ は翼から離れる方向に取
られている。

計算座標系 (ξ, η, ζ) におけるNavier-Stokes方
程式に対し、粘性項に含まれる ξ 方向の微分を無
視する薄層近似を施した式を用いると、連続の式、
運動方程式、エネルギー方程式は、次のように保存
形表示される。

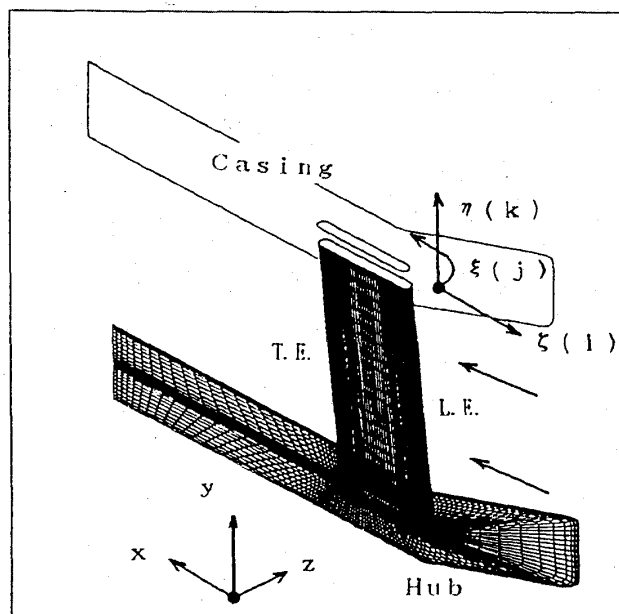


図1 翼列モデル

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \hat{S}_1}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{S}_2}{\partial \zeta} \right) \quad (1)$$

ここで各項は以下のように示される。

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x P \\ \rho v U + \xi_y P \\ \rho w U + \xi_z P \\ U(e+p) \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x P \\ \rho v V + \eta_y P \\ \rho w V + \eta_z P \\ V(e+p) \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x P \\ \rho v W + \zeta_y P \\ \rho w W + \zeta_z P \\ W(e+p) \end{bmatrix}$$

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w$$

$$V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w$$

$$W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$$

$$\hat{S}_1 = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu m_1 u_\eta + (\mu/3) m_2 \eta_x \\ \mu m_1 v_\eta + (\mu/3) m_2 \eta_y \\ \mu m_1 w_\eta + (\mu/3) m_2 \eta_z \\ \mu m_1 m_3 + (\mu/3) m_2 (\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w) \end{bmatrix}$$

$$m_1 = \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2$$

$$m_2 = \eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta + \eta_z w_\eta$$

$$m_3 = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{Pr(\gamma-1)} \frac{\partial a^2}{\partial \tau}$$

$$\hat{S}_2 = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu n_1 u_\zeta + (\mu/3)n_2 \zeta_x \\ \mu n_1 v_\zeta + (\mu/3)n_2 \zeta_y \\ \mu n_1 w_\zeta + (\mu/3)n_2 \zeta_z \\ \mu n_1 n_3 + (\mu/3)n_2(\zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w) \end{bmatrix}$$

$$n_1 = \zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2$$

$$n_2 = \zeta_x u_\zeta + \zeta_y v_\zeta + \zeta_z w_\zeta$$

$$n_3 = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) + \frac{1}{Pr(\gamma-1)} \frac{\partial a^2}{\partial \zeta}$$

ただし、 P は理想気体の状態方程式から求まる圧力、 U, V, W は反変速度である。

式(1)をLU-ADI法³⁾によって解く。なお、本報告に於ける解析では乱流モデルを用いておらず、層流の場合についての計算を行っている。

2.3 計算格子及び境界条件

使用した計算格子の概念図が図1に示されている。ここで j, k, l は格子点番号である。図には翼根側壁面において、翼周りに張られたC形格子が示されている。この格子を翼根側壁面(内壁面)から翼端側壁面(外壁面)まで積み重ねて、3次元格子を作成する。こうすると、翼の端面から外壁面までの領域には格子が存在しないことになる。そこで、この部分に図2に示すようにH形格子を組み込んだ。C形格子とH形格子の接続部分では、物理量に不連続が生じる危険性が考えられる。そこで、H形格子の外縁をC形格子の境界より一列内側にとり、格子を一列分重ね合わせた。そして、一方の格子の境界に於ける物理量を、他方の格子の既知量を内挿することによって与え、滑らかな接続が行われるようにした。また、翼前縁及び後縁では、H形格子の格子点をC形格子の1格子間隔内に分散させ、そこでの物理量を内挿によって与えた。

格子点数は、C形格子については $(j, k, l) = (181, 65, 31)$ 、H形格子については $(j, k, l) = (62, 26, 25)$ である。

解析領域において、流入境界は翼前縁から翼弦

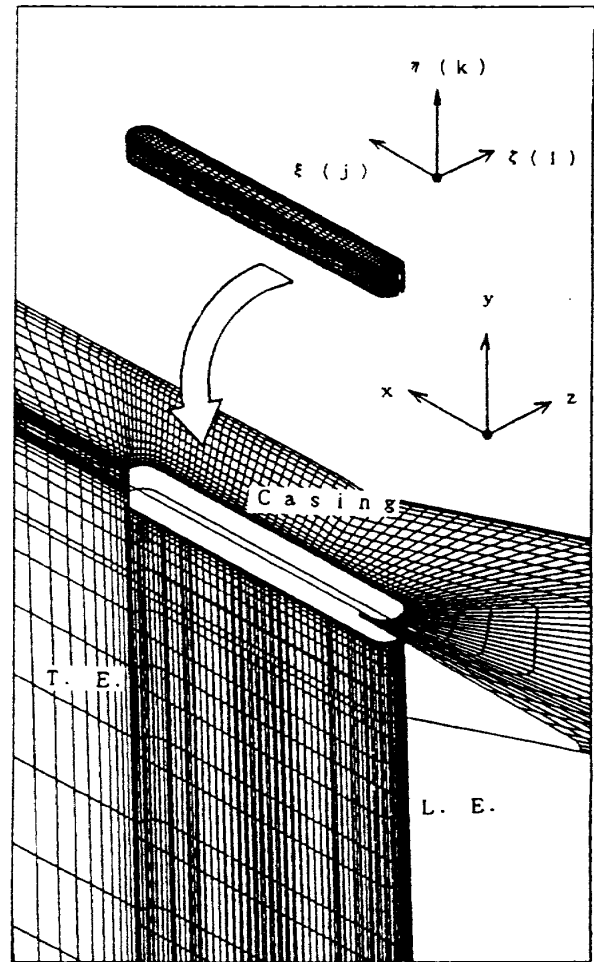


図2 翼端間げき部の計算格子

長の1.7倍上流に、流出境界は後縁から翼弦長の2.5倍下流にとった。流入境界では流入条件として全圧、全温、流入角を与え、静圧を下流方向から外挿した。流出境界では静圧を固定し、その他の量は上流方向から外挿した。マッハ数は、入口で約0.54、出口で約0.45である。また、固定壁境界ではnon-slip条件を与えた。周期境界上では流れが1ピッチ毎に周期性を持つという条件を課している。

3. 結果及び考察

3.1 実験結果との比較

実験²⁾ではNormal Force Coefficient C_N や、翼列下流における速度ベクトル分布等が測定されているので、これらと本数値計算結果とをまず比較した。但し、計算コードはマッハ数が小さい領域を扱えないため、実験ではマッハ数が、約0.08であるのに対し、計算では0.5程度となっている。

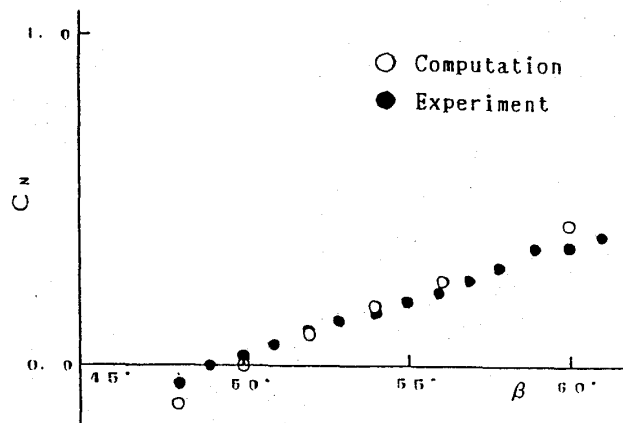


図3 Normal Forceの流入角による変化

図3に翼幅中央付近における C_N の、流入角 β による変化を示す。実験結果は、翼面上の静圧分布を正圧面及び負圧面で翼弦方向に測定し、それを翼弦全体にわたって積分して求めた。図より計算結果は実験結果とほぼ一致している。実験結果では $\beta=49^\circ$ で $C_N=0$ の無負荷の状態になっているのに対し、計算の結果では $\beta=50^\circ$ で無負荷になっている。このため本計算では $\beta=50^\circ$ を迎角 $\alpha=0^\circ$ と定めた。無負荷になる流入角が実験とわずかにずれる理由としては、マッハ数が異なることと、層流を仮定した計算であることが考えられる。

図4には後縁より20mm下流で、主流に垂直な面に投影した速度ベクトル線図を $\alpha=5^\circ$ 、 $\delta=5\text{mm}$ の場合について示す。図4(a)は実験結果、(b)は計算結果を示している。実験は5孔ピトー管を用いて行った。計算で得られた翼端渦の様子は実験結果とよく一致している。

このほかに、迎角や翼端間隙の変化による翼端渦の変化、翼面上の静圧分布なども実験結果と比較し、定性的に良好な一致を得た。以上の検討から、本数値解析は、翼端間隙を有する翼列を通る流れの定性的な解明に有効なものであることが確認された。

3.2 翼端近傍流れ場の詳細

数値解析の手法を用いれば、翼端間隙内部の流れなど、実験では得ることの難しい詳細な流れの描像を得ることができる。

翼弦に垂直な面内の速度ベクトル線図を図5に

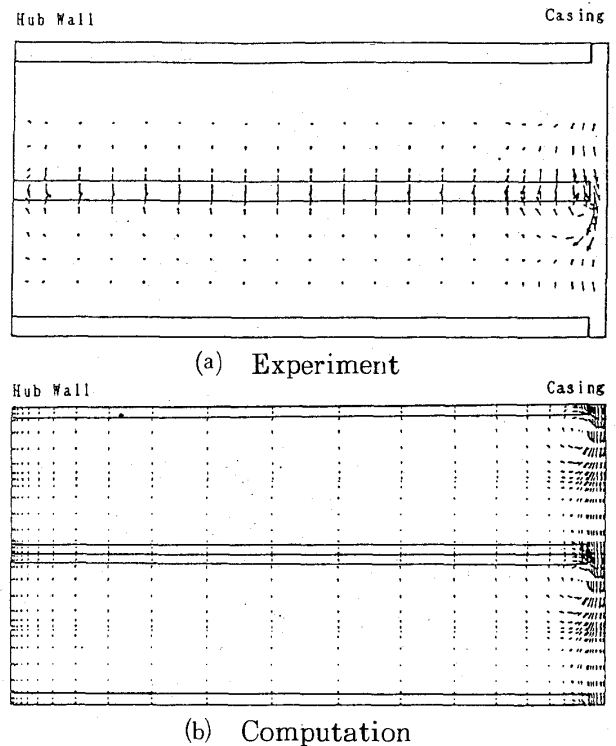


図4 翼列下流における二次流れ速度ベクトル ($\alpha=5^\circ$, $\delta=5\text{mm}$, 後縁より20mm下流)

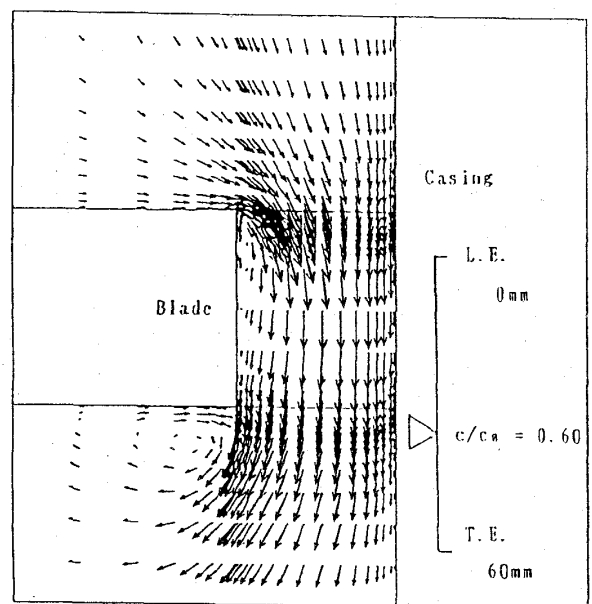


図5 翼弦に垂直な面の速度ベクトル ($\alpha=5^\circ$, $\delta=5\text{mm}$, $c/c_0=0.6$)

示す。図5は $\alpha=5^\circ$ 、 $\delta=5\text{mm}$ のとき、前縁から翼弦長の60%の位置(c/c_0)における速度ベクトルを、翼弦に垂直な面に投影し、前縁側から後縁側に向かって見たものである。漏れ流れが翼負圧面側で翼端渦に巻き上がっている様子が明瞭に捉えられている。また、翼端面の正圧面側に剥離泡が

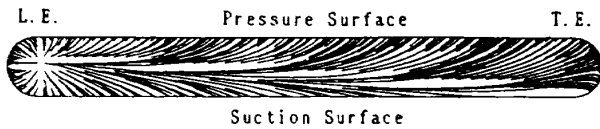


図6 翼端面限界流線

形成されている様子もはっきりと分かる。

図6には、翼端面から格子一つ離れた面における速度の計算結果から求めた限界流線を示す。前縁付近には剥離泡による上流向きの逆流が存在すること、腹面側には全域にわたって漏れ流れの逆流域があり、剥離泡を形成していることがはっきりと分かる。

3.3 Normal Forceの翼幅方向分布

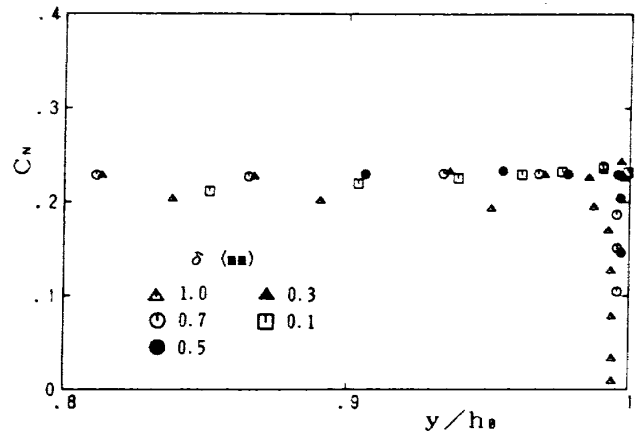
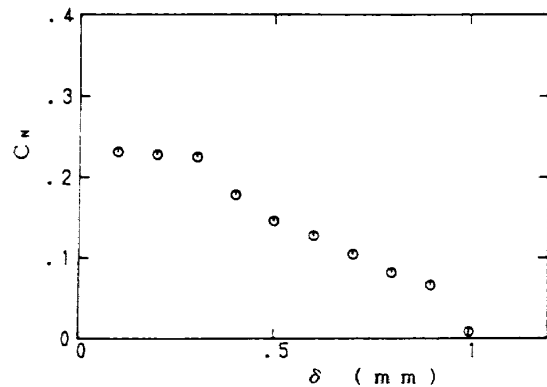
従来の研究から、翼端間隙が存在する場合、翼に働く揚力が、翼端渦の形成によって翼端近傍で増大することや、間隙が小さいとき、翼端でも揚力が0にならず、ある有限な循環が保持されることなどが知られている。このような性質を調べるため、本数値解析でも翼に働く Normal Force の翼幅方向分布を求めてみた。

図7は α を 5° に固定し、翼端間隙 δ を5mmから徐々に減少させたときの C_N を、翼端近傍のみについて示したものである。間隙を変化させる際には、翼幅方向の各格子間隔を、間隙の大きさに比例して変化させた。 δ が1mm(翼幅の約0.6%)までは翼端で C_N が0に落ちているが、これより小さくなると C_N は翼端で有限な値を持ち、その翼端における値は δ の減少と共に大きくなることが分かる。

図8には図7と同じ場合の翼端における C_N を δ に対してプロットした。 δ が0.3mmより小さくなると、ほとんど C_N が変化しないことが分かる。このような性質については現在研究を継続中である。

4. 結 論

翼端間隙を有する翼列において、粘性の影響が大きいと考えられる翼端近傍の流れを解析するための基礎研究として、薄層近似三次元ナビエ・ストークス方程式を用い、直線翼列を通過する流れ

図7 Normal Forceの翼幅方向分布
(翼端近傍、間げきによる変化)図8 翼端における C_N
(間げきによる変化)

を有限差分法により数値解析した。計算格子は翼周りに作成したC型格子を翼端側の壁まで積み重ね、翼端面と壁との間の空間にH型格子をはめ込む領域分割の手法で作成した。得られた主な結論は次のようにまとめられる。

(1) 本計算で用いた領域分割による格子生成法により、翼端部分の形状を正確に表現した上で、間隙を通る流れの滑らかな解を求めることができた。

(2) 翼に働く Normal Force や、翼列下流における二次流れの速度ベクトルの計算結果を実験結果と比較し、本数値解析法が妥当な解を与え、翼端間隙を有する翼列の流れの解析に有効であることを確認した。

(3) 翼端漏れ流れの詳細な描像を得ることができた。

(4) 翼に働く Normal Force は、間隙が翼幅の

0.6% 程度より小さくなると翼端で 0 にならなくなり，間隙の減少によってその翼端における値は増大することがわかった。

終わりにあたり，本研究で結果のグラフィック表示にご協力頂いた，大興電気通信(株)桜井憲男氏に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) たとえば，井上・ほか 3 名，機論，53-487 (昭62)，940.
- 2) 渡辺，学位論文，東京大学工学部航空学科，(昭61)。
- 3) K. Fujii and S. Obayashi, AIAA Paper 86-0513, (1986).
- 4) Nozaki・ほか 2 名，東京国際ガスタービン会議論文集Ⅱ，(昭62)，325.
- 5) C. Hah, Trans. ASME, J. of Engineering for Gas Turbines and Power, 108 (1986), 15.
- 6) M. Pouagare and R.A. Delancy, ASME Paper, No. 86-GT-84, (1986).