

複雑形状物体まわりの数値計算法について

小川 哲* 和田 安弘*
石黒 登美子* 高倉 葉子**

On the Numerical Simulations of Flow around a Body of Complex Configurations

by

Satoru OGAWA, Yashuhiro WADA, Tomiko ISHIGURO
and Yoko TAKAKURA
*National Aerospace Laboratory
Fujitsu Limited*

ABSTRACT

The grid embedding scheme is used to solve the whole flowfields around the combined configuration of Hope, H-II rocket and rocket booster designed by NASDA. Three computational grids are overlapped with each other and the solutions are combined by interpolation at the boundaries. The Harten type TVD scheme is used to solve the Euler equations for hypersonic flow from $M = 1.3$ to 2.5, and it is shown the results of numerical simulation using the present methods are reasonable.

1. はじめに

近年、計算機能力の向上とともに全機モデルの計算がある程度可能になり、さらには、複雑な複合体に対する計算が試みられるようになってきた。複雑形状物体全体まわりの流れ場を解析しようとする場合、問題となるのは、計算格子を物体まわりにどう張り巡らすかということであり、主要な問題はこれに尽きるといっても過言でない。もし座標系が作られているなら現在使われているソルバーで解が出ないほうがむしろおかしい。計算を行う場合、単一格子で覆うのが解析の上からは最も理想的であるが、多重連結領域に対し空間を単一格子で覆うことは、格子生成上極めて困難であ

る。複雑形状物体まわりを解析する方法としては、有限要素法的に座標の入らない形で、例えば三角錐からなる格子要素を形成し解く方法、もう一つは、互いに重なり合う計算格子をいくつか用意し、計算領域を重ねあわせ解く方法、更には最近試みられている直交格子で全体を覆い壁近傍に於いて正確なメトリックを用い補正を行う方法等が考えられている。ここでは、計算領域を重ね合わせる方法により全領域を解くことを試みた。

本計算は、計算格子を重ね合わせて解析する方法の有効性を検証することを主目的にしており、例として宇宙開発事業団が計画している有翼宇宙往還機 Hope と H-II ロケットの組み合わせ形状に対し超音速領域の数例について数値計算を行っている。計算の行いやすさから本体、ブースター、Hope の翼の 3 領域に分けお互いに重なり合う計算格子を生成し計算を行っている。

* 航空宇宙技術研究所

** 富士通(株)科学システム部

2. 数値解析法

2.1 差分法

圧縮性流体に対する差分スキームは近年 TVD スキーム等の出現によりかなりの進歩をみせ、広範囲のマッハ数に対し安定に解を求めることができるようになった。現在高精度 TVD スキームは特性量を外挿したのちにリーマン問題から解を求める MUSCL^{1,2)} 及びそれ以外の Non-MUSCL に分類されており、それぞれ一長一短がある。Non-MUSCL TVD スキームにおいても流束を外挿する方法^{3,4)}、数値的散逸を減少させるため流束に修正を加える Harten ら^{5,6)} によるものなど数多く提案されている。いずれを使っても解に殆ど差異はなく、ここでは Harten タイプの TVD スキーム^{7,8)} により計算を行う。

一般座標系の保存式は 5 つの変数 Q に対して

$$\partial Q / \partial t + \partial (F^k - F_v^k) / \partial x^k = 0$$

とあらわせる。ここで F^k は慣性、 F_v^k は粘性のそれぞれ流束を示す。粘性項に対しては中心差分をとり、慣性項に対しては特性方向を考慮した数値流束

$$F_{i+1/2}^k \equiv (1/2) [F_i^k + F_{i+1}^k + (R^k \phi^k)_{i+1/2}]$$

を使う。ここで R^k は $\partial F^k / \partial Q$ の固有値に対応する固有ベクトルから作られる空気力学行列で Q^k の要素 ϕ^m は

$$\phi_{i+1/2}^m \equiv (1/2) \psi(\alpha_{i+1/2}^m) (g_i^m + g_{i+1}^m) - \psi(\alpha_{i+1/2}^m + r_{i+1/2}^m) \alpha_{i+1/2}^m$$

で、2次精度にするための流束 g_i^m は

$$g_i^m = \text{minmod} [\alpha_{i-1/2}^m, \alpha_{i+1/2}^m]$$

$$\alpha_{i+1/2}^m \equiv R^{-1} (Q_{i+1} - Q_i)$$

であたえられ、 $r_{i+1/2}^m$ は

$$r_{i+1/2}^m = (g_{i+1}^m - g_i^m) / \alpha_{i+1/2}^m, \text{ if } \alpha_{i+1/2}^m \neq 0 \\ = 0, \text{ if } \alpha_{i+1/2}^m = 0$$

である。

Harten タイプの TVD スキームの特徴は計算が比較的単純で安定に解をだす点にあると考える。

2.2 時間積分

時間積分は一次精度 TVD スキームを線形化した ADI スキーム⁹⁾ を用いている。一方向のスイ

ーブに対し ADI のアルゴリズムは

$$(1/2) h [\{ R \cdot (A - |A|) \cdot R^{-1} \}_{i+1/2}] \delta Q_{i-1} \\ + [I + (1/2) h [\{ R \cdot (A + |A|) \cdot R^{-1} \}_{i+1/2}] \\ - \{ R \cdot (A - |A|) \cdot R^{-1} \}_{i-1/2}] \delta Q_i \\ - (1/2) h [\{ R \cdot (A + |A|) \cdot R^{-1} \}_{i-1/2}] \\ \times \delta Q_{i-1} = RHS$$

とあらわせる。ここで $\delta Q \equiv Q^{n+1} - Q^n$, $h \equiv \Delta t / \Delta x$ であり、 A は固有値を対角要素に持つ行列を示す。

2.3 有限体積法的取り扱い

通常計算においてメトリックの誤差による影響を除くため一様流補正を行うマッハ数が大きくなるに従い補正とはならず逆に誤差を集積させてしまい解が発散してしまう場合がある。とりわけマッハ数が 2 を越えるとこの傾向は顕著になる。ここではこの困難を避けるため有限体積法的¹⁰⁾ にセルの表面積、体積を正確に求め計算を行っている。

2.4 計算領域重ね合わせ法

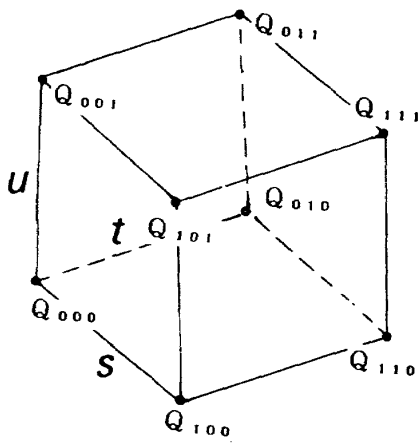
互いに重なり合う計算格子を使って計算を進める場合、ある計算格子の境界の物理量は別の計算格子の物理量から置き換えてやらなければならない。このためには、重なり合う 2 つの計算格子の重なり合った部分の格子点が他の計算格子における位置を互いに持ちあっていて、その位置関係から物理量の補間をすればよいわけである。2 つの座標の関連を決めるアルゴリズムは次のようなものが考えられる。

A 座標点における例えば格子点 P の B 座標における位置を決定する方法は

(1) P 点との距離が最短となる B 座標系における格子点 R を求める。

(2) ベクトル RP と R 点における基底 e_i ($i=1, 2, 3$) との内積により B 座標系のどのセル内にあるかを求め、かつそのセル内の無次元化座標 (s, t, u), $[0 \leq s, t, u \leq 1]$ を計算する。物理量等の内挿は次のように行われる。

次ページに示されるように $[0.1] \times [0.1] \times [0.1]$ でパラメータ化された立方体の頂点における物理量が与えられているとき、内部の点 (s, t, u), $0 \leq s, t, u \leq 1$, における物理量を次式で内挿する。



$$Q_{stu} = (1-u) [(1-t) \{ (1-s) Q_{000} + s Q_{100} \} + t \{ (1-s) Q_{010} + s Q_{110} \}] + u [(1-t) \{ (1-s) Q_{001} + s Q_{101} \} + t \{ (1-s) Q_{011} + s Q_{111} \}]$$

計算格子の重なり合う部分の格子点に対して、別の計算格子のどのセルにあるか、及びそのセル内のどの位置にあるかを(a)-4のアルゴリズムによりあらかじめ計算して記憶しておき、時間ステップを進めるたびに上式により重なり合う部分の格子点の物理量の置き換えを行う。

3. 計算結果

Hope 及び H-II ロケット 組み合わせ形状に対し

超音速領域 ($M=1.3\sim 2.5$) について数値計算を行った。迎角の小さい範囲 ($3^\circ \leq \alpha \leq 6^\circ$) について主として非粘性流れ (Euler 方程式) の解析を行った。

図1に用いた計算格子を示す。解くべき領域を3つに分割し、それぞれに対し計算格子を生成している。本体及び Hope の翼に対しては主として代数的方法を用いて格子生成を行い、ロケットに付随するブースター周りの格子は楕円型方程式を解く方法を用いている。Hope 本体と翼を分割して解くことを行った為、翼を取り囲む計算格子の本体への接合部分にたいし若干の工夫をした。領域を分割して解く方法において、計算領域の包含関係が明確でないといけないからで、翼を囲む計算格子の $J=1$ 面の半分が本体に沿うように作られ、 $J=2$ の面の一部が本体と一致するように作られている (図1-3)。ブースターとロケット本体のように明らかに領域が分離している場合包含関係が明らかとなり領域の分割における関係は単純である。計算に主として用いた格子点数は、本体に対し $123 \times 29 \times 30$ 、翼に対し $111 \times 56 \times 21$ 、ブースター周りに対し $71 \times 36 \times 20$ である。この格子点数は解析すべき物体の大きさと複雑さに比べ余りにも少ないが現在の計算機能力からみて致し方ない。

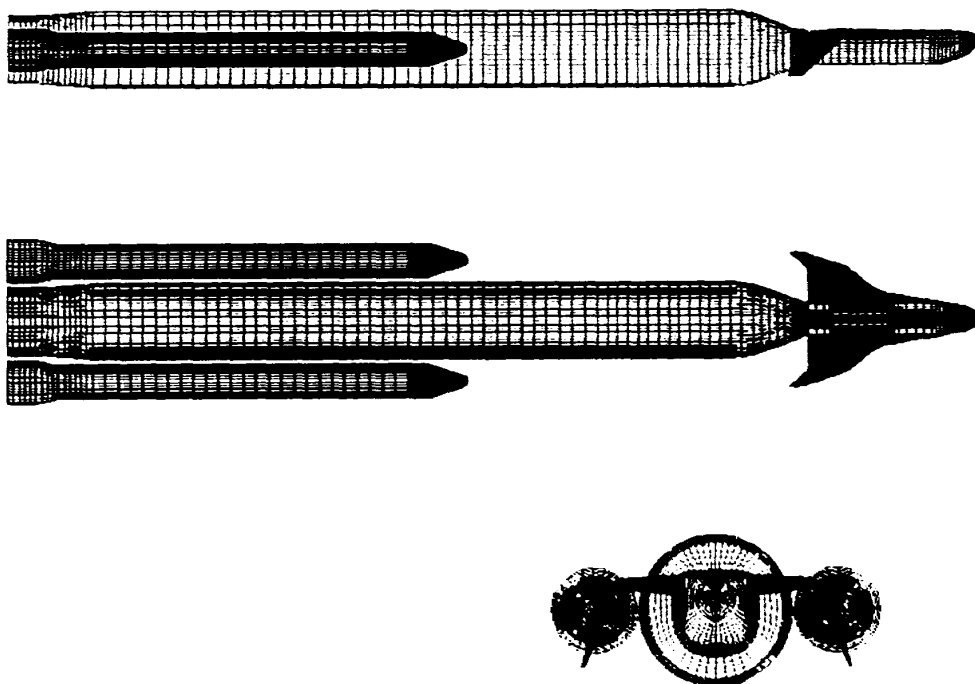


図1-1 物体表面の計算格子

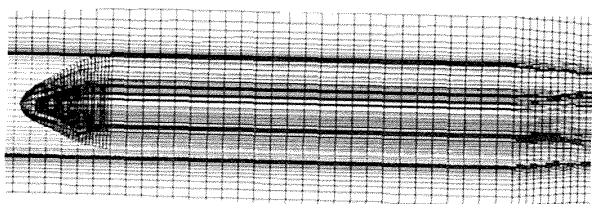
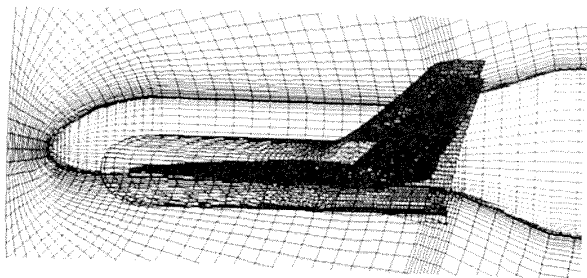
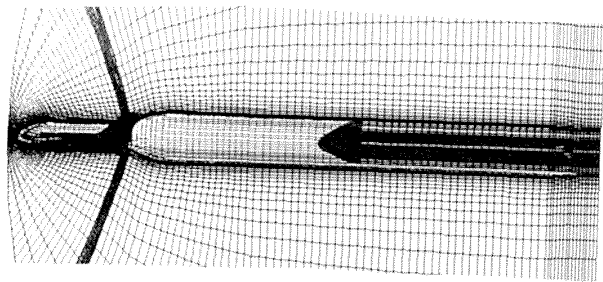


図1-2 翼及びブースターまわりの計算格子

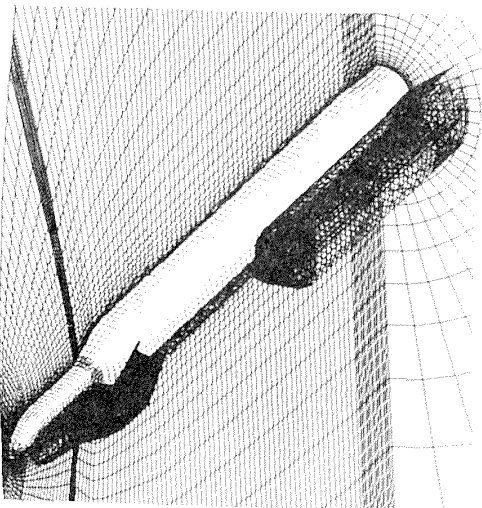
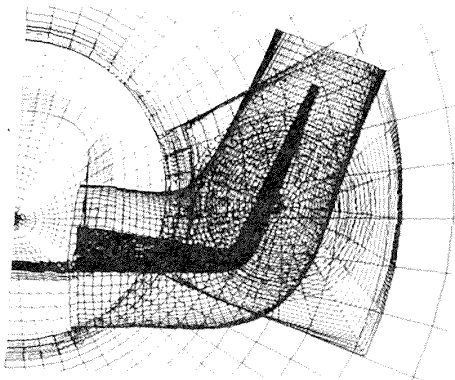
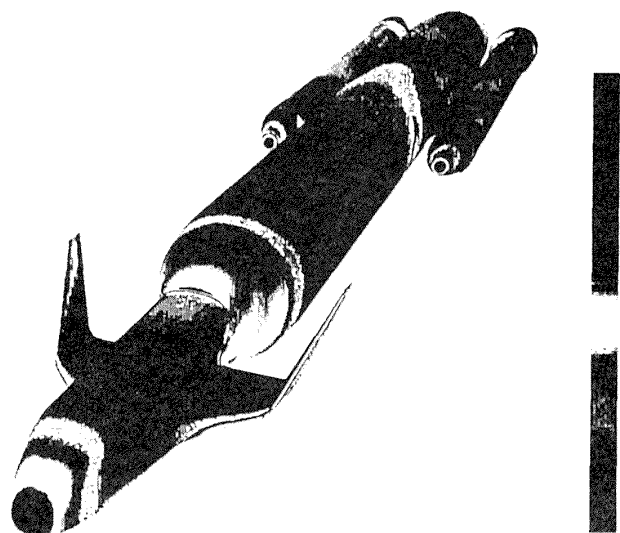


図1-3 計算格子を前方及び斜め前方から見た図

数値計算は前に述べた HartenタイプのTVDコードで行われた。このコードは既に様々な問題^{9,11-14)}に適用されており計算の信頼性はかなり高いと考える。マッハ数1.8を中心に1.3~2.5について数値計算をおこなったが、クーラン数3程度に局所時刻みを使っていずれの場合もVP400により3~4時間程度である程度の収束解を得た。ただし、単一格子での計算に比べ残差の減少の悪いのは否めない。又、マッハ数が大きくなるにしたがい境界条件の扱い¹⁴⁾に注意しなければならない。図2にマッハ数1.8, 迎角3°における圧力



PRESSURE DISTRIBUTION

図2-1 物体表面の圧力分布, $M=1.8, \alpha=3^\circ$

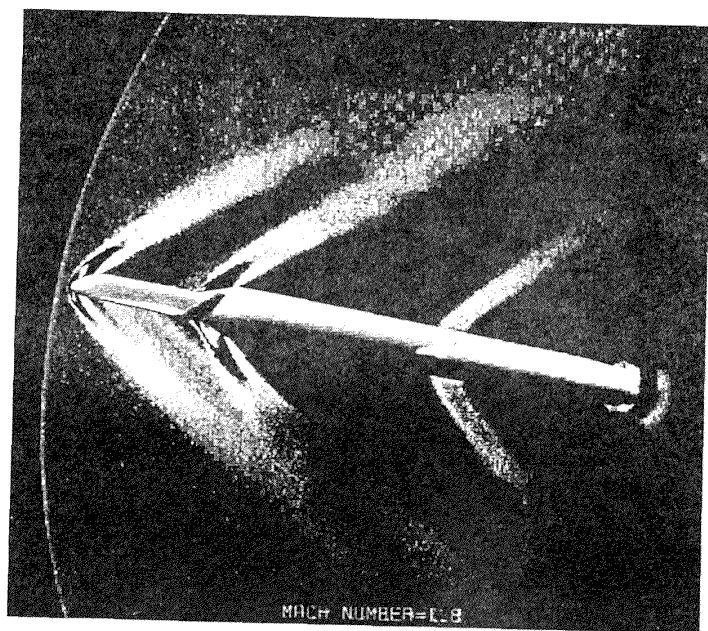


図2-2 対称面における圧力分布, $M=1.8, \alpha=3^\circ$

分布を2次元カラーディスプレイにより図示したものを示す。図2-1は物体表面の圧力分布を示し、図2-2は対称面の圧力分布を示している。計算においてはHopeとH-II、H-IIとブースターの干渉を明確に捕らえており信頼性のある解を与えていると考える。マッハ数1.8に対する C_n 、 C_m の実験との比較が図3-1、3-2に示されている。 C_n 、 C_m はそれぞれH-IIロケットの断面積、断面積×直径で無次元化した値を示す。計算値は表面にそって圧力を積分しただけのものであるが、見てわかるように値はほぼ一致しており計算のある程度の妥当性を証明しているのだろう。 C_a の比較が図3-3に示されている。計算においてはベース圧が求められておらず零として計算した場合の値(Ca1)、ロケット本体のベース圧を大気圧にしブースター後方の圧力を零にした場合の値(Ca2)がそれぞれプロットしてありほぼ妥当な値をとっていると考えられる。本計算はEuler方程式によるものであり、かつ粗い計算格子を使った結果であるにもかかわらず、これ程実験値と合致するのは驚きさえある。ただし、超音速流れにおける積分量については計算値と実験値がおおよそ合致するようで¹⁵⁾、本計算がどの程度の信頼性を有

しているか定量的に言うことはいまのところできず、有効性及び信頼性に関してはより詳細な検討が今後必要となろう。

4. おわりに

互いに包含関係にある3種の計算格子を用いHopeオービタとH-IIロケットの組合わせ形状に

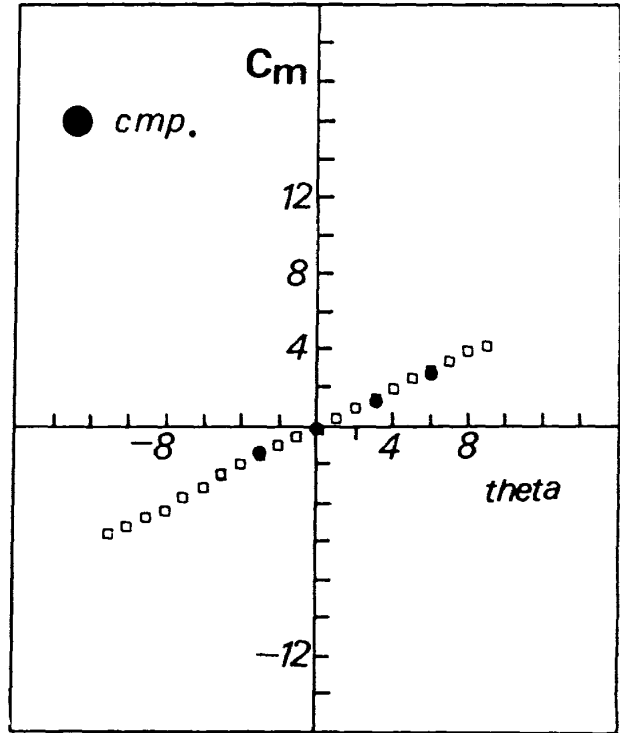


図3-2 C_m の風試との比較, $M=1.8$

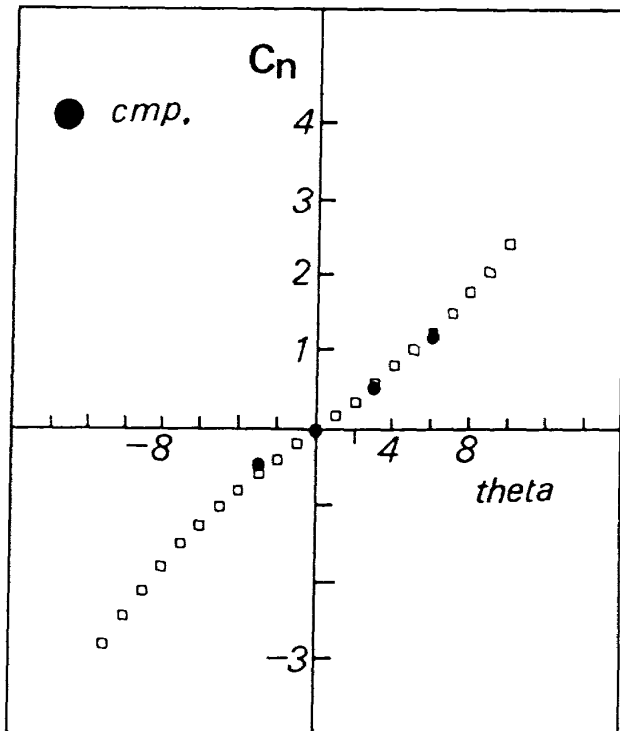


図3-1 C_n の風試との比較, $M=1.8$

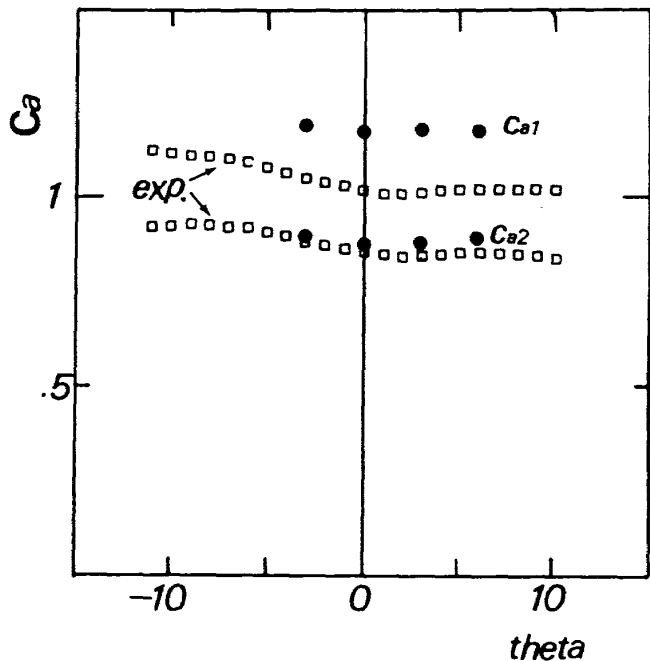


図3-3 C_a の風試との比較, $M=1.8$

対する数値シミュレーションを実行してある程度妥当と思われる数値解を求めた。殆どあらゆる複雑形状まわりの流れ場もこのような方法で解析することが可能であり、今後発展性のある方法であると考えられる。この方法の最大の利点は設計等により形状の一部を変更した場合、例えばカナードを付けたような場合も全体の計算格子を作り直すことなくその部分のみの計算格子を用意すれば計算可能となることである。ただしこうした計算方法では、領域が分割されているため単一格子の場合と異なり主としてグラフィック表示、結果の表示がかなり難しくなることは否めない。又、計算コードが複雑化しデバッグ等にかかなりの労力を必要とする。

今後の問題及び課題を列挙しておく。

(1) 複雑形状のまわりを解く場合の一般について言えることだが、計算機の能力がまだ低い為十分な格子点数を取ることができず今のところおおよっぱな解しか得られない。この分野はほとんど計算機の勝負であり、より高性能な計算機開発が望まれる。

(2) 本計算で用いた計算格子を用い、層流の Navier Stokes 方程式による解析もあわせて行ったがプログラムの有効性を確認するための1, 2例について計算を実行したのみで、詳細な計算は今後の課題にすることにした。その理由は主として(1)であり、もう一つの大きな理由は現在の乱流モデルへの疑念からである。良く使われる乱流の代数的モデル¹⁶⁾は壁からの距離によって乱流粘性が決まるようになっていたり後流の乱流粘性を適当に決めるようになっていたりして、色々な物体が組み合わさったこのような問題の場合その乱流モデルの妥当性が疑わしくなる。現在の乱流モデルは数値的剥離をおさえる程度の意味しかないように思われ、より一般的な乱流モデルの提案が強く望まれる。

(3) 極超音速における実在気体効果の影響を考慮した計算が最近おこなわれ始めており単純な形状に対しては実験に合致した解を得ている。Hope に対しても同様な計算を行っているが、独立変数の数が12個に増えかつ化学反応の計算が付け加わ

ることにより計算量は膨大なものになり現在の計算機性能ではかなり荒い計算で我慢しなければならない。

いずれにせよ、主たる問題の殆どは計算機のさらなる高性能化により解決すると思われ、こうした方法は実機開発における有力な武器となるのは間違いないと考える。

なお本研究は航空宇宙技術研究所と宇宙開発事業団との共同研究の成果の一部である。

参 考 文 献

- 1) B. van Leer, J. Comp. Phys. Vol. 32, pp. 101-136, 1979.
- 2) W.K. Anderson, J.L. Thomas & B. van Leer, AIAA Paper 85-0122.
- 3) S.R. Chakravarthy & S. Osher, AIAA Paper 85-0363.
- 4) S.R. Chakravarthy, AIAA Paper 86-0243.
- 5) A. Harten, J. Comp. Phys. Vol. 49, pp. 357-393, 1983.
- 6) H.C. Yee & A. Harten, AIAA Paper 85-1513.
- 7) H.C. Yee, NASA TM-89464.
- 8) Y. Takakura, T. Ishiguro & S. Ogawa, AIAA Paper 87-1151.
- 9) Y. Takakura, S. Ogawa & T. Ishiguro, Lecture Notes in Physics, Proc. 11th-ICNMFD, Springer, 1989.
- 10) S.R. Chakravarthy & D.K. Ota, AIAA Paper 86-0440.
- 11) T. Ishiguro, S. Ogawa & Y. Takakura, NAL TR-950T, 1987.
- 12) S. Ogawa, T. Ishiguro & Y. Takakura, Note on Numerical Fluid Mechanics Vol. 20, pp. 256-267, 1988.
- 13) Y. Wada, H. Kubota, T. Ishiguro & S. AIAA Paper 88-3596-CP.
- 14) Y. Wada, H. Kubota, T. Ishiguro & S. Ogawa, AIAA Paper 89-0202.
- 15) Y. Yamamoto, (private communication).
- 16) B.S. Baldwin & H. Lomax, AIAA Paper 78-257.