

波状壁面上を飛ぶ2次元翼空力荷重の差分法による計算

新 田 恭 子* 安 東 茂 典* 和 久 浩 行**

Finite Difference Numerical Prediction of Aerodynamics for Airfoil Flying Over Wavy Wall

by

Kyoko NITTA and Shigenori ANDO

Department of Aeronautical Engineering, Nagoya University

Hiroshi WAKU

Aircraft Engineering Department

Nagoya Aerospace Systems

Mitsubishi Heavy Industries Ltd.

ABSTRACT

The lift on an airfoil flying over a wavy wall surface is calculated using a finite difference method, which was developed by J. Nakamichi¹⁾ to improve LTRAN2 evolved by W.F. Ballhaus & P.M. Goorjian²⁾. Numerical computations include cases of a flat plate over a flat solid wall prior to the cases of a moving wavy wall. Modification of grid generating system is the major point for applying Nakamichi's method to our problem. The weak compressibility ($M_\infty = 0.1 \sim 0.3$) is considered but non-linearity is neglected in our calculations.

The calculated results are compared with those obtained by the lifting surface theory of M. Ichikawa et al.³⁾ The agreements are quite satisfactory.

1. 序 論

波状壁面上を飛ぶ2次元翼の空力特性計算法は、まだ確立されていない。本稿では、翼の進行方向に対して波頭線が直交する、といういくらか限定された、しかしなおもかなり一般的なケースについて述べる。自由流流速に対して波面が固定しているケースは、一種特異となる。よって μ というパラメータを導入し、殆どの計算ケースでは $\mu \neq 1$ として、そういうケース($\mu=1$)を除外することとした。

この問題は理論的に興味深いのみならず、実用的にも水面飛行機⁴⁾の地面効果内飛行の解析に役立つ。計算には中道の方法¹⁾を変形して用いた。

これはLTRAN2の1バージョンであって、差分法である。翼下空間のメッシュ作成法にかなりの工夫を要した。圧縮性(弱いそれを除く)。非線形性は本問題では本質的でないので省く。その理由は、本計算結果を市川らの揚力面を用いた計算結果と比較するのが本研究の目的だからである。

式番号中、(N.)とあるものはオリジナルの中道の論文¹⁾中のそれである。また、用いる記号も中道のものに倣う。

2. 本問題の定式化

2.1 支配方程式

非粘性微小擾乱の2次元速度ポテンシャルを用いる。その支配方程式は中道のそれ(N.1)式で比熱比 $\gamma=-1$ としたものである。即ち、

$$M_\infty^2 \phi_{tt} + 2M_\infty^2 \phi_{xt} = (1 - M_\infty^2) \phi_{xx} + \phi_{yy} \quad (2.1)$$

* 名古屋大学工学部航空学教室

** 三菱重工業(株)名古屋航空宇宙システム製作所

2.2 波状壁面

取り扱う問題は、翼の進行方向に対して波頭線が直交するというケースである（第1図参照）。

x 方向の速度 U_∞ の一様流中に2次元翼を固定する。翼に固定された座標系を (x, y) とする。やはり x 方向に速度 μU_∞ で接近する波状壁面の変位を、正弦波で、

$$y = f_w^{(U)} < x, t > \\ = -H + h \sin [k_w (U_\infty t - x/\mu)] \quad (2.2)$$

と与える。すなわち、平均壁面は $y = -H$ にあり、その振幅は h である。但し、 $h \ll H$ とする。このように定式化することで問題は制限されるが、しかし未だかなり一般的である。

壁面の垂直速度は、(2.2)式から

$$w = \left[\frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right] f_w^{(U)} < x, t > \\ = h U_\infty k_w (1 - 1/\mu) \cos [k_w (U_\infty t - x/\mu)] \quad (2.3)$$

となる。

$\mu = 1$ の場合には、壁面に相対的な自由流流速はゼロだから、翼による擾乱がなければ、壁による擾乱圧力は殆どゼロである。

2.3 境界条件

中道の境界条件を翼及び伴流上で用いる。また、遠方境界条件も中道のものと同一である。

新たに導入した波状壁面上の接線流条件 (N.4) 式に倣い、

$$\phi_y = f_{wx}^{(U)} < x, t > + f_{w\tau}^{(U)} < x, t > \quad \text{波状壁面上} \quad (2.4)$$

と与える。但し、(2.4)式第1項は、波状壁の中立面からの変位を表す。

3. 中道法及びその修正

計算で用いた方法は、NASA Ames コード LTRAN 2²⁾ の高振動数対応バージョンである。この方法は、中道¹⁾により開発されたので、本稿ではこれを中道法と呼ぶ。筆者らは、中道法のオリジナル・コンセプトをできる限り活かして、考慮する問題（第2節参照）に適応すべく修正を加えた。また、本問題では、圧縮性・非線形性は別解法との相互チェックの目的からいえば本質的でないので、これを低いマッハ数に限定し、且つ線形化して用いた。

3.1 中道法そのもの

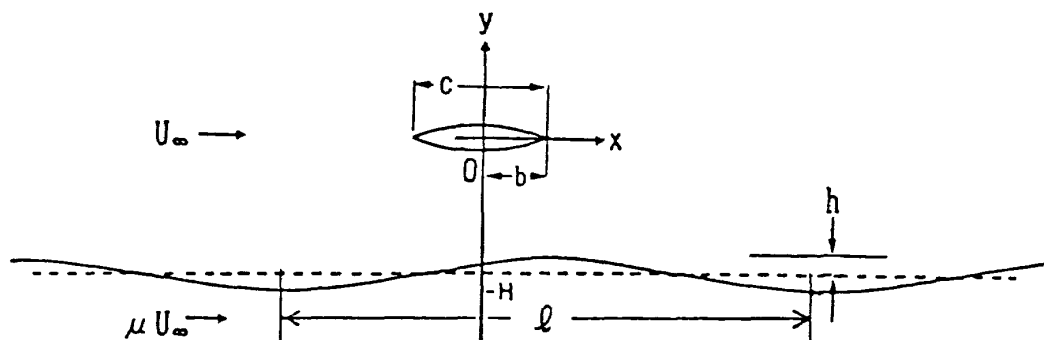
中道法はLTRAN 2の支配方程式及び境界条件中に、より強い非定常項を加えることにより、高振動数領域 ($k \sim 0.8$) まで使用範囲を拡張したものである。その詳細については、原論文¹⁾及びAppendixを参照されたい。

3.2 中道法の修正

3.2.1 メッシュ作成法に関する修正

波状壁を導入するため、メッシュ作成法について以下の点を基本方針として修正する。

- ① 全計算面 ($-2 \leq \xi \leq 2, -\eta_m \leq \eta \leq 1$) のメッシュは正方形とする。但し翼は $\eta = 0$ 上にあり、かつ $\eta_m < 1$ とする。
- ② x 方向は全域にわたり、また、 $y > 0$ (翼の上方の空間) も、中道法と変わらない。
- ③ 翼と地面の間の空間の y 方向分割法のみは、若干の試行錯誤の末、次の如く定められた：翼下面～地面上面間の格子配置は、両端で密、



第1図 記号

中間で粗としたい。そのために、

x vs. ξ (前・後縁間)

の写像式に似たものを、 (3.1)

y vs. η (翼・地面間)

で用いることにした。但し、翼上空間よりはるかに狭いので、 $\eta < 0$ 空間は $\eta > 0$ 空間より狭くすべきである。そのために

$$dy|_{y=+H/2} = dy|_{y=-H/2} \quad (3.2)$$

という格子幅条件を課してみた。

④ 最小メッシュと最大メッシュを正方形にした；最小メッシュ：

$$\Delta x = \Delta y \quad (\text{前・後縁近く}) \quad (4.1)$$

最大メッシュ：

$$\Delta x = \Delta y \quad (|xy| \text{ が十分大きいところ}) \quad (4.2)$$

以上の基本方針を達成し、しかも中道法本来の概念に忠実に、筆者らは中道の論文中的式を出来るだけ用いて必要な関係式を次の如く導いた。

最初にそのメッシュ作成法の手順を要約する。

1. $IN, X_1, X_{max}, P_x, P_y, H$ を与える。
2. (3.12) 式により C_3 が決定する。
3. (3.11) 式により Δx_{min} が決定する。
4. (A.8) 式により C_4 が決定する。
5. (3.9) 式により Y_{max} が決定する。
6. 1. ~ 5. で得られた数値を用いて、格子形成多項式 (N.8), (N.9), (3.1) よりグリッドを決める。

まず、③ 1 の要請より、翼下空間の $y-\eta$ 変換式を、

$$y = 2H \left(\frac{1}{2} - C \right) \frac{1 + 2\eta/\eta_m}{1 + (1 + 2\eta/\eta_m)^2} + HC(1 + 2\eta/\eta_m) - \frac{H}{2} \quad (3.1)$$

の如く定める。ここで、 C は $x-\xi$ 変換式の C_3 に対応するパラメータで、未定定数である。また、壁面の y 座標 $-H$ は、計算面では $-\eta_m$ に対応する。

ところで、上述の基本方針より、オリジナルの中道法の座標変換で用いられているパラメータ $C_1 \sim C_4, C_3^*$ 及び (3.1) 式中の C に対して、次のよう

な関係が要求される。

メッシュサイズの $\eta=0, \xi=\pm 1$ での連続性より、

$$\left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=0} = \left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=+0}, \quad \left. \frac{dx}{d\xi} \right|_{\xi=-1-0} = \left. \frac{dx}{d\xi} \right|_{\xi=-1+0} \quad (3.2)$$

また、④ 1 の要請により、

$$\left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=+0} \cdot d\eta = \left. \frac{dx}{d\xi} \right|_{\xi=-1-0} \cdot d\xi \quad (\text{前縁})$$

$$\left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=+0} \cdot d\eta = \left. \frac{dx}{d\xi} \right|_{\xi=+1+0} \cdot d\xi \quad (\text{後縁}) \quad (3.3)$$

④ 2 からは、

$$\left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=+0} \cdot d\eta = \left. \frac{dx}{d\xi} \right|_{\xi=-2} \cdot d\xi \quad (\text{前方上方遠方})$$

$$\left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=+1} \cdot d\eta = \left. \frac{dx}{d\xi} \right|_{\xi=+2} \cdot d\xi \quad (\text{後方上方遠方}) \quad (3.4)$$

①の要請とともに、これらに於いて、翼上空間では (N.8), 翼下空間では (3.1) の $y-\eta$ 変換式、また $x-\xi$ 関係式 (N.9) を用いることにより、

$$C = \eta_m/2H \cdot C_1, \quad C_1 = C_3 = C_3^*, \quad C_2 = C_4 \quad (3.5)$$

(3.1) 式中の η_m は、③ 2 から

$$\left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=\eta_{H/2}} \cdot d\eta = \left. \frac{dy}{d\eta} \right|_{\eta=-\eta_m/2} \cdot d\eta \quad (3.6)$$

となつてほしい。(3.1), (N.8) 式を代入し、(3.5) の C に関する関係式を用いると、

$$\eta_m = 2H / [2C_1 + P_y C_2 (\eta_{H/2})^{P_y-1}] \quad (3.7)$$

この中の $\eta_{H/2}$ は $y = H/2$ に対する計算面座標で、(N.8) 式から

$$H/2 = C_2 (\eta_{H/2})^{P_y} + C_1 (\eta_{H/2}) \quad (3.8)$$

の P_y 次式を解くことにより得られる。

また、オリジナルの中道法では自由に与えられていた入力パラメータ (A.10) 中の、 $X_{max}, Y_{max}, \Delta x_{min}, \Delta y_{min}$ 及び計算領域の分割数にも制限が加えられる。

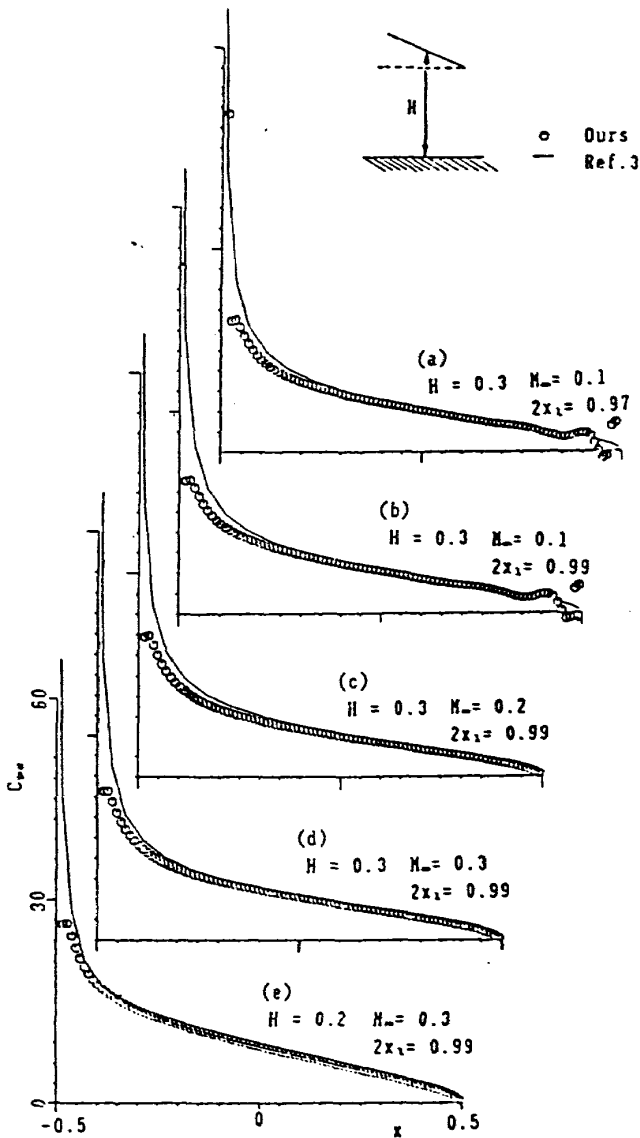
まず、(N.8), (3.5) 式より、

$$Y_{max} = C_1 + C_2 = C_3 + C_4 \quad (3.9)$$

(A.7) 式より、

$$X_{max} = C_3 + C_4 \quad (3.10)$$

また、(A.8), (3.10) 式より、



第3図 平らな壁面上の迎角付き平板翼の圧力分布

かし、マッハ数を上げると後縁付近の乱れがおさまり、分布状態も改善される。

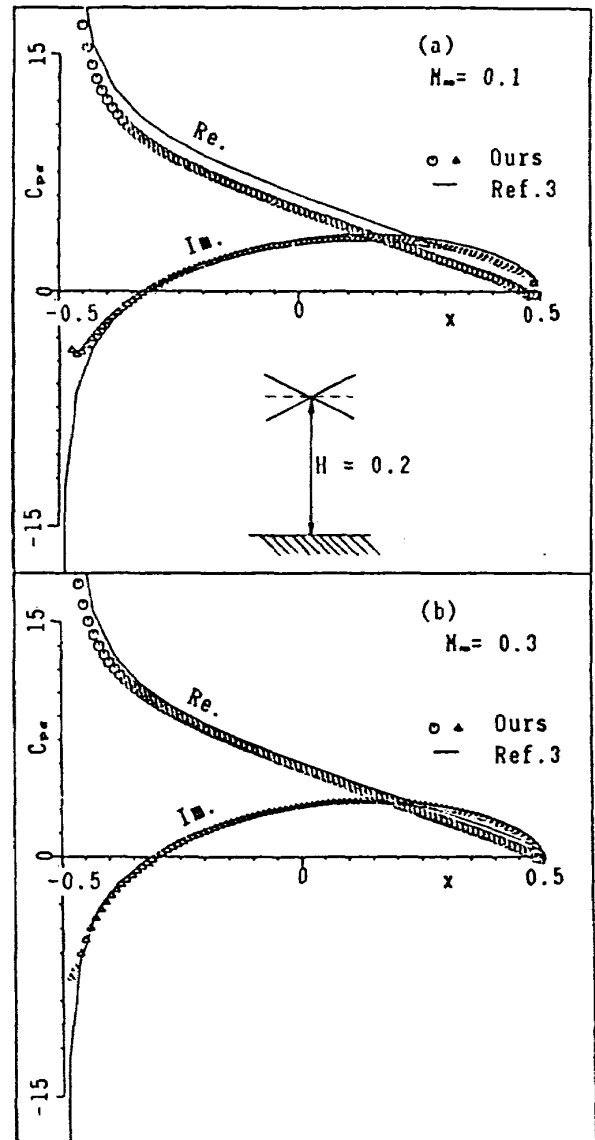
同数(e)は(d)に対して翼の高度 H を変えたものである。地面効果がより強くなり、値が大きくなっている。

4.2 平らな壁面上でピッチング振動する平板翼

非定常ケースについては、第4図(a), (b)の如くなった。定常ケース同様、 $M_\infty = 0.3$ での計算結果が $M_\infty = 0.1$ のそれよりも良好である。

4.3 波状壁面上を飛ぶ迎角無し平板翼

第2節で述べた如き波状壁面に固定された迎角無しの平板翼について計算した。波状壁の入力パ

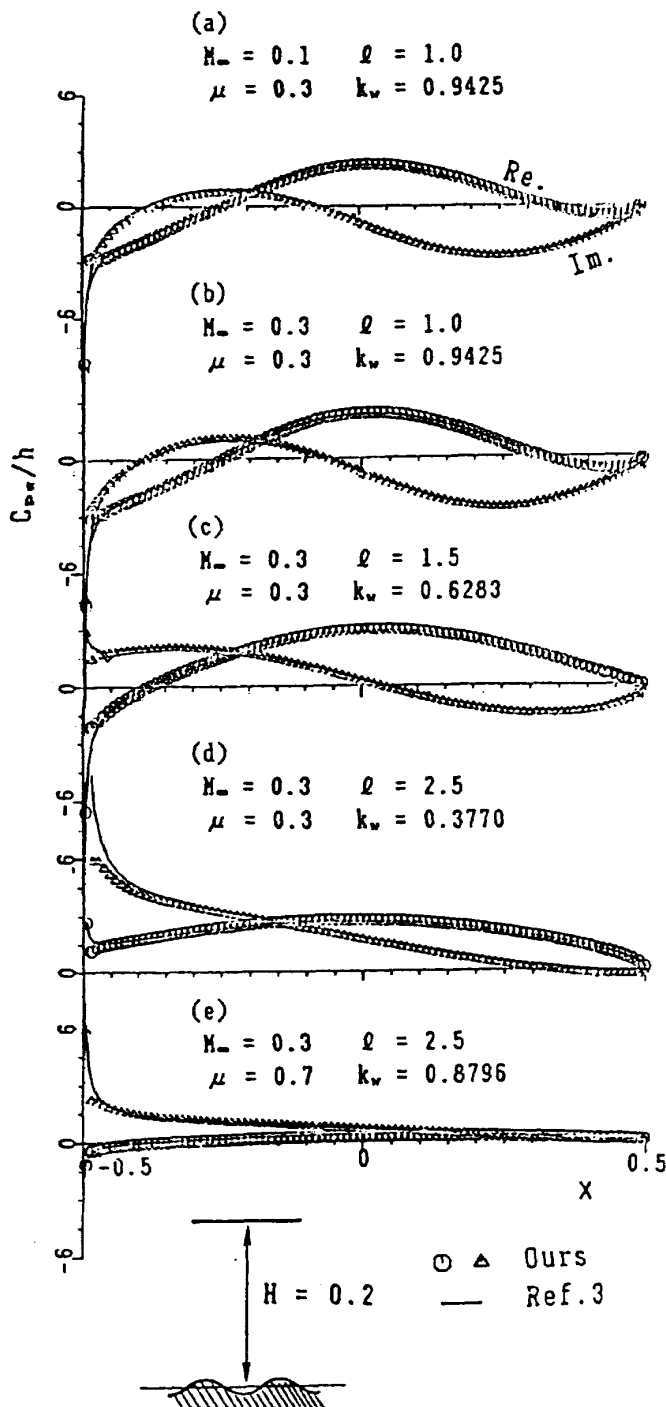


第4図 平らな壁面上をピッチング運動する平板翼の圧力分布 ($h = 0.5$)

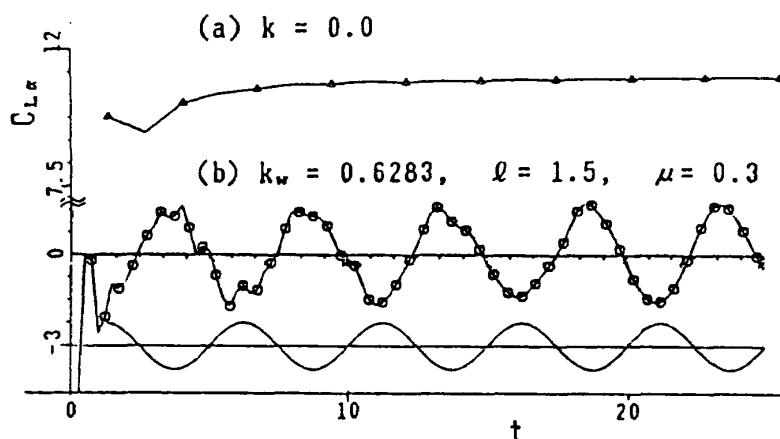
ラメータとしては H, h, l, μ を与えることができる。但し、今回の計算では $H = 0.2$ に固定し、また h の効果は線形的に表わされるので、圧力係数を h で割り、 C_{pa}/h として扱った。第5図(a)~(e)にその圧力分布を示す。

(a), (b) はマッハ数のみ異なる。揚力面による計算結果と両者とも良く一致しているが、平らな壁面での結果と同じくマッハ数が高い(b)の一致度が、特に前・後縁付近で一層優れている。よって他のパラメータの影響を調査する際は $M_\infty = 0.3$ と固定する。

(c), (d) は(b)に対し速度比 $\mu = 0.3$ に固定し、壁面の波長 l を変えたものである。波長が長くなるにつれ、圧力分布は穏やかになる。



第5図 波状壁面上の迎角無し平板翼の圧力分布



第6図 定常・非定常ケースの収束性

(e) は (d) に対し μ を大きくしたものである。 $\mu = 1$ に接近すると本計算の出力は消滅する。壁面速度が一樣流速度に近づき、擾乱源が消失するためである。

4.4 収束性と計算時間

第6図に無次元時間 t に対する揚力の収束性を示す。(a),(b) は各々第3図(e), 第5図(c) に対する収束結果である。(b) の下の波形は各 t に於ける $x=0$ の位置, すなわち翼の中心位置での波高を表わす。(a),(b) とも $t \geq 15 \sim 20$ で収束することがわかる。ちなみに, (b) は1サイクル当たり180タイムステップで計算しており, 図中のマークは18タイムステップ毎の点である。5サイクルまでの計算時間は名古屋大学大型計算機センターのFACOM M-780 で約2分弱である。

5. 結 論

差分法である中道法を用い, 波状壁面上を飛ぶ2次元翼の揚力計算を行った。結果は揚力面を用いて行われた計算結果³⁾と極めて良い一致を示した。ただし, 本計算法を用いた結果は $M_\infty = 0.3$, 揚力面理論からのものは $M_\infty = 0$ である。

計算時間は本計算法が約3倍である。しかし本計算法は, 今回は比較のため線形化して用いられたが, 同じプログラムで高亜音速領域まで拡張できよう。また, 相互チェックのために両方法が必要不可欠であった。

参考文献

- 1) Nakamichi, J. : An Improved Version of the LTRAN2 for High Frequency Domain, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., 27 (1984), pp.121-133.
- 2) Ballhaus, W. F. and Goorjian, P. M. : Implicit Finite-Difference Computations of Unsteady Transonic Flows about Airfoils, AIAA J., 15(1977), pp.1728-1735.
- 3) 市川正美, 安東茂典 : 日本航空宇宙学会第21期年会講演会講演集(1990), pp.180-181 (学会誌に投稿中)。
- 4) Ando, S. : Some Thoughts on Power-Augmented-Ram Wing-in-Ground (PAR-WIG) Effect Vehicle, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., 31 (1988), pp.29-47.

Appendix 中道法について

LTRAN 2 の高振動数対応バージョンである中道法について, 原論文¹⁾に明記されていない部分のみ要約する。

A. 1 差分方程式

翼面上境界条件のみについて説明する。

$$f_{AFOIL} < x, t > = f^{(s)} < x > + f^{(u)} < x, t > \quad (A. 1)$$

とおくと, (N. 12) 式は,

$$\frac{1}{y_\eta} \phi_\eta = \left[\frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right] f_{AFOIL} < x, t > \quad (A. 2)$$

と書ける。この中の定常の翼形状を表わす $f^{(s)} < x >$ を具体的に示すと,

$$y = f^{(s)} < x > = g_{AFOIL}(x) - \alpha_0 (x - X_{axis}) \quad (A. 3-a)$$

但し, $g_{AFOIL}(x)$: コードラインからの y 変位で表わされる任意の翼面形状

α_0 : 微小迎角(ピッチアップを正)

また, 翼形状の非定常成分を表わす $f^{(u)} < x, t >$ は, 翼が調和振動しているとする,

$$y = f^{(u)} < x, t > = (x - X_{axis}) \alpha_1 \sin(k t) \quad (A. 3-b)$$

但し, α_1 : 翼振幅

次に, (A. 2) 式の使用法を説明する。(N. 1) 式の差分化は, 交互陰的アルゴリズムを用いて行われる。その際, η に関する後退差分が現われているので, $y = 0$ で $\phi_{1, AFOIL-1}$ という項が生ずる。このことは ξ -sweep, η -sweep の両方で起こる。しかし, $j = AFOIL-1$ という格子点は架空(ダミー)である。よって, $\phi_{1, AFOIL-1}$ を消去せねばならない。そのために, 接線流の条件 (A. 2) 式を用いて, 差分形で,

$$\begin{aligned} \phi_{1, AFOIL+1} - \phi_{1, AFOIL-1} &= 2 \Delta \eta (\phi_\eta)_{1, AFOIL} \\ &= 2 \Delta \eta y_\eta \times [(A. 2) \text{ 式の右辺}] \end{aligned} \quad (A. 4)$$

これから, ダミー点の ϕ 値が消去できる。

A. 2 適切なパラメータ

(N. 8), (N. 9) 式中の $C_1 \sim C_4$ 及び C_3^* は入力により決定されるパラメータであり, プログラム中で,

$$C_1 = Y_{max} - C_2 \quad (A. 5)$$

$$C_2 = \frac{Y_{max} - \Delta y_{min} / \Delta \eta}{1 - \Delta \eta P_y^{-1}} \quad (A. 6)$$

$$C_3 = X_{max} - X_1 - C_4 \quad (A. 7)$$

$$C_4 = \frac{X_{max} - X_1 - \Delta x_{min} / \Delta \xi}{1 - \Delta \xi P_x^{-1}} \quad (A. 8)$$

$$C_3^* = \frac{-X_1 - \Delta x_{min} - 2X_1 \cdot F(\Delta \xi)}{-2F(\Delta \xi) - 1 + \Delta \xi} \quad (A. 9-a)$$

但し,

$$F(\Delta \xi) = \frac{-1 + \Delta \xi}{1 + (-1 + \Delta \xi)^2}, \quad \Delta \xi = 4 / (IN - 1) \quad (A. 9-b)$$

の如く計算されている。なお, これらの計算のため用いられる入力値として,

$$IN, KN, X_{max}, Y_{max}, \Delta x_{min}, \Delta y_{min}, X_1 \quad (A. 10)$$

がプログラムの最初に自由に設定できる。

