15

計算流体力学における結果の動画化とその問題点II

白 山 晋*

Several Issues of Visualization Techniques in Computational Fluid Dynamics II

by

Susumu SHIRAYAMA
Institute of Computational Fluid Dynamics

ABSTRACT

Several flow visualization techniques using the Lagarangian approach have been developed for analyzing the numerical solutions of unsteady flow fields computed by the Eulerian approach. We have shown how these methods can be used to assess the validity of solutions and to extract the nature of the flow fields. Moreover, we have found that the extensive use of flow field animation is a requirement for the analysis and validation of unsteady flow fields. In this paper, the detail algorithms for the flow visualization are introduced.

緒 言

数値解を可視化する目的は，数値解の有効性を示すことと，流れ場の解析である。このために実験結果や他の手法による計算との比較，さまざまな観点からの解空間の定義ということが行われてきた[1-3]。実験結果との対比においては，如何に，実験の手法を模倣するかが議論されている。大部分が光の性質を利用しているので計算された流れ場に対し同じ性質を反映した可視化が行われている。この場合，可視化された流れ場をより忠実に再現するには，物理的根拠の薄いリアリズムの追求を避けなければならない。計算結果相互の比較では，方法は仮想的なものでもよく，効率的であることが重要となる。『解析』に至っては，実験方法の模倣よりも，計算独自の視点からの可視化がなされることが多い。可視化される物理量の選び方や，結果の抽象化（例えば位相数学に基づく表現）が問題とされる。局所的な構造と全体との繋がり，さらに時間的な繋がりを調べることが重要である。

具体的には，『見えないものの形状を如何に認識するか。』という命題に対し，ある物理量の次の三つの性質を調べることが目的となる。

- Distribution：どういう風に分布しているか？
- Shape：どのような形か？
- Connectivity：空間・時間にわたる繋がりは？

本稿では可視化法に用いられてきたアルゴリズムについて検討を行う。

可視化技術概要

与えられたデータ空間は離散空間なので補間により連続空間の再構築が行われる。このとき補間方法は計算結果の局所的な振舞いに対する未解決な問題と汎用性からの要求のため低次精度（一次，双一次）のものがよく使われる[3]。再構築された空間での処理は，スカラー量とベクトル量に対し以下のようである。

* (株)計算流体力学研究所

a）スカラー量

- 等値線，等値面：曲面としての認識とデータの位置及び勾配の把握。
- 等値領域：あるデータのおよその存在位置の把握。（三次元ではVolume Renderingが対応。）
- Carpet Plot (Function Surface Plot.)：二次元から三次元への写像により勾配が強調される。
- 三次元シュリーレン等：三次元から二次元への写像。光学的手法による実験の模倣。ただし，自由度が一つ減るため，一画面の結果では情報量が欠落する。

b）ベクトル量(テンソル量)

- ベクトルの直接表現
- スカラー化：成分の表示，位置ベクトルへの写像
- 粒子の軌跡：解空間のラグランジェ的な性質の把握。常微分方程式の解として表される。

以上の処理により，実験や他の計算結果との比較，アニメーションを用いた時系列データの探索が行われる。作業はHost Computer (HC) とGraphic Display (GD) により計算→入力→処理→出力→記録の順に行われる。

- 入力：データ形式，どの環境下にデータを存在させるか。（記憶容量，転送速度）
- 処理及び出力：どのようなものをどのような空間で描かせるか（処理速度，ローカルな処理）。三次元の場合，可視化された量の位置の把握が重要である。GDは基本として画面上のある位置の画素の色を示すものとして定義する。しかし，Shapeとして点，線（方向），面（領域と方向）という情報の多い多様体，Distributionとしてレンダリング（陰影付けを含む）が扱えるものが発達している。さらに視点変換やレンダリングはローカルに行うことが多くなっている。ソフトウェアによりHC上で画素を計算し画素データをGDへ送るという方法も廃れてはいない。しかし，この方法で，画質を良くするにはHCの負担が大きくなることを考慮しなければならない。（特にアニメーションの場合）

可視化技術各論

等値線や等値面，ベクトルの直接表現等の幅広く使われている方法は文献1を参照して頂きたい。ここでは三次元スカラー場のVolume Renderingによる可視化法と，ベクトル場の表現であるParticle tracing法に対し問題点を探る。さらに時系列の繋がりを示すための拡大相空間という概念を説明する。

1.1 Volume Dataの可視化法

三次元の可視化では物理量の分布に対しその存在位置を示す作業が重要となる。従来の可視化法では境界面を定めることが優先された（等値面など）。しかし，いくつかの量の相互関係を知るには，面の分布よりも領域の分布を表現する方が良いことがある。通常GD上で，領域は画素の色付けにより表される。二次元の等値領域は，計算セルをある分布関数により色付けすれば表現できる。すなわち，物理量と色を一対一対応させる写像を考えるのである。三次元でも画素の色付けに帰着できるが，GD上の画素は二次元であり三次元から二次元への写像が必要となる。この写像を光の性質を用いて行う方法が狭義のVolume Rendering (VR) である。この方法を『実験との比較』に用いる時，『現象の忠実な模倣』に対し，どのような光の性質を用いるか，そして可視化された図が何を表しているかを考えなければならない。例えば，密度による屈折率の違いを利用したシュリーレン写真やシャドウーグラフなどの模倣では実験に基づいた光の性質が使われるが，最近の'Scientific Visualization'と称するものには，リアリズムの追求を主眼としたものが少なくない。雲や霧，煙のシミュレーションは観測で見えるものが何かにかかわらず密度や温度のVRにより行われ，VRの特色であるあいまいな表面形状とリアリズムを結び付けることが多い。さらに言うと，近年の可視化法は定量化を目指しており，あいまいさの排除がなされつつある。『解析』の場合，光の性質を介在して三次元データが二次元へ写像されていることに注意する。実際は可視化された図を見て流れ場の解析を行うので二次元から三次元解空間

への逆写像を行う必要がある。一般には二次元へ写像された一枚の図から三次元解空間を再構築することは困難である。このため光の性質を用いた狭義のVRによる可視化は，解析という面では用途を限られてしまう。それにもかかわらず，この方法を取り上げたのは三次元のある領域の直接的な表現ができるためである。領域の境界に対してはあいまいになるが，流れの大きな構造の比較そして解析に効力があるだろう。次節で具体的な方法と可視化例を示す。

1.2　可視化例

CGで用いられるVRはボリューム・データを作ることから始められるが，CFDにおいては，すでに三次元格子点上で物理量は与えられているものとする。一般に格子形状は均質ではないが，計算精度は格子によって離散化された空間で保たれている。さて三次元空間に展開されたデータから領域を表示する方法について説明しよう。最終的に求めたいものはスクリーン上の画素の色である。基本的な考えは画素の位置から視線方向に発した光と流体との相互作用（主として輻射と散乱）によって画素の色を決めるというものである(図1)。

本稿で用いた方法は視線ベクトルに垂直な面で可視化する物理量を抽出し，これを重ねる際に光の性質を用いて色を決めるものである。例として内球と外球に温度差を与えた二重球内の流れについて，温度の三次元分布を求める。三つの等温面を図2に示す。過渡的にベナール・セルが生じることが等温面の時間変化を追うことで示される。

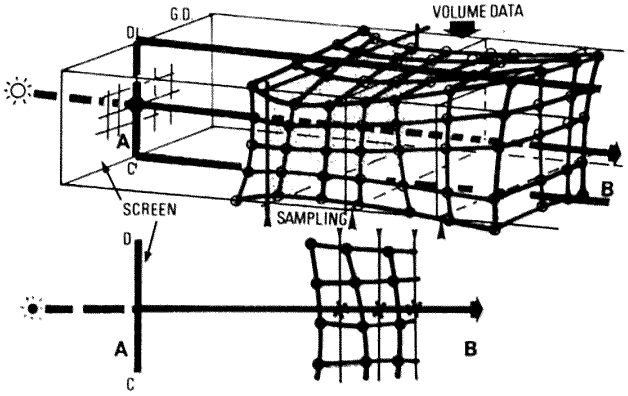

図1　画素（スクリーン）とボリューム・データとの位置関係

しかしセル形状の細かな部分が逆にセル相互のかかわり合いをわかりにくくしている。ある温度の領域の大まかな時間変化を調べるためにVRにより可視化した結果が図3である。レンダリングは温度により物性が変わる物質を疑似的に考え，温度分布に色（自己放射エネルギー）と光の透過率を対応させる。一般にスカラー量は階段関数のよ

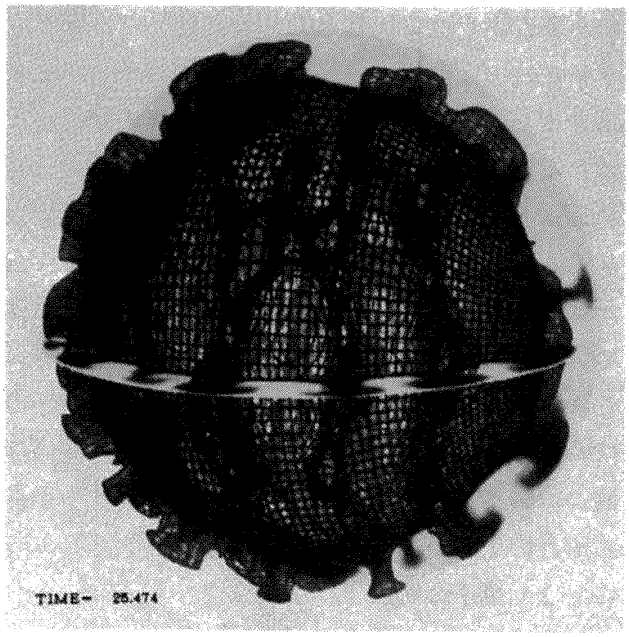

図2　内球と外球に温度差を与えた二重球内の流れ。内球を高温にし，重力は中心の方向に働いている。等温面と断面上の温度分布を示す。

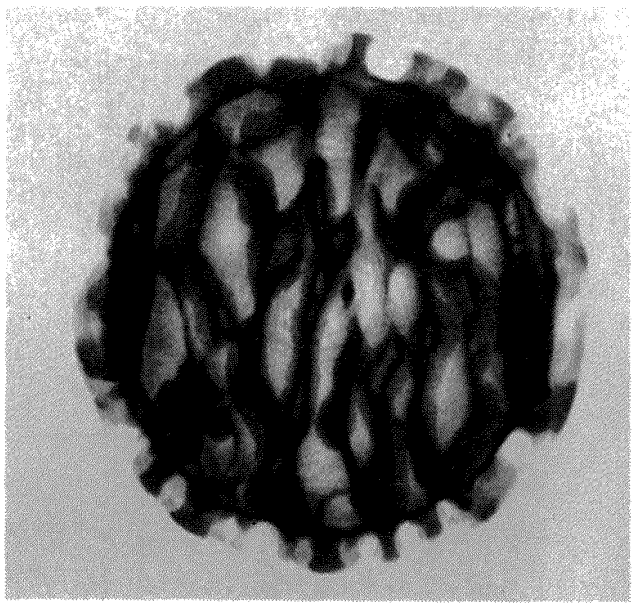

図3　ボリューム・レンダリング(VR)による特定温度の存在領域の表示。

うに分布しておらず，疑似的に個性を与えられた物質は連続に分布しているため，スカラー量を生の状態で可視化した図は煩雑なものとなる。そこで，ある程度領域の境界を示そうとする試みが行われた。よく用いられる方法は，色と透過率の分布を変化させることによる等値面の形成である。すなわち，特定の値に対する透過率を他に比べて小さくし等値面を形成する。分布関数を工夫しないと面があいまいになるため物理的でないリアリティを持ってしまう。また，内部情報がすべて欠落するわけではないので，内部と境界の関係が複雑になる。効率面を考えれば従来の等値面の透明処理より良いという見方もあるが，精度の面では劣る。いずれにしろ，領域の存在を意識したVRが望まれる。ここでは温度分布を三つのしきい値で分け（階段関数化）各々を疑似的に色分けされた物質として可視化を行った。このため同色系の情報は温度の正確な分布ではなく，視線方向の領域の厚みを表している。別の例として円柱を過ぎる流れの圧力分布をVRにより示す（図4）。

2 粒子の軌跡

粒子の軌跡は次の常微分方程式によって示される。

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{ds} = \boldsymbol{b} \qquad \text{(A)}$$

ここで s は流線または渦線に沿った距離または時間を示す。そして $\boldsymbol{b}$ はあるベクトル場を表す。解法については文献2, 3を参照して頂きたい。可視化例を図5に示す。ここでは数値積分の精度につ

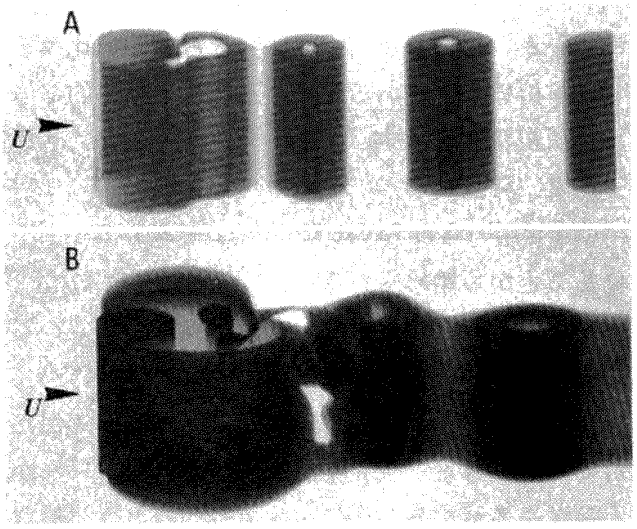

図4 三次元円柱を過ぎる流れ。VRによる特定圧力の存在領域の表示。円柱直径を基準にしたレイノルズ数を1000とし無次元時間が100の時点でスパン方向に微小擾乱を与えた。（A：t＝100.，B：t＝150.）

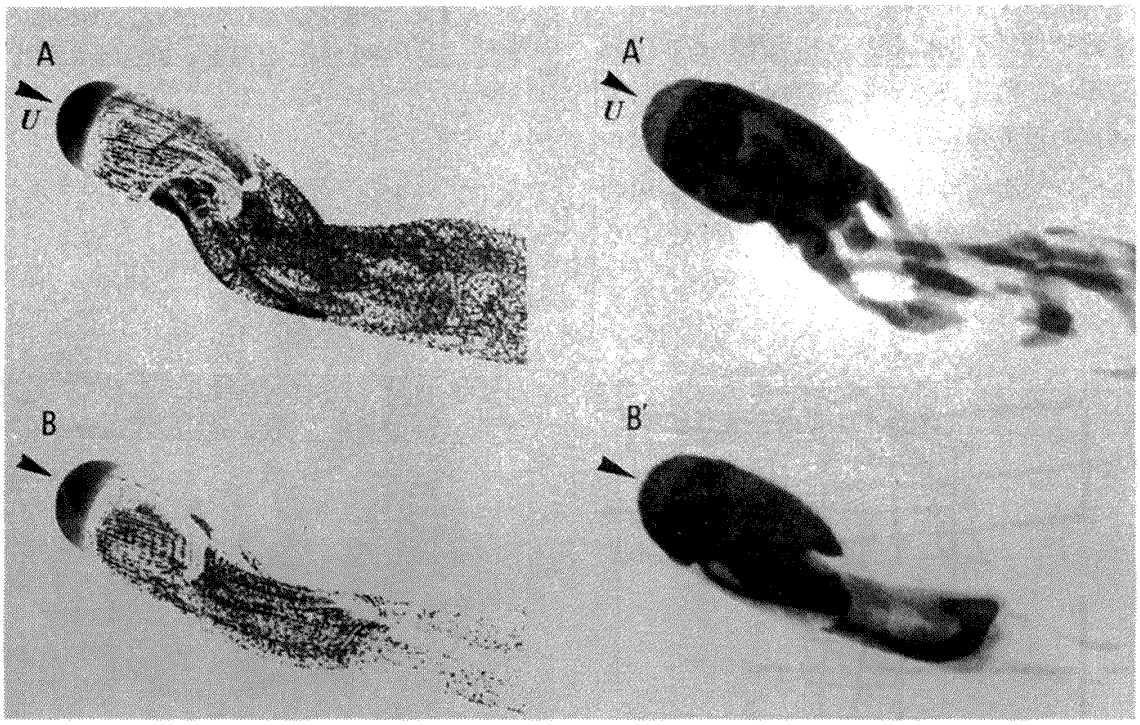

図5 球を過ぎる流れ。統合流脈面の時間変化を仮想粒子の軌跡を追うことで示す。球直径を基準にしたレイノルズ数は500。（A：t＝94. 8, B：t＝99.8）図A′とB′に図A, Bに対応するある粒子密度の存在領域をVRにより示す。

いて触れたい。(A) 式の数値積分を考える。話を簡単にするため二次元で三角形要素について線形補間を行う。$\boldsymbol{x}=(x, y)$, $\boldsymbol{b}=(u, v)$ として

$$\frac{d}{ds}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_0\\b_0\end{pmatrix} \qquad \text{(B)}$$

図6のような配置を考えれば係数は，$J=1/(x_1y_2-x_2y_1)$, $u_{i0}=u_i-u_0$, $v_{i0}=v_i-v_0$ として

$$\begin{aligned}
a_0&=u_0,\\
b_0&=v_0,\\
a_1&=J(y_2u_{10}-y_1u_{20}),\\
a_2&=J(-x_2u_{10}+x_1u_{20}),\\
b_1&=J(y_2v_{10}-y_1v_{20}),\\
b_2&=J(-x_2v_{10}+x_1v_{20})
\end{aligned} \qquad \text{(C)}$$

実は要素内で (B) 式は可積分である。すなわち，次の形の常微分方程式で表現でき，これは同次形または変数分離形に帰着した後一般解が求められるのである。

$$\frac{dy}{dx}=\frac{b_1x+b_2y+b_0}{a_1x+a_2y+a_0} \qquad \text{(D)}$$

また，解空間の特異点の性質は (B) 式の右辺の行列の性質と同じになる[2)]。ところが，多くの場合，数値積分によって (B) 式が解かれている。(A) 式の数値積分の性質を探る上でも (B) 式の数値解の性質を調べる必要がある。(A) 式の数値積分を一次または二次精度で行えば誤差評価には

$$\boldsymbol{x}(s+\Delta s)=x+\frac{d\boldsymbol{x}}{ds}\cdot\Delta s+\frac{1}{2}\frac{d^2\boldsymbol{x}}{ds^2}\cdot\Delta s^2+O(\Delta s^3) \qquad \text{(E)}$$

というテイラー展開された式を使うこととなる。一次精度の数値積分（陽的オイラー法）を行えば，

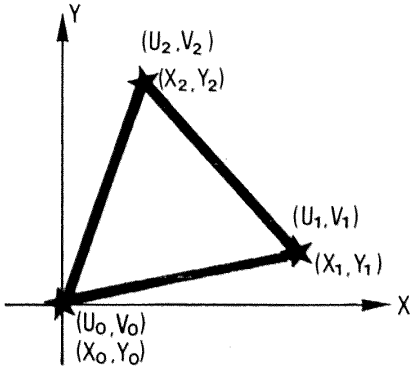

図6　三角形要素の配置。

二次の微係数の性質が重要となり，それは次式で示される。

$$\frac{d^2}{ds^2}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{pmatrix}^2\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\b_1 & b_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_0\\b_0\end{pmatrix} \qquad \text{(F)}$$

最も簡単な場合として旋回流 ($u=\cos\theta$, $v=\sin\theta$) を扱う。$(x_0, y_0)=(0, 0)$, $(x_1, y_1)=(1, 0)$, $(x_2, y_2)=(0, 1)$ とすると $(u_0, v_0)=(0, 0)$, $(u_1, v_1)=$

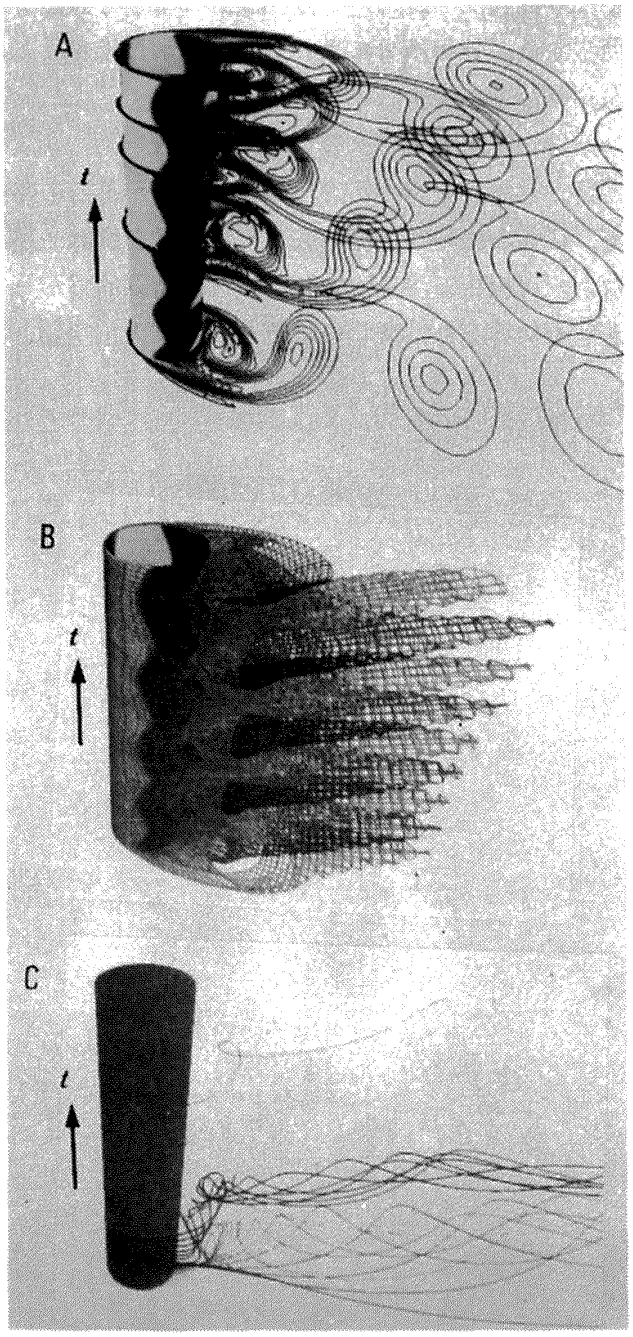

図7　二次元円柱を過ぎる流れの拡大相空間内での可視化。A：ある時間での渦度分布。B：ある特定の渦度の時空間に渡る分布。C：流体粒子のラグランジェ的挙動。ある時間面に投影するとその時間での流跡線が得られる。

$(0, 1)$, $(u_2, v_2)=(-1, 0)$となり，(B), (F)式は

$$\frac{d}{ds}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

$$\frac{d^2}{ds^2}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad \text{(G)}$$

(G)式から，要素内の(x, y)にある粒子に対して一次精度の数値積分を行えば誤差は$\frac{1}{2}\cdot\Delta s^2\sqrt{x^2+y^2}$となり旋回流では常に外側へ向かうような誤差を発生する。数値積分により(A)式を解く場合，二次精度以上が望ましい。

3 時系列データのConnectivity

非定常流れを調べる方法には動画化があるのだが，情報が実時間で流れ去るためよほど訓練を積むか，可視化方法を工夫しないと，時間的繋がりを解析することは難しい。そこで，拡大相空間という概念を導入する。例えば二次元の場合，空間変動量は$\Omega\subset\boldsymbol{R}^2$で定義されている。ここで時間$t\in\boldsymbol{R}^+$に対し$\Omega\times\boldsymbol{R}^+$という空間を定義する。この空間上で可視化を行う。図7に円柱を過ぎる流れに対し，渦度分布（図7a, b）と粒子のラグランジェ的挙動（図7c）を示す。

参 考 文 献

1) 白山　晋，桑原邦郎：日経CG創刊前秋号（日経マグロウヒル1986）または航空宇宙技術研究所特別資料SP-7, 191 (1986).

2) 白山　晋，桑原邦郎：日本物理学会誌第45巻7号，483 (1990).

3) Shirayama, S. and Kuwahara, K : Internat. J. of Supercomputer Appl. 4. 2, 66 (1990).