

## 二次元剪断流の数値解析

越岡 康弘\*

### A Numerical Simulation of Two Dimensional Shear Layer

by

Yasuhiro KOSHIOKA  
Fuji Heavy Industries, Ltd.

#### ABSTRACT

A numerical simulation of the two dimensional (in the sense of mean flow) shear layer is carried out using Arakawa's method. The processes of the growing disturbances and their interactions in the shear layer are simulated clearly. These results show that some combination of the disturbances show strong three dimensionality and others not. Finally, the conditions of small disturbances to deform two dimensional shear layer three dimensionally is discussed.

#### 1. はじめに

CFDの重要な機能として流体现象の理解を助ける道具としての機能があげられる。即ち、適当な境界条件のもとに(周期境界条件, 擾乱等)極力直接シミュレーションに近い計算を実施し, その結果を観察することにより現象の理解を深める助けとする立場である。

今回は二次元剪断流中(主流成分は二次元的だが擾乱成分は三次元)の種々の擾乱がどのように相互作用を及ぼし合いながら成長していくか, またどのような擾乱が二次元剪断流が三次元的な構造を持つきっかけとなるか, 等の観点から, 異なった擾乱を初期値として二次元剪断流の成長過程のシミュレーションを実施し, 擾乱の分布方向, 波数と剪断流の三次元性について検討を行ったので報告する。

#### 2. 数値解析法

本報告では流れは非圧縮性, 非粘性であるとし,

渦度の輸送方程式を基礎方程式(1)とした。

$$(\zeta_i)_t = -\nabla \cdot (v \zeta_i) + \zeta \cdot \nabla v_i \quad (1)$$

$$(i=1, 2, 3)$$

$$v = \nabla \times \psi$$

$$\zeta = -\Delta \psi$$

$\zeta$ : 渦度ベクトル

$v$ : 速度ベクトル

$\psi$ : ベクトルポテンシャル

この時右辺第一項は

$$\left\{ \frac{\partial(\zeta_i, \psi_1)}{\partial(\xi_2, \xi_3)} + \frac{\partial(\zeta_i, \psi_2)}{\partial(\xi_3, \xi_1)} + \frac{\partial(\zeta_i, \psi_3)}{\partial(\xi_1, \xi_2)} \right\}$$

と変形することができ, 第二項は

$$\left\{ \frac{\partial(v_i, v_1)}{\partial(\xi_2, \xi_3)} + \frac{\partial(v_i, v_2)}{\partial(\xi_3, \xi_1)} + \frac{\partial(v_i, v_3)}{\partial(\xi_1, \xi_2)} \right\}$$

と変形することができる。更に各々のヤコビアンを離散化をアラカワの方法<sup>1)</sup>によって行えば, 空間で離散化された三次元の渦度の輸送方程式を得る。

ここで注意すべきことは, ヤコビアンの離散化にアラカワの方法を用いることにより, 右辺第一項はエネルギー, エンストロフィ, 渦度の保存を満たし, 第二項はエネルギー, 渦度の保存を満たす離

\* 富士重工業(株)宇都宮製作所

散化が可能となり、流れ場の物理的な保存の要請（三次元流れでは渦度とエネルギーの保存）を満たすスキームを構築することができることである。これにより風上差分等、特別な配慮無しに安定に計算を行うことができる。またこの定式化が保存量の保存に関して二次元流れ（保存量は渦度、エネルギー、エンストロフィの三つの物理量）と三次元流れを明確に区別して取り扱っていること、アラカワによって指摘された方向に関する精度がそのまま三次元に拡張されていることにより、信頼性の高いシミュレーションが可能となることが期待される。

### 3. 数値シミュレーション

今回の報告では主流流速分布は Hyperbolic Tangent 型の流速分布を有する対向流で、上下面でそれぞれ  $\pm 0.5$  の流速を持つものとし、流入流出面を周期境界とする直方体を計算領域とした。また計算領域側面は反対側面と周期条件とし、上下面はスラブシンメトリーの条件を課した。剪断流の主流流速分布、計算領域および座標系を図1に示す。更に擾乱の成分の波数、分布方向、組み合わせによる剪断流の成長過程の違いを調べるため表1に示すような初期擾乱を剪断流に与えた。 $\xi_2$  に対する擾乱としては、乱数で擾乱を与える場

合を除いて、 $\xi_1$  方向に線形成長率の最も高い波数 0.4446 をはさむ 0.4 と 0.6 を与え、渦のマージ（合体）が生じるように設定し、計算領域は  $\xi_1$  方向に対しては、波数 0.4 の擾乱では二波長、波数 0.6 の擾乱では三波長を含むように設定した。また結果は 15000 ステップ（= 約 184 無次元時間）経過後の結果と比較した。

図2に初期擾乱として  $\xi_1$  のみ（case 2）、 $\xi_3$  のみ（case 3）、両者を合わせ持つ場合（case 4）についての比較を示す。初期擾乱が二成分である case 2、case 3 に比べて擾乱のすべての成分を持っている case 4 が前二者に比べて非常に強い三次

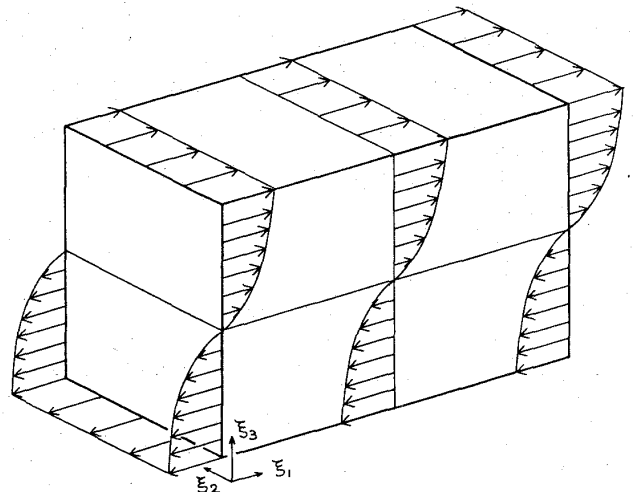


図1 主流流速分布および計算領域

表1 初期擾乱の組み合わせ一覧

	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	備考
CASE 2	$\text{Sin}(1.2 \times \xi_2)$	$\text{Sin}(.4 \times \xi_1) + \text{Sin}(.6 \times \xi_1)$	—	擾乱三成分は同強度
CASE 3	—	↑	$\text{Sin}(1.2 \times \xi_2)$	↑
CASE 4	$\text{Sin}(1.2 \times \xi_2)$	↑	$\text{Sin}(1.2 \times \xi_2)$	↑
CASE 6	$\text{Sin}(0.4 \times \xi_2)$	↑	$\text{Sin}(0.4 \times \xi_2)$	↑
CASE 7	$\text{Sin}(0.2 \times \xi_2)$	↑	$\text{Sin}(0.2 \times \xi_2)$	↑
CASE 8	—	乱数 ( $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ )	—	↑
CASE 10	—	乱数 ( $\xi_1$ ) 方向	—	↑
CASE 11	—	乱数 ( $\xi_1, \xi_2$ ) 面内	—	↑
CASE 12	$\text{Sin}(1.2 \times \xi_1)$	$\text{Sin}(.4 \times \xi_1) + \text{Sin}(.6 \times \xi_1)$	$\text{Sin}(1.2 \times \xi_1)$	↑
CASE 13	$\text{Sin}(0.4 \times \xi_1)$	↑	$\text{Sin}(0.4 \times \xi_1)$	↑
CASE 14	$\text{Sin}(0.2 \times \xi_1)$	↑	$\text{Sin}(0.2 \times \xi_1)$	↑

\* 擾乱はすべて  $\xi_3$  方向に指数的に減衰するように与えた

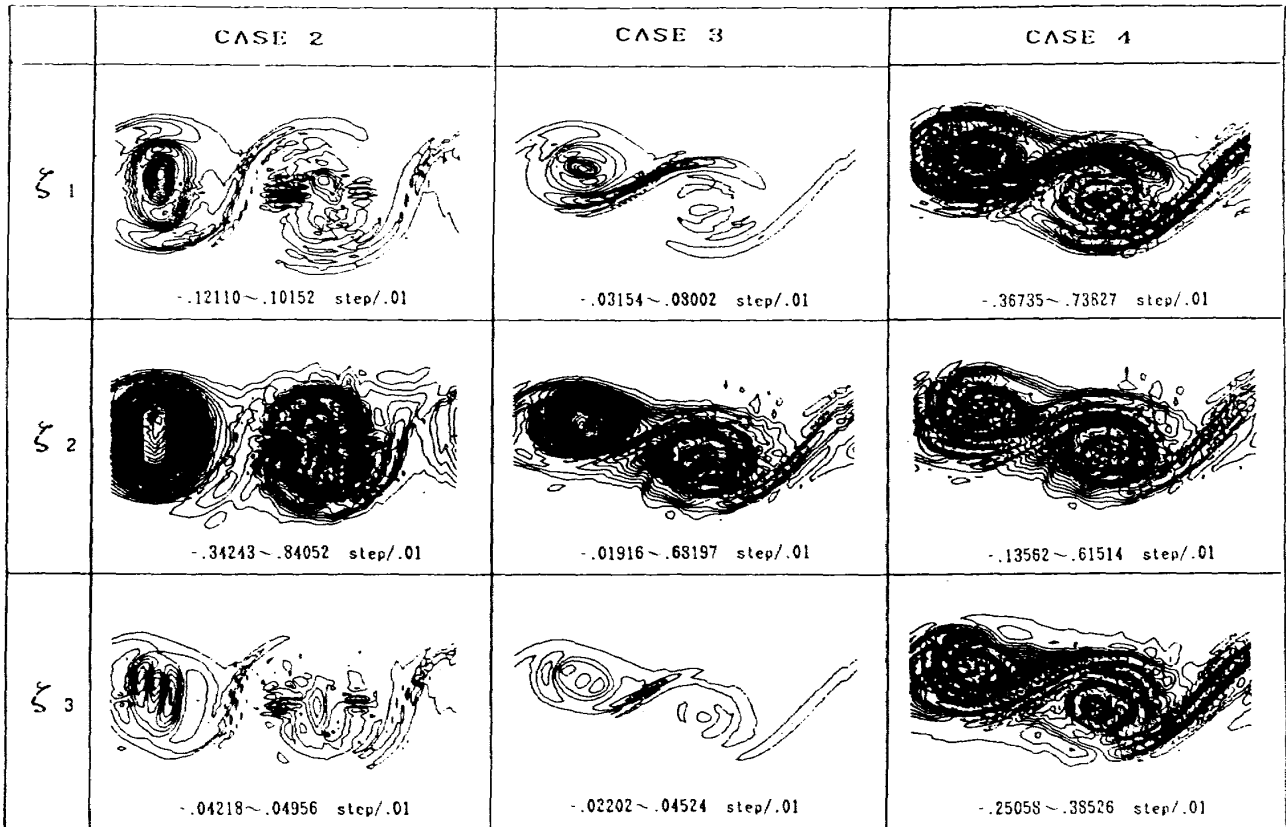


図2 ( $\xi_1, \xi_3$ ) 面内渦度分布比較 (初期擾乱の組み合わせの比較)

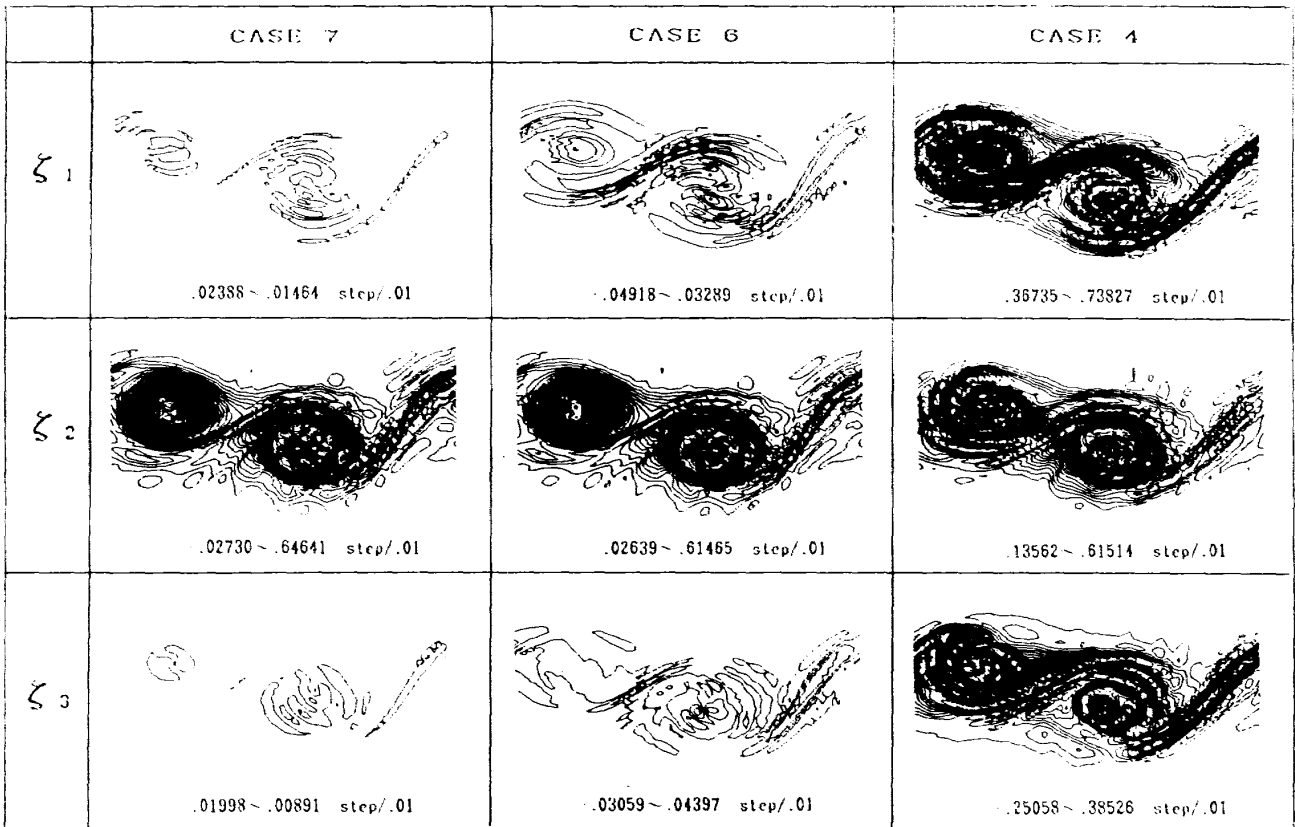


図3 ( $\xi_1, \xi_3$ ) 面内渦度分布比較 (初期擾乱の $\xi_2$ 方向, 波数の比較)

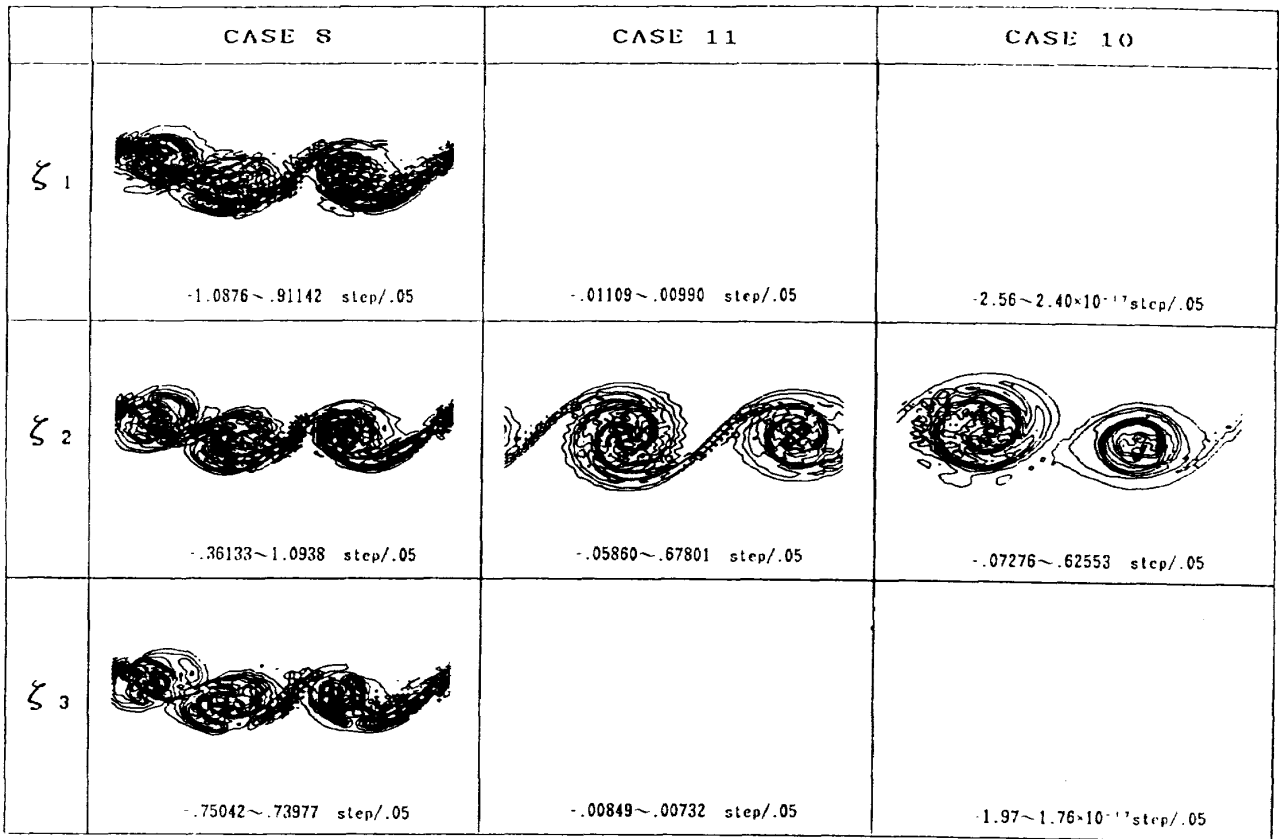


図4 ( $\xi_1, \xi_3$ ) 面内渦度分布比較 ( $\xi_2$  初期擾乱の分布による違い)

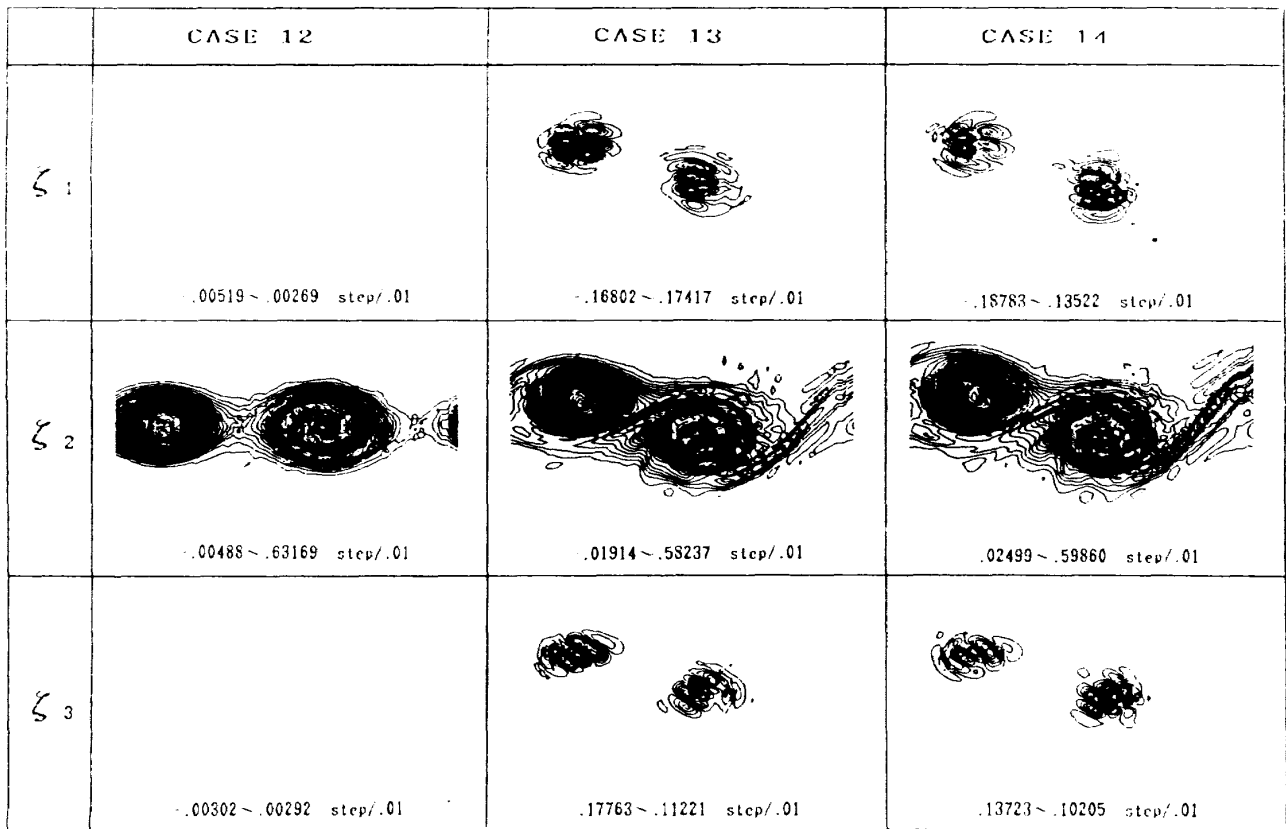


図5 ( $\xi_1, \xi_3$ ) 面内渦度分布比較 ( $\zeta_1, \zeta_3$  の  $\xi_1$  方向分布の波数による違い)

元性, 即ち大きな  $\zeta_1, \zeta_3$  成分を有することが解る。

図3に初期擾乱 ( $\zeta_1, \zeta_3$ ) の  $\xi_2$  方向の波数の違いによる剪断流の成長の比較を示す。 $\zeta_2$  の波数より低い波数成分の擾乱を与えた case 7 では三次元性が極めて弱いのに対し, 高い波数成分を与えた case 4 では極めて三次元性が強いことが解る。

図4に  $\zeta_2$  に対し, 乱数を用いて擾乱を与える際に空間全体で変化させた場合 (case 8),  $\xi_1$  方向にのみ乱数により分布させた場合 (case 11), ( $\xi_1, \xi_2$ ) 面内に分布させた場合 (case 10) の比較を示す。空欄は物理量が微小であったため, 等高線が書け

なかったものである。これら三ケースともに線形成長率の高い波数0.4と0.6の擾乱が選択的に成長するが, 全空間に関して乱数により擾乱を分布させた場合, 剪断層は非常に強い三次元性を示すのに対し, なんらかの束縛条件のもとに乱数による擾乱を与えても強い三次元性は現れないことが解る。

図5に  $\zeta_1, \zeta_3$  に対する擾乱を  $\xi_1$  方向に波数を変えて与えた場合の比較を示す。この場合は case 13, case 14 の  $\zeta_2$  の波数より少ない波数の擾乱を加えたもののほうがやや三次元性の強い結果となった。

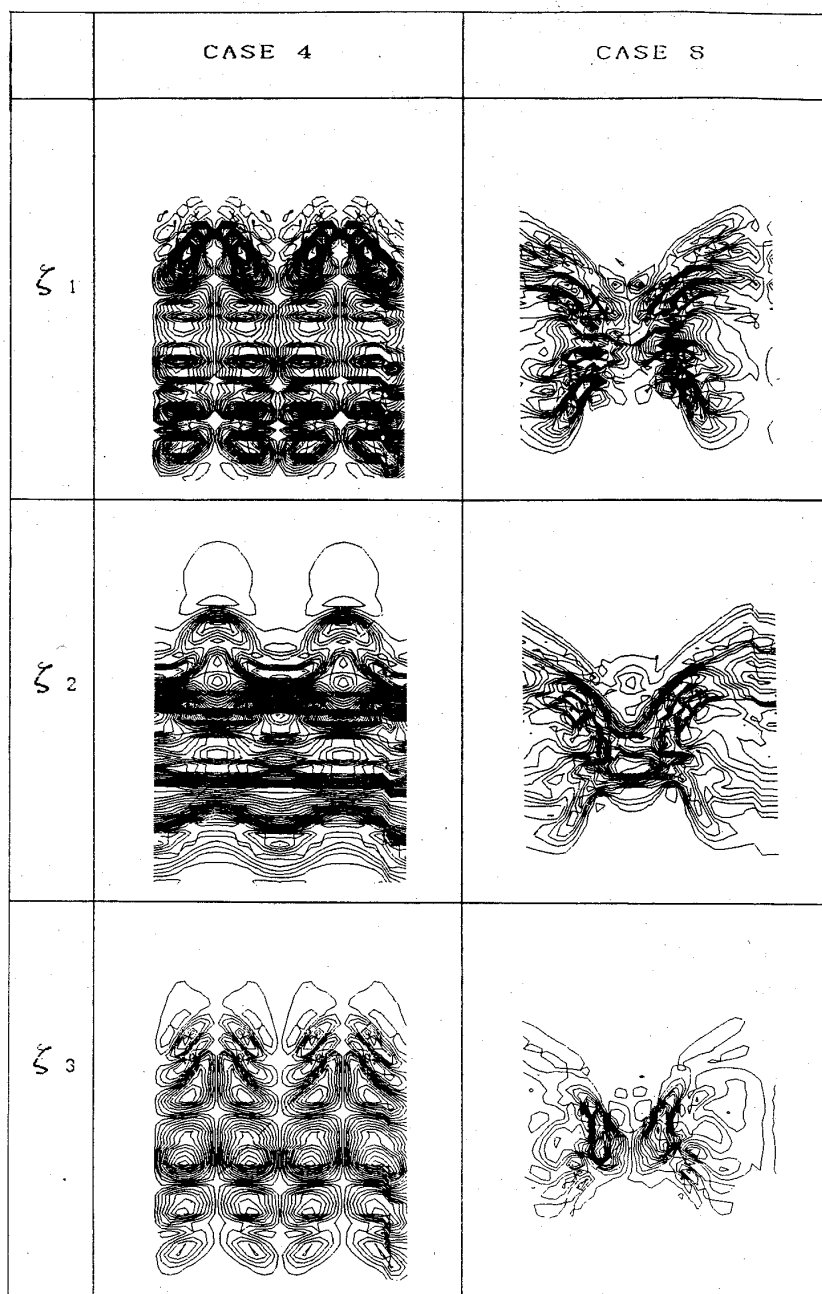


図6 ( $\xi_2, \xi_3$ ) 面内渦度分布比較

図6に強い三次元性を有する剪断層の $(\xi_1, \xi_3)$ 面内の渦度分布の比較を示す。 $\xi_3$ 方向に特定の波数を有する擾乱を与えたcase 4の場合は、この波数の中では二次元性を残しているのに対し、乱数によって特定の波数を持たないように擾乱を与えたcase 8では、局所的な二次元性は見られず、また三次元における渦の絞り込みにより、両わきへ渦度が逃げる現象がおきているのが解る。

#### 4. 結 論

三次元流れの物理的要請(保存則)を満たす数値解法により、安定に流体の運動方程式の長時間の時間積分が可能となり、三次元流れ特有の種々

の現象が観察可能となった。その際擾乱の剪断層の成長への影響、とくに二次元的な剪断層が三次元性を有するようになる過程が詳細に観察された。今後はこのような詳細な観察を続けることで自然層流の達成への指針等が得られることが期待される。

#### 参 考 文 献

- 1) Arakawa, A., "Computational Design for Long-Term Numerical Integration of Fluid Motion: Two-Dimensional Incompressible Flow, Part I," *Journal of Computational Physics*, Vol. 1, 1966, pp. 119-143.