16

遷移におけるモードの選択

水　島　二　郎*

Mechanism of the Mode Selection in Bifurcations

by

Jiro MIZUSHIMA
Wakayama University

ABSTRACT

The mechanism of the mode selection is investigated by a set of amplitude equations. It is shown that the most unstable mode is selected if there is no resonant interactions between the modes, whereas the wavenumber of the mode selected is shifted if there is resonant interactions.

Keywords: pattern selection, mode selection, bifurcation, resonance, nonlinear stability

1. はじめに

線形安定性理論や弱非線形安定性理論では，パラメータ（レイノルズ数）がある値を越えると一つ（または二つ以上）のモードが不安定となり，パラメータがさらに大きくなると複数個(無限個)のモードが不安定となる。一方，実験ではとにかく一つの流れのパターン（歴史に依存することもある：ヒステリシス）が発生する。なぜある特定のパターンができるのか？数値シミュレーションを行う方法もあるが，流れのパターン（モード）の選択のメカニズムの解明には余り役に立たない場合も多い。これに対して振幅方程式を導出して調べる方法はその導出が厳密でなく近似であり，適用できるパラメータ領域がかなり狭いなどの欠点はあるが，流れのパターン選択のメカニズムを理解するのには適している。ここではある流れのパターン選択はこうして行われているという説明を目指すのではなく，こういうメカニズムのときはこういう流れのパターンが選択されるという逆の説明を目指している。

* 和歌山大学

2. 弱非線形安定性

Landau (1944), Stuart (1960), Watson (1960) により求められた単一モードの振幅に対する振幅方程式に依れば不安定モードはすべて成長する可能性を持っており，どのモードが実際に成長するのかを示すことはできない。

これに対して，Stewartson & Stuart (1971), Taniuti & Washimi (1968), DiPrima, Eckhaus & Segel (1971), Proctor (1991) は変調不安定性を取り入れることにより，成長するモードは線形不安定モードのうちの一部であることを示した。とくに，定在波不安定の場合には最も不安定なモードを中心としておよそ $1/\sqrt{3}$ の範囲に限られることがわかっている。

最近の研究では特に定在波不安定の場合にはモード間の非線形共鳴が撹乱の発展に重要な役割を果たしていることが分かってきた。テイラー・クエット流れについては，Meyer-Spasche & Keller (1985) と Li (1986) は，モード間の 1:2 共鳴が起こり，変調不安定を考えなくても成長するモードは限定されることを示した。ベナール対流に関し

ては Mizushima & Fujimura (1991)がモード間の1：3共鳴が起こることを示し，このときにも成長するモードが限定されることを示した。また，鉛直流体層における熱対流でも Fujimura & Mizushima (1987) が1：2共鳴を見い出した。これらの現象をもっと一般的に取り扱う試みが Dangelmayr (1986) によって行われた。Dangelmayr はノルマルフォームの理論により，一般的な $n:m$ 共鳴の相互作用を行う二つのモードの振幅方程式を導き，いくつかの場合について詳しく分岐ダイアグラムを求めた。

3. Nモードの振幅方程式モデル

ここでは，Nモードの振幅方程式モデル

$$\frac{dA_n}{dt}=a_nA_n+\sum_{p=1}^{\infty} b_{np}A_pA_{n+p}+\sum_{p=1}^{[n/p]} c_{np}A_pA_{n-p}+\sum_{p=1}^{\infty} d_{np}A_p^2A_n \qquad (1)$$

を考える。(1)式で a_n は線形増幅率，b_{np} と c_{np} は共鳴項の係数である。d_{np} は主流または高調波を通じた非線形相互作用の係数で広い意味でランダウ係数と呼べる。波数 $\alpha=1$ のモードが最大増幅率モードとなるように適当な線形増幅率分布を仮定して，適当なパラメータ，適当な初期条件のもとで方程式(1)を数値シミュレーションすると，非共鳴の場合には図1で示されるように最大増幅率モードのみが増幅し，その他のモードはすべて減衰した。また，1：2共鳴のみが起こるときには図2に示すように成長するモードは高波数側にシフトした。さらに，$n:m$ の共鳴がすべて起こるときには図3に示すように成長するモードが低波数側にシフトした。いづれの場合にも時間と共に一つのモードが選択的に成長していることが分かる。全てのモードが共鳴するときには振幅の発展はカオス的な振舞いをすることも分かった。

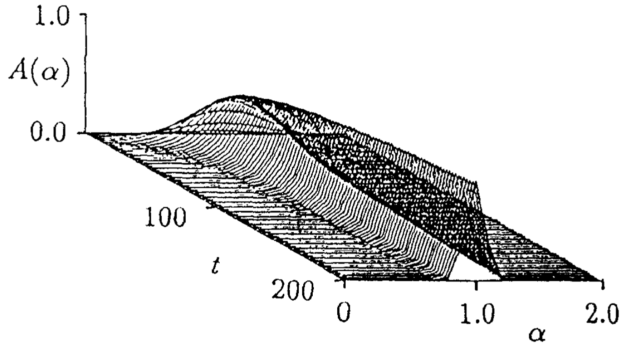

図1　モード間共鳴がないときの振幅の時間発展

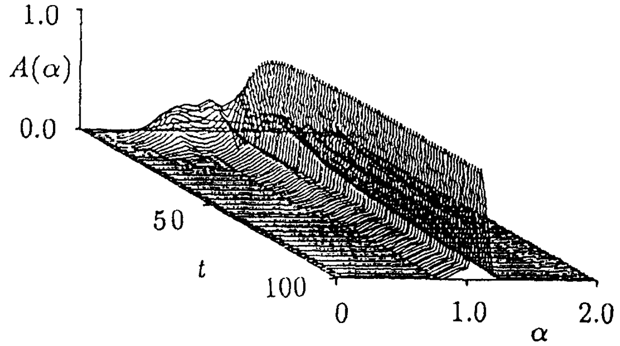

図2　1：2モード共鳴があるときの振幅の時間発展

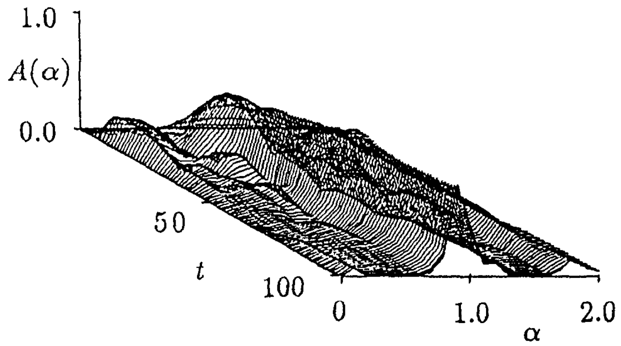

図3　$n:m$ モード共鳴があるときの振幅の時間発展

参考文献

L. Landau (1944) : C. R. Acad. Sci. U. R. S. S. **44**, pp.311-314.

J. T. Stuart (1960) : J. Fluid Mech. **9**, pp.353-370.

J. Watson (1960) : J. Fluid Mech. **9**, pp.371-389.

K. Stewartson and J. T. Stuart (1971) : J. Fluid Mech. **48**, pp.529-545.

T. Taniuti and H. Washimi (1968) : Phys. Rev. Lett. **21**, pp.209-238.

R. C. DiPrima, W. Eckhaus and L. Segel (1971) : J. Fluid Mech. **20**, pp.705-744.

M. R. E. Proctor (1991) : Phys. Fluids **A3**, pp.

299-302.

R. Meyer-Spasche and H. B. Keller (1985) : Phys. Fluids **141**, pp.1248-1252.

A. Li (1986) : Ph. D. thesis, Virginia Polytechnic Institute

Mizushima and Fujimura (1991) : Submitted to J. Fluid Mech.

K. Fujimura and J. Mizushima (1987) : in Nonlinear Wave Interactions in Fluids (ed. by R. W. Miksad, T. R. Akylas and T. Herbert, AMD-vo187, ASME), pp.103-128.

Dangelmayr (1986) : Dynamics and Stability of Systems 1, pp.159-185.