

複雑形状物体まわりの超音速流のための 簡単な格子形成法について

高 倉 葉 子* 小 川 哲**

A Simple Grid Generation Technique for Hypersonic Flow around Complex Configuration

by

Yoko TAKAKURA
FUJITSU Limited
Satoru OGAWA
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

A simple grid generation technique which makes the grid fit a complex inner-surface-boundary with concavity and convexity orthogonally and also fit an outer-surface-boundary, is proposed here to simulate hypersonic flows around complex configuration. This technique is constituted algebraically by improving the hyperbolic grid generation method and considering the geometry. It is shown that two grids around hypersonic vehicles, a NASA shuttle and a NASDA shuttle (HOPE), are successfully generated by using this technique.

1. はじめに

超音速外部流の数値計算においては、弓型衝撃波のやや外側までを計算領域とするのが効率的である。ここでは凹凸の多い複雑な形状の内部境界に直交性をもって適合し、かつ弓型衝撃波のやや外側に位置する外部境界にも適合する格子形成法を提案する。

複雑な内部境界に直交して適合する格子形成法としては、双曲型偏微分方程式を用いる方法¹⁾がよく知られている。しかしこの方法は、各セルの体積を予め与える必要があるので、自動化されているとは言い難く、また外部境界に適合できない。

ここで提案する格子形成法は、双曲型格子形成法の上記の不備を幾何学的考察により修正し、かつ陽解法を採用して代数的方法としたものである。

2. 格子形成法

内部境界面の位置ベクトル $r_i(\xi^1, \xi^2)$ と外部境界面の位置ベクトル $r_o(\xi^1, \xi^2)$ が指定されているとき、初期条件

$$r^1(\xi^1, \xi^2) = r_i(\xi^1, \xi^2)$$

のもとで、与えられた外部境界面に収束するように、

$$\{r^{k \max}(\xi^1, \xi^2) = r_o(\xi^1, \xi^2)\}$$

既知の第 k 表面 $r^k(\xi^1, \xi^2)$ から次の $k+1$ 番目の表面 $r^{k+1}(\xi^1, \xi^2)$ を形成する問題を考える。以下記号の簡略化のため、 k 番目の表面上の (i, j) 格子点における座標 $r^k(\Delta\xi^1(i-1), \Delta\xi^2(j-1))$ を $r_{i,j}^k$ と記す。

上記の問題は、 k 番目から $k+1$ 番目の表面をつくる時の増分ベクトル

$$\Delta r_{i,j}^k = r_{i,j}^{k+1} - r_{i,j}^k$$

をいかにして決めるか、の問題となる。

* 富士通株式会社

** 航空宇宙技術研究所

ここではこの増分ベクトルを、内部境界から直交して出発し外側にいくにつれてより凹凸の少ない滑らかな曲面をつくらうとする横構造（曲面構造）と外部境界面上の指定点に滑らかに到達しようとする縦構造を適当な混合関数により混ぜ合わせて形成する。横構造は曲面幾何を考慮して凹面度が高ければ高いほど次の曲面へ伸ばす高さを増す横構造ベクトル Δr_L^k から構成され、縦構造は前ステップの増分ベクトル Δr^{k-1} と外部境界面上の指定点を向くターゲット・ベクトル Δr_T^k から構成される。

$$\Delta r_{i,j}^k = C_L^k \Delta r_{Li,j}^k \quad \dots \text{横構造}$$

$$+ C_T^k \Delta r_{Ti,j}^k + C_P^k \Delta r_{i,j}^{k-1} \quad \dots \text{縦構造}$$

ここに、

$$C_L^k = C_L((\xi^3)^k),$$

$$C_T^k = C_T((\xi^3)^k), \quad C_P^k = C_P((\xi^3)^k),$$

$$[(\xi^3)^k = \Delta \xi^3 (k-1)]$$

は以下を満足する混合関数である。

$$C_L^1 = 1, \quad C_L^{k \max-1} = 0,$$

$$C_T^1 = 0, \quad C_T^{k \max-1} = 1,$$

$$C_P^1 = 0, \quad C_P^{k \max-1} = 0,$$

$$C_L^k \geq 0, \quad C_T^k \geq 0, \quad C_P^k \geq 0,$$

$$C_L^k + C_T^k + C_P^k = 1.$$

図 1 にベクトル Δr_L^k , Δr_T^k , Δr^{k-1} を図示し、図 2

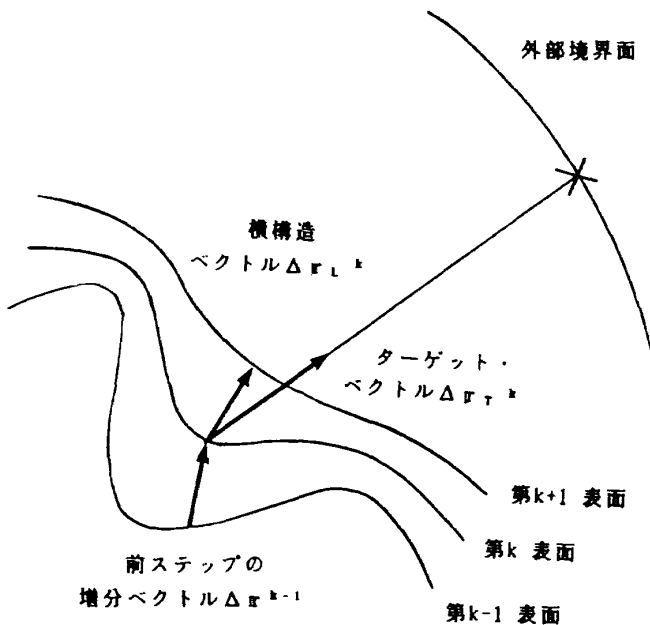


図 1 横構造ベクトルと縦構造ベクトル
(ターゲット・ベクトルと前ステップの増分ベクトル)

にそれらの混合からなる増分ベクトル Δr^k の幾何的意味を示す。図 3 には標準的な混合関数を示す。これにより、ある曲面までは横構造のみで形成し、ある所から縦構造を混合しはじめ、最後にはターゲット・ベクトルのみを生かすという操作が行われる。

2.1 横構造（曲面構造）

横構造の形成法は、双曲型偏微分方程式を用いる方法¹⁾に各セルの体積を自動的に与える機能²⁾を追加して陽的に解き、陰解法による平滑化作用がなくなるのを補うため曲面の凹部分に対してのみ平滑化をかけるものである。

Steger¹⁾らは外部境界面が規定されていない問題に対して、凹凸の激しい内部境界面から出発して徐々に滑らかな曲面をつかっていく双曲型格子形成法を提案した。それは以下の式に基づくもの

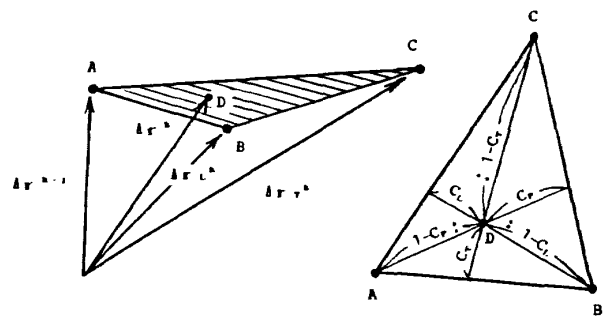


図 2 増分ベクトルの幾何的意味

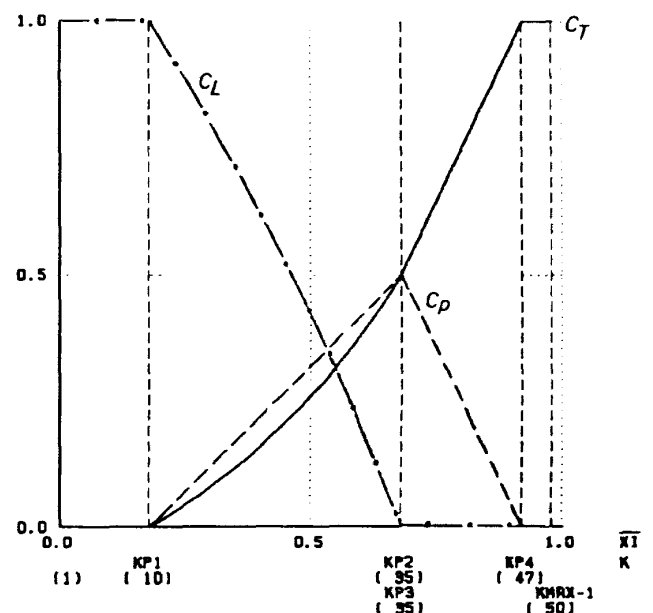


図 3 混合関数

である²⁾。

$$\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_3 = 0, \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e}_3 = 0,$$

$$(\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{e}_3 = V.$$

ここに、 \mathbf{e}_k は $\mathbf{e}_k = \partial \mathbf{r} / \partial \xi^k$ により定義される共変基底であり、第1、第2の方程式は直交条件を、第3の方程式はセルの体積を表している。

元々の方法¹⁾では、順次形成されていく曲面の様子を見ながらこのセル体積を与えなければならなかったが、文献²⁾において筆者らは曲面幾何の性質に基づき体積を自動的に与える洗練された方法を示した。それは微分幾何における曲面の基本形式

第一基本形式

$$ds^2 = g_{ij} d\xi^i d\xi^j,$$

$$[g_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j]$$

第二基本形式

$$2 dh = H_{ij} d\xi^i d\xi^j,$$

ガウスの公式

$$\partial \mathbf{e}_m / \partial \xi^k = \{ \begin{smallmatrix} i \\ km \end{smallmatrix} \} \mathbf{e}_i + H_{km} \mathbf{n},$$

$$\{ \begin{smallmatrix} i \\ km \end{smallmatrix} \} : \text{クリストッフエルの記号}$$

$$\mathbf{n} : \text{単位法線ベクトル}$$

において、通常のように曲率をめやすに用いるのではなく、接平面への高さに関する量である第二メトリック・テンソル H_{ij} をセルの高さの決定に用いるものである(H_{ij} は凹部分では正、凸面では負)。ガウスの公式より求められる H_{ij} を用いて、セル体積を以下のように定める。

$$V = |\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2| f(H^+) / \Delta \xi^3,$$

$$f(H^+) = C_1 + C_2 [H^+ - \min(H^+)] / [\max(H^+) - \min(H^+)],$$

$$H^+ = (H_{11} + H_{22}) / 2.$$

$f(H^+)$ はセルの高さであり、 C_1, C_2 は定数である。

元々の双曲型格子形成法は陰解法を用いていたが、ここでは簡単のため陽解法を用いる。すると、

$$\mathbf{e}_3 = [f(H^+) / \Delta \xi^3] \mathbf{n}$$

となり、横構造ベクトルはひとまず

$$\Delta \mathbf{r}_{Li,j}^k = (\mathbf{e}_3)_{i,j}^k \Delta \xi^3 = f(H^+) \mathbf{n}$$

と求まるので、これよりいったん

$$(\mathbf{r}_{i,j}^{k+1})' = \mathbf{r}_{i,j}^k + \Delta \mathbf{r}_{Li,j}^k$$

により次の曲面を形成する。

直交性が必要とされるのは内部境界近傍のみであるので、この初期層を過ぎたところから、陰解法による平滑化作用がなくなるのを補うため及びより凹凸の少ない滑らかな曲面への収束性を高めるため、曲面の $H^+ > 0$ の部分にのみ平滑化をかける。しかし平滑化をかけることにより、 ξ^3 方向の座標線が著しく法線方向からずれる可能性があるので、最大ずれの角度を設定して修正する。このあと再び横構造ベクトルを

$$\Delta \mathbf{r}_{Li,j}^k = (\mathbf{r}_{i,j}^{k+1})' - \mathbf{r}_{i,j}^k$$

のように修正して求める。

2.2 縦構造

縦構造は、前ステップの増分ベクトル $\Delta \mathbf{r}^{k-1}$ と外部境界面上の指定点を向くターゲット・ベクトル $\Delta \mathbf{r}_T^k$ から構成される。ターゲット・ベクトルを、まず仮に

$$(\Delta \mathbf{r}_{Ti,j}^k)' = \{(\mathbf{r}_0)_{i,j} - \mathbf{r}_{i,j}^k\} / (k_{\max} - k)$$

と決めてから、その大きさを次のように修正する。

$$\Delta \mathbf{r}_{Ti,j}^k = \sqrt{|\Delta \mathbf{r}_{Li,j}^{k-1}|^{k_{\max} - k - 1} |(\Delta \mathbf{r}_{Ti,j}^k)'|^{k - k_{\min}}} \cdot \mathbf{i},$$

$$\mathbf{i} = (\Delta \mathbf{r}_{Ti,j}^k)' / |(\Delta \mathbf{r}_{Ti,j}^k)'|.$$

ここに k_{\min} は、図3にあるように縦構造を混合し始める時の ξ^3 方向格子点番号である。

3. 格子形成例

内部境界面が与えられると、オンライン・コンピュータを用いた会話型システムで、まず外部境界面を形成してから、上記の方法で格子を形成する。ここではNASAのシャトル形状まわりの格子と宇宙開発事業団が計画中のシャトルHOPEまわりの格子の二種類の形成例を示す。

NASAのシャトル形状は、文献³⁾の断面データをドラム・スキャナーで読みとり文献⁴⁾を参照して尾翼をつけて得られたものである。図4は、こうして得られたシャトル形状(内部境界面)上に張った表面格子を示している。図5は、予想される弓型衝撃波のやや外側においた外部境界面上の表面格子を示している。図7の数値解を見れば判るように、衝撃波の断面形状は先端からある部分

までは楕円形で、衝撃波が翼にぶつかるとその形を崩していく。こういった衝撃波形状を反映して外部境界面を形成しているのである。図3に示した混合関数を用いて形成した格子が図6に示され

る。さらに解適合格子⁵⁾上で高精度 TVD スキーム⁶⁾を用いて得られたナビア・ストークス解(マッハ数 5.0, 迎角 30.0°)を図7に示す。

次に宇宙開発事業団の HOPE 形状⁷⁾上の表面格子を図8に示す。図に見られるように、曲がった翼と胴体がつくり出す凹面が深いので、横(曲面)構造の影響をかなりの層まで持たせる混合関数

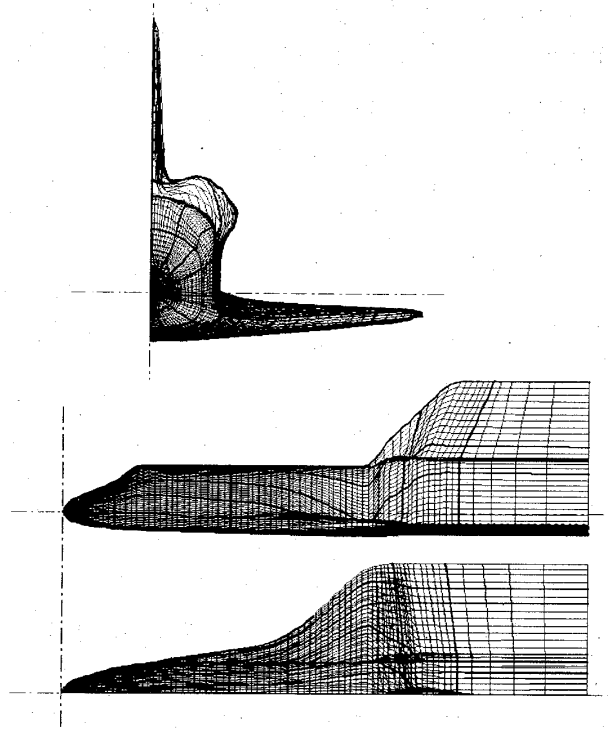
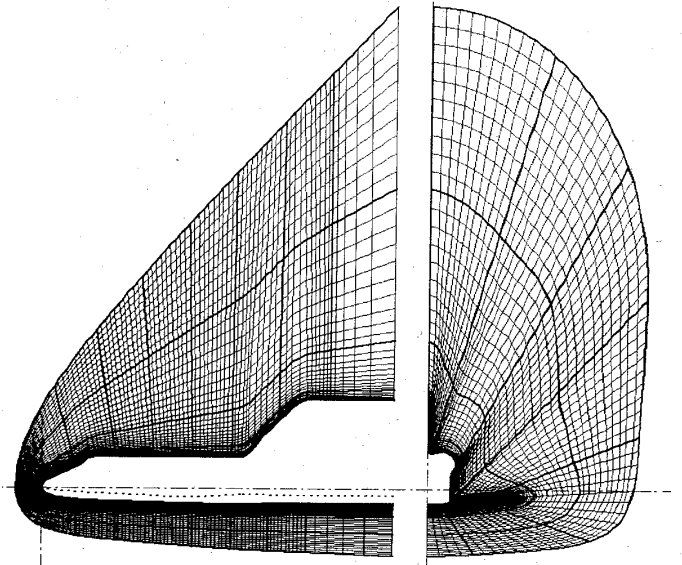


図4 NASA シャトル形状上の表面格子



(a) 対称面と $i=i_{\max}$ 平面上の格子

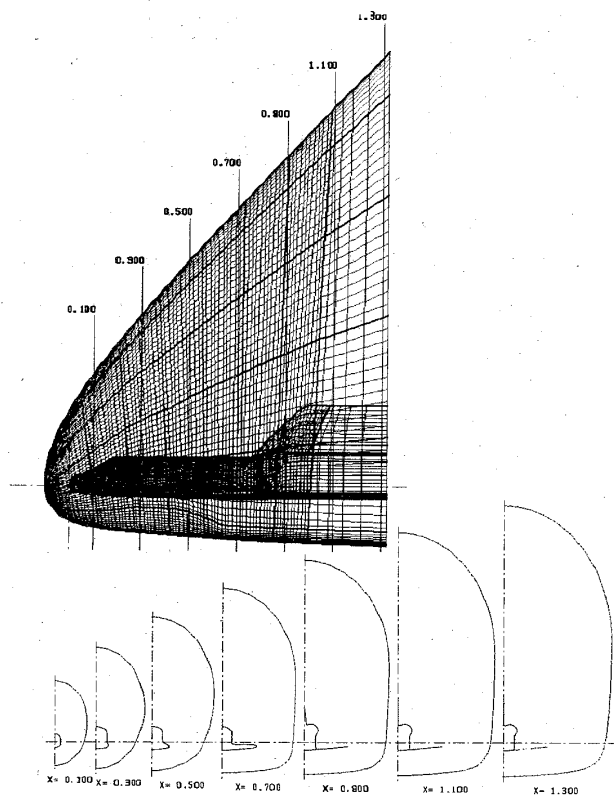
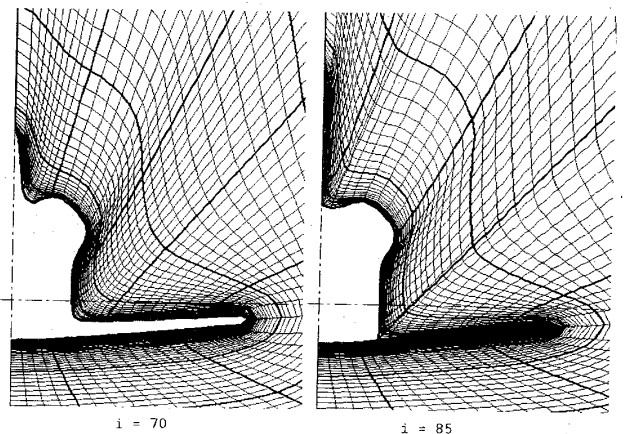
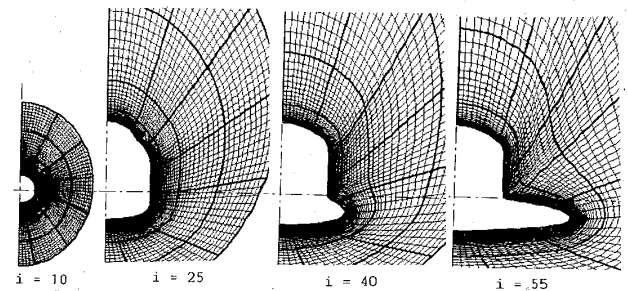


図5 外部境界面上の表面格子



(b) i = 一定の曲面上における格子

図6 NASA シャトル形状まわりの格子

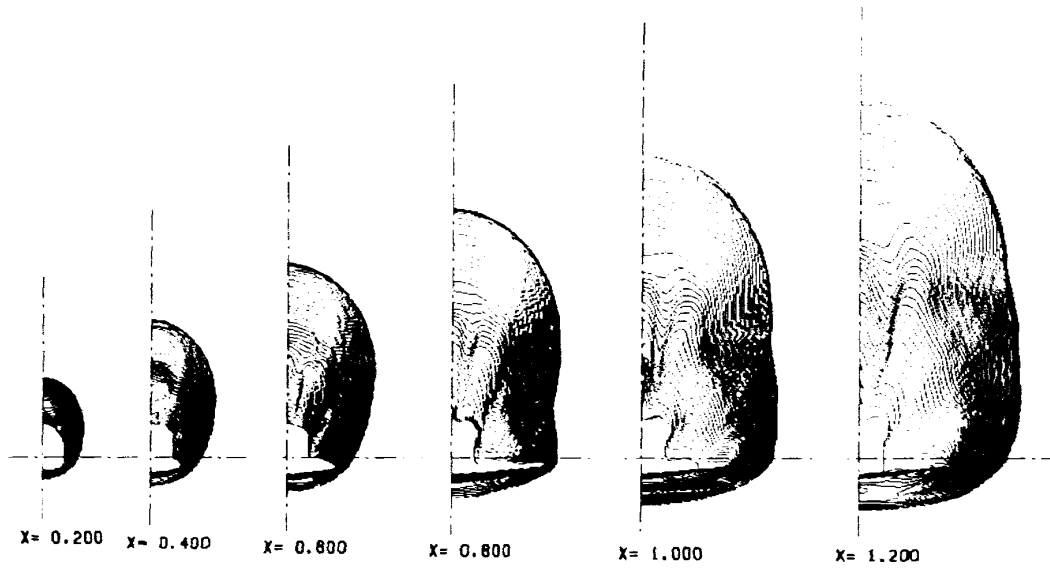


図7 NASA シャトル形状まわりの超音速流の数値解
(x = 一定の平面上における密度等高線)

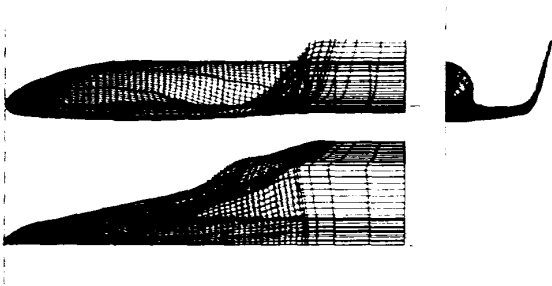


図8 宇宙開発事業団の HOPE 形状上の
表面格子

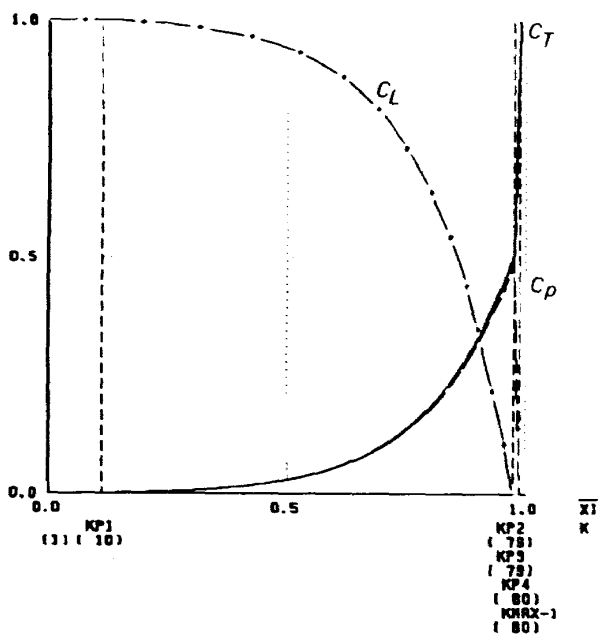
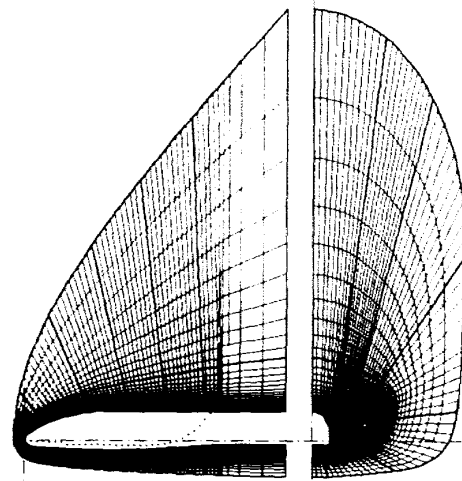
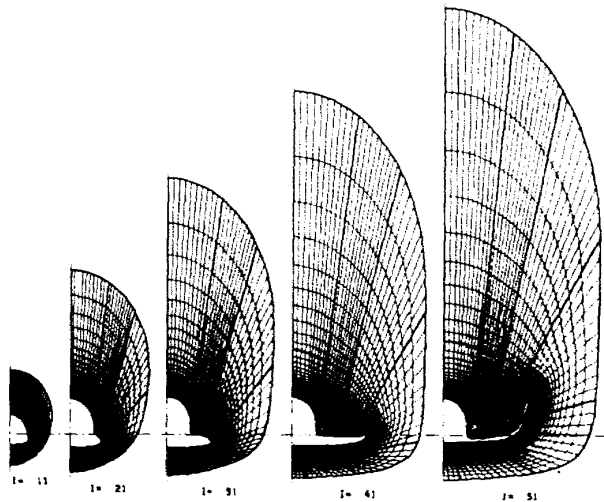


図9 HOPE 形状まわりの格子のための
混合関数



(a) 対称面と $i = i_{\max}$ 平面上の格子



(b) i = 一定の曲面上における格子

図10 HOPE 形状まわりの格子

(図9)を用いる必要がある。こうして形成された格子を図10に示す。

4. 結 論

凹凸の多い複雑な内部境界に直交性をもって適合しかつ外部境界にも適合する簡単な格子形成法を、幾何学的考察に基づき代数的な方法で構成した。凹凸の多い複雑な形状の超音速機2例(NASAシャトルと宇宙開発事業団のシャトルHOPE)に着目したところ、この手法により格子が良好に形成されることが確かめられた。

参 考 文 献

- 1) Steger, H.K, and Sorenson, R.L.: Smith, R.E. ed., Numerical Grid Generation Techniques (NASA-CP, 1980), pp. 463-479.
- 2) Ogawa, S., Ishiguro, T. and Takakura, Y., Proc. ICCTA-Sydney, pp. 577-587, North-Holland, 1988.
- 3) Rizk, Y.M., Steger, J.L. and Chaussee, D.S., Proc. ISCFD-Tokyo, pp. 392-403, ISAS, 1986.
- 4) Jane's All the World's Aircraft 1985-1986.
- 5) Takakura, Y., Ishiguro, T. and Ogawa, S., AIAA-paper 87-1151-CP.
- 6) Wada, Y., Ogawa, S., Ishiguro, T. and Kubota, H., AIAA-paper 88-3596, 1988.
- 7) 小川 哲, 高倉葉子, 和田安広, 石黒登美子 : 第9回航空機計算空気力学シンポジウム, NAL SP-16, 1992.