

波状壁面上を飛ぶ2次元翼の運動解析(差分法)

新田 恭子* 安東 茂典* 酒井 徹*

Analysis of a 2-D Airfoil Motion Flying in-proximity-to a Wavy-Wall Surface — Finite Difference Method —

by

Kyoko NITTA, Shigenori ANDO and Tetsu SAKAI
Department of Aeronautical Engineering
Nagoya University

ABSTRACT

The lift on an airfoil flying over a wavy wall surface is calculated using a finite difference method, which was developed by J. Nakamichi to improve LTRAN2 evolved by W.F. Ballhaus & P.M. Goorgian. In order to apply this LTRAN2 version to our problem, some manipulation on grid-making-system is needed. First, cases of a flat plate over a flat solid wall are calculated to check the coding prior to the cases of a moving wavy wall. Second, aerodynamic characteristics of a flat plate over a moving wavy wall are calculated, and third its motion is investigated. The calculated results are compared with those obtained by the lifting surface theory. The agreements are quite satisfactory.

記号

a	: 翼の弦長中点から後方の弾性軸位置	L_{ea}	: 翼に働く揚力
b, c	: 翼の半弦長(これを1とする)及び弦長, $b = c/2$	m	: 単位翼幅の翼の質量
C_L, C_M, C_P	: 揚力, モーメント及び圧力係数	M_{ea}	: 弾性軸まわりのモーメント(頭上げ正)
$f_w^{(U)}(x, t)$: 波状壁面の中立線からの変位	M_∞	: 自由流マッハ数
g_h, g_α	: 翼の曲げ及び振りの構造減衰係数	r_α	: 慣性半径
h_a	: 翼の定常位置からの変位(下方正)	S_α	: 弾性軸まわりの静的モーメント
h_w	: 波状壁面の振幅	t	: 無次元時間, = (有次元時間)/(b/U_∞)
H	: 波状壁面の中立線からの翼の高度	w	: 波状壁面上吹上速度(U_∞ で無次元化)
I_α	: 弾性軸まわりの慣性モーメント	U_∞	: 自由流流速
k_h, k_α	: 無次元化された翼の曲げ及び振りの固有角振動数	x, y	: 物理面座標
k_w	: 波状壁面の無次元振動数, = $2\pi\nu/l$	x_α	: 翼の弾性軸と重心間の距離(重心後方正)
l	: 波状壁面の波長	α	: 翼迎角(他に指定が無ければrad)
		γ	: 比熱比
		μ	: 密度比, = $m/(\pi\rho b^2)$
		ν	: 波状壁面の移動速度/自由流流速
		ϕ	: 攪乱速度ポテンシャル

* 名古屋大学工学部航空学科

ω : 波状壁面の有次元角振動数
 ω_h, ω_α : 翼の曲げ及び振りの非連成固有角振動数

1. 序 論

筆者らは、以前波状壁面上を飛ぶ 2 次元翼の空力特性計算法について、簡単な速報を提出した¹⁾。取り扱ったのは、翼の進行方向に対して波頭線が直交するという制約はあるが、それでも尚もかなりの一般性を保っているケースである。文献1)の計算法は文献2)の方法の変形であり、差分法 LTRAN2³⁾の1バージョンである。筆者らは計算領域中に壁面を導入するため、翼下空間のメッシュ作成法にかなりの工夫を凝らした(詳細は文献1)を見られたい)。前報告ではコーディング・チェックのため、揚力面法からの解⁴⁾と比較した。故に、非圧縮領域が筆者らの興味の対象であるが、本計算法では $M_\infty=0.0$ では計算不可能なのでやむを得ず圧縮性の未だ強くない $M_\infty=0.3$ で計算した。非線形性は本問題では本質的でないので省く。

今回、翼の運動解析も行うことにより、本問題に対するアプローチに一応の区切りがついたと考える。よって波状壁面問題の最終報告として本稿を提出する。コーディング検証はこれまで同様揚力面法⁵⁾との相互チェックにより行った。

2. 本問題の定式化

2.1 支配方程式

2次元微小攪乱速度ポテンシャルを用いる。その支配方程式は文献2)と同一で、線形化のため $\gamma = -1$ としたものである。即ち、

$$M_\infty^2 \phi_{tt} + 2M_\infty^2 \phi_{xt} = (1 - M_\infty^2) \phi_{xx} + \phi_{yy} \quad (2.1)$$

2.2 波状壁面の境界条件

取り扱う問題は、翼の進行方向に対して波頭線が直交するというケースである(第1図参照)。x方向の速度 U_∞ の一樣流中に2次元翼を配置する。翼に固定された座標系を (x, y) とする。やはりx方向に速度 νU_∞ で接近する波状壁面の変位を、正弦波で、

$$y = f_w^{(U)}(x, t)$$

$$= -H + h_w \sin [k_w(t - x/\nu)] \quad (2.2)$$

と与える。すなわち、平均壁面は $y = -H$ にあり、その振幅は h_w である。但し、 $h_w \ll H$ とする。このように定式化することで問題は制限されるが、しかし未だかなり一般的である。

波状壁面の垂直速度は、(2.2)式から

$$w = (\partial/\partial t + \partial/\partial x) f_w^{(U)}(x, t) = h k_w (1 - 1/\nu) \cos [k_w(t - x/\nu)] \quad (2.3)$$

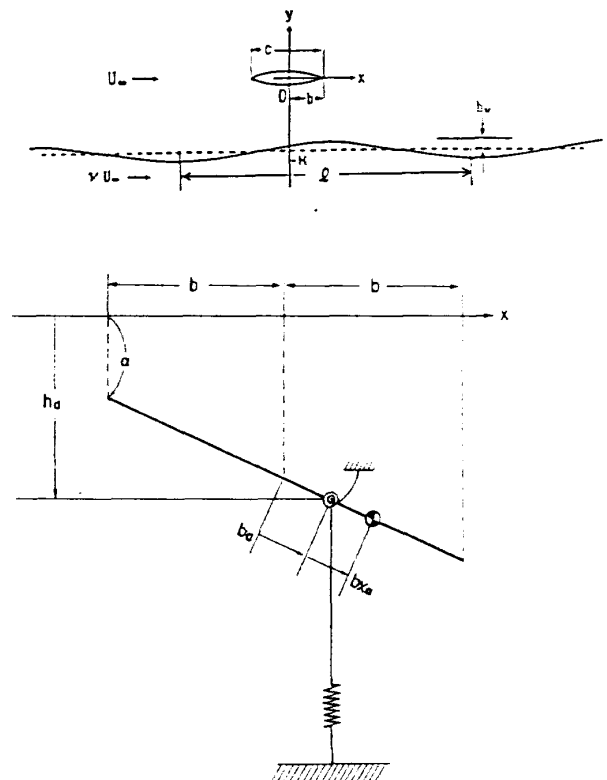
となる。

$\nu=1$ の場合には、波状壁面に相対的な自由流流速はゼロだから、波状壁面と翼の空力的干渉は無視可能となってしまふ。このことは揚力面法を用いると端的に現われる⁴⁾；本稿では取り扱わない。

3. 翼の空力特性を求める問題

本節では翼を一樣流中に固定し、その空力特性について考える。

波状壁面問題の予備段階として、平らな壁面上を飛ぶ迎角付き平板翼から計算を開始した。コーディング・チェックのため非圧縮性流計算結果^{4,5)}と比較したい。しかし本計算法では $M_\infty=0.0$ では



第1図 記号

出力が消滅してしまい、計算できない。よってこの両方の間の妥協として、圧縮性が未だ強くない、 $M_\infty=0.3$ に重点を置いた。これは定常の場合のプラントル・グラワート相似則から推測して数%の差を生ずるだろう。しかし工学的見地に立てばこの程度の差は無視可能と言えよう。実際、平らな壁面上のケースでは $M_\infty=0.1$ では前・後縁の圧力分布に乱れを生ずるが、 $M_\infty=0.3$ では翼上の圧力分布は良好で揚力面法からの結果ともよく一致した。

3.1 計算結果

第2.2節で述べた如き波状壁面に固定された平板翼について計算した。波状壁面の入力パラメータとしては H, h_w, l, ν を与えることができる。但し、今回の計算では $H=0.4$ に固定した。

ここで迎角 α 、波状壁面の振幅 h_w の効果について言及する。線形理論故、全翼の揚力係数は、

$$C_L(\alpha, h_w) = (\partial C_L / \partial \alpha) |_{h_w=0} \cdot \alpha + (\partial C_L / \partial h_w) |_{\alpha=0} \cdot h_w + O(\alpha^2, h_w^2, \alpha h_w) \quad (3.1)$$

と表される。

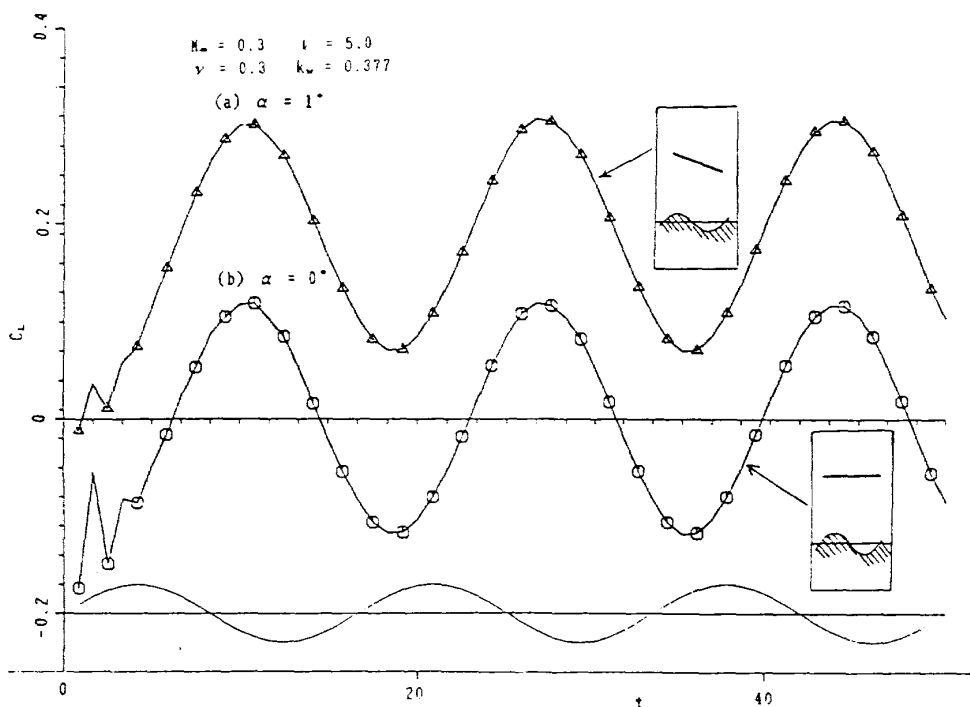
比較のため用いた揚力面法では(3.1)式第1項と第2項を別々の問題として解かねばならない。

しかし本法ではこの両項を含む問題を一度に計算可能である。第2図では、(a) $\alpha=1^\circ$ 、(b) $\alpha=0^\circ$ でのタイム・ヒストリーが比較されている。すなわち、(3.1)式左辺は第2図(a)であり、右辺第2項は同図(b)に当たる。本稿では示さなかったが、第1項に当たるものは平らな壁面上に於ける迎角付きケースの定常問題として同一高度の下で $\alpha=1^\circ$ として計算され、第2図(a)、(b)の差がその揚力となっていることが確認された。ちなみに同図(b)は、第3図(d)の揚力に当たる。この考え方が任意のキャンバー付きの翼に拡張できることは言うまでもない。

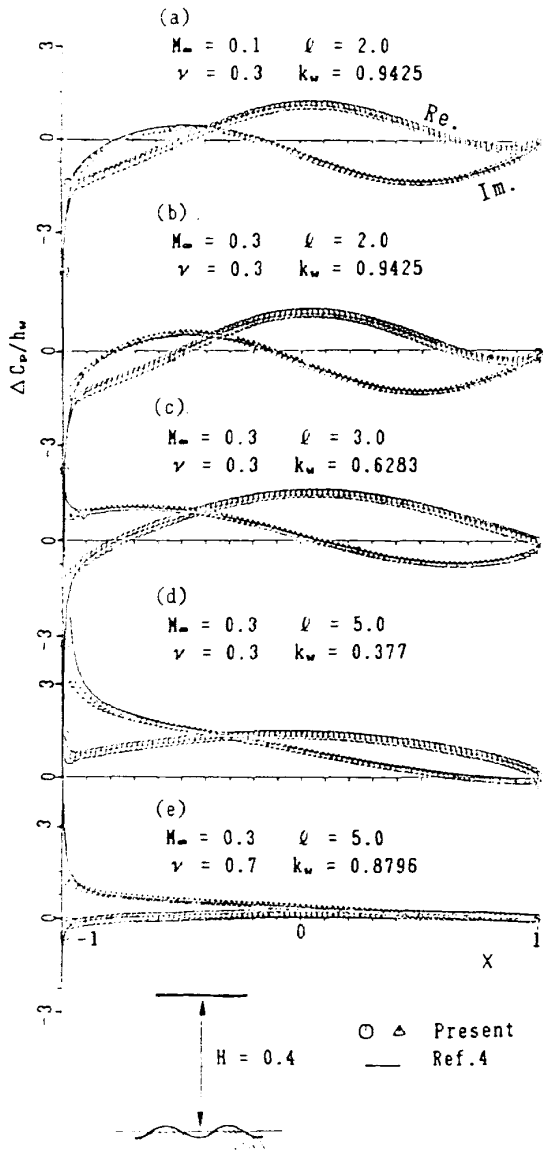
また、 h_w の線形性については、 $\alpha=0.1^\circ$ としてやはり定常ケースを計算し、その際の揚力が $\alpha=1^\circ$ の場合の1/10となっていることを確認した。

第3図(a)~(e)に迎角無しのケースの翼上圧力分布を示す。 h_w の効果は上記の如く線形的に表わされるので、圧力係数は $\Delta C_p / h_w$ として扱った。

(a)、(b)はマッハ数のみ異なる。当節の初めに述べた如く両者に有意差は見られず、揚力面による計算結果と共に良く一致している。しかし平らな壁面での結果と同じくマッハ数が高い(b)の一致度が、特に前・後縁付近で一層優れている。よって他のパラメータの影響を調査する際は $M_\infty=0.3$ と固定する。



第2図 波状壁面上の迎角付き・迎角無し平板翼の揚力変化



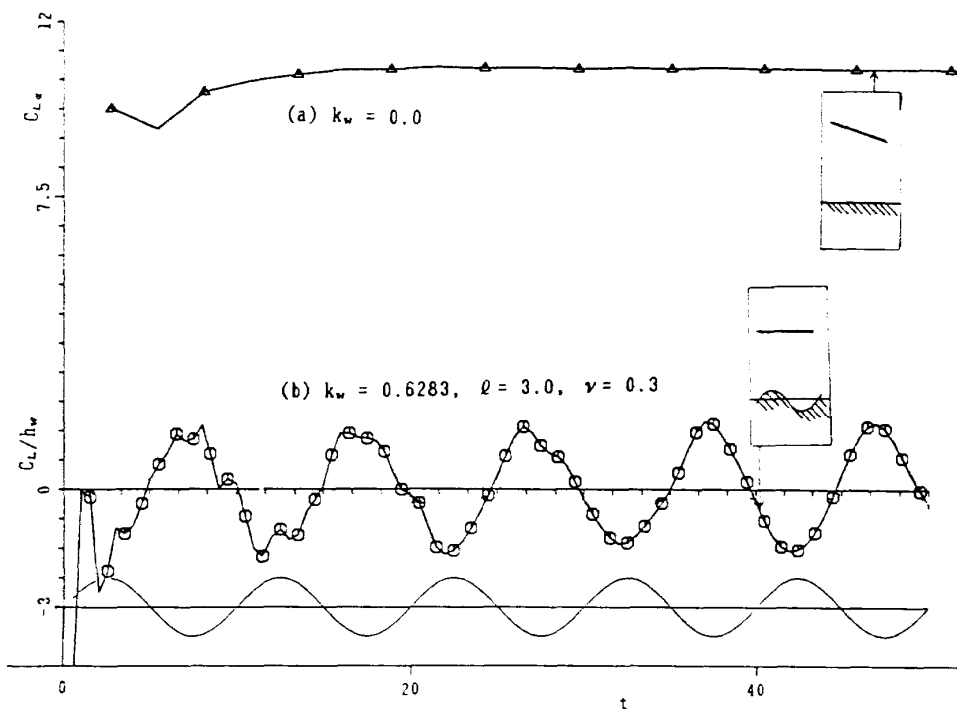
第3図 波状壁面上の迎角無し平板翼の圧力分布

(c), (d)は(b)に対し速度比 $\nu=0.3$ に固定し、波状壁面の波長 l を変えたものである。波長が長くなるにつれ、圧力分布は穏やかになる。現実問題としては、 $M_\infty=0.3$ に対して $\nu=0.3$ という値は、静止大気に対する波状壁面速度が $M_\infty(1-\nu)=0.21=71.4\text{m/s}$ であるということになる。これは速過ぎると言われる方があるかも知れない。しかし、筆者らの関心はあくまで非圧縮領域にあり、それが直接本計算法で扱えないための代替策として $M_\infty=0.3$ で近似計算していることを理解されたい。

(e)は(d)に対し ν を大きくしたものである。第2.2節で述べた如く $\nu=1$ に接近すると本計算の出力は消滅する。

3.2 収束性と計算時間

第4図に無次元時間 t に対する揚力の収束性を示す。(a), (b)は各々、第2図(a)と(b)の差に当たる定常ケース、第3図(c)に対する収束結果である。但し、前述の理由より、縦軸の値は(a), (b)それぞれ $C_{L\alpha}$, C_L/h_w となっている。(b)の下の波形は各 t に於ける $x=0$ の位置、すなわち翼の中心位置での波高を表わす。(a), (b)とも $t \geq 30 \sim 40$ で収束することがわかる。ちなみに、(b)は1サイクル当たり180タイムステップで計算しており、図中のマークは18タイムステップ毎の点である。5サイ



第4図 定常・非定常ケースの収束性

クルまでの計算時間は名古屋大学大型計算機センターのFACOM M-780で約2分弱である。

4. 翼の運動を求める問題

4.1 運動方程式と解法

対象とする問題は、移動波状壁面を攪乱源とする強制振動問題である。第3節では平板翼は空間に固定されていたが、ここでは翼に迎角 α と定常位置からの変位 h_a (下方正)の2自由度を付加する。すると系の運動を支配する方程式は、有次元で、

$$m\ddot{h}_a + S_a\ddot{\alpha} + mg_h \dot{h}_a \omega_h^2 / \omega + m\omega_h^2 h_a = -L_{ea} \quad (4.1)$$

$$S_a\ddot{h}_a + I_a\ddot{\alpha} + I_a g_a \dot{\alpha} \omega_a^2 / \omega + I_a \omega_a^2 \alpha = M_{ea} \quad (4.2)$$

と書ける⁶⁾。(')、(¨)は有次元時間による微分を表す。これはよく知られた空力弾性問題の出発方程式である。

(4.1), (4.2)式を基準長として b を用いて無次元化し、一階連立の形に変形すると最終的に解くべき線形微分方程式として、

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} h'_a \\ h_a \\ \alpha' \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{gh} & A_h & A_{ga} & A_a \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ B_{gh} & B_h & B_{ga} & B_a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h'_a \\ h_a \\ \alpha' \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} A_L & A_M \\ 0 & 0 \\ B_L & B_M \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} L_{ea} \\ M_{ea} \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

が得られる。(4.3)式中の係数行列で現われる $A_h \sim B_M$ は密度比 μ 、無次元化された翼及び波状壁面の固有振動数 k_a, k_h, k_w 、翼の弾性軸と重心間の距離 x_a (重心後方正)、慣性半径 r_a を与えることにより決定される。(')、(¨)は無次元時間微分である。

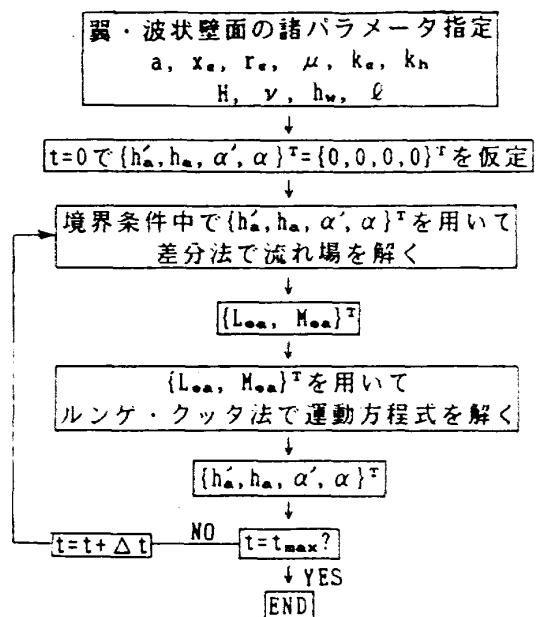
(4.3)式をルンゲ・クッタ法を用いてステップ・バイ・ステップに解く。すなわち、各瞬間の $h'_a, h_a, \alpha', \alpha$ から生ずる流れ場を差分法を用いて解き、系の運動変化を求める。第5図にその流れ図を示す。

4.2 計算結果

加振力は調和波形の波状壁面により生ずる空気力である。調和波形の加振力を受ける強制振動問題だから、支配的微分方程式の減衰振動解が収まると、非同次の特解つまり周波数応答成分のみが残るはずである。するとコーディング検証のため手段として、揚力面理論(これは周波数応答解のみを直接求める)からの解⁵⁾と比較できる。そこでこれまで同様、圧縮性が無視できると思われる $M_\infty=0.3$ で計算した。用いた差分法は、高振動数領域も計算可能であるが、振動数が増すにつれ調和振動解への収束が遅くなることがわかった。そのため構造減衰を導入して計算したケースもある。しかし、その影響が僅かとはいえ、比較のためには構造減衰無しが望ましい。そこでここで提出するケースは比較的低振動数($\omega \ll \omega_h, \omega_a$)で、構造減衰無しでも強制振動の特解が早く残るものを選んだ。

また、(4.1), (4.2)式からも、調和振動を仮定すると複素表現を用いて直接ベクトル和からプログラムをチェックできる。その便を計り、弾性軸位置と重心位置を弦長中点で一致させ($a=x_a=0.0$)、非連成として計算した。ちなみに、関係する他の諸パラメータは、

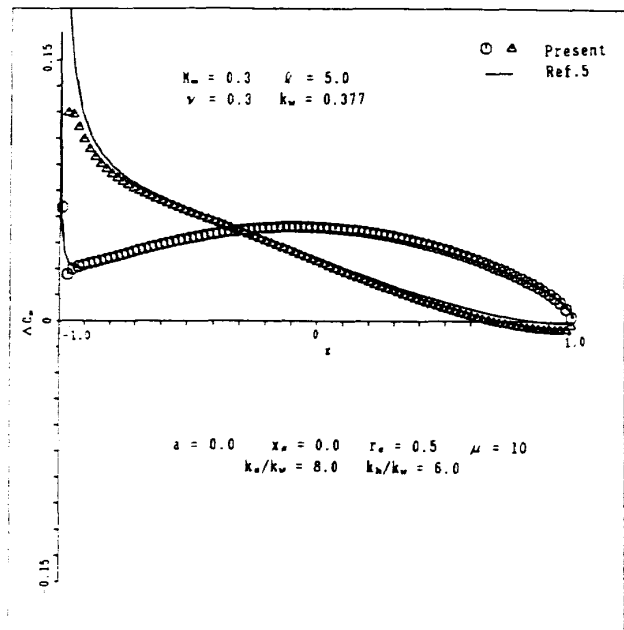
$$r_a=0.5 \quad \mu=10 \quad k_a/k_w=8.0 \quad k_h/k_w=6.0 \\ H=0.4 \quad \nu=0.3 \quad h_w=0.04 \quad l=5.0$$



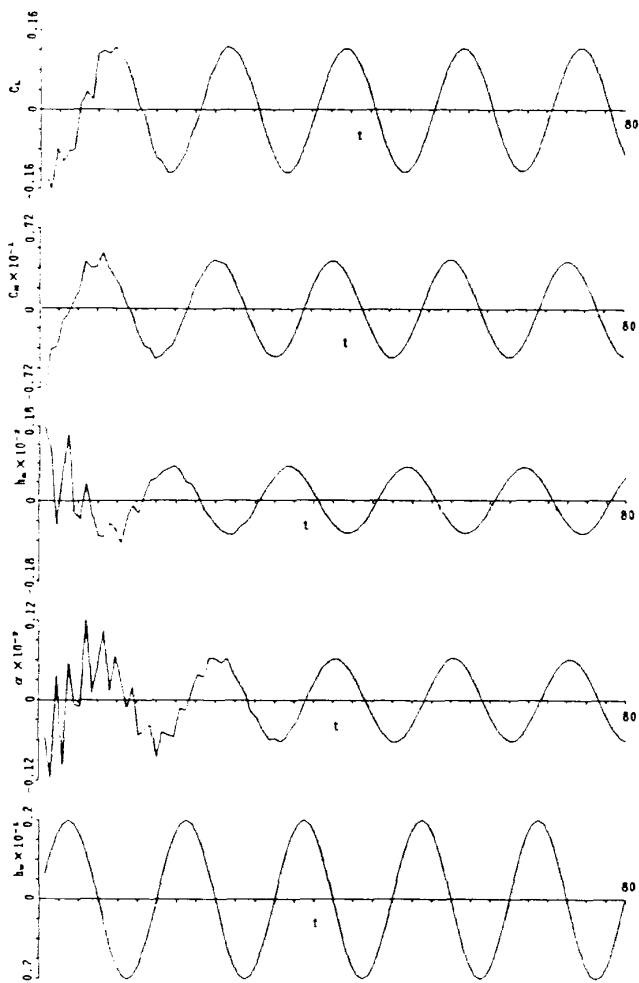
第5図 翼の運動の解法流れ図

である。

調和振動に至った後の翼上圧力分布を第 6 図に示す。実線は揚力面理論からのものである。非常



第 6 図 調和振動に至った後の翼上圧力分布



第 7 図 タイム・ヒストリー

に良い一致をみている。第 7 図は 5 周期までの C_L , C_M , h_a , α のタイム・ヒストリーである。最下段は翼のミッドコード位置の下での波状壁面の振動を示す。諸量の振幅は揚力面理論からのものと総て一致した(第 1 表)。

第 1 表 $|C_L|$, $|h_a|$, $|\alpha|$ の比較結果

	Ref.5	Present
$ C_L $	0.1225	0.1220
$ h_a \times 10^3$	0.7765	0.7640
$ \alpha \times 10^3$	0.6614	0.6330

5. 結 論

差分法である LTRAN2 修正バージョンを用い、波状壁面上を飛ぶ 2 次元翼の空力特性計算及び運動解析を行った。結果は両者とも揚力面を用いて行われた計算結果^{4,5)}と十分満足できる一致を示した。ただし、本計算法では $M_\infty=0.3$ 、揚力面法では $M_\infty=0$ である。

計算時間は本計算法が約 3 倍である。しかし本計算法は、今回は比較のため線形化して用いられたが、同じプログラムで高亜音速領域まで拡張できよう。また、翼を運動させた場合の全タイム・ヒストリーを追及できるというメリットも見逃せない。これは今後計算ケースをフラッタ解析などに拡張する可能性を示唆する。

謝 辞

比較用のデータを快く提供して下さった市川正美氏(工業技術院名古屋工業技術試験所)、及び、作図に御尽力を賜った川本智徳技官に深謝します。

参 考 文 献

- 1) 新田恭子, 安東茂典, 和久浩行: 波状壁面上を飛ぶ 2 次元翼の空力特性の差分法, 日本航空宇宙学会誌, 39 (1991).
- 2) Nakamichi, J.: An Improved Version of the LTRAN2 for High Frequency Domain, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., 27 (1984), pp.121-133.

- 3) Ballhaus, W. F. and Goorjian, P. M. : Implicit Finite-Difference Computations of Unsteady Transonic Flows about Airfoils, AIAA J., 15 (1977), pp.1728-1735.
- 4) 市川正美, 安東茂典 : 移動波状壁面上を飛ぶ2次元薄翼の空力特性, 日本航空宇宙学会誌, 39 (1991).
- 5) 安東茂典, 酒井徹, 新田恭子 : 波状壁面上を飛ぶ2次元翼の運動解析(揚力面法), 日本航空宇宙学会誌, 39 (1991).
- 6) Bisplinghoff, R. L., Ashley, H., and Halfman, R. L. : Aeroelasticity, Addison-Wesley (1955), New York.

