

境界要素法による超音速非定常流の数値解析 プログラム開発

丸山 祐一* 澤田 照夫*

Development of a Boundary Element Method Program for Numerical Analysis of Supersonic Unsteady Flow

by

Yuichi MARUYAMA and Teruo SAWADA
Okayama University of Science

ABSTRACT

A boundary element method program for supersonic unsteady flow around arbitrary configurations has been developed. The fundamental formulation is based on Morino's method. Linear distribution of doublet is adopted to ensure the continuity of the strength on panel edges, while constant distribution is used for source. The numerical results are given for the cases of flows around oscillating cones. The real parts of the solutions are compared with the results of steady flow calculations and they are shown to be consistent with each other.

1. ま え が き

航空機の空力動特性、フラッタ特性を知るには、非定常空気力の定量把握が必要不可欠である。差分法でこの問題を扱おうとする場合、3次元格子生成の困難さのほかに、安定性の要求から生じる Courant 数への制約が定常流の場合よりも厳しくなるため、1ケースの計算に膨大な時間と費用を要するという欠点がある。従って空力設計への応用には、より簡略な手法との併用が効率的である。パネル法は、線形近似を前提とした手法であり、複雑形状への適合性と計算の小規模性から、上記目的に最も適した方法と言える。中でも境界要素型のパネル法(境界要素法)は、従来の超音速非定常流解析用のパネル法プログラム¹⁻³⁾と比較して、(1)翼と胴の一貫した取扱いによる簡略化、(2)翼厚効果の取り込み、(3)線形近似が妥当な範囲内

での胴体形状の任意性、(4)同じ範囲内での迎角の任意性、などの特徴を合わせ持ち、その汎用性と簡略性の点で最も優れている。

境界要素法の一つである Morino の解法⁴⁾は、既に亜音速非定常流の解析に応用され多くの成果を上げている⁵⁾が、超音速非定常流への適用例は非常に限られている⁶⁾。本研究では、離散化手法の工夫により、任意形状まわりの超音速非定常流解析に同解法を適用できるプログラムを開発したので報告する。以下では、定式化方法の概要と、振動する円錐まわりの流れを解いた例を説明する。

2. 定式化方法

非定常流において、線形化された Euler 方程式は、

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{a_\infty^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi = 0 \quad (1)$$

と表される。ここで ϕ は擾乱速度ポテンシャル、

* 岡山理科大学

a_∞ は主流における音速, U_∞ は主流速度であり, 主流方向に x 軸を設定した。境界面 Σ を

$$S(x, y, z, t) = 0 \quad (2)$$

で定義すると, 超音速流において(1)式は

$$E\phi(x, y, z, t) = \phi_+(x, y, z, t) + \phi_-(x, y, z, t) \quad (3)$$

$$\phi_\pm(x, y, z, t)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_D^{T_\pm}} \left[\nabla_1 S \cdot \nabla_1 \phi - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{dS}{dt_1} \frac{d\phi}{dt_1} \right]_{T_\pm} \\ &\times \frac{1}{r_B} \frac{d\Sigma^{T_\pm}}{|\nabla_1 S^{T_\pm}|} + \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_D^{T_\pm}} \left[\nabla_1 S \cdot \nabla_1 \left(\frac{1}{r_B} \right) \right. \\ &\left. - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{dS}{dt_1} \frac{d}{dt_1} \left(\frac{1}{r_B} \right) \right]_{T_\pm} \phi_{T_\pm} \frac{d\Sigma^{T_\pm}}{|\nabla_1 S^{T_\pm}|} \\ &- \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_D^{T_\pm}} \left[\nabla_1 S \cdot \nabla_1 T_\pm \right. \\ &\left. - \frac{1}{a_\infty^2} \frac{dS}{dt_1} \left(1 + U_\infty \frac{\partial T_\pm}{\partial x_1} \right) \right]_{T_\pm} \phi_{T_\pm} \frac{d\Sigma^{T_\pm}}{|\nabla_1 S^{T_\pm}|} \end{aligned} \quad (4)$$

(複号同順)

$$E \begin{cases} = 1 & (\text{計算領域内, } S > 0) \\ = 1/2 & (\text{境界面上, } S = 0) \\ = 0 & (\text{計算領域外, } S < 0) \end{cases} \quad (5)$$

$$T_\pm = \frac{1}{a_\infty B^2} [M(x-x_1) \pm r_B] \quad (6)$$

(複号同順)

$$r_B = \sqrt{(x-x_1)^2 - B^2 [(y-y_1)^2 + (z-z_1)^2]} \quad (7)$$

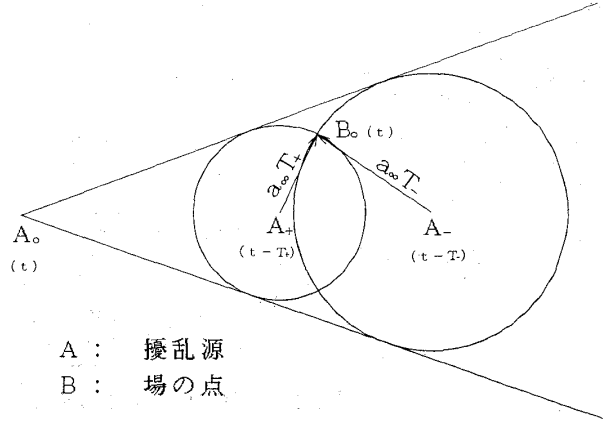
$$B = \sqrt{M^2 - 1} \quad (8)$$

となる。ここで Σ_D は境界面 Σ のうち場の点 (x, y, z) の上流 Mach cone 内の部分, \int^* は積分の有限部分, 下付添字 1 は境界面上での値, 上付添字 T_\pm は時刻 $t_1 = t - T_\pm$ での値を表す。超音速流の特徴として, 2種類の遅延時間 T_+ と T_- を含む項の和として ϕ が表される (図1参照)。

次に微小複素振動の前提 (振幅 \ll 流れ場の代表長) を置くと,

$$S(x, y, z, t) = S_{SD}(x, y, z) + \text{Re} [S_{US}(x, y, z) e^{st}] \quad (9)$$

と表すことができる。ただし S_{US} , s は複素数であり, L を代表長として, $|S_{US}| \ll |\nabla S_{SD}| L$ が成り立っている。ここで $t=0$ における複素振幅の境界面に垂直な成分 A は



A : 擾乱源
B : 場の点

図1 超音速流における遅延時間の概念図 (基準系を主流に固定させて表示)

$$A(x_1, y_1, z_1) = -\frac{S_{US}(x_1, y_1, z_1)}{|\nabla_1 S_{SD}(x_1, y_1, z_1)|} \quad (10)$$

となり, 境界条件として A の分布を任意に設定できるので, 剛体振動・変形振動の双方が取扱い可能である。境界面 Σ 上で非透過境界条件を課すと,

$$\frac{\partial \phi}{\partial n_1} = Q_{n,SD} + \text{Re}(Q_{n,US} e^{st}) \quad (11)$$

$$Q_{n,SD} = -\frac{1}{|\nabla_1 S_{SD}|} \frac{\partial S_{SD}}{\partial x_1} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Q_{n,US} &= -\frac{1}{|\nabla_1 S_{SD}|} \left(\frac{s}{U_\infty} S_{US} + \frac{\partial S_{US}}{\partial x_1} \right) \\ &= \left(\frac{s}{U_\infty} A + \frac{\partial A}{\partial x_1} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ここで $\partial/\partial n_1$ は境界面の法線方向への微分を表す。次に

$$\phi(x, y, z, t) = \phi_{SD}(x, y, z) + \text{Re} [\phi_{US}(x, y, z) e^{st}] \quad (14)$$

ϕ_{SD} : $S = S_{SD}$ の場合の ϕ (定常解)

と置き, 微小振動の前提より境界面の位置を定常状態での位置 $S_{SD}=0$ で置き換え, (4)式右辺第一項の d/dt_1 を含む項を無視すると⁴⁾,

$$E\phi_{US}(x, y, z) = \phi_{US+}(x, y, z) + \phi_{US-}(x, y, z) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \phi_{US\pm}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_D} \phi_{US} \frac{\partial}{\partial n_{c1}} \left(\frac{e^{-sT_\pm}}{r_B} \right) d\Sigma \\ &- \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_D} Q_{n,US} \frac{e^{-sT_\pm}}{r_B} d\Sigma \end{aligned} \quad (16)$$

(複号同順)

となる。ここで $\partial/\partial n_{c1}$ は余法線方向への微分を表す。

湧き出し成分における d/dt_1 を含む項の無視は、余法線方向への微分を法線方向への微分(11式)で置き換えたことに相当している。この点については、文献4に示された理論的根拠は必ずしも明確ではなく、超音速定常流の場合には一部のケースでこの近似により無視できない誤差が発生することが確認されている⁷⁾。本報告は、仮に上述の近似を前提とした場合の計算結果と理解されたい。なお、より厳密な速度境界条件スキームへの拡張は容易である。

数値計算のためには、(15)、(16)式は以下の様に変形した方が便利である。まず

$$\hat{\phi}_{US}(x, y, z) = \phi_{US}(x, y, z) e^{s_0 M x} \quad (17)$$

$$\hat{Q}_{n, US}(x_1, y_1, z_1) = Q_{n, US}(x_1, y_1, z_1) e^{s_0 M x_1} \quad (18)$$

を定義した上で、(15)、(16)式より

$$E \hat{\phi}_{US}(x, y, z) = \hat{\phi}_{US+}(x, y, z) + \hat{\phi}_{US-}(x, y, z) \quad (15')$$

$$\hat{\phi}_{US\pm}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int \hat{\phi}_{US}(1 \pm s_0 r_B) e^{\mp s_0 r_B} \times \frac{\partial}{\partial n_{c1}} \left(\frac{1}{r_B} \right) d\Sigma - \frac{1}{4\pi} \int \hat{Q}_{n, US} \frac{e^{\mp s_0 r_B}}{r_B} d\Sigma \quad (16')$$

(複号同順)

を得る。

3. 離散化方法及び数値解法

超音速定常流を解く際には、パネルの継目で二重湧き出しの面密度に不連続があると、その継目から下流に向けた特性面を横切ってポテンシャルの不連続が発生し、計算に悪影響を与えることが経験的に知られている⁸⁾。非定常流においても、 $\hat{\mu}_{\pm} (= \hat{\phi}_{US\pm}(1 \pm s_0 r_B) e^{\mp s_0 r_B})$ の分布に対し同じ問題が生ずると予測される。従って定常流の場合^{7,9)}に習い、各パネル内で $\hat{\mu} (= \hat{\mu}_+ + \hat{\mu}_-)$ を座標の1次関数に従い分布させ、継目での連続性が保たれるように工夫をした。三角パネルを用い、それぞ

れの共通頂点(節点, nodal point)での $\hat{\mu}$ から全境界面での $\hat{\mu}$ の分布が一意的に定まるようにした(図2参照)。

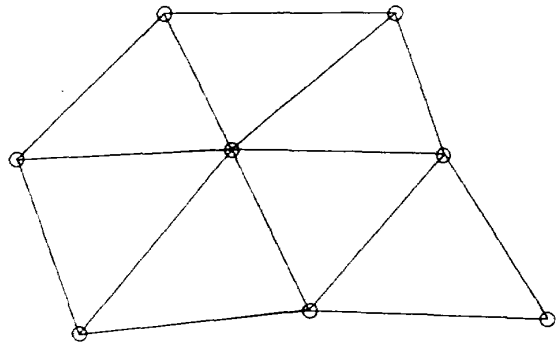
一方 $\hat{\sigma}_{\pm} (= \hat{Q}_{n, US} e^{\mp s_0 r_B})$ は0次分布、即ち各パネル上で一定とする。

以上の離散化により、任意の点 (x, y, z) での $E \hat{\phi}_{US}$ の値は、(15')、(16')式を用いると、各節点での $\hat{\phi}_{US}$ と各パネルでの $\hat{Q}_{n, US}$ の1次結合として表すことができる。節点総数と同数の検査点(control point)を計算領域外、即ちパネル集合体の内部に分布させ、各検査点での $E \hat{\phi}_{US}$ を上記1次結合で表し、 $E=0$ (5式)を用いると、

$$\sum_{j=1}^{jmax} a_{ij} (\hat{\phi}_{US})_j + \sum_{k=1}^{kmax} b_{ik} (\hat{Q}_{n, US})_k = 0 \quad (19)$$

$$(i=1, 2, \dots, jmax)$$

が得られる。ただし i, j, k はそれぞれ検査点番号、節点番号、パネル番号で、 a_{ij}, b_{ik} は影響係数(複素数)である。各検査点の位置は、パネル面から離れていても良い^{7,9)}。非透過境界条件から陽に得られた $(\hat{Q}_{n, US})_k (k=1, 2, \dots, kmax)$ を(19)式に代入し、未知量 $(\hat{\phi}_{US})_j (j=1, 2, \dots, jmax)$ を求めることにより場が得られる。



○ 節点

図2 パネル及び節点

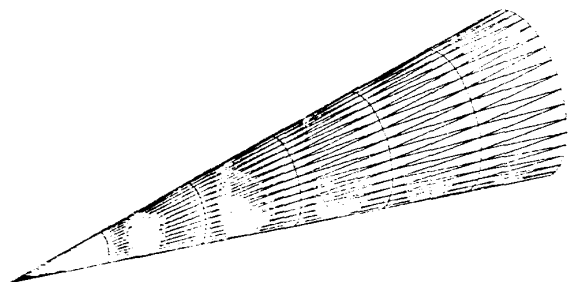


図3 パネル分割図(円錐)

4. 計算結果

ここでは、振動する円錐まわりの流れを解いた例を報告する。図3に計算に用いた形状を示す。半頂角は 10° 、マッハ数は $\sqrt{2}$ 、無次元複素振動数 $\bar{s}_0 (=s_0 L)$ は $0, \pi i/4, \pi i/2, \pi i$ の4通りとした。図4は計算結果の実部の検証のため、 $\bar{s}_0=0$ のケースを定常計算の結果と比較した例である。ここで定常計算用のプログラムは、既に検証済みのもの^{7,9)}を用いた。両者矛盾のない結果が得られている。

図5(a), (b)に頂点を中心にピッチ振動させた場

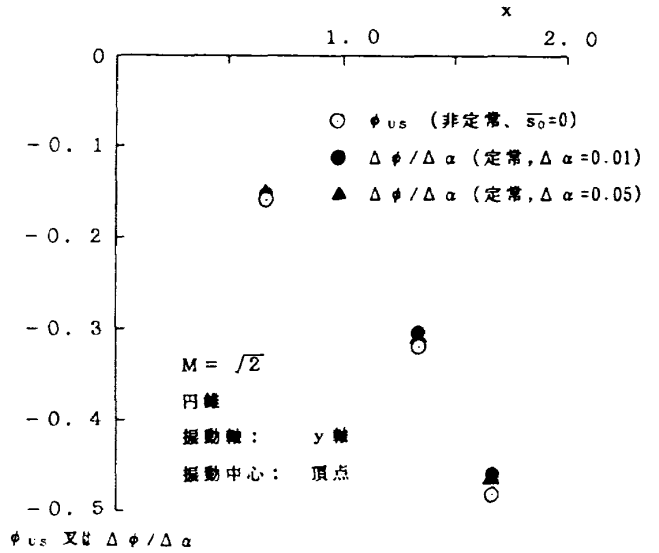


図4 実部の検証 (定常計算との比較)

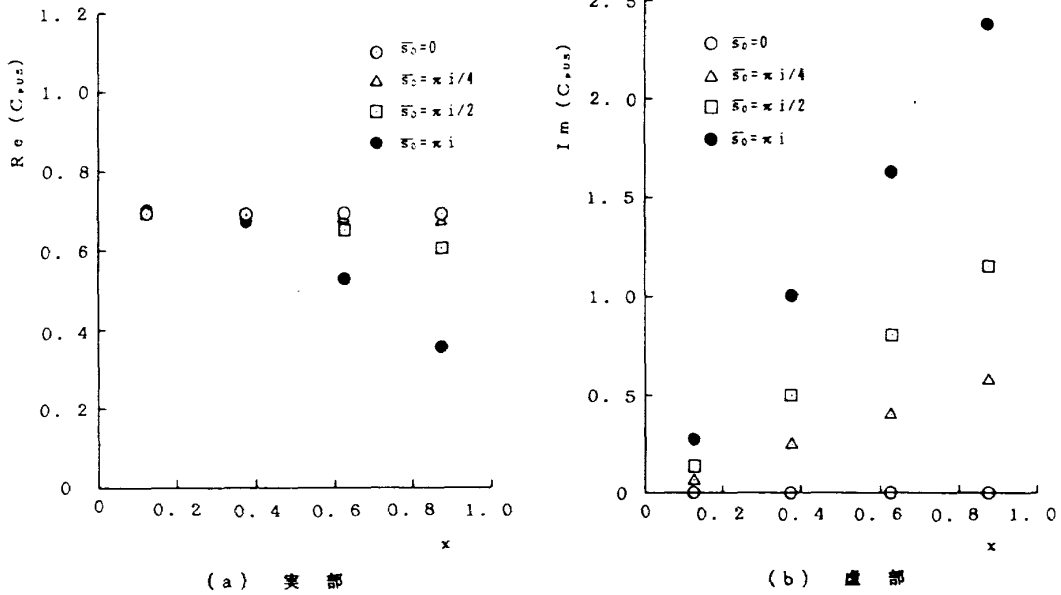


図5 圧力分布 (円錐, 半頂角 10° , $M=\sqrt{2}$, 頂点中心ピッチ振動)

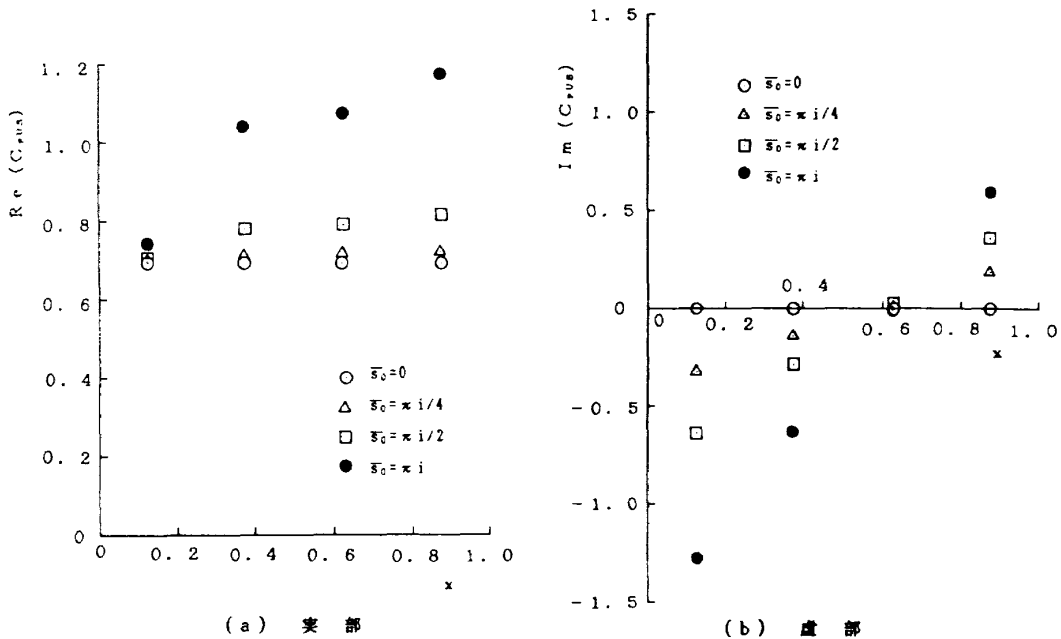


図6 圧力分布 (円錐, 半頂角 10° , $M=\sqrt{2}$, 底面中心ピッチ振動)

合の圧力最大位置での母線方向表面圧力分布（実部及び虚部），図6(a), (b)に底面を中心にピッチ振動させた場合の同じ位置での圧力分布を示す。

5. 結 論

- (1) Morino の提案した解法に従い，超音速非定常流の数値解析プログラムを開発した。
- (2) 振動する円錐まわりの解が得られた。
- (3) 解のうち実部については，定常計算と矛盾のないことが示された。

参 考 文 献

- 1) Garcia-Fogeda, P., Chen, P.C. and Liu, D.D., "Unsteady Supersonic Flow Calculations for Wing-Body Combinations Using Harmonic Gradient Method," AIAA Journal, Vol. 28, No. 4, 1990, pp. 635-641.
- 2) Appa, K., and Smith, M.J.C., "Evaluation of the Constant Pressure Panel Method for Supersonic Unsteady Airloads Prediction," Journal of Aircraft, Vol. 26, No. 9, 1989, pp. 854-862.
- 3) Ueda, T., and Dowell, E.H., "Doublet-Point Method for Supersonic Unsteady Lifting Surfaces," AIAA Journal, Vol. 22, No. 2, 1984, pp. 179-186.
- 4) Morino, L., "A General Theory of Unsteady Compressible Potential Aerodynamics," NASA CR-2464, 1974.
- 5) 柳沢三憲, 森田甫之, 巽 重文: "境界要素法を用いた亜音速流中の三次元揚力物体の非定常空力特性の計算", 航技研報告 TR-1065, 1990.
- 6) Morino, L., Chen, L.T., and Suciu, E., "Steady and Oscillatory Subsonic and Supersonic Aerodynamics around Complex Configurations," AIAA Journal, Vol. 13, No. 3, 1975, pp. 368-374.
- 7) Maruyama, Y., Akishita, S., and Nakamura, A., "New Panel Method for Supersonic Flows About Arbitrary Configurations," Journal of Aircraft, Vol. 25, No. 3, 1988, pp. 229-235.
- 8) Ehlers, F.E., Epton, M.A., Johnson, F.T., Magnus, A.E., and Rubbert, P.E., "A Higher Order Panel Method for Linearized Supersonic Flow," NASA CR-3062, 1979.
- 9) 丸山祐一, 秋下貞夫, 中村昭人: "パネル法による超音速計算空力プログラムの開発", 航技研特別資料 SP-5, 1985, pp.113-119.

