

変形を伴う気泡まわりの流れの数値解析

菅野 実* 石井 隆次* 森岡 茂樹*

A Numerical Simulation of Flows Around A Deformable Gas Bubble

by

Minoru SUGANO, Ryuji ISHII and Shigeki MORIOKA
Kyoto Univ. Aeronautics Engineering

ABSTRACT

A numerical simulation of flows around a (deformable) gas bubble rising through an incompressible viscous fluid was carried out on a supercomputer Fujitsu VP2600 at Data Processing Center of Kyoto University.

The solution algorithm is a modified MAC method. For the grid generation, an orthogonal mapping proposed by Ryskin and Leal was applied. It is assumed that the shape of the bubble and the flow field are axisymmetric.

1. ま え が き

半無限にひろがる液体中を1個の気泡が運動してかつ変形していく問題を数値的にシミュレートする。液体は非圧縮の粘性流体としてあつかい、解法としてはMAC法を使用する。気泡が変形するため座標は変形させなければならないが、その方法はRyskinらによるものもちいる。さらに流れ場、気泡は、軸対称であると仮定する。

研究の局面を次の3段階に分けて考えており、それは

- (1) 任意形状の気泡まわりに直交座標を構成する
- (2) 固定された境界まわりの流れ場を解く
- (3) 変形する気泡まわりの流れ場を解く

であり、現在研究は(3)の段階にある。

2. 座標構成法

軸対称の気泡まわりの流れを考えるので2次元

で考える。従来の一般曲線座標または物体適合座標を構成するのによく用いられるThompsonの方法では、物理面 (x, y) での式

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \quad (2)$$

を計算面 (ξ, η) に変換して

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - \beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = -J^2 \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} P + \frac{\partial x}{\partial \eta} Q \right) \quad (3)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - \beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = -J^2 \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} P + \frac{\partial y}{\partial \eta} Q \right) \quad (4)$$

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2$$

$$\beta = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

$$r = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2$$

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

となって、これらの楕円型偏微分方程式を解くことで座標構成するのであるが、この方法で直交座標を構成したり、格子を集中させるためには、ソースタム P, Q を適切に選ぶ必要がありこれは多分に経験的なものであった。

Ryskin らの方法では、2次元の場合ではあるが、直交曲線座標を容易に構成することができる。気泡表面の座標が与えられ、その形状のまわりに、直交曲線座標を、構成することを考えてみる。図1のように気泡外形の座標が与えられているとき、等角写像の反転の式によって図2のような形に写

像し、この内部に直交座標を図3のように構成する。再び反転の写像によって気泡まわりに直交座標が図4のように得られることになる。

図2のような気泡外形を反転させた形に対して座標を構成するには次の式を使う。

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(f \frac{\partial x}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(f \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{f} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = 0 \tag{6}$$

$$(\Delta x = 0, \Delta y = 0)$$



図1 気泡外形

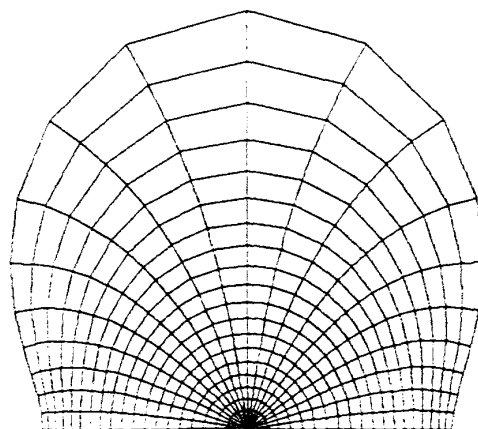


図3 内部のメッシュ

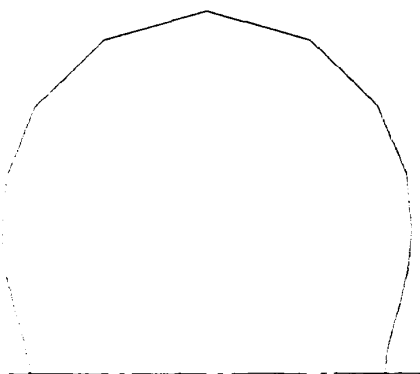


図2 反転された気泡外形

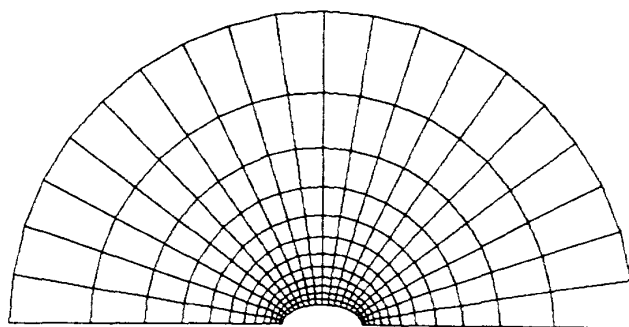


図4 気泡まわりのメッシュ

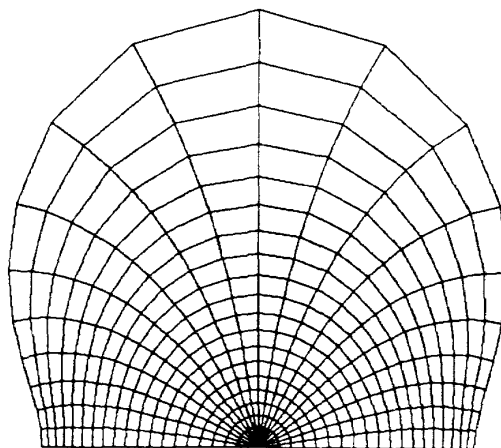
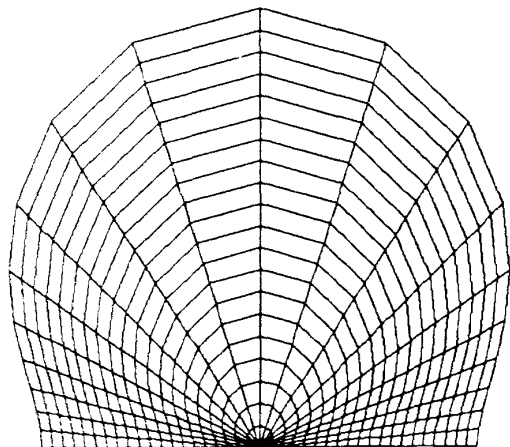


図5

$f = \frac{h_\eta}{h_\xi}$: 歪み関数 (distortion function)

$$h_\xi^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2$$

$$h_\eta^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2$$

h_ξ, h_η : scale factor

(5), (6)は、典型的な楕円型偏微分方程式であるが、歪み関数 f を導入する所にその特徴がある。この式を反復法で解いてやれば座標がえられる。なお歪み関数 f は反復ごとに得られる新しい x, y からきめてやる。上記のような方法で、図5左のような初期値に対して図5右のような直交座標が得られる。他の例として図6のような座標系も計算された。

3. 流れ場の計算

本研究の目的は変形する気泡まわりの流れ場をあきらかにすることであり、流体は非圧縮の粘性流体として扱いその代表的な解法である MAC 法を計算に用いた。まず作成したコードが、有効に働いているかの確認のために球まわりの流れの計算を行った。

基礎方程式は、

$$\Delta P = -\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}}{\delta t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + \frac{1}{R} \Delta \mathbf{u} \quad (8)$$

を一般曲線座標に変換したものであり、結果として球まわりの、流れ場は図7、図8のように得られた。境界条件は、図7では速度は0、図8では法線速度が0としている。

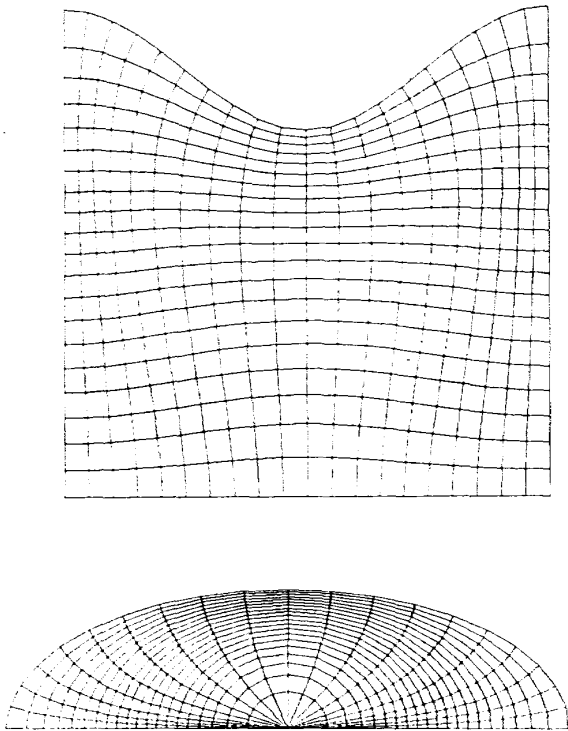


図6 格子の例

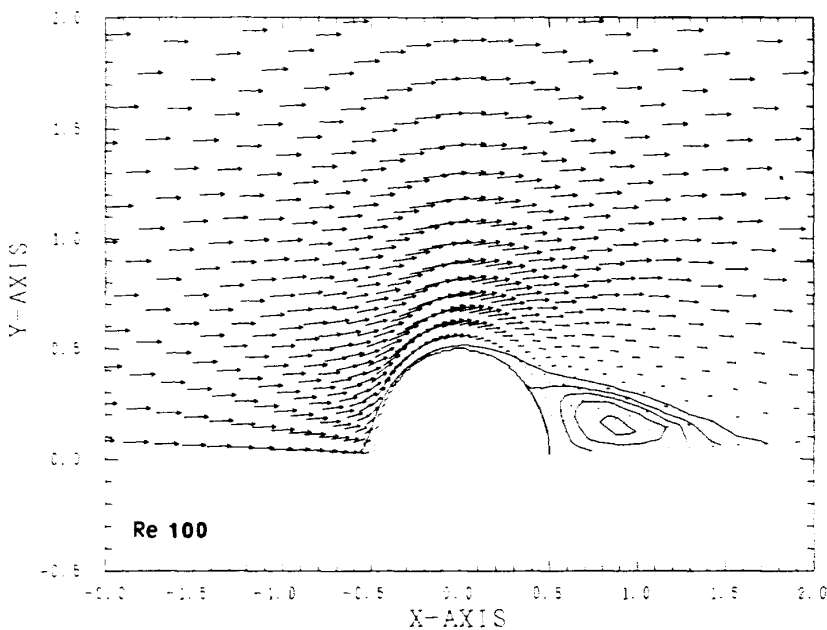


図7 速度ベクトル図

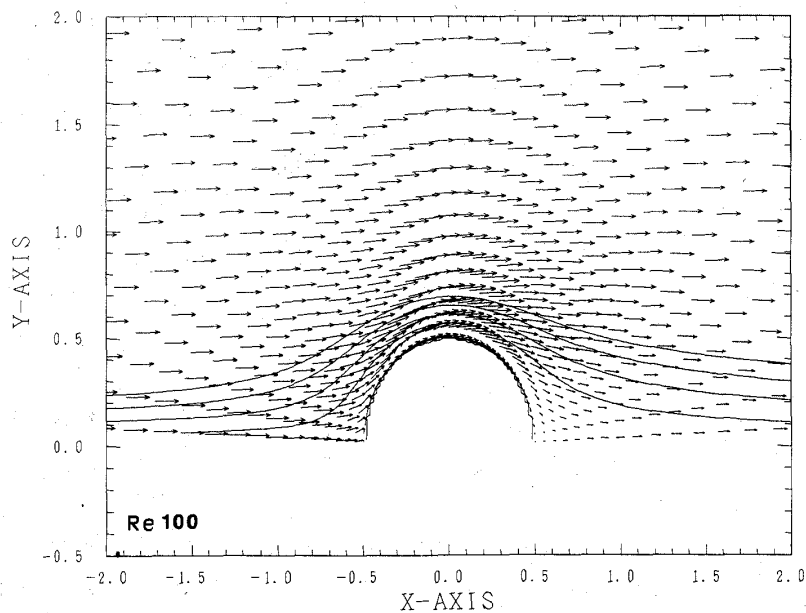


図 8 速度ベクトル図

4. あとがき

気泡が変形するときの流れ場のコードの作成が現在進行中であり、今後発表の予定である。

参 考 文 献

- 1) J.F. Thompson, ed., Numerical Grid Generation, North Holland (1982).
- 2) G. Ryskin, L. Leal, "Numerical Solution of

Free Boundary Problems in Fluid Mechanics. Part 1. The Finite Difference Technique", J. Fluid, Mach., Vol. 148, pp. 1-17, 1984.

- 3) G. Ryskin, L. Leal, "Orthogonal Mapping", J. Comp. Phys., Vol. 50, pp. 71-100, 1983.
- 4) T. Kawamura, K. Kuwahara, "Computation of High Reynolds Number Flow Around a Circular Cylinder with Surface Roughness", AIAA paper 84 0340, 1984.