

加熱された水平管内流れの数値解析

望月 宗和* 石垣 博*

Numerical Analysis of Flow in a Heated Horizontal Square Duct

by

Munekazu MOCHIZUKI and Hiroshi ISHIGAKI
National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center

ABSTRACT

The effects of buoyancy on fully developed laminar flow and heat transfer in a horizontal square duct are analysed numerically. Thermal boundary conditions are axially constant wall heat flux and peripherally constant wall temperature. The results on friction factor, flow pattern, Nusselt number are discussed.

1. ま え が き

著者らは体積力の作用による二次流れをともなう管内流の流れと熱伝達の特性を数値解析により調べている。前回の本シンポジウムでは、浮力が作用する水平加熱円管内層流について報告した¹⁾。ここでは、同じ状況にある水平加熱正方形管内の流れと熱伝達について報告する。

管壁が加熱あるいは冷却されている水平管内の流れは、浮力の作用によって断面内に一對の対称な渦運動が発生して対称な2つの三次元旋回流になる。この断面内の二次流れパターンは曲がり管、回転管のものとよく似ている。円管と正方形管の違いは、円管の場合には断面内渦運動が2渦(二次流れのみ)のみであるのに対し、正方形管の場合には $KL_{BC} \cong 520$ で流れ不安定(ベナール不安定)が起こり4渦になることである。

本報告は、円管と同様に軸方向に壁熱流束一定、周方向に壁温一定の条件で加熱された水平正方形管内の層流について、速度場、温度場ともに完全発達した領域での特性を数値解析により調べたものである。

2. 記 号

u, v	: x, y 方向の速度
w	: 軸方向速度
T_w	: 壁温度
T_b	: 混合平均温度
Q_w	: 壁熱流束
g	: 重力加速度
β	: 体膨張係数
D	: 正方形管の辺長

$$Grq \equiv \frac{g\beta D^4 Q_w}{\nu^2 \lambda} : \text{グラスホフ数}$$

$$Ra q \equiv Grq Pr : \text{レイリー数}$$

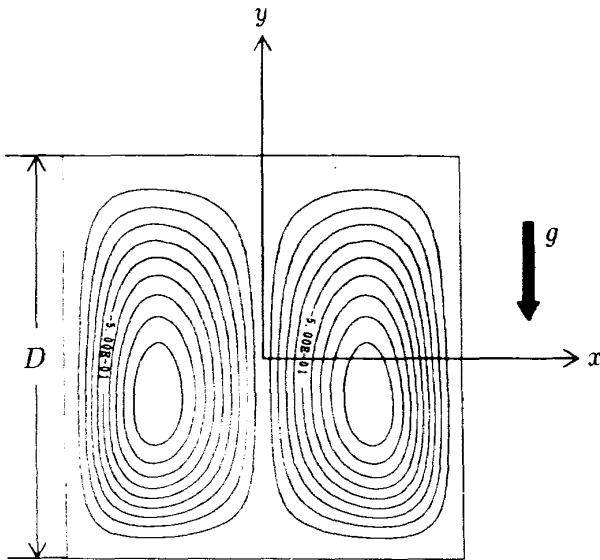
$$Pr \equiv \frac{\nu}{\alpha} : \text{プラントル数}$$

$$KL_{BC} = \sqrt{Ra q}$$

3. 基礎方程式と数値解法

図1に示すような座標系を考える。水平正方形管内の流れは定常、非圧縮層流であり、かつ速度場と温度場が完全に発達しているとする。また、Boussinesq近似を導入し、密度変化は浮力項でのみ考慮し、粘性係数などの物性値は一定と仮定する。このとき、速度の (x, y, z) 成分を (u, v, w)

* 航空宇宙技術研究所・角田支所



壁温 $T_w = \text{一定}$, 軸方向熱流束一定

図1 座標系

とすれば、水平正方形管内複合対流の基礎方程式は完全発達域について次のようになる。

基礎方程式

連続式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

運動量式

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_b) + \nu \nabla^2 v \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (4)$$

エネルギー式

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = -w \frac{dT_b}{dz} + \alpha \nabla^2 T \quad (5)$$

ここに

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

境界条件：

$$x = D/2 \text{ or } y = D/2 : u = v = w = 0, \quad T = T_w$$

$$x = 0 : u = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

つぎに、管軸方向に壁熱流束一定の条件を導入し、さらに壁内熱伝導が大きいとして周方向には壁温

一定を仮定する。 $x=0$ において速度場、温度場の対称性を仮定すれば、境界条件は次のようにあたえられる。

数値計算プログラムは著者らの曲がり管、回転管内流れの研究に共通して用いているものであり、Patankerの著書²⁾を参考にして作成したものである。すなわち式(1)~(5)をコントロールボリューム法により離散化し、スタガード格子、対流・拡散項にはべき乗スキーム、圧力補正にはSIMPLE法を用いている。

計算領域は予備計算 ($KL_{BC} = 300$, $Pr = 0.71$) で全面計算し、左右の対称性を確認したあと、本計算では $x=0$ に対称条件を与え、半断面を計算した。計算格子数は 21×23 で、壁近くで格子間隔をせまくした不等間隔格子を用いて計算した。

4. 計算結果と考察

著者らの相似理論によれば、流れと熱伝達の特徴は水平管内層流複合対流の特性パラメーター $KL_{BC} = \sqrt{Ra}q$ と Pr によって支配される。ここに Raq は熱流束一定でのレイリー数、 Pr はプラントル数である。さらに、熱伝達は Pr に無関係で、 KL_{BC} のみで決まるが、流れ特性は KL_{BC} と Pr の2つにより影響される。これらを踏まえて結果を考察する。

4.1 速度場、温度場、二次流れのパターン

図2に水平加熱正方形管内断面の軸速度、温度、二次流線の等高線を示す。これらのパターンは、曲がり管、回転管のものとはほとんど区別がつかない。

まず、二次流線のパターンから円管との違いは、円管は断面内渦運動が2渦のみであるのに対し、正方形管は特性パラメーター KL_{BC} が500を越えたあたりから2渦から4渦になることである。この対称面下部に発生した2渦は、流れの熱的不安定(ベナール不安定)により発生したものである。

つぎに、温度と二次流線のパターンを見てみると、 Pr が0.71, 7.0ともに相似のパターンをしている。しかし、軸速度のパターンにおいては $Pr = 0.71$ の場合には浮力の影響を顕著に受けている

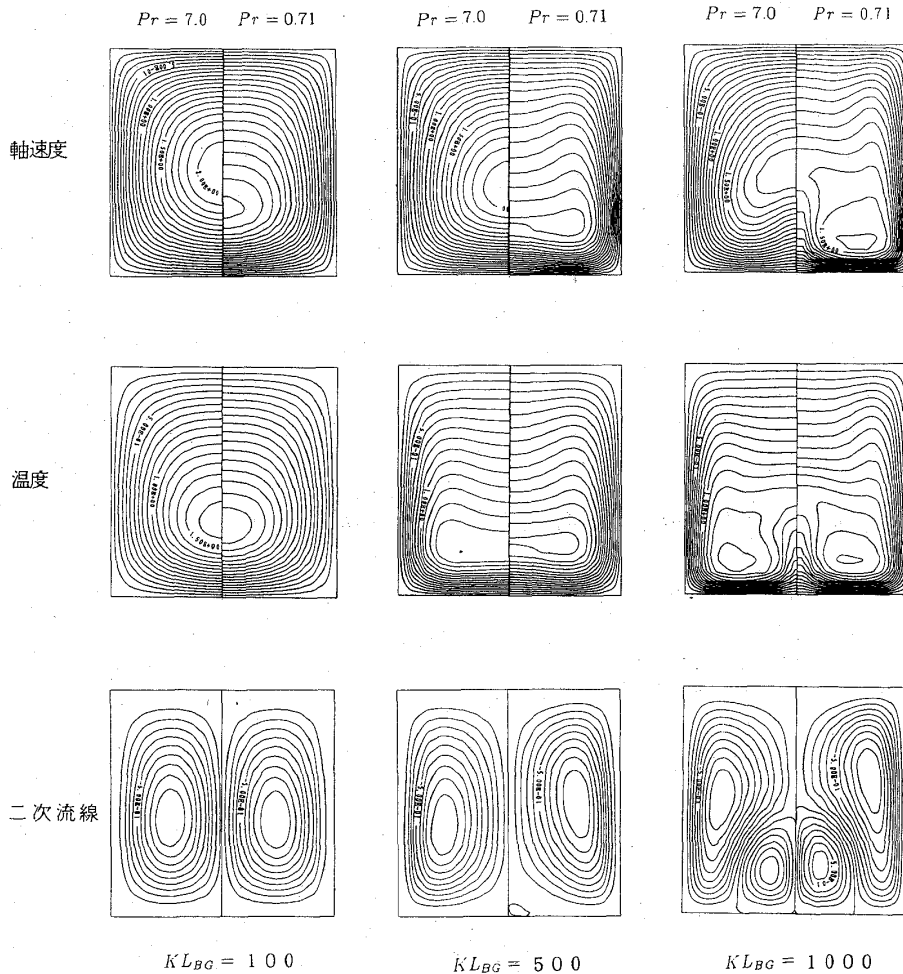


図2 正方形管断面内の等高線

が、 $Pr=7.0$ の場合にはそれほど大きな影響は受けない。

さらに、 $Pr=0.71$ の場合には速度場、温度場のパターンが相似であるのに対し、 $Pr=7.0$ の場合に両者は相似とはならない。

4.2 管摩擦係数

図3に管摩擦係数比(f_0 は浮力がないときの値)の計算結果を示す。 $Pr=0.71$ の場合、 $KL_{BG} \cong 520$ で特性曲線が別の曲線に移っている。これは、この場所で断面内渦運動が2渦から4渦に変わるためである。同様に、 $Pr=7.0$ の場合にも $KL_{BG} \cong 570$ で2渦から4渦に変わっているが、特性曲線上には大きな変化としては現れていない。

4.3 熱伝達率

図4にヌセルト数比(Nu_0 は浮力がないときの

値)の計算結果を示す。 Nu を $\sqrt{Ra}q$ で整理すれば、 Pr 依存性が現れない。

4.4 最大軸速度

図5に最大軸速度(w_m は平均流束)の計算結果を示す。 $Pr=7.0$ の場合には4渦になるまで曲線はフラットであり、4渦を過ぎてから軸速度が下がる。しかし、 $Pr=0.71$ の場合には KL_{BG} が低い値から軸速度が下がりはじめている。これは速度場は $Pr=0.71$ より $Pr=7.0$ のほうが浮力二次流れの影響を受けにくいことを示している。

4.5 二次流れ速度の最大値

図6に二次流れ速度の最大値の計算結果を示す。縦軸を $\frac{(\sqrt{u^2+v^2})_{max}}{\nu\sqrt{Ra}q/PrD}$ とすると、 $Pr=0.71, 7.0$ とも同様の曲線の形になる。

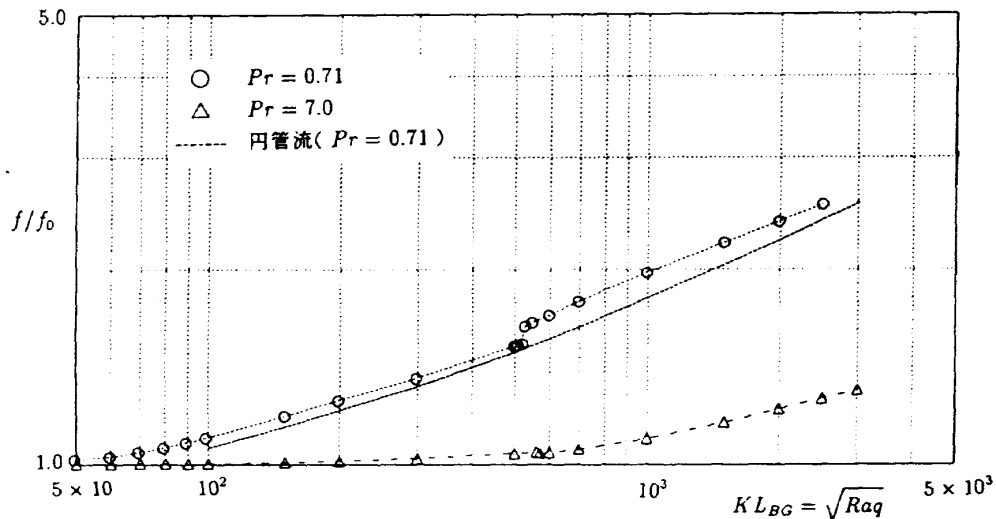


図3 管摩擦係数 f の計算値 (f_0 は浮力がないときの値)

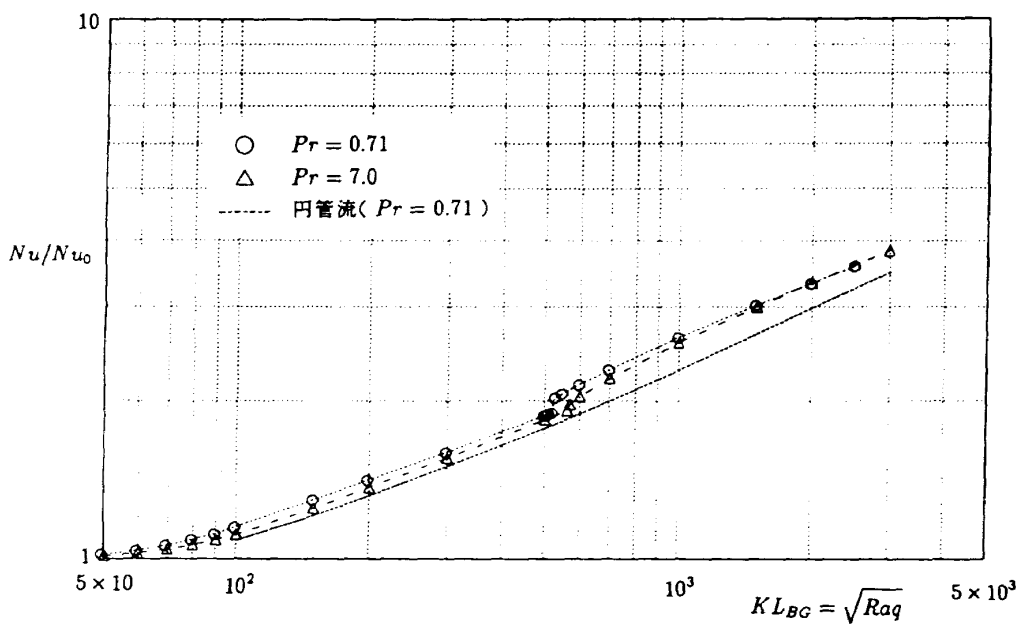


図4 ヌセルト数 Nu の計算値 (Nu_0 は浮力がないときの値)

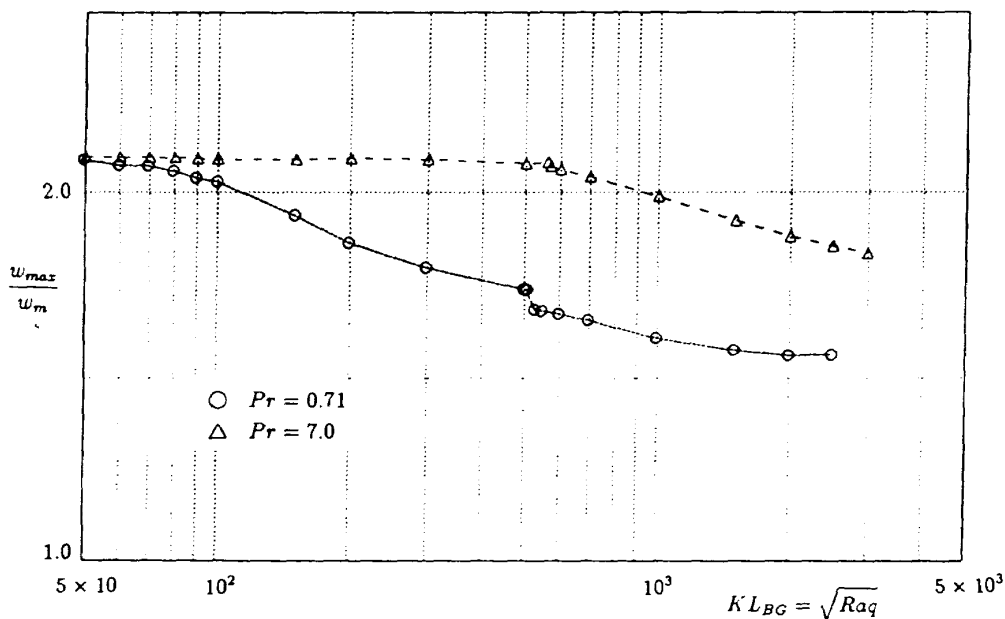


図5 最大軸速度 (w_m は平均流速)

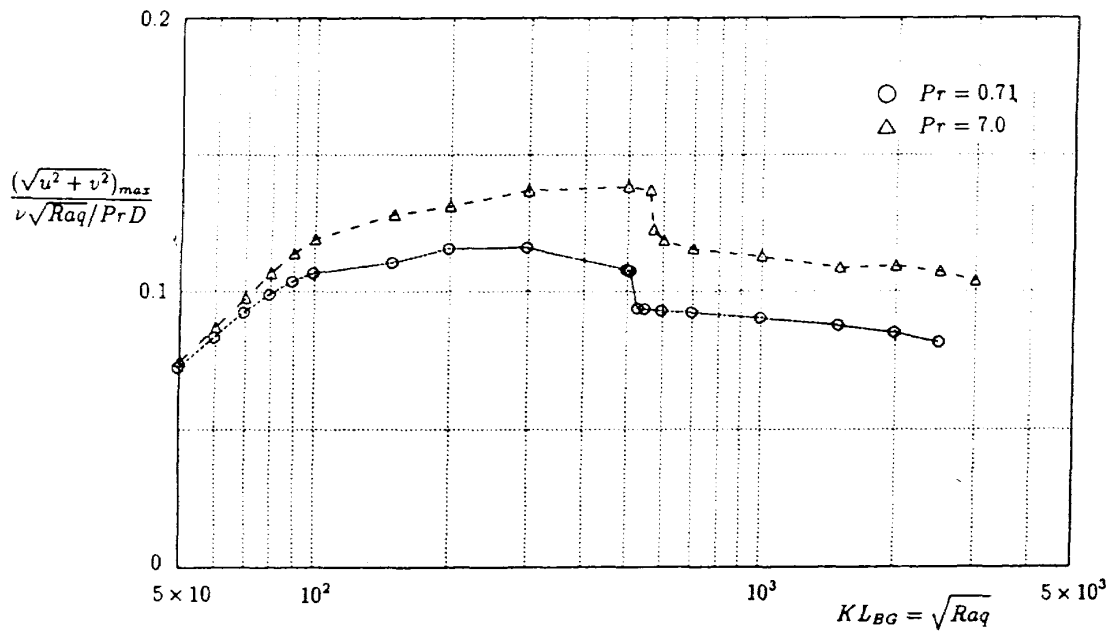


図6 二次流れ速度の最大値

5. あとがき

軸方向に壁熱流束一定で加熱された水平正方形管内の層流について、浮力が作用する場合の数値解析を行った。浮力が作用する管内流においては、速度場は Pr 依存性があるが、温度場は Pr 依存性がないことが確認できた。

6. 参考文献

- 1) 石垣, 望月 (1990) : 航技研特別資料 SP-14, p.181-185.
- 2) Patanker, S. V. (1980) : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere.

