

UDC 533.6.07

航空宇宙技術研究所資料

TM-37

気体の不完全性を考慮した極超音速風胴
ノズルの設計計算法

毛 利 浩

1964年5月

航空宇宙技術研究所

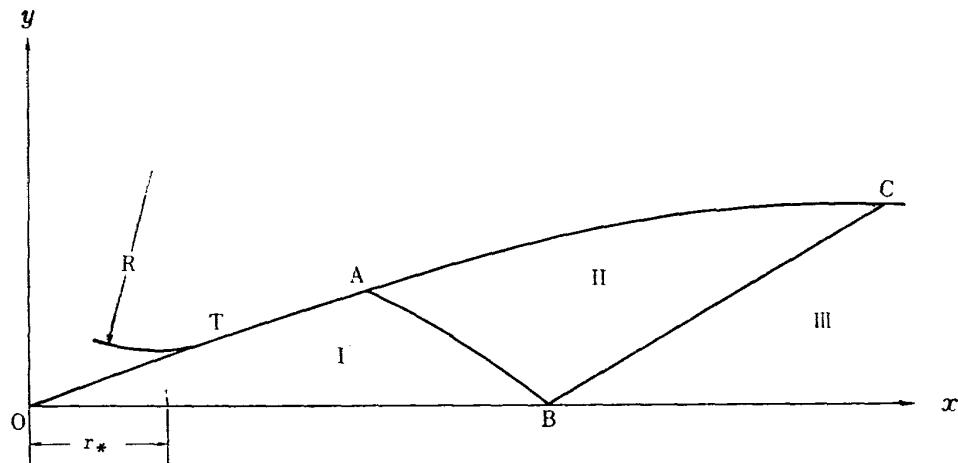
気体の不完全性を考慮した極超音速風胴 ノズルの設計計算法*

毛 利 浩**

1. まえがき

通常風胴のノズルを設計する場合、完全流体と仮定して計算を進めている。しかし、極超音速風胴では空気の液化を防ぐため、よどみ点温度を $1,000^{\circ}\text{C}$ 程度にも上げる必要があり、そのため温度変化による物性の変化が無視できなくなる。気体の不完全性には熱力学的なものと熱量的なものとがあり、その両方を考慮に入れるととても複雑になるので、ここでは仮に熱力学的には完全なものとみなし、熱量的な不完全性だけをとりあげることにした。すなわち、状態方程式は Boyle-Charles の法則に従い、 $p = \rho RT$ という関係は常に成立するが、比熱は温度によって変化し、したがって、比熱の比 γ も温度の関数で変化するものとした。しかし、実際の計算には直接 γ を求めて計算する代りに NACA T.R. 1135¹⁾ の熱量的な不完全性の影響を計算した図表を利用することを試みた。

完全流体に対する軸対称ノズルの計算法としてはいくつかの方法が発表されている。その一つに Foelsch の方法²⁾がある。これはノズルを第 1 図のように三つの部分に分けて考える、I の部分で

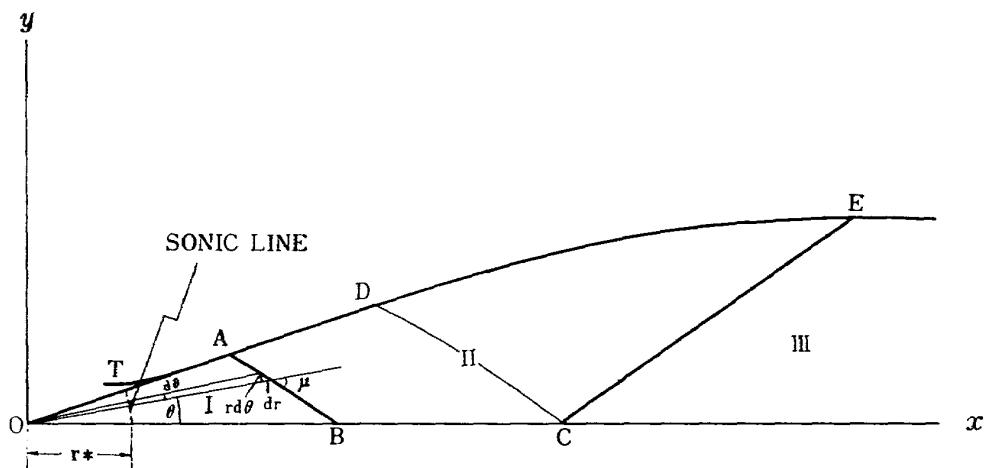


第 1 図 記号と座標軸 (Foelsch の方法)

* 昭和 39 年 4 月 7 日受付

** 空気力学第一部

は流れは原点 0 からの放射流として取り扱う。そして、つぎの II の部分で流れの方向が整流されて III の測定部で与えられた一様なマッハ数の平行流が得られるものとする。なおノズルの形状としては図の AT は直線とし、スロートの曲率半径 R を AT に等しくとる。この方法ではノズルの軸線上の速度勾配は B 点において不連続になり、その影響で A 点における壁の傾斜角の変化が不連続になるきらいがある。Foelsch の方法のこの欠点を補うために考えられたものに Cresci の方法³⁾がある。これは第 2 図に示すように I の部分は Foelsch の方法と同じく放射流として取り扱うが、B 点のマッハ数はノズルの設計マッハ数より低くとり、BC 間のマッハ数の分布を三次式で与えて B および C 点における速度勾配を連続ならしめようとするものである。このほかさらに B および C 点における速度分布の高次の微係数をも一致させることを試みた Yu⁴⁾ の方法や斎藤の方法⁵⁾がある。ここでは斎藤の方法をもとにして、これに上述の図表の数値を織り込んで、実在気体に対する計算法を導いた。



第 2 図 記号と座標軸 (Cresci の方法)

記 号

- r : 原点から任意の点までの距離
- r_* : 原点からスロート断面までの距離
- A : 風路の断面積
- A_* : スロートにおける断面積
- V : 流れの速度
- a_* : スロートにおける音速
- γ : 比熱の比
- R : 無次元距離 ($= r/r_*$)

- W : 比速度 ($= V/a_*$)
 α : 定数 ($= (\gamma+1)/(\gamma-1)$)
 M : マッハ数 ($= V/a$)
 μ : マッハ角
 θ : 流線のノズル中心線となす角
 x : R のノズル軸方向の成分
 y : R のノズル軸に直角な方向の成分
 \bar{x} : $=(x-x_B)/(x_C-x_B)$
 N : 特性曲線法による計算の分割の数
 K : 上の計算における演算のくり返し回数
 T_t : よどみ点温度
 ρ : 流体密度
 ρ_* : スロートにおける流体密度
 Ψ : 流れ函数
 $\bar{\Psi}$: 無次元流れ函数
 s : 特性曲線に沿う長さ (無次元)

なお添字 A, B, C あるいは $1, 2, 3$ 等はそれぞれ点 A, B, C または P_1, P_2, P_3 における値をとることを示し、添字 $12, 13$ 等は P_1 と P_2 または P_1 と P_3 の値の平均値をとるべきことを示す、また添 p および r はそれぞれ完全流体および実在気体に関するものであることを示す。

2. ノズルの計算法(完全流体)

まず順序として完全流体に対する計算法を簡単に紹介する。

ノズルを第 2 図のように三つの部分に分割して考えることは Cresci の方法と全く同じである。

I の部分では流れは原点 O を中心とする放射流であるとみなすことはすでに述べたとおりである。いま $r=r_*$ のところがスロートに相当すると考えると、 $r>r_*$ の領域では流れは超音速流となり、各点での速度あるいはマッハ数は r の関数として一義的に与えられる。すなわち

$$\frac{r_*^2}{r^2} = \frac{A_*}{A} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{1/(\gamma-1)} \left(\frac{V}{a_*}\right) \left[1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{V}{a_*}\right)^2\right]^{1/(\gamma-1)} \quad (1)$$

という関係が成立する。ここに a_* はスロートにおける音速である。

長さの基準として r_* 、速度の基準として a_* をとって無次元化し

$$\frac{r}{r_*} = R, \quad \frac{V}{a_*} = W$$

とかき、さらに

$$\alpha = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

とおくと、(1)式は

$$\frac{r}{r^*} = R = \frac{1}{\sqrt{W}} \left(\frac{\alpha-1}{\alpha-W^2} \right)^{(\alpha-1)/4} \quad (2)$$

とかける。空気を完全流体として取り扱うと $\gamma=1.4$ であるから、 $\alpha=6$ となり(2)式は

$$R = \frac{1}{\sqrt{W}} \left(\frac{5}{6-W^2} \right)^{1.25} \quad (3)$$

とかける。

また、マッハ数 M と比速度 W との間に

$$W^2 = \frac{(\gamma+1)M^2}{(\gamma-1)M^2+2} = \frac{\alpha M^2}{M^2+(\alpha-1)} = \frac{6M^2}{M^2+5} \quad (4)$$

あるいは

$$M^2 = \frac{5W^2}{6-W^2} \quad (5)$$

という関係がある。したがって、まず B 点のマッハ数を与えると(4)式から W_B が得られ、これを(3)式に入れて計算すれば B 点の座標が求められる。なお B 点のマッハ数の与え方については後述する。

さて曲線 BA は B 点からの特性曲線として与えられる。特性曲線が流れの方向となす角すなわちマッハ角 μ は

$$\tan \mu = \frac{1}{\sqrt{M^2-1}} = \sqrt{\frac{6-W^2}{6(W^2-1)}} \quad (6)$$

で与えられる。一方第 2 図から

$$\frac{dR}{R d\theta} = -\cos \mu \quad (7)$$

という関係が得られる。また(3)式を微分すると

$$\frac{dR}{dW} = \frac{3(W^2-1)R}{W(6-W^2)} \quad (8)$$

となる。(7)式に(6)式と(8)式とを代入して積分すると

$$\theta = \theta_B - \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{6}{W}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{W^2-1}{6-W^2}} - \tan^{-1} \sqrt{\frac{6(W^2-1)}{6-W^2}} \right\} \quad (9)$$

ここに

$$\theta_B = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{6}{W_B}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{W_B^2-1}{6-W_B^2}} - \tan^{-1} \sqrt{\frac{6(W_B^2-1)}{6-W_B^2}} \right\}$$

となる。これより与えられた W_B に対して BA 線上の各点における W の値は θ の関数で与えられる。これをさらに(3)式に入れれば

$$\left. \begin{aligned} x &= R \cos \theta \\ y &= R \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

によって BA 上の各点の座標と流れの特性が決定できる。

さて軸線上の速度分布は原点から B 点までは(3)式で与えられ、また、 C 点から先ではノズルの設計マッハ数となり一定である。そこで B 点と C 点との間の速度分布曲線を三次式で仮定し、

$$W = a_0 + a_1 \bar{x} + a_2 \bar{x}^2 + a_3 \bar{x}^3 \quad (10)$$

ただし

$$\bar{x} = \frac{x - x_B}{x_C - x_B}$$

とおく。いま境界条件として

$$\bar{x} = 0 \text{ において}$$

$$W = W_B$$

$$\frac{dW}{d\bar{x}} = (x_C - x_B) \left(\frac{dW}{dx} \right)_B$$

$$\bar{x} = 1 \text{ において}$$

$$W = W_C$$

$$\frac{dW}{d\bar{x}} = 0$$

をとり、さらに

$$3(W_C - W_B) = (x_C - x_B) \left(\frac{dW}{dx} \right)_B \quad (11)$$

となるように x_C の値を選ぶと(10)式は

$$W = W_B + 3(W_C - W_B)\bar{x} - 3(W_C - W_B)\bar{x}^2 + (W_C - W_B)\bar{x}^3 \quad (12)$$

となり、簡単化される。

以上において x_B は W_B が与えられると(3)式から計算され、また(8)式から

$$\left(\frac{dW}{dx} \right)_B = \left(\frac{dW}{dR} \right)_{R=x_B} = -\frac{W_B(6 - W_B^2)}{3x_B(W_B^2 - 1)} \quad (13)$$

と与えられる。

以上の関係式は W_B のいかなる値に対しても成立する。したがって W_B (したがって M_B) の値は自由に選ぶことができる。Cresci は M_B として M_C より 0.2 程度低い値を選んでいる。

ここでは W_B を自由に選ぶ代りに境界条件を 1 つふやす、すなわち(10)式の境界条件としてさらに

$$\bar{x} = 0 \text{ において}$$

$$\frac{d^2W}{d\bar{x}^2} = (x_C - x_B)^2 \left(\frac{d^2W}{dx^2} \right)_B$$

とおくと(12)式および(13)式から

$$W_C = W_B + \frac{2W_B(6 - W_B^2)(W_B^2 - 1)}{3\{(4W_B^2 - 3)W_B^2 + 9\}} \quad (14)$$

となる、これより W_C を与えれば W_B は一義的に決まる。

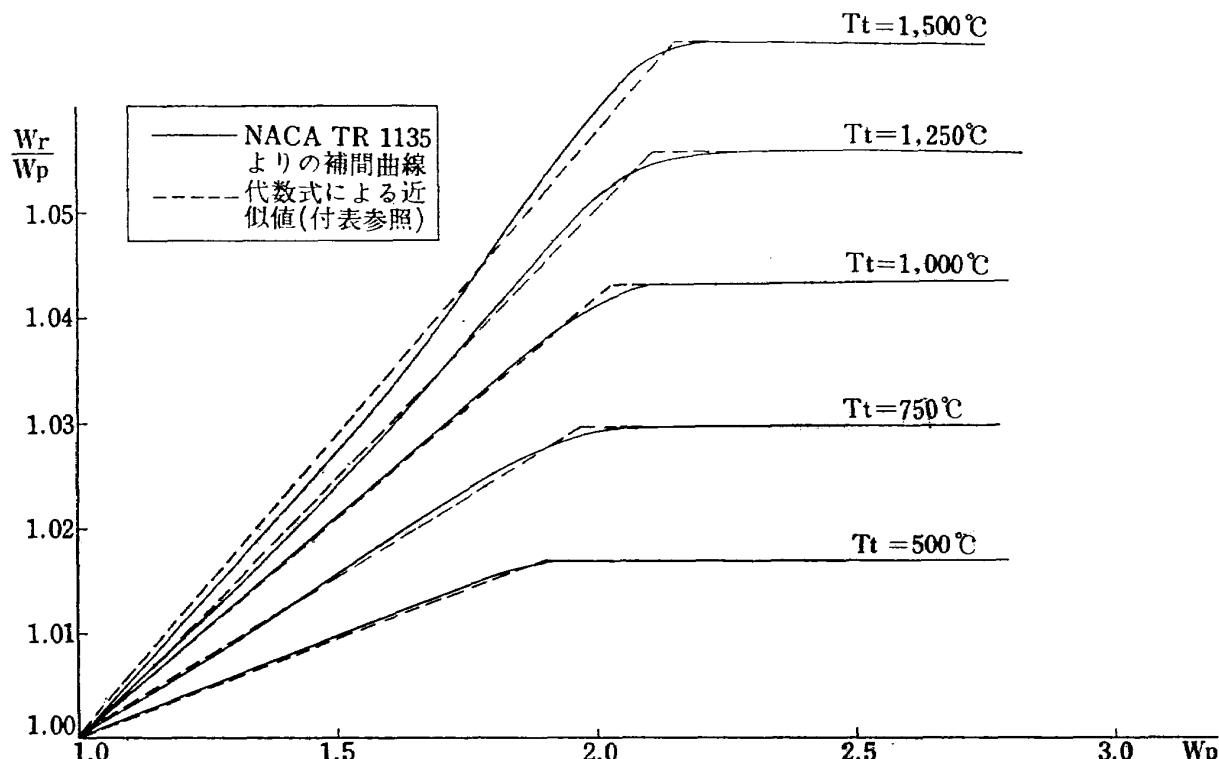
かくして B 点および C 点の位置が決定されたならば、 BC 間を N 等分し、この等分点と前の AB の分点を出発点として特性曲線法により格子目を完成してゆけば、最後に C 点を通る右の特性曲線 CD と壁面 AD とが求められる。

つぎに C 点を通る左の特性曲線は直線で与えられ、かつその上ではマッハ数は一定 ($= M_c$) であるから、ノズルの端 E 点は容易に計算で求められる。 CE 間をさらに N 等分して、その分点と CD 上の点とを出発点にして、特性曲線法をくり返せば、ノズルの DE 間の座標が決定される。

なお CE より下流の第 3 の領域では、流れは与えられた設計マッハ数 M_c の一様流となる。この部分が風洞の測定部である。

3. ノズルの計算法（実在気体）

熱量的に不完全な実在気体に対しても完全流体に対する場合と全く同じ手順で計算することができる。ただし、実在気体に対しては比速度 W をはじめ密度、温度等の物理量は、完全流体に対する場合のようにマッハ数 M の簡単な式であらわせない。しかし NACA T.R. 1135 にこれらの物理量の同一マッハ数に対する実在気体（正確には熱力学的に完全で、熱量的に不完全とする）の場



第3図 $\frac{W_r}{W_p} \sim W_p$ 線図

合と完全流体の場合との比がよどみ点温度 T_t をパラメータにして与えられているので、これを近似的に代数式で表示して利用することにした。なお実在気体に関するものには添字 r を、完全気体に関するものには添字 p をつけて表示することとする。さて W_p と M とは(4)または(5)式によって1対1に対応しているので、すべての関係式は M の代りに W_p でおきかえ、すべて W_p の関数として取り扱うことができる。

まず T.R. 1135 の Chart 9 の W_r/W_r と M との関係を W_r/W_p と W_p との関係に書きかえると第3図が得られる、同様に Chart 14 の横軸を変換すると $\sqrt{(A/A_*)_r/(A/A_*)_p}$ と W_p との関係が第4図のように与えられる。

いま与えられた T_t に対して、第3図の関係を

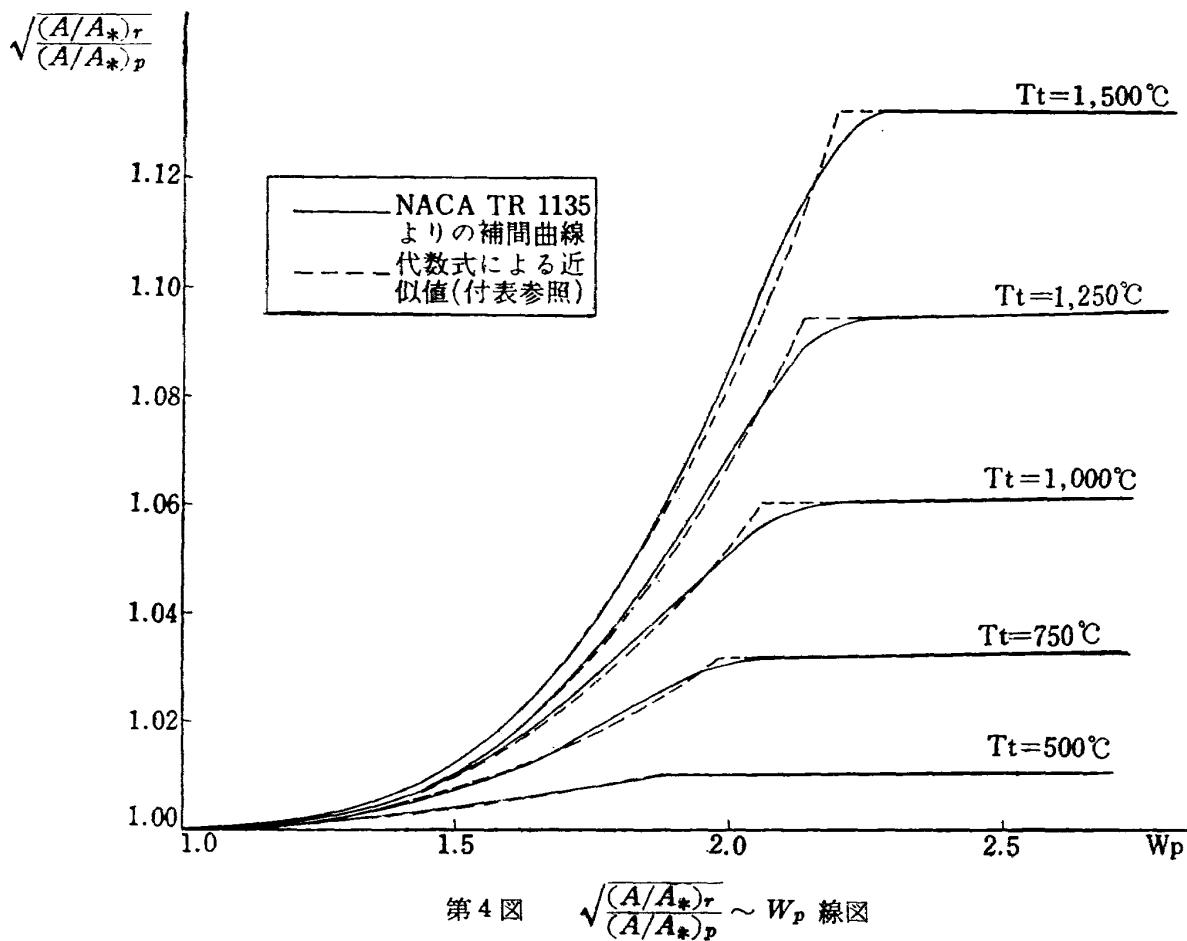
$$\frac{W_r}{W_p} = F_1(W_p) \quad (15)$$

第4図の関係を

$$\sqrt{\frac{(A/A_*)_r}{(A/A_*)_p}} = F_2(W_p) \quad (16)$$

とあらわすこととする。ここに $F_1(W_p)$ および $F_2(W_p)$ は曲線を多項式で近似したものである。

放射流においては



$$R = \frac{r}{r_*} = \sqrt{\frac{A}{A^*}}$$

であるから

$$\frac{R_r}{R_p} = F_2(W_p)$$

あるいは

$$R_r = \frac{1}{\sqrt{W_p}} \left(\frac{5}{6 - W_p^2} \right)^{1/25} F_2(W_p) \quad (17)$$

となる

また(15)式を W_p についてといた結果を

$$\frac{W_p}{W_r} = F_3(W_r) \quad (18)$$

と与えておく。

完全流体の場合と同様にして B 点における W_r の値が与えられたとすると(18)式から W_p が、(17)式から R_r したがって B 点の座標が決定される。

つぎに特性曲線 BA については W の代りに W_p とおけば(6)および(7)式はそのまま成立するが、(8)式は成立しない。したがって θ を与えて直接 W_p を求めることは困難である。そこで B 点を出発点として歩一步法で特性曲線を追跡して求める。たとえば頂角 θ_A を N 等分して

$$\left. \begin{array}{l} \theta_i + \Delta\theta = \theta_{i+1} \\ R_i + \Delta R = R_{i+1} \end{array} \right\} \quad (19)$$

ただし

$$\left. \begin{array}{l} \theta_0 = 0 \\ \Delta\theta = \theta_A/N \end{array} \right\}$$

と書くと(7)式から

$$\Delta R = -\sqrt{\frac{6(W_p^2 - 1)}{6 - W_p^2}} R \Delta\theta \quad (20)$$

と与えられる、これを直交成分に分ければ

$$\left. \begin{array}{l} x = (R_i + \Delta R) \sin(\theta_i + \Delta\theta) \\ y = (R_i + \Delta R) \cos(\theta_i + \Delta\theta) \end{array} \right\} \quad (21)$$

により各点の座標が考えられる。また $R + \Delta R$ の値を(17)式の左辺に入れれば W_p が、この W_p を(15)式に入れれば W_r が得られる、

BC 上の速度分布を前と同じ条件の下に W_r の三次式で仮定し、同じように取り扱うには $(dW_r/dx)_B$ が必要になるが、これは

$$\frac{dW_r}{dx} = \left(\frac{dW_r}{dR} \right)_{R=x} = \frac{\frac{dW_r}{dW_p}}{\frac{dR_p}{dW_p}} = \frac{F_1(W_p) + W_p \frac{dF_1(W_p)}{dW_p}}{\frac{dR_p}{dW_p} F_2(W_p) + R_p \frac{dF_2(W_p)}{dW_p}} \quad (22)$$

によって計算できる。

なお(14)式にも補正項を加えれば $\bar{x}=0$ における二次微係数も完全に一致させることができると、(14)式をそのまま、適用しても大過はないものと思われる。

このようにして AB および BC 上の各点の座標と W_r および W_p が決定されたならば、これを出発点として特性曲線法によって逐次計算を進めてゆけばよい。

4. 特性曲線法

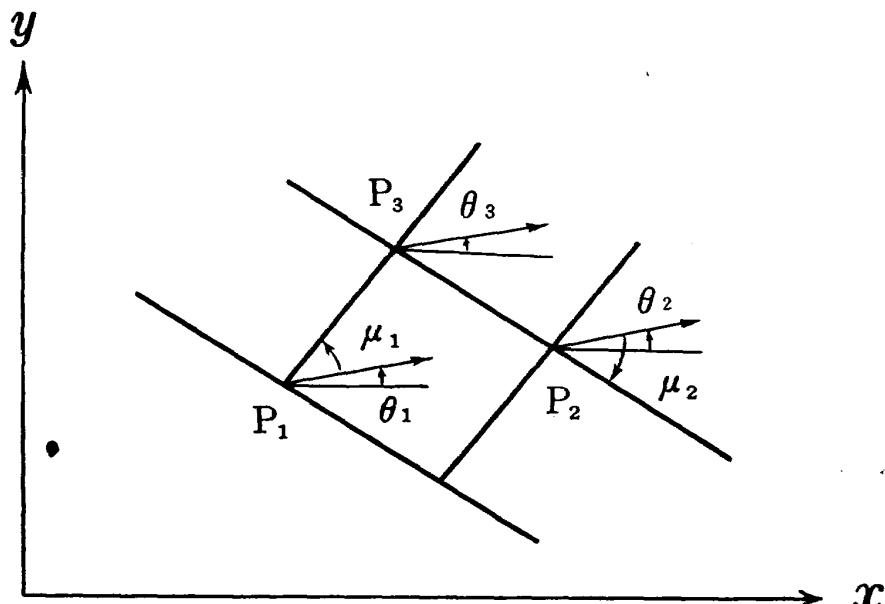
ノズルの流れの方向に x 軸をとる。流れは x 軸に関して軸対称であるから、半径の1つを y 軸にとり、 xy 面内での流れの性質を調べればよい。第5図のように既知の点のうち左側のものを $P_1(x_1, y_1)$ 、右側のものを $P_2(x_2, y_2)$ とする。 P_1 から出た左の特性曲線と P_2 から出た右の特性曲線との交点を $P_3(x_3, y_3)$ とすると

$$\left. \begin{array}{l} y_3 - y_1 = (x_3 - x_1) \tan(\theta_{13} + \mu_{13}) \\ y_3 - y_2 = (x_3 - x_2) \tan(\theta_{23} - \mu_{23}) \end{array} \right\} \quad (23)$$

によって P_3 の座標が決まる。ここに θ は流れ方向が x 軸となす角、 μ はマッハ角すなわち

$$\left. \begin{array}{l} \mu_1 = \sin^{-1} \frac{1}{M_1} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{6 - W_{p1}^2}{5 W_{p1}^2}} \\ \mu_2 = \sin^{-1} \frac{1}{M_2} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{6 - W_{p2}^2}{5 W_{p2}^2}} \end{array} \right\} \quad (24)$$

である。また流れの方向 θ と比速度 W との間には



第5図 特性曲線法における角度の関係（反時計廻りを正とする）

$$\begin{aligned}\theta_3 - \theta_1 &= \cot \mu_{13} \frac{W_3 - W_1}{W_{13}} - \frac{\sin \theta_{13} \sin \mu_{13}}{\sin(\theta_{13} + \mu_{13})} \frac{y_3 - y_1}{y_{13}} \\ \theta_3 - \theta_2 &= -\cot \mu_{23} \frac{W_3 - W_2}{W_{23}} + \frac{\sin \theta_{23} \sin \mu_{23}}{\sin(\theta_{23} - \mu_{23})} \frac{y_3 - y_2}{y_{23}}\end{aligned}\quad (25)$$

という関係が成立するのでこれらを連立してとけばよい⁶⁾。ただしこれらの式の中の W_1 , W_2 , W_3 は実在気体においては W_{r1} , W_{r2} , W_{r3} を意味する, また添字 13 は P_1 と P_3 における値の平均をとるべきことを示す。

P_1 および P_2 が BC 線上にあるときは $y_1=0$ または $y_2=0$ となると同時に $\theta_1=0$ または $\theta_2=0$ となり, (25)式の右辺の第 2 項は不定形となるが, BC の近くでは近似的に放射流であるとみなすと

$$\begin{aligned}\lim_{\substack{y_1 \rightarrow 0 \\ \theta_2 \rightarrow 0}} \frac{\sin \theta_1 \sin \mu_1}{\sin(\theta_1 + \mu_1)} \frac{y_3 - y_1}{y_1} &= \lim_{\substack{y_1 \rightarrow 0 \\ \theta_1 \rightarrow 0}} \frac{y_3}{y_1} \theta_1 = \theta_3 \\ \lim_{\substack{y_2 \rightarrow 0 \\ \theta_2 \rightarrow 0}} \frac{\sin \theta_2 \sin \mu_2}{\sin(\theta_2 - \mu_2)} \frac{y_3 - y_2}{y_2} &= \lim_{\substack{y_2 \rightarrow 0 \\ \theta_2 \rightarrow 0}} \left(-\frac{y_3}{y_2} \theta_2 \right) = -\theta_3\end{aligned}$$

となる。これより $y_1=y_2=0$ に対しては

$$\begin{aligned}W_3 &= \frac{\cot \mu_{13} + \cot \mu_{23}}{\frac{\cot \mu_{13}}{W_{13}} + \frac{\cot \mu_{23}}{W_{23}}} \\ \theta_3 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\cot \mu_{13}}{W_{13}} (W_3 - W_1) \right)\end{aligned}\quad (26)$$

として計算される。

実際の計算においてはこれらの式において, 最初 μ_{13} , μ_{23} , W_{13} , W_{23} ...等の値にはそれぞれ P_1 および P_2 における値を入れて計算し, 2 度目からは P_3 における値との平均をとって計算をくり返せば精度の高い結果が得られる。

かくして AB および BC または CE 上の既知の点を出発点として計算を進めていけば, 全領域に特性曲線の網目が完成される。

5. ノズル壁の決定

ノズル壁の座標を求めるには, 流れ関数の値が与えられた値になる点を結べばよい。まず放射流に対しては

$$d\psi = \rho V r^2 \sin \theta d\theta \quad (27)$$

で与えられるが, いまこれを無次元化して

$$\bar{\Psi} = \frac{\Psi}{\rho_* a_* r_*^2} \quad (28)$$

と書くと

$$\bar{\Psi} = \frac{\rho}{\rho_*} W R^2 (1 - \cos \theta) \quad (29)$$

で与えられる。

完全流体については

$$\frac{\rho}{\rho_*} = \left(\frac{6 - W^2}{5} \right)^{2.5} \quad (30)$$

であるから、これと(3)式とを(29)式に入れると

$$\bar{\Psi} = (1 - \cos \theta) \quad (31)$$

となる。

実在気体に対しては

$$\frac{(\rho/\rho_*)_r}{(\rho/\rho_*)_p} = F_4(W_p) \quad (32)$$

とおくと

$$\frac{\rho}{\rho_*} = \left(\frac{6 - W_p^2}{5} \right)^{2.5} F_4(W_p) \quad (33)$$

とかける。これを(29)式に入れると

$$\bar{\Psi}_r = (1 - \cos \theta) F_1(W_p) [F_2(W_p)]^2 F_4(W_p) \quad (34)$$

となる。

しかるに連続の条件から $\bar{\Psi}_r$ に W_p は無関係でなければならない。ゆえに

$$F_1(W_p) [F_2(W_p)]^2 F_4(W_p) = 1$$

あるいは

$$F_4(W_p) = \frac{1}{F_1(W_p) [F_2(W_p)]^2} \quad (35)$$

が得られる。

つぎに整流領域について考える。特性曲線に沿うて流れ関数を計算すると、

$$\Delta \bar{\Psi} = \int_{s_1}^{s_2} \frac{\rho}{\rho_*} W \sin \mu y ds \quad (36)$$

と書ける。ここに s は特性曲線に沿う無次元長さである。

これを右の特性曲線に沿って書き直すと

$$\bar{\Psi} = \bar{\Psi}_1 + \int_{y_1}^{y_2} \frac{\rho}{\rho_*} W \frac{\sin \mu}{\sin (\mu - \theta)} y dy$$

となる。これに(33)式を代入し、さらに

$$\sin \mu = \sqrt{\frac{6 - W_p^2}{5 W_p^2}}$$

という関係を利用し、実在気体に対して書き直すと

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_2 &= \bar{\Psi}_1 + \int_{y_1}^{y_2} \left(\frac{6 - W_p^2}{5} \right)^3 \frac{F_1(W_p) F_4(W_p)}{\sin(\mu - \theta)} y dy \\ &= \bar{\Psi}_1 + \frac{1}{125} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(6 - W_p^2)^3}{[F_2(W_p)]^2 \sin(\mu - \theta)} y dy \end{aligned} \quad (37)$$

となる、いま

$$Q = \frac{(6 - W_p^2)^3}{[F_2(W_p)]^2 \sin(\mu - \theta)} \quad (38)$$

とおき、 $y=y_1$ において $Q=Q_1$

$y=y_2$ において $Q=Q_2$

とし、かつこの間を折線で結んで積分を実行すると

$$\bar{\Psi}_2 = \bar{\Psi}_1 + \frac{y_2 - y_1}{750} [(2y_1 + y_2)Q_1 + (y_1 + 2y_2)Q_2] \quad (39)$$

と書ける。

同様に左の特性曲線に沿っては

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_2 &= \bar{\Psi}_1 + \int_{y_1}^{y_2} \frac{\rho}{\rho^*} W \frac{\sin \mu}{\sin(\mu + \theta)} y dy \\ &= \bar{\Psi}_1 + \frac{1}{125} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(6 - W_p)^3}{[F_2(W_p)]^2 \sin(\mu + \theta)} y dy \end{aligned} \quad (40)$$

であって

$$Q = \frac{(6 - W_p^2)^3}{[F_2(W_p)]^2 \sin(\mu + \theta)} \quad (41)$$

とかけば(39)式と同じ形の式が得られる。

流れ関数が既知の点から出発し、特性曲線の各網目ごとにこれらの手順によって流れ関数を計算し最後に補間法により流れ関数の値が

$$\bar{\Psi}_A = (1 - \cos \theta_A)$$

と等しくなる点の座標を求めれば、これがノズル壁の座標となる。ここに θ_A は A 点の半頂角である。

流れ関数の積分は左右いずれの特性曲線に沿って行なっても同じ結果に帰着するはずであるが、計算の誤差分だけのくい違いを生ずるのは止むを得ない。実際に計算を試みた結果では、(31)式によって流れ関数が与えられている曲線 BA 上の点を出発点として、左の特性曲線に沿って積分し

た方が滑らかな曲線が得られる。

なお実際の設計に当っては、スロート T と変曲点 A との間を三次曲線で結び

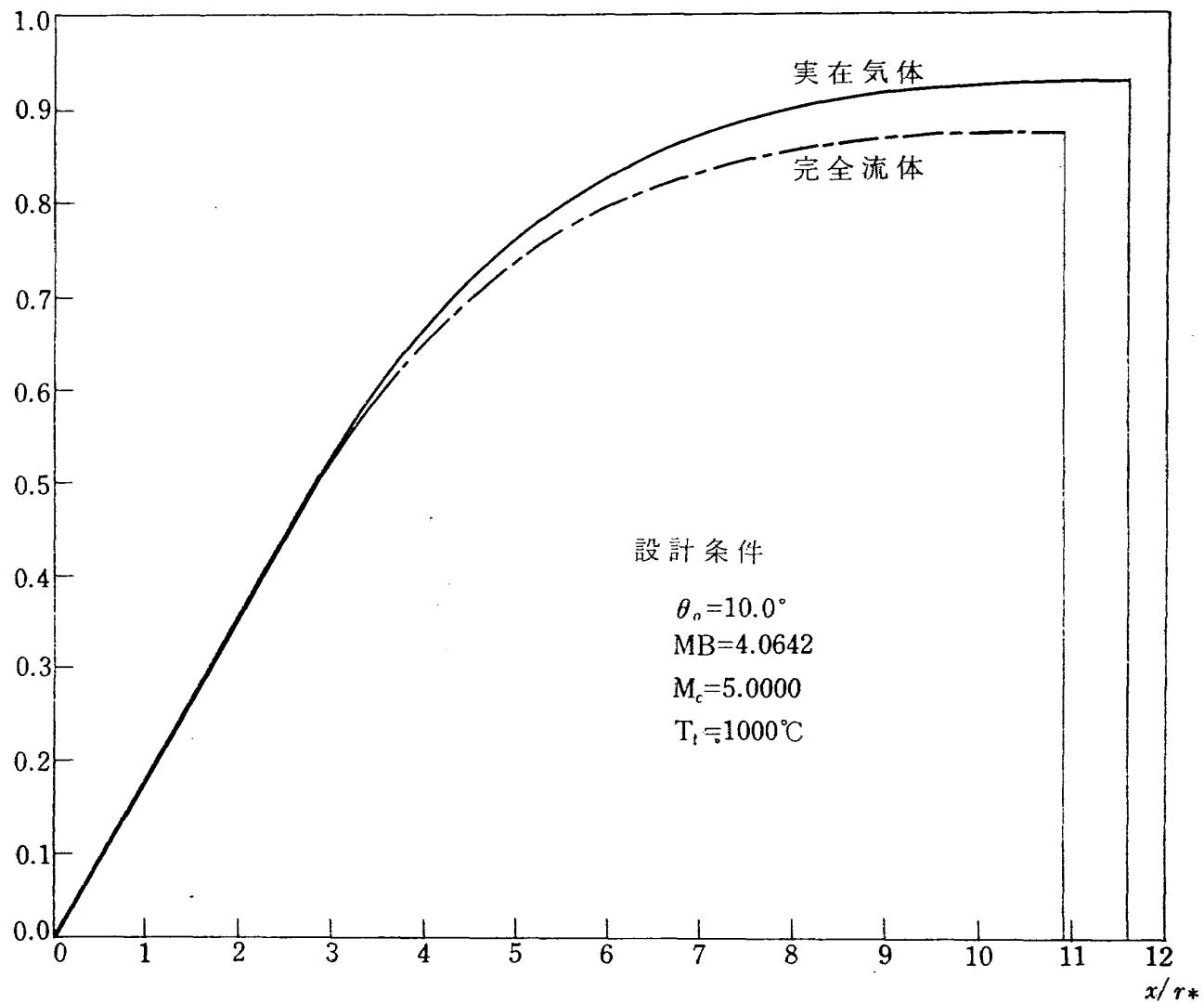
$$T \text{において} \quad y = \sqrt{2(1 - \cos \theta_A)}$$

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

$$A \text{において} \quad y = y_A$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta_A$$

y/r_*



第6図 ノズル計算例

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

という条件を与えればスロートの形状が決定される。

6. 計 算 例

$M=5.0, \theta_A=10^\circ$ のノズルについて計算した結果を第 6 図に示す、ここに実線は $T_t=1,000^\circ\text{C}$ としたときの実在気体に対する結果を示し、鎖線はこれを完全流体とみなしたときの計算結果を示す。

7. 計 論

7.1. この計算のための ALGOL を付表に示す、このうち PROCEDURE $F_1 \sim F_3$ は本文中の関数 $F_1(W_p) \sim F_3(W_p)$ に対応する。これらはいずれも不完全性のための修正係数であって、これらを 1.0 とすれば、完全流体に対する結果が得られる。

7.2. 不完全性の影響は与えられたよどみ点温度で決まるある値以上のマッハ数に対して一定となる。たとえば $T_t=1000^\circ\text{C}$ とすると、 $M_c=7.0$ に対して $M_A=3.847, M_B=5.816$ となり、NASA T.R. 1135 によれば ABCE の全領域で特性はほとんど変化しないものと考えられる。すなわち、実際のノズルの設計にあたっては ADE の形状は完全流体の仮定で計算して求め、スロートと A 点との間に実在気体の特性を適用すれば足りるといふことができる。

7.3 計算の精度を高めるためには、BA および BC の分割の数 N を大きくする方法と特性曲線法の各網目における計算のくり返し演算の回数 K を大きくする方法と考えられる。(ただしくり返しなしの場合を $K=1$ とする)。実際に計算してみると $K=1$ のまま N だけを逐次大きくしてもなかなか收れんしない。一方 N を一定(たとえば 20)にして K を変えると $K=3$ または 4 で完全に收れんするのがみられる。計算に要する時間は $N^2 K$ に比例することを考えると、むやみに N を大きくすることは賢明でない。第 1 表は AD 上のある一点の座標の計算結果を比較したものであるが、これによれば $N=20, K=3$ にとれば十分満足すべき結果が得られるものといえる。

7.4 完全流体の場合は放射流領域の境界線 BA は厳密に決定できるが、実在気体の場合は容易に解が得られないので歩一歩法で求める他はない。これももちろん誤差の原因になりうる。その誤差の大きさを評価するために、完全流体の場合について同じ歩一歩法で、 N および K をいくとおりかえて、実際に A 点の座標を求め、これを厳密解と比較したのが第 2 表である、これによれ

第1表

| N | K | x | y | M |
|-----|-----|--------|---------|--------|
| 10 | 1 | 2.0053 | 0.35385 | 2.9909 |
| 10 | 3 | 2.0019 | 0.35303 | 2.9728 |
| 20 | 1 | 2.0030 | 0.35338 | 2.9826 |
| 20 | 2 | 2.0017 | 0.35297 | 2.9737 |
| 20 | 3 | 2.0021 | 0.35202 | 2.9740 |
| 20 | 4 | 2.0021 | 0.35303 | 2.9740 |
| 50 | 1 | 2.0023 | 0.35315 | 2.9776 |
| 50 | 3 | 2.0021 | 0.35302 | 2.9743 |

第2表

| N | K | x | y | M |
|-------|-----|----------|----------|--------|
| 10 | 1 | 1.878559 | 0.331240 | 2.8408 |
| 10 | 3 | 1.879166 | 0.331347 | 2.8415 |
| 20 | 1 | 1.879655 | 0.331433 | 2.8420 |
| 20 | 2 | 1.879800 | 0.331419 | 2.8422 |
| 20 | 3 | 1.879802 | 0.331459 | 2.8422 |
| 20 | 4 | 1.879800 | 0.331459 | 2.8422 |
| 50 | 1 | 1.879964 | 0.331488 | 2.8424 |
| 50 | 3 | 1.879973 | 0.331489 | 2.8424 |
| 理 論 値 | | 1.880015 | 0.331497 | 2.8424 |

ば $N=20$ $K=2$ 以上に対しては誤差は 0.01% 以下であってきわめて精度が高いものといえる。

7.5. 計算の誤差として、つぎに問題になるのは流量の数値積分の誤差である。とくに A 点において放射流領域と整流領域とでノズルの線図が不連続になる傾向がある。付表の ALGOL ではその誤差を極力小さくするように考慮してあるが、さらに滑らかなノズルの線図を得るために、流量一定の点を連ねてノズル面とする代りに、 A 点からの流線を追跡してそれを結ぶ方法をとることが考えられる。この ALGOL では二つの方法による座標が並べて与えられるように書かれている。

7.6. この論文では気体の不完全性を支配する要素としてよどみ点温度だけをとりあげた。しかし、実際にはよどみ点圧力も一つの factor として考慮されなければならない。けれども圧力の影響は温度の影響に比してきわめて小さく⁷⁾（よどみ点圧力が 100 気圧上昇してもよどみ点温度が約 30°C 下ったのと同じ効果しかない）ので特別の場合以外はほとんど無視してさしつかえないものと思われる。

（付記）この論文の発表後、アメリカで W_r をマッハ数 M に対して数表として与え、これを電子計算機に読み込ませておいて計算を進める方法⁸⁾ が行なわれていることを知った。しかし、わが

国ではこのような数表が簡単には入手できないので、手許の NACA の古い文献を利用して計算する方法を考えることも無意味でないと思う。しかし、筆者がとくに重点をおいたのは不完全性の修正よりむしろ完全流体に対して不連続やでこぼこのない完全なノズルの線図を得る方法を確立することであった。付表の ALGOL はその成果である。

文 献

- 1) Ames Research Staff; Equations, Tabbes, and Charts for Compressible Flow, NACA T.R. 1135 (1953).
- 2) Kuno Foelsh: The Analytical Design of an Axially Symmetric Laval Nozzle for a Parallel and Uniform Jet, J.A.S. March (1945).
- 3) Robert J. Cresci: Tabulation of Coordinates for Hypersonic Axisymmetric Nozzles, Part 1, WADC Technical Note 58-300 (1958).
- 4) Ying-Nien Yu: A Summary of Design Techniques for Axisymmetric Hypersonic Wind Tunnels, AGARDograph 35 (1958).
- 5) 超音速気流総合実験室建設委員会: 超音速気流総合実験室建設報告, 東京大学航空研究所集報第 3 卷第 6 号 (1963).
- 6) Edward R.C. Miles: *Supersonic Aerodynamics*, McGraw-Hill Book Co. p. 203 (1950).
- 7) Wayne D. Erickson and Helen S. Creekmore: A Study of Equilibrium Real-Gas Effects in Hypersonic Air Nozzles, Including Charts of Themodynamic Properties for Equilibrium Air, NASA T.N. D-231 (1960).
- 8) Charles B. Johnson, Lillian R. Boney, James C. Ellison and Wayne D. Erickson: Real-Gas Effects on Hypersonic Nozzle Contours with a Method of Calculation, NASA T.N. D-1622 (1963).

付表 設計計算のための ALGOL

```

begin comment This program is used for the design of hypersonic nozzle
integer I, J, K, N, S;
real T, RAD, MB, MC, HCA, PSIA, DTHETA, WPB, WB, XB, WPC, WC, XC, R, WP, P,
DW, W1, WP1, R1, DR, R2, THETA, M, FN, XBAR, CWR1, SL, SR, CWL1, CWLM, CWRM,
KLM, KRM, TL, TR, FL, FR, CWR2, YC, Q2, Q1, QC, C, W, CTM, YE;
array XR, XL, YR, YL, THETAR THETAL, WR, WL, COTMR, COTML, MR, ML, KR, KL,
QR, QL, PSIR, PSIL [1:100];
Format FORM [‘(#’↑10,(5.6)↑4], TITLE [‘## REAL # GAS ## MB=’,(2.6), ‘## XB=’,(2.6),
‘## MC=’, ‘## XC=’,(2.6), ‘## HCA=’,(2.2), ‘## T=’,(4.1), ‘## N=’,(2), ‘## K=’,(1)];
real procedure F1(WP, T); value WP, T; real WP, T;
begin real A, B;
A := (-0.000 000 085 × T + 0.000 45) × T + 1.670; B := (-0.000 000 014 × T + 0.000 067) × T - 0.011;
if WP < A then F1 := B × WP - B + 1.0 else F1 := B × A - B + 1.0
end;
real procedure F2(WP, T); value WP, T; real WP, T;
begin real A, B, C, D;
A := (-0.000 000 11 × T + 0.000 55) × T + 1.620;
B := -0.034 + 0.000 054 × T; C := -0.005 + 0.000 06 × T - 0.000 000 02 × T ↑ 2;
D := 0.003 - 0.000 006 × T; if WP < A then F2 := ((B × (WP - 1.0) + C) × (WP - 1.0) + D) × (WP - 1.0)
+ 1.0 else F2 := ((B × (A - 1.0) + C) × (A - 1.0) + D) × (A - 1.0) + 1.0
end;
real procedure F3(W, T); value W, T; real W, T;
begin real A, B, C;
A := (-0.000 000 085 × T + 0.000 45) × T + 1.670; B := (-0.000 000 014 × T + 0.000 067) × T - 0.011;
C := (B × A - B + 1.0) × A; if W < C then F3 := (B - 1.0 + sqrt ((B - 1.0) ↑ 2 + 4.0 × B × W)) / (2.0 × B ×
W) else F3 := 1.0 / (A × B - B + 1.0)
end;
real procedure G1(M); value M; real M; G1 := sqrt (6.0 × M ↑ 2 / (5.0 + M ↑ 2));
real procedure G2(W); value W; real W; G2 := (5.0 / (6.0 - W ↑ 2)) ↑ 1.25;
real procedure G3(W); value W; real W; G3 := sqrt (6.0 × (W ↑ 2 - 1.0) / (6.0 - W ↑ 2));
real procedure G4(W); value W; real W; G4 := sqrt (5.0 × W ↑ 2 / (6.0 - W ↑ 2));
RAD := 57.2957795;
L1 : Read 6 (MB, MC, HCA, T, N, K);
PSIA := 1.0 - cos(HCA/RAD); DTHETA := HCA/(N × RAD);
WPB := G1(MB); WB := WPB × F1(WPB, T); XB := G2(WPB) × F2(WPB, T) / sqrt (WPB);
WPC := G1(MC); WC := WPC × F1(WPC, T);
XC := XB + 9.0 × XB × (WC - WB) × (WPB ↑ 2 - 1.0) / (WPB × (6.0 × (WPB × (6.0 - WPB ↑ 2) × F1
(WPB, T)));
Print 8(TITLE, MB, XB, MC, XC, HCA, T, N, K);
Print string [(‘#’↑18, ‘X’, ‘#’↑11, ‘Y’, ‘#’↑11, ‘M’, ‘#’↑11, ‘θ’];

```

```

I := 1; R := XB; XR[I] := R; YR[I] := 0.0; THETAR[I] := 0.0; PSIR[I] := 0.0;
WR[I] := WB; WP := WPB; COTMR[I] := G3(WP);
MR[I] := arctan (1.0/COTMR[I]); P := 6.0 - WP↑2;
QR[I] := P↑3/(sin (THETAR[I]+MR[I])×F2(WP, T)↑2);
for I := 1 step 1 until N do
begin
  DW := -2.0×WP×F1(WP, T)×DTHETA/(COTMR[I] ×F2(WP, T));
  W1 = WR[I]+DW; WP1 := W1×F3(W1, T);
  for J := 1 step 1 until K do
begin
  R1 := G2(WP1)×F2(WP1, T)/sqrt(WP1);
  DR := -(R×COTMR[I]+R1×G3(WP1))×DTHETR/2.0;
  R2 := R+DR;
  DW := (R2-R1)×WP1×(6.0-WP1↑2)×F1(WP1, T)/(3.0×R1×(WP1↑2-1.0)×F2(WP
  1, T));
  W1 := W1+DW; WP1 := W1×F3(W1, T)
end;
  R := G2(WP1)×F2(WP1, T)/sqrt (WP1); THETAR[I+1] := THETAR[I]+DTHETA;
  XR[I+1] := R×cos (THETAR[I+1]); YR[I+1] := R×sin (THETAR[I+1]);
  PSIR[I+1] := 1.0 - cos(I×DTHETA); WR[I+1] := W1; WP := WP1;
  COTMR[I+1] := G3(WP1); MR[I+1] := arctan (1.0/COTMR[I+1]);
  KR[I+1] := sin(MR[I+1])/R; P := 6.0 - WP↑2;
  QR[I+1] := P↑3/(sin (THETAR[I+1]+MR[I+1])×F2(WP, T)↑2)
end;
XR[100] := XR[N+1]; YR[100] := YR[N+1]; THETAR[100] := THETAR[N+1];
THETA := RAD×THETAR[100]; M := G4(WP);
Print 4 (FORM, XR[100], YR[100], M, THETA); Feed (1);
FN := 1.0/float (N); S := 1; XBAR := FN;
L2: for I := 1 step 1 until 100 do
begin
  XL[I] = XR[I]; YL[I] := YR[I]; THETAL[I] := THETAR[I];
  WL[I] := WR[I]; PSIL[I] := PSIR[I]; COTML[I] := COTMR[R];
  KL[I] := KR[I]; QL[I] := QR[I]; ML[I] := MR[I]
end;
I := 1; XR[I] := XB+(XC-XB)×XBAR; YR[I] := 0.0; THETAR[I] := 0.0;
WR[I] := WB+(WC-WB)×((XBAR-3.0)×XBAR+3.0)×XBAR;
WP := WR[I]×F3(WR[I], T); COTMR[I] := G3(WP);
CWR1 := COTMR[I]/WR[I]; MR[I] := arctan (1.0/COTMR[I]);
P := 6.0 - WP↑2; QR[I] := P↑3/(sin (THETAR[I]+MR[I])×F2(WP, T)↑2); PSIR[I] := 0.0;
L3: SL := THETAL[I]+ML[I]; SR := THETAR[I]-MR[I];
CWL1 := COTML[I]/WL[I]; CWLM := CWL1; CWRM := CWR1;
KLM := KL[I]; KRM := KR[I]; J := 1;
ITER: TL = tan(SL); TR := tan(SR);

```

```

 $XR[I+1] := (YR[I] - YL[I] - XR[I] \times TR + XL[I] \times TL) / (TL - TR);$ 
 $YR[I+1] := YL[I] + (XR[I+1] - XL[I]) \times TL;$ 
 $if YR[I] = 0 then$ 
 $begin$ 
 $WR[I+1] := (CWLM \times WL[I] + CWRM \times WR[I]) / (CWLM + CWRM);$ 
 $THETRA[I+1] := CWLM \times (WR[I+1] - WL[I]) / 2.0$ 
 $end else$ 
 $begin$ 
 $FL := (YR[I+1] - YL[I]) \times KLM / \sin(SL); FR := (YR[I+1] - YR[I]) \times KRM / \sin(SR);$ 
 $WR[I+1] := (THETAR[I] - THETAL[I] + CWLM \times WL[I] + CWRM \times WR[I] + FL + FR) / (CWLM + CWRM);$ 
 $THETAR[I+1] := THETAL[I] + CWLM \times (WR[I+1] - WL[I]) - FL$ 
 $end;$ 
 $WP1 := WR[I+1] \times F3(WR[I+1], T); COTMR[I+1] := G3(WP1);$ 
 $MR[I+1] := \arctan(1.0 / COTMR[I+1]); CWR2 := COTMR[I+1] / WR[I+1];$ 
 $KR[I+1] := \sin(THETAR[I+1] \times \sin(MR[I+1])) / YR[I+1];$ 
 $if J < K then$ 
 $begin$ 
 $SL := (THETAL[I] + THEtar[I+1] + ML[I] + MR[I+1]) / 2.0;$ 
 $SR := (THEtar[I] + THEtar[I+1] - MR[I] - MR[I+1]) / 2.0;$ 
 $CWLM := (CWL1 + CWR2) / 2.0; CWRM := (CWR1 + CWR2) / 2.0;$ 
 $KLM := (KL[I] + KR[I+1]) / 2.0; KRM := (KR[I] + KR[I+1]) / 2.0; J := J + 1; go to ITER$ 
 $end;$ 
 $P = 6.0 - WP1 \uparrow 2; QR[I+1] := P \uparrow 3 / (\sin(THEtar[I+1] + MR[I+1]) \times F2(WPI, T) \uparrow 2);$ 
 $PSIR[I+1] := PSIL[I] + (YR[I+1] - YL[I]) \times (QL[I] \times (2.0 \times YL[I] + YR[I+1]) \times QR[I+1] \times (YL[I] + 2.0 \times YR[I+1])) / 750.0;$ 
 $PSIR[I+1] < PSIA then$ 
 $begin$ 
 $I := I + 1; CWR1 := CWR2; WP := WP1; go to L3$ 
 $end;$ 
 $DY := (YR[I+1] + YR[I]) \times (YR[I+1] - YR[I]) \times (PSIA - PSIR[I]) / (PSIR[I+1] - PSIR[I]);$ 
 $YC := \sqrt(YR[I] \times YR[I] + DY); Q2 := P \uparrow 3 / (\sin(MR[I+1] - THEtar[I+1]) \times F2(WP1, T) \uparrow 2);$ 
 $P := 6.0 - WP \uparrow 2; Q1 := P \uparrow 3 / (\sin(MR[I] - THEtar[I]) \times F2(WP, T) \uparrow 2);$ 
 $QC := Q1 + (Q2 - Q1) \times (YC - YR[I]) / (YR[I+1] - YR[I]);$ 
 $YR[100] := \sqrt(YR[I] \times YR[I] + (DY \times (Q1 + Q2)) / (Q1 + QC));$ 
 $C := (YR[99] - YR[I]) / (YR[I+1] - YR[I]);$ 
 $XR[100] := XR[I] + XR[I+1] - XR[I]) \times C;$ 
 $THEtar[100] := THEtar[I] + (THEtar[I+1] - THEtar[I]) \times C;$ 
 $THETA := RAD \times THEtar[100]; W := WR[I] + (WR[I+1] - WR[I]) \times C;$ 
 $WP := W \times F3(W, T); M = G4(WP);$ 
 $Print 4 (FORM, XR[100], YR[100], M, THETA);$ 
 $for J := 1 step 1 until K do$ 
 $begin$ 

```

```

 $TL := \tan((\text{THETAL}[100] + \text{THETAR}[100])/2.0);$ 
 $YR[100] := (YL[100] \times TR - YR[I] \times TL + (XR[I] - XL[100]) \times TR \times TL) / (TR - TL);$ 
 $C := (YR[100] - YR[I]) / (YR[I+1] - YR[I]);$ 
 $\text{THETAR}[100] := \text{THETAR}[I] + (\text{THETAR}[I+1] - \text{THETAR}[I]) \times C$ 
 $\text{end};$ 
 $XR[100] := XR[I] + (XR[I+1] - XR[I]) \times C; W := WR[I] + (WR[I+1] - WR[I]) \times C;$ 
 $WP := W \times F3(W, T); M = G4(WP); \text{THETA} := RAD \times \text{THETAR}[100];$ 
Print 4 (FORM, XR[100], YR[100], M, THETA); Feed (1);

if  $S \leq 1$  then
begin
  XBAR := XBAR + FN; if  $XBAR \leq 1.0$  then go to L2 else go to L4
end;

XBAR := XBAR + FN; if  $XBAR \leq (1.0 - FN)$  then go to L5 else go to L6;
L4: CTM := sqrt(MC ↑ 2 - 1.0); P := 6.0 - WPC ↑ 2;
YE := sqrt(250.0 × PSIA / (MC × P)) × F2(WPC, T) / P; FN := FN / 2.0; XBAR = FN;
L5: S := S + 1;
for I := 1, step 1 until 100 do
begin
  XL[I] := XR[I]; YL[I] := YR[I]; THETAL[I] := THETAR[I]; WL[I] := WR[I];
  PSIL[I] := PSIR[I]; COTML[I] := COTMR[I]; KL[I] := KR[I]; ML[I] := MR[I];
  QL[I] := QR[I]
end;
I := S; YR[I] := YE × XBAR; XR[I] := XC + YR[I] × CTM; THETAR[I] = 0.0;
WR[I] := WC; COTMR[I] := CTM; MR[I] := arctan(1.0 / COTMR[I]);
CWR1 := COTMR[I] / WR[I]; KR[I] := sin(THETAR[I]) × sin(MR[I]) / YR[I];
go to L3;
L6: I := S + 1; XR[I] := XC + YE × CTM; YR[I] = YE;
XR[100] := XR[I]; YR[100] := YR[I]; THETA := 0.0; M := MC;
Print 4 (FORM, XR[100], YR[100], M, THETA);
TL := tan(THETAL(100)) / 2.0; TR = 1.0 / CTM;
YR[100] := (YL[100] × TR - YR[I] × TL + (XR[I] - XL[100]) × TR × TL) / (TR - TL);
XR[100] := (YL[100] - YR[I] + XR[I] × TR - XL[100] × TL) / (TR - TL);
Print 4 (FORM, XR[100], YR[100], M, THETA)
end

```

ALGOL の解説

1. 与える数値は

$$T, MB, MC, HCA, N, K$$

の 6 個とする。ここに

$$\begin{aligned} T : T_t \text{ } ^\circ\text{C}, & \quad MB : M_B \text{ ((B 点のマッハ数)} \quad MC : M_C \text{ (C 点のマッハ数)}, \\ HCA : \theta_A \text{ (半頂角)} & \quad N : N \text{ (分割の数)}, \quad K : K \text{ (繰返し演算の予定回数である).} \end{aligned}$$

2. $F1(W_p, T), F2(W_p, T), F3(W, T)$ は 2 変数の関数として定義されていて、 $T_t = 500 \sim 2000 \text{ } ^\circ\text{C}$ の範囲で与えられた T に対して第 3 図および第 4 図の曲線群を代数式で近似している
すなわち

- (1) $W_p < 1.670 + 0.000 45 T_t - 0.000 000 085 T_t^2$ に対しては

$$\frac{W_r}{W_p} = F1(W_p) = 1 + b(W_p - 1)$$

$$W_p \geq W_{p1} = 1.670 + 0.000 45 T_t - 0.000 000 085 T_t^2 \text{ に対しては}$$

$$\frac{W_r}{W_p} = F1(W_p) = 1 + b(W_{p1} - 1)$$

$$\text{ただし } b = -0.011 + 0.000 067 T_t - 0.000 000 014 T_t^2$$

- (2) $W_p < 1.620 + 0.000 55 T_t - 0.000 000 11 T_t^2$ に対しては

$$\sqrt{\frac{(A/A_*)_r}{(A/A_*)_p}} = F2(W_p) = b(W_p - 1)^3 + c(W_p - 1)^2 + d(W_p - 1) + 1$$

$$W_p \geq W_{p1} = 1.620 + 0.000 55 T_t - 0.000 000 11 T_t^2 \text{ に対しては}$$

$$\sqrt{\frac{(A/A_*)_r}{(A/A_*)_p}} = F2(W_{p1}) = b(W_{p1} - 1)^3 + c(W_{p1} - 1)^2 + d(W_{p1}) + 1$$

$$\text{ただし } b = -0.034 + 0.000 054 T_t$$

$$c = -0.005 + 0.000 06 T_t - 0.000 000 02 T_t^2$$

$$d = 0.003 - 0.000 006 T_t$$

- (3) $W_r < a(ab - b + 1)$ に対しては

$$\frac{W_p}{W_r} = F3(W_r) = \frac{(b-1) + \sqrt{(b-1)^2 + 4bW_r}}{2bW_r}$$

$$W_r \geq W_{r1} = a(ab - b + 1) \text{ に対しては}$$

$$\frac{W_p}{W_r} = F3(W_r) = \frac{1}{ab - b + 1}$$

$$\text{ただし } a = 1.670 + 0.000 45 T_t - 0.000 000 085 R_t^2$$

$$b = -0.011 + 0.000 067 T_t - 0.000 000 014 T_t^2$$

である。

$$3. \quad G1(M) = \sqrt{\frac{6M^2}{5+M^2}} \quad ((4) \text{ 式に相当})$$

$$G2(W) = \left(\frac{5}{6-W^2} \right)^{1.25} \quad ((17) \text{ 式の一部})$$

$$G3(W) = \sqrt{\frac{6(W^2-1)}{6-W^2}} \quad ((6) \text{ 式に相当})$$

$$G4(W) = \sqrt{\frac{5W^2}{6-W^2}} \quad ((5) \text{ 式に相当})$$

| | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------|----------------------|----------------------|
| $PSIA : \psi_A,$ | $HCA : \theta_A,$ | $WPB : W_{pB},$ | $WPC : W_{pC},$ | $XB : x_B,$ |
| $XC : x_C,$ | $YE : y_E,$ | $WB : W_{rB},$ | $WC : W_{rc},$ | $XBAR : \bar{x},$ |
| $DTHTA : \Delta\theta,$ | $DR : \Delta R,$ | $DW : \Delta W_r,$ | $XR, XL : x,$ | $YR, YL : y,$ |
| $WR, WL : W_r,$ | $COTMR, COTML : \cot \mu,$ | $THETAR, THETAL : \theta$ (radian), | | |
| $THETA : \theta$ (degree), | $MR, ML : \mu,$ | $QR, QL : Q,$ | $PSIR, PSIL : \psi,$ | $KR, KL : k,$ |
| $CWR, CWL : C_w,$ | $SL : \theta + \mu,$ | $SR : \theta - \mu,$ | | $FN : 1/N$ (浮動小数点表示) |
| $CTM : \cot \mu_c$ | | | | |

$$\text{ここに } k = \frac{\sin \theta \sin \mu}{y}, \quad C_w = \frac{\cot \mu}{W_r}, \quad \text{である}$$

なお $XL[I], YL[I], THETAL[I], WL[I]$ …は第 5 図中の点 P_1 における値, $XR[I], YR[I], THETAR[I], WR[I]$ …は P_2 における値, $XR[I+1], YR[I+1], THETAR[I+1], WR[I+1]$ …は P_3 における値にそれぞれ対応する。

5. 計算結果はノズル壁の座標 x, y , その点におけるマッハ数 M および流れの方向 θ (degree) の順に印字される。得られた結果は第 1 行目を除き第 2 行目以下 2 行ずつ 1 組となっていて, おのおの上の行は流量一定の条件で求めた結果を, 下の行は A 点を通る流線を追跡して求めた結果を示す。

I. 毛利浩
NAL TM-37
航空宇宙技術研究所
気体の不完全性を考慮した極超音速風胴ノズルの設計計算法

1964年5月 22ページ

NACA TR 1135 の気体の不完全性（ただし熱力学的には完全であるが、熱量的に不完全なものとする）の影響を与える図表を利用して、極超音速風胴用ノズルの設計を試みた。計算法としては軸対称流とし、ノズルを3つの部分に分け、Iの部分では原点からの放射流と考え、IIの部分で流れの方向が整流され、IIIの測定部で一様なマッハ数の平行流となるものとした。これらの計算に必要な関係式は、完全流体に対する理論式で与えられているので、実在気体に対してはこれに上記の線図から得られる修正項をかけてやればよい、計算法を実際に ALGOL でプログラムしたものを作成してつけておいた。

I. 毛利浩
NAL TM-37
航空宇宙技術研究所
気体の不完全性を考慮した極超音速風胴ノズルの設計計算法

1964年5月 22ページ

NACA TR 1135 の気体の不完全性（ただし熱力学的には完全であるが、熱量的に不完全なものとする）の影響を与える図表を利用して、極超音速風胴用ノズルの設計を試みた。計算法としては軸対称流とし、ノズルを3つの部分に分け、Iの部分では原点からの放射流と考え、IIの部分で流れの方向が整流され、IIIの測定部で一様なマッハ数の平行流となるものとした。これらの計算に必要な関係式は、完全流体に対しては理論式で与えられているので、実在気体に対してはこれに上記の線図から得られる修正項をかけてやればよい、計算法を実際に ALGOL でプログラムしたものを作成してつけておいた。

I. 毛利浩
NAL TM-37
航空宇宙技術研究所
気体の不完全性を考慮した極超音速風胴ノズルの設計計算法

1964年5月 22ページ

NAL TM-37
航空宇宙技術研究所
気体の不完全性を考慮した極超音速風胴ノズルの設計計算法

1964年5月 22ページ

I. 毛利浩
NAL TM-37
航空宇宙技術研究所
気体の不完全性を考慮した極超音速風胴ノズルの設計計算法

1964年5月 22ページ

This document is a copy of the original document titled "Design of a Supersonic Wind Tunnel Nozzle for Gas Incomplete" (NAL TM-37) by NAL (National Aerospace Laboratory). It contains two sets of tables for calculating the design of a supersonic wind tunnel nozzle for incomplete gas. The first set of tables is for the case where the flow is axisymmetric (part I), and the second set is for the case where the flow is uniform (part III). The tables are based on the NACA TR 1135 standard. The document also includes a note about the use of the tables for real gases. The tables are presented in a tabular format with various parameters such as Mach number, area ratio, and pressure ratio.

NACA TR 1135 の気体の不完全性（ただし熱力学的には完全であるが、熱量的に不完全なものとする）の影響を与える図表を利用して、極超音速風胴用ノズルの設計を試みた。計算法としては軸対称流とし、ノズルを3つの部分に分け、Iの部分では原点からの放射流と考え、IIの部分で流れの方向が整流され、IIIの測定部で一様なマッハ数の平行流となるものとした。これらの計算に必要な関係式は、完全流体に対しては理論式で与えられているので、実在気体に対してはこれに上記の線図から得られる修正項をかけてやればよい、計算法を実際に ALGOL でプログラムしたものを作成してつけておいた。

| ページ | 行目 | 誤 | 正 |
|-----|-------|---|---|
| 7 | 6 | W_r/W_r | W_r/W_p |
| | 7 | $\sqrt{(A/A_*)_r/(A/A^*)_p}$ | $\sqrt{(A/A_*)_r/(A/A_*)_p}$ |
| 9 | 15 | μ^z | μ_2 |
| | | \sin^{-12} | \sin^{-1} |
| 10 | 9 | $\lim_{\substack{y_1 \rightarrow 0 \\ \theta_2 \rightarrow 0}}$ | $\lim_{\substack{y_1 \rightarrow 0 \\ \theta_1 \rightarrow 0}}$ |
| 12 | 15 | $(6 - W_p)^3$ | $(6 - W_p^2)^3$ |
| 16 | 6 | Tabbes | Tables |
| | 8 | Foelsh | Foelsch |
| | 18 | Tnemodynamic | Thermodynamic |
| 17 | 2 | nozzle | nozzle ; |
| 17 | 7 | THETAR | THETAR, |
| 17 | 下から 4 | $(WPB \times (6.0(WPB \times 6.0 - WPB \uparrow 2))$ | $(WPB \times (6.0 - WPB \uparrow 2))$ |
| 18 | 19 | $YR]I+I]$ | $YR[I+1]$ |
| 19 | 6 | THETRA | THETAR |
| 19 | 26 | $\times QR[I+1]$ | $+ QR[I+1]$ |
| 19 | 下から 8 | $YR [99]$ | $YR[100]$ |
| 20 | 6 | $XR(I+1)$ | $XR[I+1]$ |
| 20 | 8 | $XR]100]$ | $XR[100]$ |
| 20 | 19 | $THETAR]I]$ | $THETAR[I]$ |
| 20 | 下から 8 | $I := S + 1$ | $I := S + 1;$ |
| 21 | 16 | $d(W_p - 1)^3$ | $d(W_p - 1)$ |
| 21 | 18 | $d(W_{p1})$ | $d(W_{p1} - 1)$ |
| 21 | 下から 7 | $0.000000085 R_t^2$ | $0.000000085 T_t^2$ |
| 22 | 10 | $THETAR[I+]$ | $THETAR[I+1]$ |
| 裏表紙 | | 航空宇宙技術研究資料 | 航空宇宙技術研究所資料 |

既刊資料

| | | | |
|-------|---|----------|--|
| TM-1 | 高マッハ数風洞について(Ⅰ) | 1961年11月 | 木平一, 清水福寿 |
| TM-2 | 航空技術研究所計数型電子計算機設備 プログラムライブリー(Ⅰ) | 1962年2月 | 木橋登雄, 戸川隼人 木口一, 高橋利芳 樋口好美, 堀保人 三能良海, 藤田雄 鳥長細, 佐保子 洲川本登, 伝雄 橋竹内, 保子 橋内和之, 田幸 橋竹治, 池幸 池田為治, 雄 |
| TM-4 | 18 cm×20 cm超音速風洞について | 1962年5月 | 木平一, 清水福寿 |
| TM-5 | 遷音速流の線型理論 | 1962年8月 | 木平一, 清水福寿 |
| TM-6 | 18 cm×18 cm遷音速風洞整備試験 | 1962年8月 | 木平一, 清水福寿 |
| TM-7 | 慣性力形疲労試験機 | 1962年8月 | 木平一, 清水福寿 |
| TM-8 | アルミ合金の前歴が疲れ寿命に およぼす実験的研究 | 1962年9月 | 木平一, 清水福寿 |
| TM-9 | 方向性次元解析と相似解に関する覚書 | 1963年2月 | 甲藤好郎, 小出勉 |
| TM-10 | DATATRON 205 用 ALGOL 58 使用法について | 1963年2月 | 高橋利之 |
| TM-11 | 光弾性による高速車盤の縞模様 | 1963年2月 | 永井文雄 |
| TM-12 | コーティングの断熱効果に関する実験 | 1963年3月 | 竹中幸彦, 小川幸一 |
| TM-13 | 遷音速における45°後追角の予備的実験 | 1963年3月 | 林洋一 |
| TM-14 | 変断面片持梁固有振動数の一計算方法 について | 1963年3月 | 中井暎一, 小原瑛 |
| TM-16 | フラッタ試験設備測定部交換ノズルの 予備試験 | 1963年4月 | 中井暎一, 小原瑛 |
| TM-17 | VTOL機用 Jet Lift Engine に関する 一考察 | 1963年5月 | 中井暎一, 小原瑛 |
| TM-18 | ヘリコプター振動のパワースペクトル 解析 | 1963年6月 | 高木崎忠雄, 安藤泰 鳥中竜夫, 松井正昭 |
| TM-19 | 吹出式超音速風洞による実験データの 処理方式について(Ⅰ) | 1963年6月 | 小野幸一 |
| TM-20 | 1m×1m吹出式超音速風洞における AGARD標準模型Bの三分力試験 | 1963年7月 | 新井忠, 原直利 |
| TM-21 | 国産中型輸送機 YS-11 主翼疲労試験 (第1報) | 1963年9月 | 高木廣治, 谷喬忠 |
| TM-24 | 円輪と薄肉円筒の回転強度の関係 | 1963年11月 | 高木廣治, 谷喬忠 |
| TM-25 | DATATRON 205 用 ALGOL 58 の Procedures ライブリー | 1964年1月 | 高木廣治, 谷喬忠 |
| TM-26 | 吹出式風洞の圧力制御(フラッタ試験 設備の場合) | 1964年1月 | 橋爪宏, 中井暎一 |
| TM-28 | 一段式観測ロケットの超音速風洞試験 | 1964年1月 | 谷柳原盛三, 原直利 |
| TM-29 | 遷音速フラッタ試験設備の改造および 整備試験 | 1964年2月 | 中井暎一, 桥爪宏 |
| TM-30 | 二段式ロケット飛しょう体の揚力およ び圧力中心推定法 | 1964年3月 | 安藤泰勝, 高木俊朗 |
| TM-31 | 亜音速ジェット輸送機の遷音速風洞に おける試験 | 1964年3月 | 小橋安次郎, 宮沢宏 |
| TM-32 | 遷音速風洞の防音 | 1964年3月 | 河崎俊夫, 竹内理政 |
| TM-33 | 非定常境界層の遷移の研究に使用され た定温度型熱線風速計について | 1964年4月 | 牛田健二, 高橋安義 |
| TM-34 | 極超音速風洞ノズルの境界層補正につ いて | 1964年4月 | 榎並敬之, 山本稀義 |
| | | 1964年5月 | 長洲秀夫 |

注: 欠番は配布先を限定したもの

航究宇宙技術研究資料37号

昭和39年5月発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町1880

電話武藏野(0422)35171(代表)

印刷所

奥村印刷株式会社
東京都千代田区西神田1-10