UDC 534.121.01

航空宇宙技術研究所資料

TM-73

固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について

田寺木一・泉　日出夫

1966 年 1 月

航空宇宙技術研究所

既　刊　資　料

TM-1	高マッハ数風胴について（I）	1961年11月	平木　一，清水福寿 橋本　登
TM-2	航空技術研究所計数型電子計算機設備プログラムライブラリー（I）	1962年2月	樋口一雄，戸川隼人 三好　甫，高橋利之 能美　力，板垣芳雄 鳥海良三，佐藤保子
TM-4	18cm×20cm超音速風胴について	1962年5月	長洲秀夫，伝田幸雄
TM-5	遷音速流の線型理論	1962年8月	細川　巌
TM-6	18cm×18cm遷音速風胴整備試験	1962年8月	橋本　登，井上政一
TM-7	慣性力形疲労試験機	1962年8月	竹内和之，山根皓三郎
TM-8	アルミ合金の前歴が疲れ寿命におよぼす実験的研究	1962年9月	池田為治，坂元思無邪
TM-9	方向性次元解析と相似解に関する覚書	1963年2月	甲藤好郎，小出　勉
TM-10	DATATRON 205 用 ALGOL 58 使用法について	1963年2月	高橋利之
TM-11	光弾性による高速車盤の縞模様	1963年2月	永井文雄
TM-12	コーティングの断熱効果に関する実験	1963年3月	竹中幸彦，小川鉱一 林　洋一
TM-13	遷音速における45°後退角翼の予備的フラッタ実験	1963年3月	中井暎一，小原　瑛
TM-14	変断面片持梁固有振動数の一計算方法について	1963年3月	中井暎一，小原　瑛 鳥海良三，安藤泰勝
TM-16	フラッタ試験設備測定部変換ノズルの予備試験	1963年4月	中井暎一，橋爪　宏 高木俊朗，橋本　登
TM-17	VTOL 機用 Jet Lift Engine に関する一考察	1963年6月	鳥崎忠雄，松木正勝 山中竜夫，藤井昭一
TM-18	ヘリコプター振動のパワースペクトル解析	1963年6月	小野幸一
TM-19	吹出式超音速風胴による実験データの処理方式について（I）	1963年6月	新井　忠，原　亘利
TM-20	1m×1m吹出式超音速風胴における AGARD 標準模型Bの三分力試験	1963年7月	高木廣治，谷　喬 斎藤秀夫，新井　忠
TM-21	国産中型輸送機 YS-11 主翼疲労試験（第I報）	1963年9月	竹内和之，飯田宗四郎 北谷虔勇，中井治夫
TM-24	円輪と薄肉円筒の回転強度の関係	1963年11月	永井文雄
TM-25	DATATRON 205 用 ALGOL 58 の Procedures ライブラリー	1964年1月	高橋利之
TM-26	吹出式風胴の圧力制御（フラッタ試験設備の場合）	1964年1月	橋爪　宏，中井暎一
TM-28	一段式観測ロケットの超音速風胴試験	1964年1月	谷　喬，原　亘利 榊原盛三，外立政隆
TM-29	遷音速フラッタ試験設備の改造および整備試験	1964年2月	中井暎一，橋爪　宏 安藤泰勝，高木俊朗
TM-30	二段式ロケット飛しょう体の揚力および圧力中心推定法	1964年3月	小橋安次郎，宮沢政文
TM-31	亜音速ジェット輸送機の遷音速風胴における試験	1964年3月	河崎俊夫，竹内　理
TM-32	遷音速風胴の防音	1964年4月	牛田健二，高橋　宏
TM-33	非定常境界層の遷移の研究に使用された定温度型熱線風速計について	1964年4月	榎並敬之，山本稀義
TM-34	極超音速風胴ノズルの境界層補正について	1964年5月	長洲秀夫
TM-37	気体の不完全性を考慮した極超音速風胴ノズルの設計計算法	1964年5月	毛利　浩
TM-38	AGARD-A 標準模型の超音速三分力試験	1964年6月	高木廣治，斎藤秀夫 石原久蔵
TM-39	相似極超音速流におかれた半球面上の境界層の遷移に及ぼす粗さと冷却の結合影響	1964年7月	石井孝雄
TM-40	国産中型輸送機 YS-11 胴体疲労試験（I）	1964年9月	竹内和之，川島矩郎
TM-41	抵抗線歪ゲージのゲージ率測定	1964年10月	田畑浄治，大坪孔治 滝沢　実
TM-42	実在着氷条件の測定について	1964年10月	古関昌次，田寺木一 泉　日出夫
TM-44	高負荷燃焼器（アニュラ模型）の実験結果	1964年12月	大塚貞吉，鈴木邦男 松本　宏，石井浅五郎 広木　強，山中国雍
TM-46	翼胴結合金具の疲労特性	1964年12月	竹内和之，藤枝郭俊
TM-47	ローター後流中のヘリコプター胴体の抵抗について	1965年1月	幸尾治朗，岡　遠一
TM-48	極超音速風胴用ペブル加熱器の予備実験	1965年2月	平木　一，橋本　登 林　二識，吉永　崇 山口富夫

固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について*

由寺木一**・泉　日出夫**

1. まえがき

円筒殻はロケットの構造などで，もっとも一般的なもので，厚さ一様の薄肉円筒殻について，両端が自由支持の場合については，固有振動の厳密解が得られている。境界条件がそれ以外については，厳密解は得られず簡単な仮定のもとで色々の解析法が試みられている。一般の構造では両端は自由支持でもなく固定でもない状態が現実であるけれども，自由支持に対して他方の強い束縛条件である両端固定の場合について，Ritz の方法を用いて，半径方向の変位に関して，対称と反対称に分けて，それぞれの場合について振動特性を解析した。このさい，軸方向，円周方向および半径方向の変位をそれぞれ5項で表わして，実用上重要な半径方向の変位が支配的なものについてのみここで考慮する。結果はまず L. R. Koval[1] の実験結果と比較して，他の簡単化した理論よりもっとも精密であることを確認し，次に Reileigh—Ritz の方法による R. N. Arnold and G. B. Warburton[2] の理論，微分方程式と境界条件の簡単化による Y.—Y. Yu[3] の理論，さらに Donnel の式を用いた V. I. Weingarten[4] の理論と比較検討した。固有振動数については，Arnold and Warburton の理論は簡単な Reileigh—Ritz の方法によるものであるが，ほとんどあらゆる薄肉円筒殻の形状に対して，ここで計算した各変位5項による Ritz の方法によるものと固有振動数に関しては，ほとんど差異は認められず，高々10%程度であるが，Y.—Y. Yu および V. I. Weingarten の理論は，誤差約10%ぐらいを許すなら $n^2/m^2\times a^2/l^2$ が 1/100 ないし 1/300 以下の場合に用いることができる。他方モードに関しては，前記三つの理論はともに半径方向の変位に関して，両端固定の一様棒のモードに一致するが，Ritz の方法と比較すると，円周方向の波の数が少なくなるに従って差異はかなり大きくなる（図4）ことがわかった。

2. 解　　析

円筒殻の座標系は図1のごとく円柱座標をとり，記号は下記に示す。

---

* 昭和41年1月13日受付

** 機体第一部

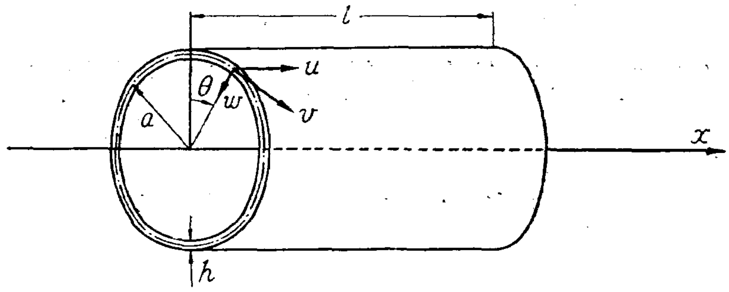


図 1

$u,\ v,\ w$	：それぞれ殻中央面の軸方向，円周方向，半径方向の変位
ν	：ポアソン比
E	：縦弾性係数
ρ	：殻の単位体積当りの質量
ω	：角振動数
k_1	：a/l
k_2	：h/a
U	：歪エネルギー
T	：運動エネルギー
$N_x,\ N_{x\theta}$	：面内応力（殻中央面単位幅当り）
$M_x,\ M_{x\theta}$	：曲げモーメント，ねじりモーメント（殻中央面単位幅当り）
Q_x	：板厚方向のせん断力（殻中央面単位幅当り）
$A_i,\ B_i,\ C_i$	：定数係数，（5）式
m	：円周方向の波の数
n	：軸方向の半波長の数
λ_i	：微分方程式の特性方程式から求められる定数，（5）式
$a_i,\ b_i,\ c_i$	：試験関数に用いた係数，（7），（8）式
$\phi_i(x)$	：両端固定の棒の第 i 次正規関数
ϕ_i'	：$\dfrac{d\phi_i}{\beta_i dx}$
	$\phi_i=\cosh\beta_i x-\cos\beta_i x-\alpha_i(\sinh\beta_i x-\sin\beta_i x)$
λ^2	：$\dfrac{(1-\nu^2)\rho a^2\omega^2}{E}$ 振動数パラメータ

歪エネルギーは，Bleich and Dimagio[5]の式を用いて

$$U=\frac{E}{2(1-\nu^2)}k_2\int_0^{2\pi}\int_0^l\left[a^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}-w\right)^2+2a\nu\frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}-w\right)+\frac{1-\nu}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}+a\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right.$$

$$+\frac{k_2^2}{12}\left\{a^4\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}+w\right)^2+\frac{1-\nu}{2}\times\left(a\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\theta}-\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)^2+\frac{3(1-\nu)}{2}a^2\left(\frac{\partial v}{2x}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\theta}\right)^2\right.$$

$$\left.+2\nu a^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+\frac{\partial v}{\partial\theta}\right)+2a^3\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{2x^2}\right\}\Bigg]dxd\theta \qquad (1)$$

運動エネルギーは,

$$T=\frac{\rho ah}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^l\left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\right]dxd\theta \qquad (2)$$

$T-U$ について変分法を遂行すると，境界の条件は,

$x=0,\ l$ で

$$\begin{aligned}&N_x\delta_u=0\\&\left(N_{x\theta}-\frac{M_{x\theta}}{a}\right)\delta v=0\\&\left(Q_x+\frac{\partial M_{x\theta}}{a\partial\theta}\right)\delta w=0\\&M_x\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)=0\end{aligned} \qquad (3)$$

したがって両端固定は，$x=0,\ l$ で

$$u=v=w=\frac{\partial w}{\partial x}=0 \qquad (4)$$

円筒殻の振動の微分方程式（たとえば W. Flüge の教科書[6]）によれば，固有振動の解は一般に次式で与えられる。

$$\begin{aligned}u&=\sum_i A_i e^{\lambda_i\frac{x}{l}}\cos m\theta\sin\omega t\\v&=\sum_i B_i e^{\lambda_i\frac{x}{l}}\sin m\theta\sin\omega t\\w&=\sum_i C_i e^{\lambda_i\frac{x}{l}}\cos m\theta\sin\omega t\end{aligned} \qquad (5)$$

λ_i は微分方程式の特性方程式の根である。（5）式から u, v および w は陽には x だけに依存する項と θ に依存する項の積に表わされる。したがって簡単に（5）式を書き表わして,

$$\begin{aligned}n&=U(x)\cos m\theta\sin\omega t\\v&=V(x)\sin m\theta\sin\omega t\\w&=W(x)\cos m\theta\sin\omega t\end{aligned} \qquad (6)$$

（6）式を考慮して，Ritz の方法を用いるに当って，$U(x)$, $V(x)$, $W(x)$ を境界条件をみたす試験関数で表わし，θ に関しては（6）を用いる。両端固定の場合，$x=l/2$ に対して $W(x)$ が対称のときは，円筒殻の対称性から $U(x)$ は反対称，$V(x)$ は対称となり，逆に $W(x)$ が反対称のとき

は $U(x)$ は対称，$V(x)$ は反対称となるので，w に関して対称性を考えて，次の（i），（ii）の場合に分けて計算する。試験関数として（6）式を用いて，

（i） w に関して対称振動の場合，

$$\begin{aligned} U(x)&=\sum_{i=1}^{5}a_{2i-1}\phi'_{2i-1}(x)\\ V(x)&=\sum_{i=1}^{5}b_{2i-1}\phi_{2i-1}(x)\\ W(x)&=\sum_{i=1}^{5}C_{2i-1}\phi_{2i-1}(x) \end{aligned} \tag{7}$$

（ii） w に関して反対称振動の場合，

$$\begin{aligned} U(x)&=\sum_{i=1}^{5}a_{2i}\phi'_{2i}(x)\\ V(x)&=\sum_{i=1}^{5}b_{2i}\phi_{2i}(x)\\ W(x)&=\sum_{i=1}^{5}c_{2i}\phi_{2i}(x) \end{aligned} \tag{8}$$

のごとく変位を表わす。これらの試験関数を用いて ν, k_1, k_2 をパラメータにして，振動数パラメータ λ が求められる。固有振動型は円筒殻の場合一般に m と n に関して一定次数のものについては，u, v, w のモードも振動数も異なる三つの固有振動があるが[6] w が u および v に比して大きい値をもつ振動型は同一次数の振動でも固有振動数はもっとも低くて，工学上主として重要であるので，この場合のみを以下では取り扱う。

3. 結果とその考察

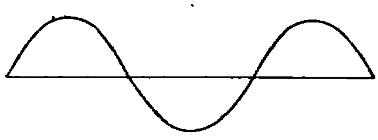
表1および図3に Koval の実験と Ritz の方法で求めたもの，および Arnold and Warburton, Yu さらに Weingarten の理論との振動数を比較した。n の各値に対して m の大きい所で Ritz の方法で得た振動数は非常によく実験と一致している。m が小さい場合，しだいに実験値とのへだたりは大きくなっているがその差は高々10%程度である。$n=4\sim5$ で $m=12\sim14$ では実験値が小さいが，円筒殻は一般に実験にさいして，真円度および両端の境界条件など不確さが伴うので，これらに起因するものかも知れない。

w に関するモードは図4に示したが，Ritz の方法で求めたモードは $w_{n,m}$ のごとく添字を付し，軸方向の半波長の数 n, 円周方向の波の数 m のモードを示した。これから円周方向の波の数 m が大きくなるのに従い，いずれの場合も，両端固定棒の固有モード ϕ_n に近づいている。Arnold and Warburton は u, v, w についてそれぞれ ϕ_n', ϕ_n, ϕ_n なる単項ずつの近似，すなわち

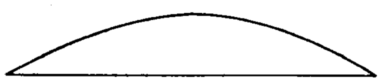
Reileigh—Ritz の方法で振動数を求め，Yu は u, v, w に関する振動の微分方程式の特性式で $|\lambda_i|^2a^2/m^2l^2 \ll 1$ なる仮定と，u および v の境界条件を無視し，Weingarten は Donnel の式から出発して Yu と同一の仮定のもとに解を得たがいずれも，w についてのモードは m に無関係に ϕ_n となる。ϕ_n と Ritz の方法で得たモードは m が小さいときはかなり差異が見られるが，m が大きくなると ϕ_n に一致する傾向が見られる。

図5～8にはロケット構造で用いられる大きさの範囲内で，しかも a/l, h/a 相互の関連を見とおせる，いくつかの場合について振動数曲線を図示した。これなどの計算では λ にはいっている ν を除いて $\nu=0.3$ とした。図3，5～8より，Arnold and Warburton の単項ずつで得た振動数は，薄肉円筒殻で h/a, a/l のたいていの場合に対して，十分精度のよいもので，a/l が大きいとき，5項ずつで表わした Ritz の方法に比し高々10%程度の差異しか見られない。一方 Yu の理論は a/l および n が大きいほど，h/a のいかにかかわらず m が小さいほうで著しく差異が見られ精度はよくない。特に m が小さい所では w が u および v に比し支配的な値をもつ固有振動型が存在しなくなる場合がある。たとえば表1の場合では，m が2以下のすべての n と m が3で $n \geqq 4$ の場合がそれであり，これは m が小さいとき n が大きくなると w が他の u, v に比し支配的な固有値が虚数となるためである。Weingarten の理論についても Yu の場合と同一の傾向が見られるが，精度は Yu の理論に比べてよく，理論およびその結果の式も簡単である。図3，5～8より Ritz の方法は完全な精度でないにしても，a/l, h/a のどの場合でも，もっとも精度のよいものである。これらの図の各場合を考察して，ほぼ10%ぐらいの誤差を許すなら $n^2a^2/m^2l^2 \leqq 1/100$ ～$1/300$ (λ_n は x 軸方向の半波長の数に比例すると考えられるので，$|\lambda_n{}^2|a^2/m^2l^2$ の代わりにわかりやすく n^2a^2/m^2l^2 を考えた。) で Yu および Weingarten の理論で固有振動数が求められることがわかる。

なお，u に関する試験関数は，w が $x=l/2$ に対して反対称のとき (8) 式を用いたが，$\phi_{2i}{}'$ の最低次 $\phi_2{}'$ は図2 (a) のごとくなり，図2 (b) のごとき項は含まれていない。これは Arnold



(a)



(b)

図　2

and Warburton が u, v, w についてそれぞれ ϕ_n', ϕ_n, ϕ_n なる単項近似でよい結果を得ている[4]事実に基づき，計算を（8）式のごとく簡単な統一した関数を用いたためである。図3の w が反対称の場合，実験と比較して，試験関数の（8）式の表現は妥当なものと考えられる。また $a/l=1/4$, $h/a=1/300$ で $n=2$, $m=6$ の場合の固有関数を示すと次のようになる。

Arnold and Warburton の場合，

$U(x)=\phi_2'$

$V(x)=4.271\phi_2$

$W(x)=25.39\phi_2$

Ritz の方法の場合，

$U(x)=\phi_2'-8.571\times10^{-4}\phi_4'-5.081\times10^{-3}\phi_6'-4.275\times10^{-3}\phi_8'-3.316\times10^{-3}\phi_{10}'$

$V(x)=4.353\phi_2+1.708\times10^{-1}\phi_4+7.269\times10^{-2}\phi_6+3.875\times10^{-10}\phi_8+2.334\times10^{-2}\phi_{10}$

$W(x)=25.87\phi_2+1.198\phi_4+5.925\times10^{-1}\phi_6+3.673\times10^{-1}\phi_8+2.572\times10^{-1}\phi_{10}$

となり多項を追加しても，u に関しては ϕ_2' の係数が支配的で，他の高次の ϕ_2' の係数ははなはだしく小さく，図2（a）のような u のモードを得る。ϕ_n' が直交関数系でないことを考えると，u に関する試験関数（8）式は妥当に考えられる。

4. む す び

試験関数を多項で表わした Ritz の方法は簡単化された他の方法よりも精度のよい結果が得られた。

（1） Arnold and Warburton の理論による固有振動数は簡単化した理論のうちでは，ほとんどあらゆる薄肉円筒殻に対して，もっともよい結果を与える。

（2） Yu および Weingarten の理論による固有振動数は，n, a/l が大きくて，m が小さい所ではかなりの誤差を生じ，ほぼ10%以下の誤差を許すならば，$\frac{n^2a^2}{m^2l^2}\leqq\frac{1}{100}\sim\frac{1}{100}$ で固有振動数を求めることができるだろう。

（3） 簡単化した理論では，上述の三者とも，半径方向の変位に関するモードは，両端固定の一様棒のモード ϕ_n となるが，多項で表わした Ritz の方法で得たモードは，m が小さいときかなり異なるが，m が大きくなると，しだいに ϕ_n に近づく。

（4） a/l および h/a の種々の場合に対して，振動数曲線を図3および図5～8に図示した。

文 献

1) L. R. Koval; On the Free Vibrations of Thin Cylindricai Shells Subjected to an Initial Static Torgue, Fourth U. S. National Congres of Applied Mechanics (1962) pp. 650—660.

2) R. N. Arnold & G. B. Warburton; The Flexural Vibrations of Thin Cylinders, Proc. Inst. Mnch. Engrs. Vol. 167 (1953) pp. 62—74.

3) Y.—Y. Yu; Free Vibrations of Thin Cylindrical Shells having Finite Lengh witn Freely Supported and Clamped Edges, J. Appl. Mech. Vol. 22 (1955)

4) V. I. Weingarten; Free Vibration of Thin Cylindrical Shells, AIAA J. Vol. 2 (1964) pp. 717—722.

5) H. H. Bleigh & F. Dimagio; A Strain—Energy Expression for Thin Cylindrical Shells, J. Appl. Mech. Vol 17 (1950) pp. 448—449.

6) W. Flüge; Statik und Dynamik der Schalen, Splinger—Verlag (1962) p. 274.

表 1 Ritz の方法と Koval の実験結果，Arnold and Warburton の理論，Yu の理論，Weingarten の理論との振動数比較

n \ m		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Koval Exp.			1025	700	545, 559	525	578, 598	720	885	1090 1100	1310	1560	1850	2140
	Ritz method	3519	1963	1176	775	584	537	595	719	886	1083	1305	1552	1821	2112
	A—W	3785	2084	1235	807	600	545	599	721	887	1084	1306	1552	1821	2112
	Yu	1.65×10^4	3509	1589	925	645	562	606	725	890	1086	1309	1555	1824	2115
	Weingarten	6248	2777	1431	872	629	565	617	739	905	1101	1323	1569	1837	2127
2					1620	1201	980	838, 875	900	995	1135 1145	1365	1555 1600	1865	2160
		6654	4145	2697	1848	1341	1053	923	919	1008	1163	1362	1595	1856	2142
		6919	4316	2792	1901	1373	1073	935	926	1013	1165	1364	1597	1857	2144
		1.856×10^4	2.571×10^4	4518	2526	1644	1196	986	939	1007	1151	1346	1578	1838	2124
		8510	5260	3217	2084	1460	1118	964	949	1034	1186	1384	1616	1877	2162
3							1650	1395	1350	1260 1295	1325	1460 1470	1680 1700	1900 1930	2210
		8465	6006	4178	3005	2247	1757	1454	1301	1272	1344	1489	1689	1929	2203
		8755	6181	4355	3141	2341	1769	1495	1327	1289	1353	1495	1692	1933	2206
		2.125×10^4	2.69×10^4	1.053×10^4	5012	3207	2257	1708	1432	1321	1344	1463	1650	1883	2153
		9465	7009	4895	3434	2503	1911	1551	1366	1319	1380	1520	1717	1955	2226
4								1960	1765		1690	1730	1830	2020	2260
		9569	7454	5606	4242	3275	2598	2133	1836	1680	1645	1710	1853	2056	2305
		9636	7536	5714	4345	3358	2659	2178	1868	1730	1659	1720	1860	2061	2309
		2.43×10^4	2.865×10^4	3.664×10^4	8607	5345	3700	2761	2188	1860	1712	1706	1807	1985	2221
		9924	8120	6234	4709	3594	2800	2268	1929	1746	1695	1751	1888	2088	2335
5										2300	2100	2080	2190	2200	2330
		9992	8422	6749	5341	4254	3443	2852	2438	2172	2037	2016	2090	2242	2455
		1.098×10^4	8451	6790	5413	4333	3514	2911	2461	2206	2062	2033	2102	2251	2461
		2.675×10^4	3.067×10^4	3.764×10^4	1.370×10^4	8124	5561	4076	3183	2605	2263	2100	2079	2171	2346
		10180	8829	7236	5782	4605	3706	3045	2579	2278	2118	2081	2146	2292	2501

m；円周方向の波の数，振動数は c/s，材質；Steel，$a=3''$，$a/l=1/4$，$h/a=1/300$.

n；軸方向の半波長の数.

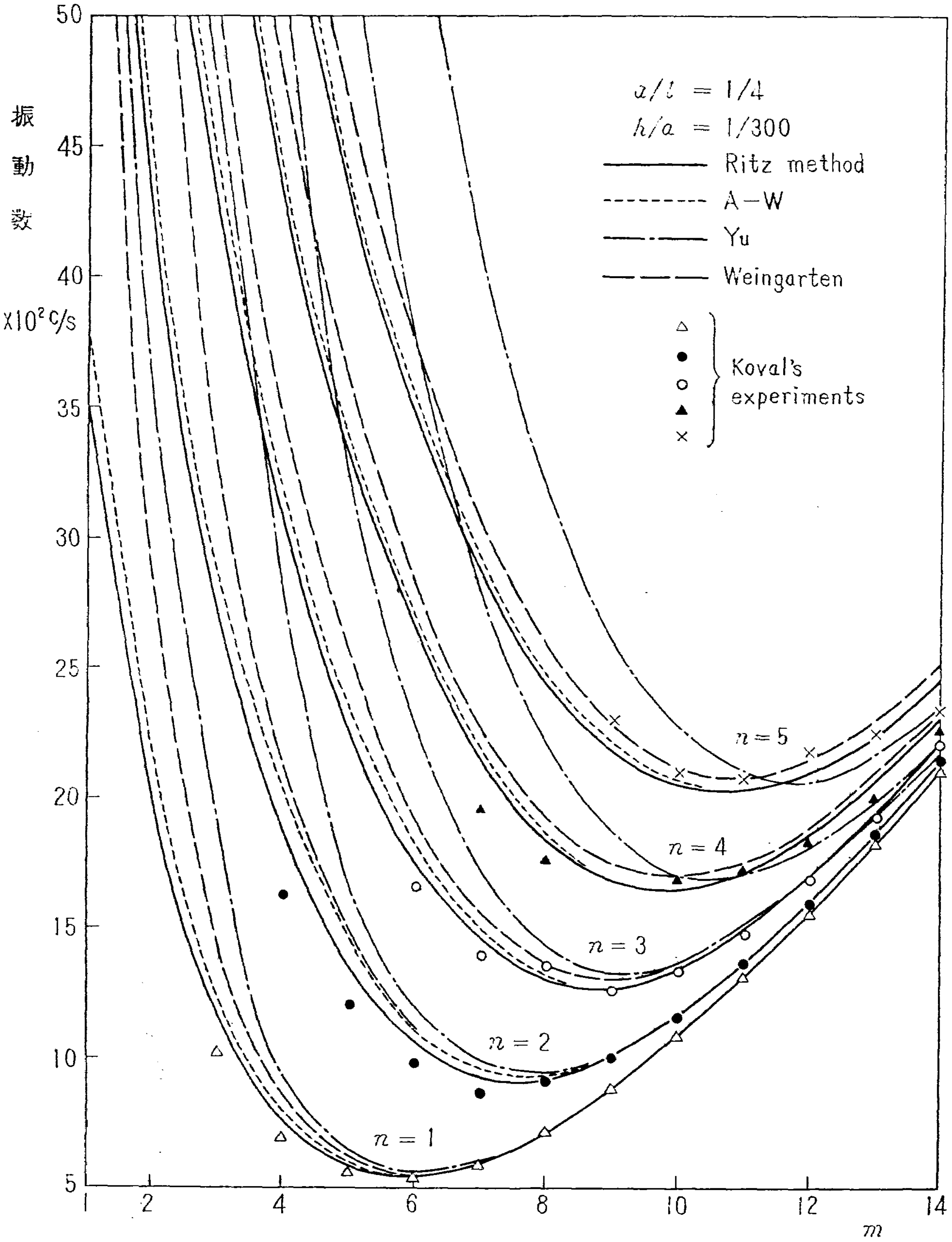


図 3 Koval の実験との振動数比較 m ; 円周方向の波の数
n ; 軸方向半波長の数

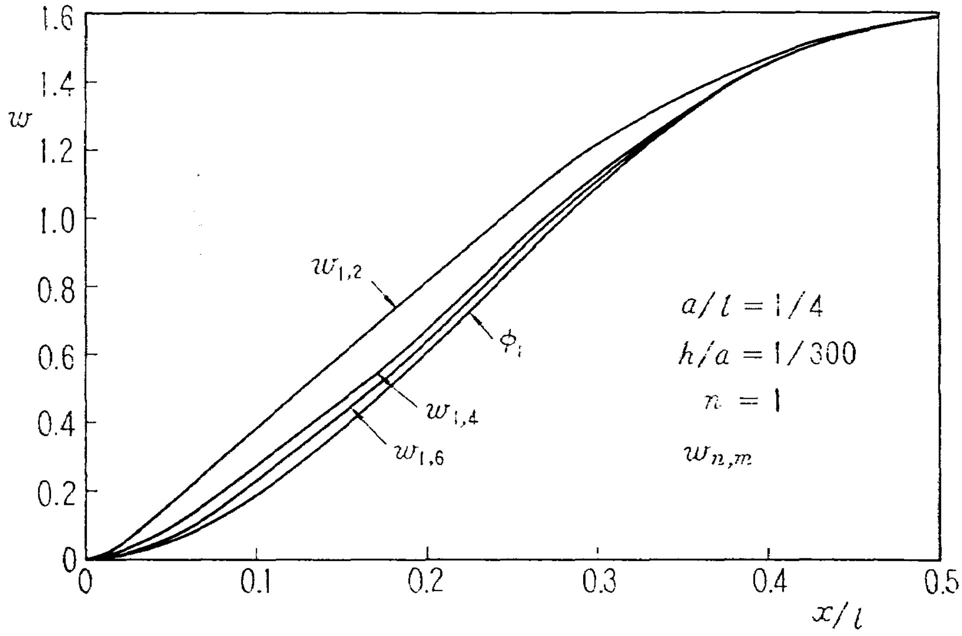


図4(a) w に関するモード, $n=1$

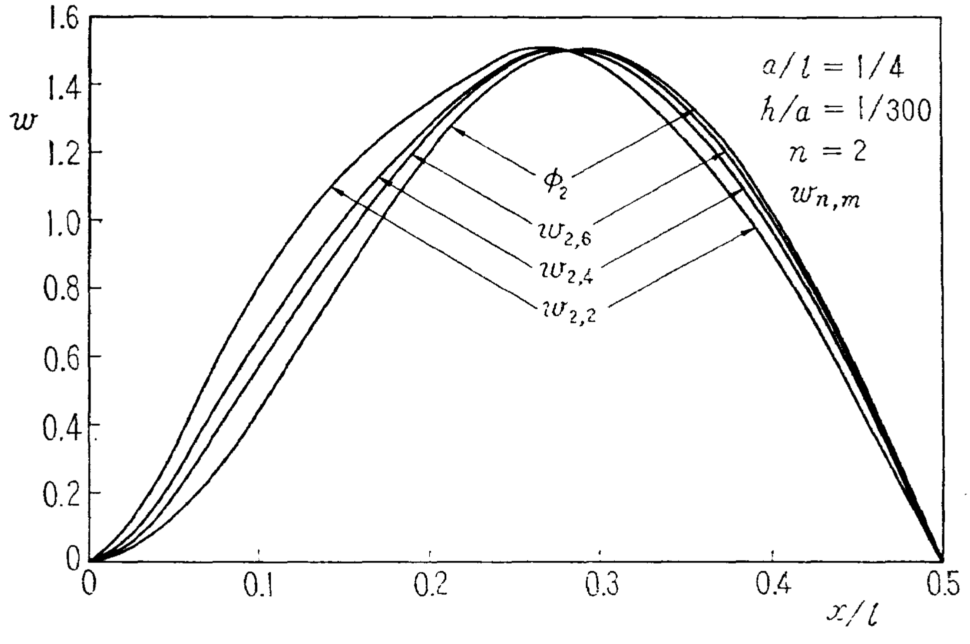


図4(b) W に関するモード, $n=2$

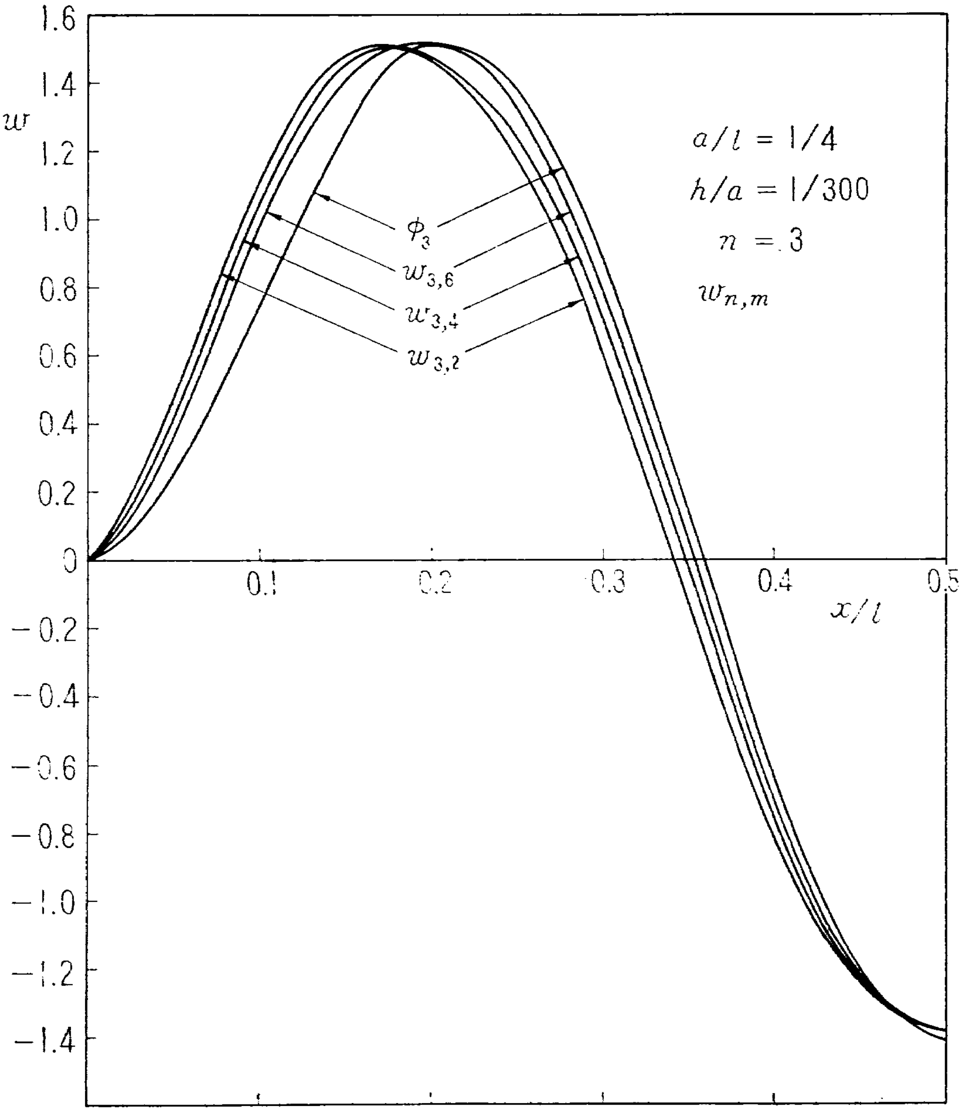


図 4 (c) w に関するモード, $n=3$

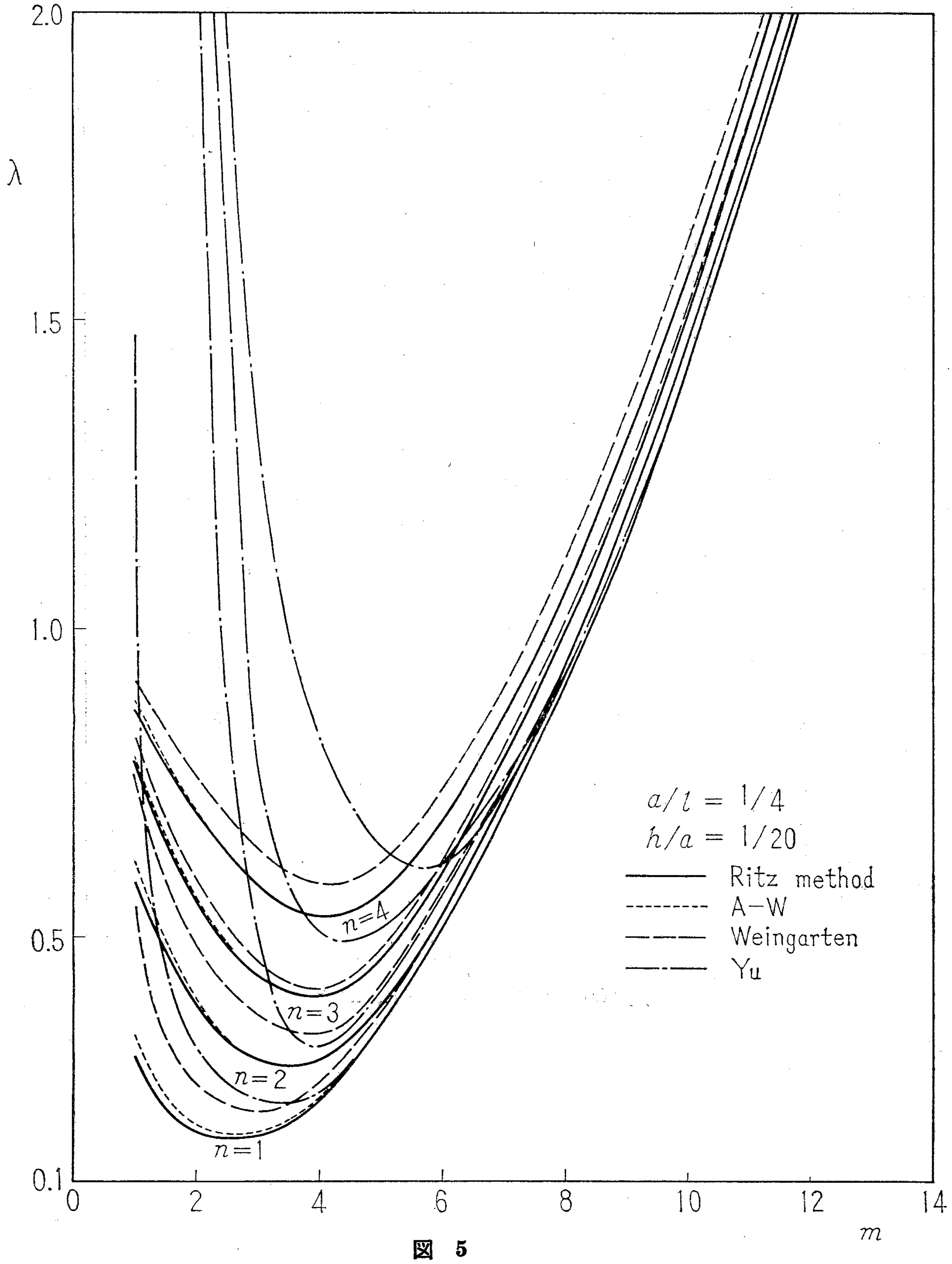

2.0
1.5
1.0
0.5
0.1
λ
0
2
4
6
8
10
12
14
m
n=1
n=2
n=3
n=4
a/l = 1/4
h/a = 1/20
Ritz method
A−W
Weingarten
Yu

図 5

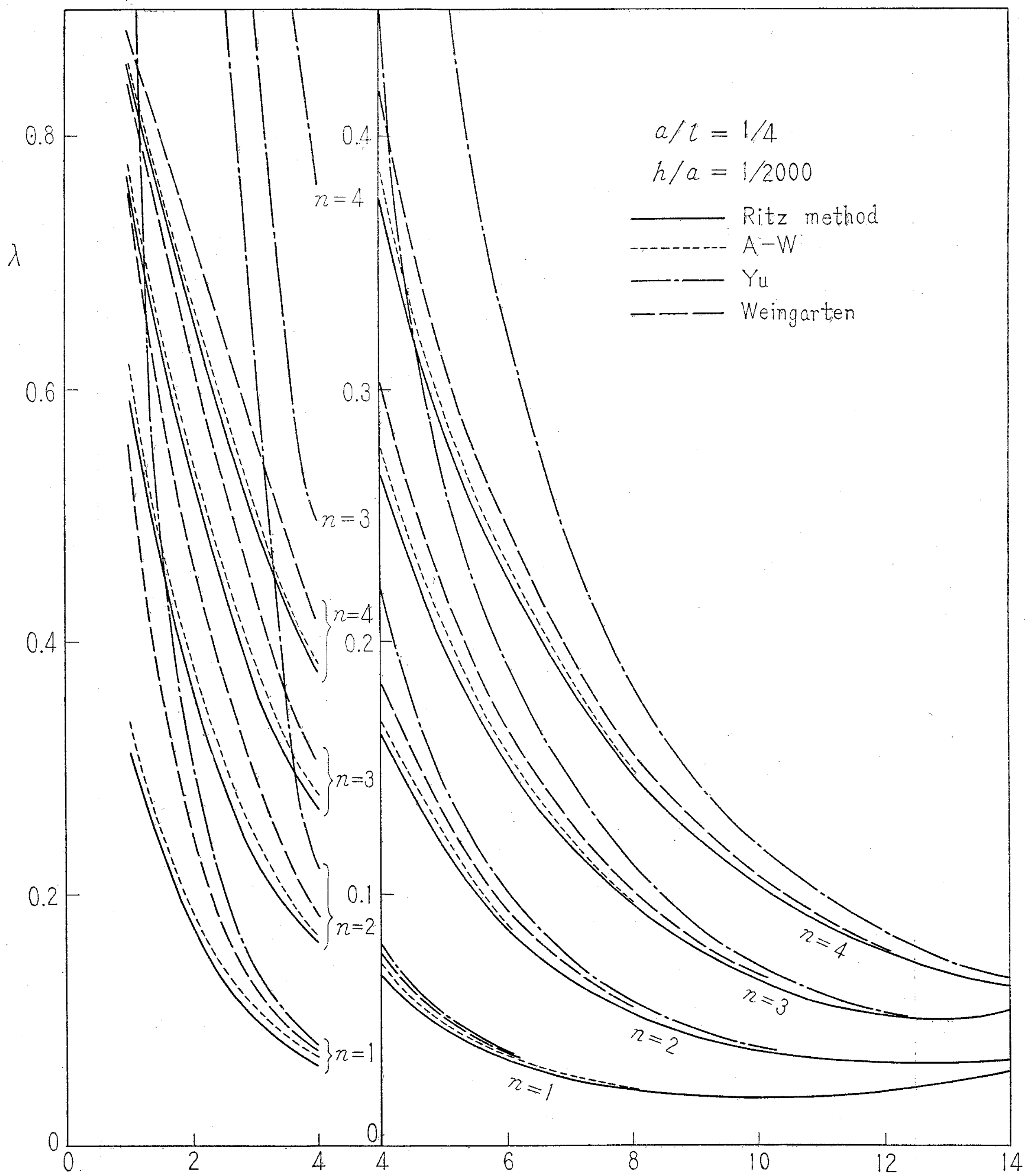

a/l = 1/4
h/a = 1/2000
Ritz method
A-W
Yu
Weingarten
λ
m
n=1
n=2
n=3
n=4
0
0.2
0.4
0.6
0.8
0.1
0.3
2
4
6
8
10
12
14

図 6

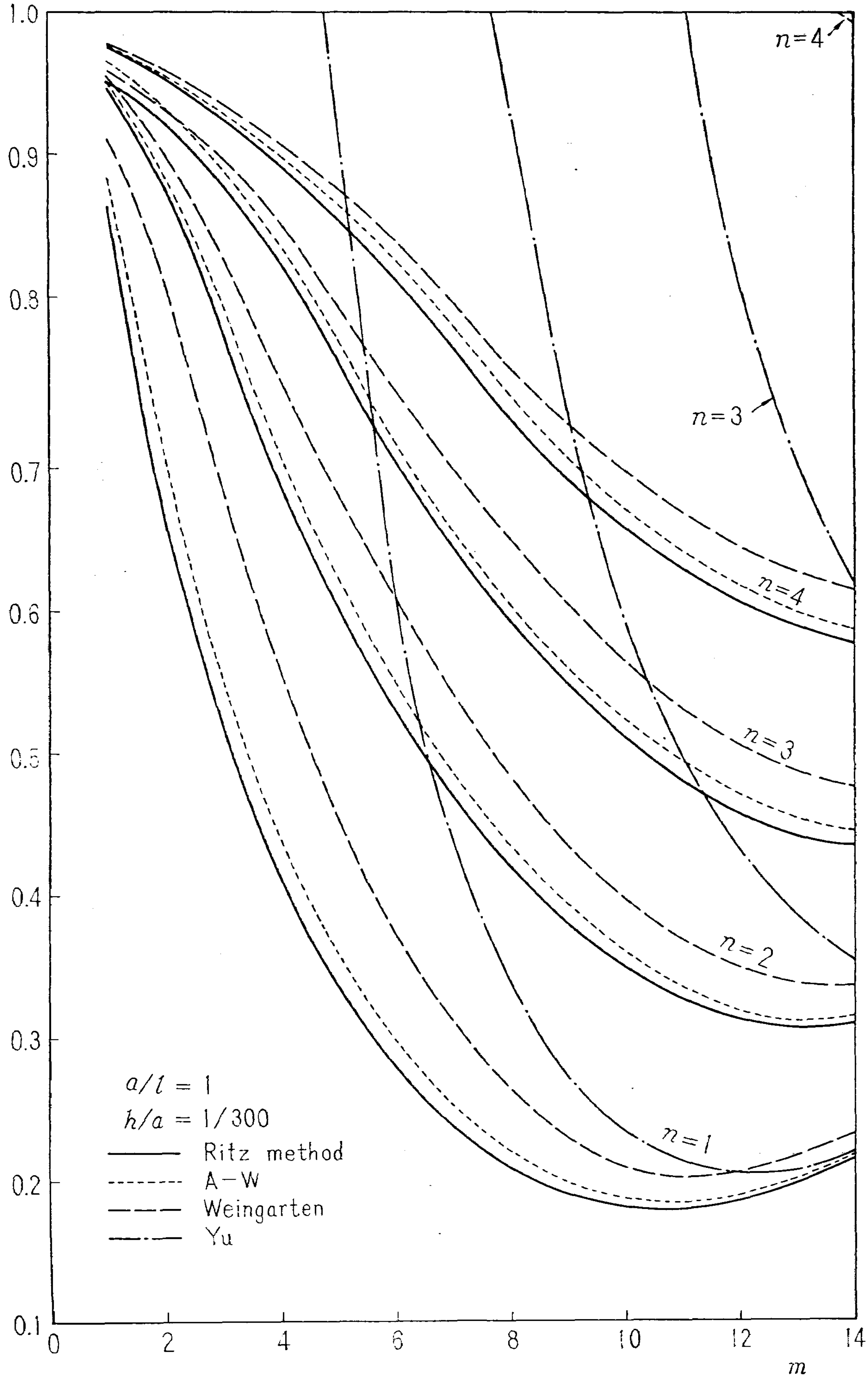

1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
2
4
6
8
10
12
14
m
n=4
n=3
n=4
n=3
n=2
n=1
a/l = 1
h/a = 1/300
Ritz method
A-W
Weingarten
Yu

図 7

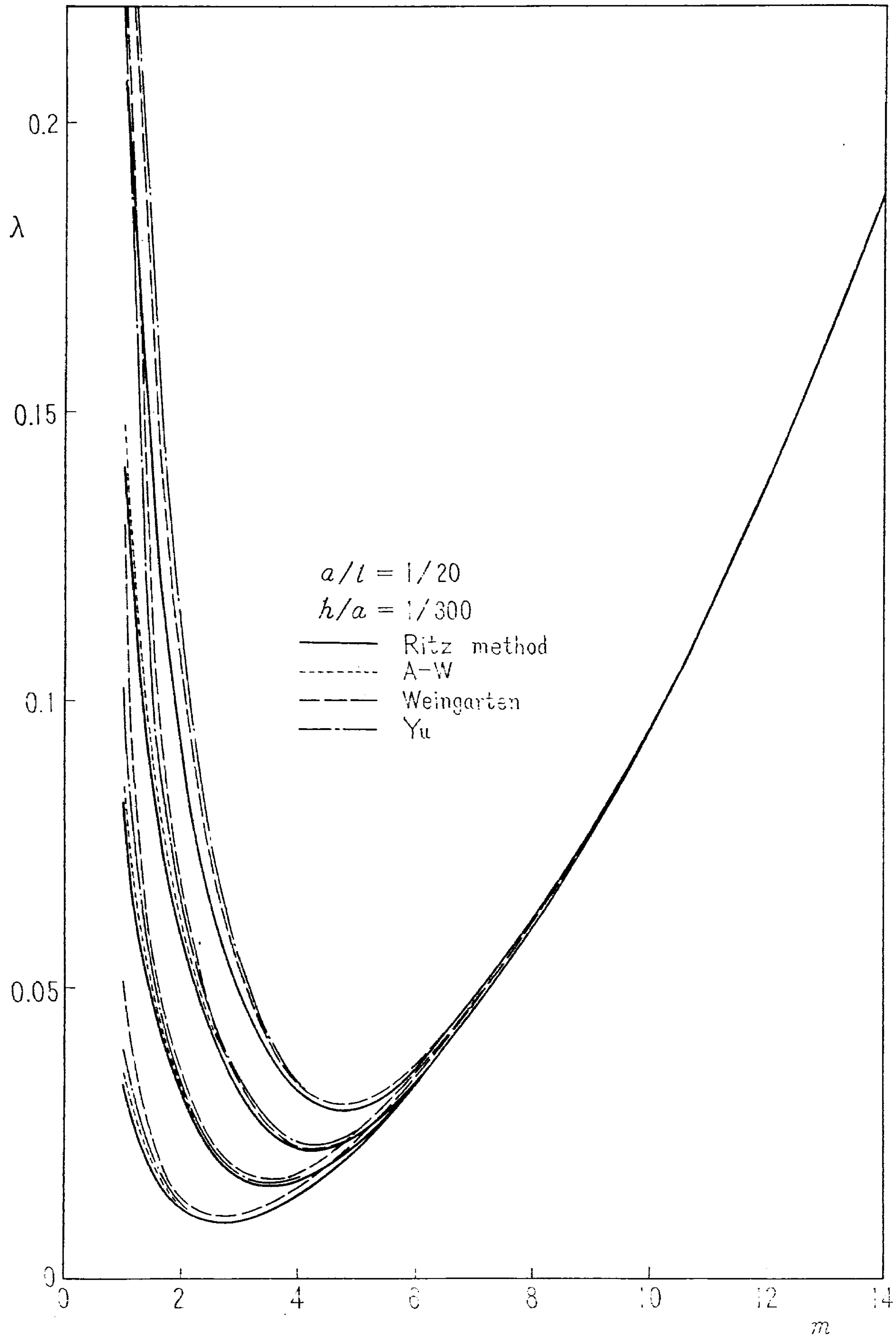

0.2
0.15
0.1
0.05
0
λ
$a/l = 1/20$
$h/a = 1/300$
Ritz method
A-W
Weingarten
Yu
0
2
4
6
8
10
12
14
m

図 8

NALTM-73
航空宇宙技術研究所
固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について
1966年1月　　15ページ

両端固定の薄肉円筒殻の固有振動数とモードを Ritz の方法で求め，従来の簡単化した理論および実験と比較し，簡単化した理論の妥当性と適用範囲を示し，いくつかの場合について，振動数曲線を求めた。

I. 田寺木一
泉　日出夫
II. NAL TM-73
III. 534. 121. 01

NALTM-73
航空宇宙技術研究所
固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について
1966年1月　　15ページ

両端固定の薄肉円筒殻の固有振動数とモードを Ritz の方法で求め，従来の簡単化した理論および実験と比較し，簡単化した理論の妥当性と適用範囲を示し，いくつかの場合について，振動数曲線を求めた。

I. 田寺木一
泉　日出夫
II. NAL TM-73
III. 534. 121. 01

NALTM-73
航空宇宙技術研究所
固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について
1966年1月　　15ページ

両端固定の薄肉円筒殻の固有振動数とモードを Ritz の方法で求め，従来の簡単化した理論および実験と比較し，簡単化した理論の妥当性と適用範囲を示し，いくつかの場合について，振動数曲線を求めた。

I. 田寺木一
泉　日出夫
II. NAL TM-73
III. 534. 121. 01

NAL-TM-73
航空宇宙技術研究所
固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について
1966年1月　　15ページ

両端固定の薄肉円筒殻の固有振動数とモードを Ritz の方法で求め，従来の簡単化した理論および実験と比較し，簡単化した理論の妥当性と適用範囲を示し，いくつかの場合について，振動数曲線を求めた。

I. 田寺木一
泉　日出夫
II. NAL TM-73
III. 534. 121. 01

TM-49	Queen-Air 機の失速特性について	1965年2月	幸尾治朗，岡　遠一 照井祐之，鎌田幸男
TM-50	LS-A 型ロケットの曲げ剛性および振動試験について	1965年5月	中井暎一，塙　武敏 泉　日出夫
TM-51	超音速風胴空力データ表示記録装置	1965年5月	谷　喬，高島一明 原　亘利，近藤洋史
TM-53	ベクトルのノルムと行列のノルム —数値解法の収束条件その他への応用—	1965年5月	板垣芳雄
TM-54	熱衝撃試験用風胴整備試験	1965年5月	武藤洋治郎，池田為治 坂元思無邪，光山敏雄
TM-55	ロケット模型風胴試験における超音速相似則の応用	1965年5月	河崎俊夫，谷　喬
TM-56	2024-T4アルミニウム合金平滑丸棒の常温回転曲げ疲労試験	1965年7月	石田　誠，河野哲雄
TM-57	極超音速における軸対称物体の前面抵抗	1965年7月	曽我国男
TM-58	試験用飛しょう体の超音速風胴試験	1965年8月	斎藤秀夫，木村友昭
TM-59	ジェットリフトエンジン空気取り入口の実験（I）	1965年9月	近藤　博，増田惣平
TM-60	吹出式超音速風胴における実験データの処理方式について（II）	1965年9月	原　亘利，高島一明 関根英夫，中　正夫 戸川保子
TM-61	クインエア機の風胴試験	1965年9月	広末健一，矢沢健司 塚野雄吉，田村征一 佐野四郎，能村　実 別府信宏
TM-62	高温歪ゲージの温度特性試験	1965年10月	江川幸一
TM-63	2024-T 3アルミニウム合金の有孔補強平板の軸荷重による疲労特性	1965年10月	飯田宗四郎
TM-64	応力集中による材料の疲れ強さに関する一実験（I）	1965年10月	池田為治，坂元思無郎 光山敏雄
TM-65	ジェットエンジンの翼の固有振動に関する実験	1965年11月	武内澄夫，宮地敏雄 星谷昌二
TM-69	質量分析計による水蒸気を含む試料のガス分析	1965年12月	斎藤　隆，堀内正司 中村浩子
TM-71	可動アイアンバードの構造および機能	1965年12月	機体第一部，計測部 原動機部
TM-72	地上付近の風の影響による小型ロケットの姿勢角変化	1965年12月	戸川隼人，石黒登美子

注：欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料73号

昭和41年1月発行

発行所　航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表)

印刷所　奥村印刷株式会社
東京都千代田区西神田1〜10