

航空宇宙技術研究所資料

TM-89

有孔板の振動について

川井忠彦・泉 日出夫

1966年9月

航空宇宙技術研究所

既 刊 資 料

TM-20	1 m × 1 m 吹出式超音速風洞における AGARD 標準模型 B の三分力試験	1963年7月	高木廣治, 谷新井 喬
TM-21	国産中型輸送機 Y S-11 主翼疲労試験 (第 I 報)	1963年9月	高木廣治, 谷新井 喬, 齋藤秀夫, 飯田宗四郎
TM-24	円輪と薄肉円筒の回転強度の関係	1963年11月	北永井文雄, 中井治夫
TM-25	DATATRON 205 用 ALGOL 58 の Procedures ライブラリー	1964年1月	高橋利之
TM-26	吹出式風洞の圧力制御 (フラッタ試験設備の場合)	1964年1月	橋爪 宏, 中井 暎一
TM-28	一段式観測ロケットの超音速風洞試験	1964年1月	谷 喬, 原 亘, 利隆
TM-29	遷音速フラッタ試験設備の改造および整備試験	1964年2月	柳原盛三, 外立政, 橋爪 宏, 中井 暎一, 藤泰勝, 高木 俊朗, 安藤安次郎, 宮 沢 政文
TM-30	二段式ロケット飛しょう体の揚力および圧力中心推定法	1964年3月	小橋安次郎
TM-31	亜音速ジェット輸送機の遷音速風洞における試験	1964年3月	河崎 俊夫, 竹内 理
TM-32	遷音速風洞の防音	1964年4月	牛田健二, 高橋 宏
TM-33	非定常境界層の遷移の研究に使用された定温度型熱線風速計について	1964年4月	榎並 敬之, 山本 稔義
TM-34	極超音速風洞ノズルの境界層補正について	1964年5月	長洲 秀夫
TM-37	気体の不完全性を考慮した極超音速風洞ノズルの設計計算法	1964年5月	毛利 浩
TM-38	AGARD-A 標準模型の超音速三分力試験	1964年6月	高木廣治, 齋藤秀夫, 石原久蔵, 石井 孝雄
TM-39	相似極超音速流におかれた半球面上の境界層の遷移に及ぼす粗さと冷却の結合影響	1964年7月	
TM-40	国産中型輸送機 Y S-11 胴体疲労試験 (I)	1964年9月	竹内和之, 川島 矩郎
TM-41	抵抗線歪ゲージのゲージ率測定	1964年10月	畑 浄治, 大坪 孔治, 滝沢 実夫, 田寺 木一
TM-42	実在着氷条件の測定について	1964年10月	古閑 昌次, 田寺 木一, 日出 夫吉, 鈴木 邦男, 大塚 貞吉, 鈴石 井浅五郎, 松本 宏強, 石山 中国, 広木 中藤, 竹内 和之, 内藤 郭枝, 幸尾 治朗, 岡 遠一
TM-44	高負荷燃焼器 (アニューラ模型) の実験結果	1964年12月	
TM-46	翼洞結合金具の疲労特性	1964年12月	
TM-47	ローター後流中のヘリコプター胴体の抵抗について	1965年1月	
TM-48	極超音速風洞用ペブル加熱器の予備実験	1965年2月	平林 一, 橋本 登崇, 山口 富夫, 吉永 永, 山 幸治, 岡 遠一, 尾井 祐之, 田 幸武, 照井 暎一, 塚 日夫, 中井 泉, 高島 一明, 原 亘, 利近, 板垣 芳雄, 藤 洋治郎, 池田 為治, 坂元 思無邪, 光山 敏雄, 河崎 俊夫, 谷 喬
TM-49	Queen-Air 機の失速特性について	1965年2月	
TM-50	LS-A 型ロケットの曲げ剛性および振動試験について	1965年5月	
TM-51	超音速風洞空力データ表示記録装置	1965年5月	
TM-53	ベクトルのノルムと行列のノルム 一 数値解法の収束条件その他への応用	1965年5月	
TM-54	熱衝撃試験用風洞整備試験	1965年5月	
TM-55	ロケット模型風洞試験における超音速相似則の応用	1965年5月	
TM-56	2024-T4 アルミニウム合金平滑丸棒の常温回転曲げ疲労試験	1965年7月	石田 誠, 河野 哲雄
TM-57	極超音速における軸対称物体の前面抵抗	1965年7月	曾 我国 男
TM-58	試験用飛しょう体の超音速風洞試験	1965年8月	齋藤秀夫, 木村 友昭
TM-59	ジェットリフトエンジン空気取入口の実験 (I)	1965年9月	近藤 博, 増田 惣平
TM-60	吹出式超音速風洞における実験データの処理方式について (II)	1965年9月	原 亘, 利, 高島 一明, 関根 英夫, 中 正, 戸川 保子, 矢沢 健司, 広末 健雄, 吉田 征一, 塚野 四郎, 能村 村, 佐野 信宏, 別府 信一, 江川 幸一
TM-61	クインエア機の風洞試験	1965年9月	
TM-62	高温歪ゲージの温度特性試験	1965年10月	
TM-63	2024-T3 アルミニウム合金の有孔補強平板の軸荷重による疲労特性	1965年10月	飯田宗四郎

有孔板の振動について*

川井 忠彦**・泉 日出夫***

1. ま え が き

さきに筆者の一人は“平板の固有問題について”⁴⁾ という課題で、平板の固有値問題のエネルギー法による一般的解析法を提案し、数多くの数値解析例を紹介し、その実用性を立証したが、複連結領域の固有値問題すなわち有孔板の自由振動の具体的解析法については言及しなかった。有孔板は航空機、船舶、橋梁その他多くの薄板構造においてしばしば見られるものであるが、従来応力集中の問題に関しては多くの研究がなされているにもかかわらず、その振動特性の問題については筆者等の知っている範囲では、あまり多くの研究は行なわれていないようである。今回、中央に円孔を有する周辺固定正方形板の振動特性をエネルギー法で解析し、実験および熊井教授の結果¹⁾と比較してみたので報告するしだいである。

2. 基 礎 理 論

筆者の一人がさきに提案した Rayleigh-Ritz の方法による一般的解析法⁴⁾を、任意形状および任意境界条件の有孔板に対して適用することは可能であるが、きわめて煩雑になり、論旨が不明りようになる恐れがあるので、ここでは中央に自由円孔を有する周辺固定正方形板に問題を絞って理論を展開する。いま図1に示すような一辺が $2a$ で、半径 c なる自由円孔を有する周辺を固定された平板について考える。 $w(x, y)$ を図1において紙面に垂直な方向のたわみとすると、この問題の解析は次のような平板の有する全ポテンシャルエネルギー Π の停留値を求める問題を解くことと同等である。

$$\Pi = \frac{D}{2} \iint_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right\} - \lambda^2 w^2 \right] dx dy \quad (1)$$

ここに

* 昭和41年8月2日受付

** 機体第二部

*** 機体第一部

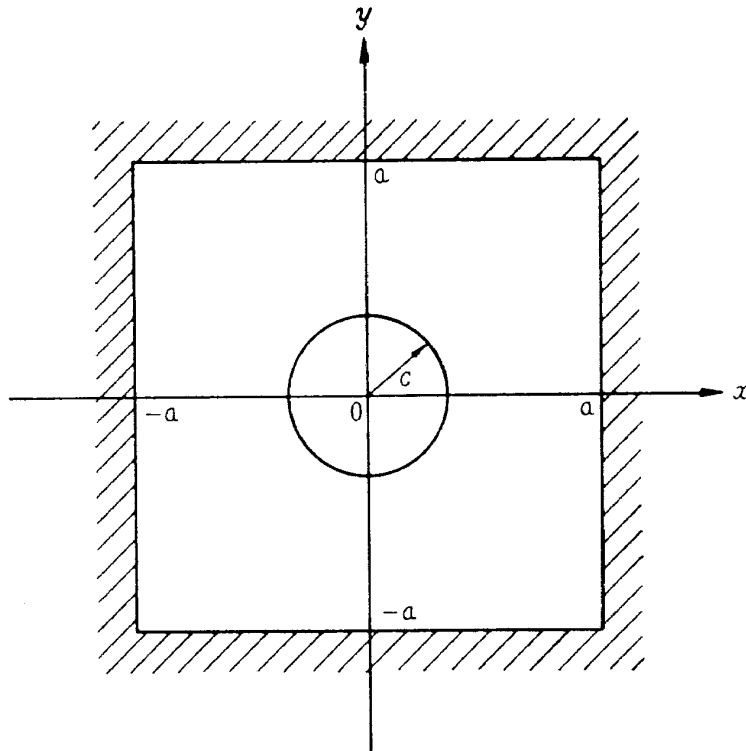


図1 中央に円孔を有する周辺固定正方形板と使用する座標系

$$\lambda^2 = \frac{\gamma h}{gD} p^2$$

γ/g ; 板の密度, p ; 角振動数, h ; 板厚, D ; 板の曲げ剛性, Ω ; 平板の積分領域
この問題では正方形板の周辺はすべて固定されているから

$$\left. \begin{aligned} x = \pm a; w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ y = \pm a; w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

として境界条件は与えられる。また円孔の周辺は自由であるから、円孔の境界条件は次式で与えられる。

$$x^2 + y^2 = c^2; M_n = V_n = 0 \quad (3)$$

ここに M_n および V_n はそれぞれ境界に対する法線に垂直な平面内の曲げモーメントおよびせん断力を表わす。

上に示した境界条件のうち (2) 式は幾何学的境界条件であり $w(x, y)$ の試験関数は必ずこれを満足するようにとる必要があるが、(3) 式に与えられた境界条件は自然境界条件といわれるも

ので変分学の理論によれば、試験関数は必ずしもこの条件を満足するようにとらなくても良いことが保証されている⁸⁾。またここで取り扱う有孔板のように、その内部境界線が円で外部境界線が正方形という複雑な形状になっているので、たわみを x, y の冪級数で表示するのが最も合理的であると考え。以上の考察を基にして平板のたわみ関数 $w(x, y)$ を次のように仮定する。

$$w(x, y) = \varphi(x, y) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} x^m y^n \quad (4)$$

$$\text{ここに } \varphi(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2$$

いま (1) 式に (4) 式を代入すると

$$\begin{aligned} H = \frac{D}{2} \iint_{\Omega} & \left[\left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} P_{mn} + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} Q_{mn} \right)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} R_{mn} \right)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} P_{mn} \right) \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} Q_{mn} \right) \right\} - \lambda^2 \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} S_{mn} \right)^2 \right] dx dy \quad (5) \end{aligned}$$

ここに

$$S_{mn} = \varphi x^m y^n$$

$$P_{mn} = -\frac{\partial^2 S_{mn}}{\partial x^2} = y^n \{ \varphi_{xx} x^m + 2m\varphi_x x^{m-1} + m(m-1)\varphi x^{m-2} \}$$

$$Q_{mn} = -\frac{\partial^2 S_{mn}}{\partial y^2} = x^m \{ \varphi_{yy} y^n + 2n\varphi_y y^{n-1} + n(n-1)\varphi y^{n-2} \}$$

$$R_{mn} = -\frac{\partial^2 S_{mn}}{\partial x \partial y} = \varphi_{xy} x^m y^n + m\varphi_y x^{m-1} y^n + n\varphi_x x^m y^{n-1} + mn\varphi x^{m-1} y^{n-1}$$

(1) 式の停留値を求めることは、(5) 式において $\partial H / \partial a_{rs} = 0$ を求めることと同等である。

(5) 式において $\partial H / \partial a_{rs}$ を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial a_{rs}} &= \frac{D}{2} \iint_{\Omega} \left[2 \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} P_{mn} + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} Q_{mn} \right) (P_{rs} + Q_{rs}) \right. \\ & \quad + 2(1-\nu) \left\{ 2 \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} R_{mn} \right) R_{rs} - P_{rs} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} Q_{mn} \right) \right. \\ & \quad \left. \left. - \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} P_{mn} \right) Q_{rs} \right\} - 2\lambda^2 \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} S_{mn} \right) S_{rs} \right] dx dy \\ &= D \left[\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \iint_{\Omega} \left\{ P_{mn} P_{rs} + \nu (P_{mn} Q_{rs} + P_{rs} Q_{mn}) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + Q_{mn} Q_{rs} + 2(1-\nu) R_{mn} R_{rs} - \lambda^2 S_{mn} S_{rs} \right\} dx dy \right] \end{aligned}$$

上式はまた次のように表わすことができる。

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \{E_{mnr} + \nu(F_{mnr} + F_{rsmn}) + G_{mnr} + 2(1-\nu)H_{mnr} - \lambda^2 I_{mnr}\} = 0 \quad (6)$$

ここに

$$E_{mnr} = \iint_{\Omega} P_{mn} P_{rs} dx dy, \quad F_{mnr} = \iint_{\Omega} P_{mn} Q_{rs} dx dy$$

$$G_{mnr} = \iint_{\Omega} Q_{mn} Q_{rs} dx dy, \quad H_{mnr} = \iint_{\Omega} R_{mn} R_{rs} dx dy$$

$$I_{mnr} = \iint_{\Omega} S_{mn} S_{rs} dx dy$$

いま

$$\Phi_{mnr} = E_{mnr} + \nu(F_{mnr} + F_{rsmn}) + G_{mnr} + 2(1-\nu)H_{mnr}$$

とおくと、(6)式は次のようになる。

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} (\Phi_{mnr} - \lambda^2 I_{mnr}) = 0 \quad (7)$$

(7)式の a_{mn} が零でない解を有するための条件から次のような無限次元の振動数方程式が得られる。

$$\begin{vmatrix} \Phi_{0000} - \lambda^2 I_{0000} & \Phi_{0010} - \lambda^2 I_{0010} & \Phi_{0001} - \lambda^2 I_{0001} & \cdots \\ \Phi_{1000} - \lambda^2 I_{1000} & \Phi_{1010} - \lambda^2 I_{1010} & \Phi_{1001} - \lambda^2 I_{1001} & \cdots \\ \Phi_{0100} - \lambda^2 I_{0100} & \Phi_{0110} - \lambda^2 I_{0110} & \Phi_{0101} - \lambda^2 I_{0101} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

一方、(6)式における E_{mnr} , F_{mnr} , G_{mnr} , H_{mnr} および I_{mnr} は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} E_{mnr} &= \iint_{\Omega} P_{mn} P_{rs} dx dy \\ &= \iint_{\Omega} \left[\varphi_x^2 x^{m+r} y^{n+s} + 2(m+r) \varphi_x \varphi_{xx} x^{m+r-1} y^{n+s} \right. \\ &\quad + \{m(m-1) + r(r-1)\} \varphi \varphi_{xx} x^{m+r-2} y^{n+s} \\ &\quad + 4mr \varphi_x^2 x^{m+r-2} y^{n+s} + 2mr \{(m-1) + (r-1)\} \varphi \varphi_x^{m+r-3} y^{n+s} \\ &\quad \left. + m(m-1)r(r-1) \varphi^2 x^{m+r-4} y^{n+s} \right] dx dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{mnr} &= \iint_{\Omega} P_{mn} Q_{rs} dx dy \\ &= \iint_{\Omega} \left[\varphi_x \varphi_{yy} x^{m+r} y^{n+s} + 2s \varphi_x \varphi_y x^{m+r} y^{n+s-1} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+s(s-1)\varphi\varphi_{xx}x^{m+r}y^{n+s-2}+2m\varphi_x\varphi_{yy}x^{m+r-1}y^{n+s} \\
 &+4ms\varphi_x\varphi_yx^{m+r-1}y^{n+s-1}+2ms(s-1)\varphi\varphi_xx^{m+r-1}y^{n+s-2} \\
 &+m(m-1)\varphi\varphi_{yy}x^{m+r-2}y^{n+s}+2m(m-1)s\varphi\varphi_yx^{m+r-2}y^{n+s-1} \\
 &+m(m-1)s(s-1)\varphi^2x^{m+r-2}y^{n+s-2}]dxdy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_{mnr} &= \iint_{\Omega} Q_{mn}Q_{rs}dxdy \\
 &= \iint_{\Omega} \left[\varphi_{yy}^2x^{m+r}y^{n+s}+2(n+s)\varphi_y\varphi_{yy}x^{m+r}y^{n+s-1} \right. \\
 &\quad + \{n(n-1)+s(s-1)\}\varphi\varphi_{yy}x^{m+r}y^{n+s-2}+4ns\varphi_y^2x^{m+r}y^{n+s-2} \\
 &\quad + 2ns\{(n-1)+(s-1)\}\varphi\varphi_yx^{m+r}y^{n+s-3} \\
 &\quad \left. + n(n-1)s(s-1)\varphi^2x^{m+r}y^{n+s-4} \right] dxdy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{mnr} &= \iint_{\Omega} R_{mn}R_{rs}dxdy \\
 &= \iint_{\Omega} \left[\varphi_{xy}^2x^{m+r}y^{n+s}+(m+r)\varphi_y\varphi_{xy}x^{m+r-1}y^{n+s} \right. \\
 &\quad + (n+s)\varphi_x\varphi_{xy}x^{m+r}y^{n+s-1}+(mn+rs)\varphi\varphi_{xy}x^{m+r-1}y^{n+s-1} \\
 &\quad + mr\varphi_y^2x^{m+r-2}y^{n+s}+(ms+nr)\varphi_x\varphi_yx^{m+r-1}y^{n+s-1} \\
 &\quad + mr(n+s)\varphi\varphi_yx^{m+r-2}y^{n+s-1}+ns\varphi_x^2x^{m+r}y^{n+s-2} \\
 &\quad \left. + ns(m+r)\varphi\varphi_xx^{m+r-1}y^{n+s-2}+mnrs\varphi^2x^{m+r-2}y^{n+s-2} \right] dxdy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{mnr} &= \iint_{\Omega} S_{mn}S_{rs}dxdy \\
 &= \iint_{\Omega} \varphi^2x^{m+r}y^{n+s}dxdy
 \end{aligned}$$

ここで φ_{xx} , φ_{xy} 等はそれぞれ $\partial^2\varphi/\partial x^2$, $\partial^2\varphi/\partial x\partial y$ 等を表わす。上式における φ は周辺固定正方形板の場合には $\varphi=(x^2-a^2)^2(y^2-a^2)^2$ とおかれる。この式を展開すると各項は xy の冪乗の形で表わされるから上に示した E_{mnr} , F_{mnr} , G_{mnr} , H_{mnr} および I_{mnr} は $I_{pq}=\iint_{\Omega} x^p y^q dxdy$ なる形の項の和からなりたっていることがわかる。したがって I_{pq} を種々の p, q について計算しておけば E_{mnr} , F_{mnr} , G_{mnr} , H_{mnr} および I_{mnr} , したがって (7) 式の Φ_{mnr} および I_{mnr} が求まることになる。そこで I_{pq} を計算してみると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 I_{pq} &= \iint_{\Omega} x^p y^q dxdy = \int_{-a}^a x^p dx \int_{-a}^a y^q dy - \int_{-c}^c \left(\int_{-\sqrt{c^2-x^2}}^{\sqrt{c^2-x^2}} x^p y^q dy \right) dx \\
 &= a^{p+q+2} \left[\frac{4}{(p+1)(q+1)} - 2\pi k^{p+q+2} \frac{(p-1)(p-3)\cdots 3\cdot 1 \cdot (q-1)(q-3)\cdots 3\cdot 1}{(p+q+2)(p+q) \cdots 4\cdot 2} \right]
 \end{aligned} \tag{9}$$

ここに $k = \frac{c}{a}$

ただし (9) 式において p, q のうち少なくともどちらか一方が奇数ならば $I_{pq} = 0$ となる。このことは、試験関数 $w(x, y)$ を初めから次のような三つの場合に分けて解析を進めることができることを意味している。(これはまた、周辺固定正方形板が幾何学的に二つの対称軸を有することからも言える)。

(i) 二軸対称振動

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{00} + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + a_{40}x^4 + a_{22}x^2y^2 + a_{04}y^4 + \dots) \quad (10)$$

(ii) 一軸対称振動 (y に関して対称)

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{21}y + a_{21}x^2y + a_{03}y^3 + a_{41}x^4y + a_{23}x^2y^3 + a_{05}y^5 + \dots) \quad (11)$$

(iii) 二軸非対称振動

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{11}xy + a_{31}x^3y + a_{13}xy^3 + a_{51}x^5y + a_{33}x^3y^3 + a_{15}xy^5 + \dots) \quad (12)$$

(ii) に示した一軸対称振動のうちには x 軸に関して対称な振動も考えられるわけであるが、ここでは周辺固定正方形板を考えているから、 y 軸に関して対称な振動の場合と同じ解が得られることになる。したがって、 x 軸に関して対称な場合の振動については考慮する必要がない。

さて、上に示した三つの場合について振動数方程式はそれぞれ次のようになる。

(i) 二軸対称振動

$$\begin{vmatrix} \Phi_{0000} - \lambda^2 I_{0000} & \Phi_{0020} - \lambda^2 I_{0020} & \Phi_{0002} - \lambda^2 I_{0002} & \dots \\ \Phi_{2000} - \lambda^2 I_{2000} & \Phi_{2020} - \lambda^2 I_{2020} & \Phi_{2002} - \lambda^2 I_{2002} & \dots \\ \Phi_{0200} - \lambda^2 I_{0200} & \Phi_{0220} - \lambda^2 I_{0220} & \Phi_{0202} - \lambda^2 I_{0202} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0 \quad (13)$$

(ii) 一軸対称振動

$$\begin{vmatrix} \Phi_{0101} - \lambda^2 I_{0101} & \Phi_{0121} - \lambda^2 I_{0121} & \Phi_{0103} - \lambda^2 I_{0103} & \dots \\ \Phi_{2101} - \lambda^2 I_{2101} & \Phi_{2121} - \lambda^2 I_{2121} & \Phi_{2103} - \lambda^2 I_{2103} & \dots \\ \Phi_{0301} - \lambda^2 I_{0301} & \Phi_{0321} - \lambda^2 I_{0321} & \Phi_{0303} - \lambda^2 I_{0303} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0 \quad (14)$$

(iii) 二軸非対称振動

$$\begin{vmatrix} \Phi_{1111} - \lambda^2 I_{1111} & \Phi_{1131} - \lambda^2 I_{1131} & \Phi_{1113} - \lambda^2 I_{1113} & \dots\dots\dots \\ \Phi_{3111} - \lambda^2 I_{3111} & \Phi_{3131} - \lambda^2 I_{3131} & \Phi_{3113} - \lambda^2 I_{3113} & \dots\dots\dots \\ \Phi_{1311} - \lambda^2 I_{1311} & \Phi_{1331} - \lambda^2 I_{1331} & \Phi_{1313} - \lambda^2 I_{1313} & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{vmatrix} = 0 \quad (15)$$

これらの式を解けば周辺固定正方形板の固有振動数が求まるわけである。

3. 数 値 計 算

振動解析を厳密に行なうためには、(13)~(15)式に示したような無限次元の振動数方程式を解かなければならないが、実際の解析では無論、無限次元の方程式を解くことはできないし、電子計算機の計算に際しての精度の問題もあるから、大きい次元の方程式を解いても必ずしも精度の良い解が得られるとは限らない。そこで当然有限次元の方程式を解いて近似解を求めることになるが、ここでは図5に示した固有値の収斂の様子や計算に要する時間などを考慮して、六次元の方程式を解いた。試験関数 $w(x, y)$ としては、次に示すような6項よりなる近似関数を用いた。

(i) 二軸対称振動

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{00} + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + a_{40}x^4 + a_{22}x^2y^2 + a_{04}y^4) \quad (16)$$

(ii) 一軸対称振動 (y 軸に関して対称)

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{01}y + a_{21}x^2y + a_{03}y^3 + a_{41}x^4y + a_{23}x^2y^3 + a_{05}y^5) \quad (17)$$

(iii) 二軸非対称振動

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{11}xy + a_{31}x^3y + a_{13}xy^3 + a_{51}x^5y + a_{33}x^3y^3 + a_{15}xy^5) \quad (18)$$

さきにも述べたとおり (13)~(15) 式の Φ_{mnr} および I_{mnr} は $I_{pq} = \iint_{\Omega} x^p y^q dx dy$ の和として求めることができるから、(9) 式に示した計算式を用いて種々の p, q について I_{pq} を計算しておき、この値を用いて Φ_{mnr} および I_{mnr} を求めた。そして、これらの値を固有値問題を解くサブルーチン⁶⁾に直結して計算を行なったものである。計算には当所の電子計算機 Datatron 205 を使用した。

計算は正方形板の一辺の長さ $2a$ と円孔の直径 $2c$ との比 $k=c/a$ を 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 とし、これらの各場合について行なったもので、計算の結果を表1に示した。固有値 λa^2 は初めの三次までをとったものである。図4には、横軸に k 、縦軸に固有値 λa^2 をとり、計算結果を実線で結んで表わしておいた。計算に使用した振動数方程式の二三の例を表2に、これを解いて得られた固有値 λa^2 と、これに対応する試験関数 $w(x, y)$ の係数 a_{mn} の値を表3に示しておいた。

図6は節線 (nodal line) の形状を示したもので、計算によるものを一点鎖線で、実験によるものを点線で表わした。

4. 振 動 試 験

この振動試験に使用した試験装置のブロック図は図2に示すとおりである。また試験装置の外観を写真1に示した。振動試験機は明石製作所製 ASE-71 型振動台を使用し、この振動台の供試体搭載用テーブルの上に図3に示したような試験片固定用枠に固定した試験片を取り付けて振動台のテーブルとともに加振し、このときの試験片の共振点を求めて、これを試験片の固有振動数とした。

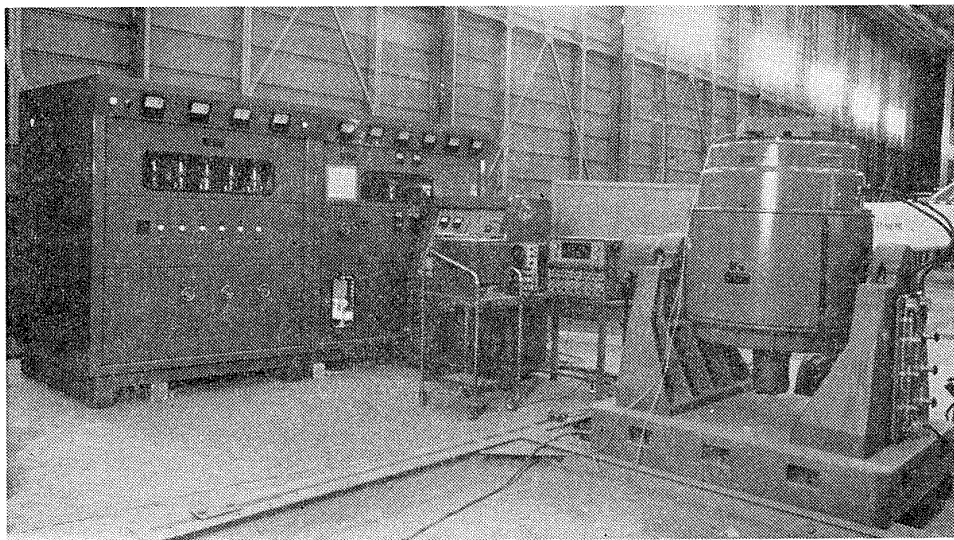


写真1 振動試験装置

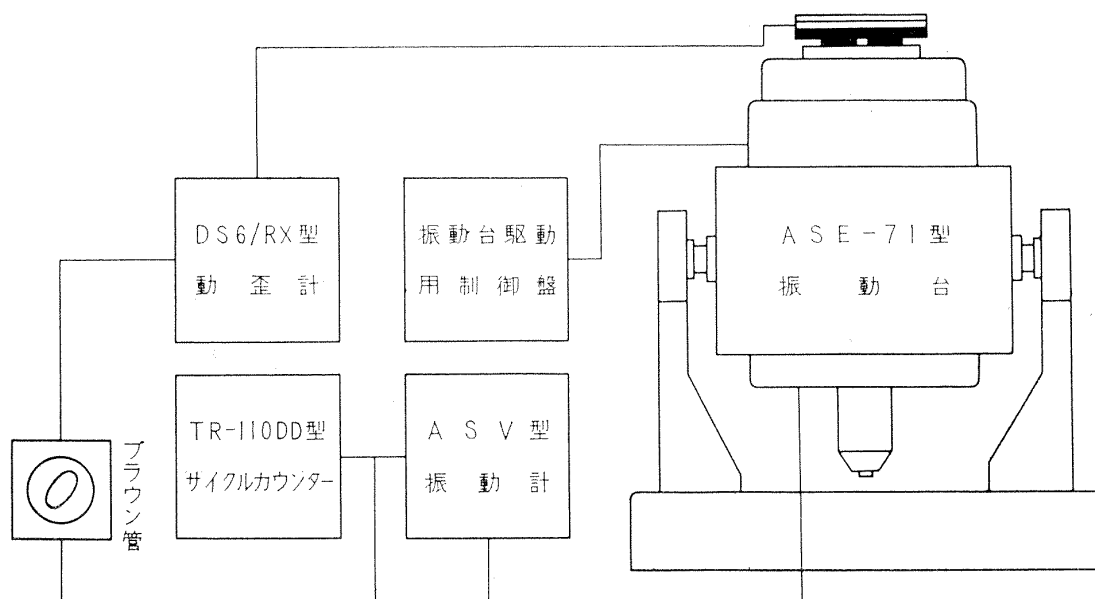


図2 実験装置ブロック図

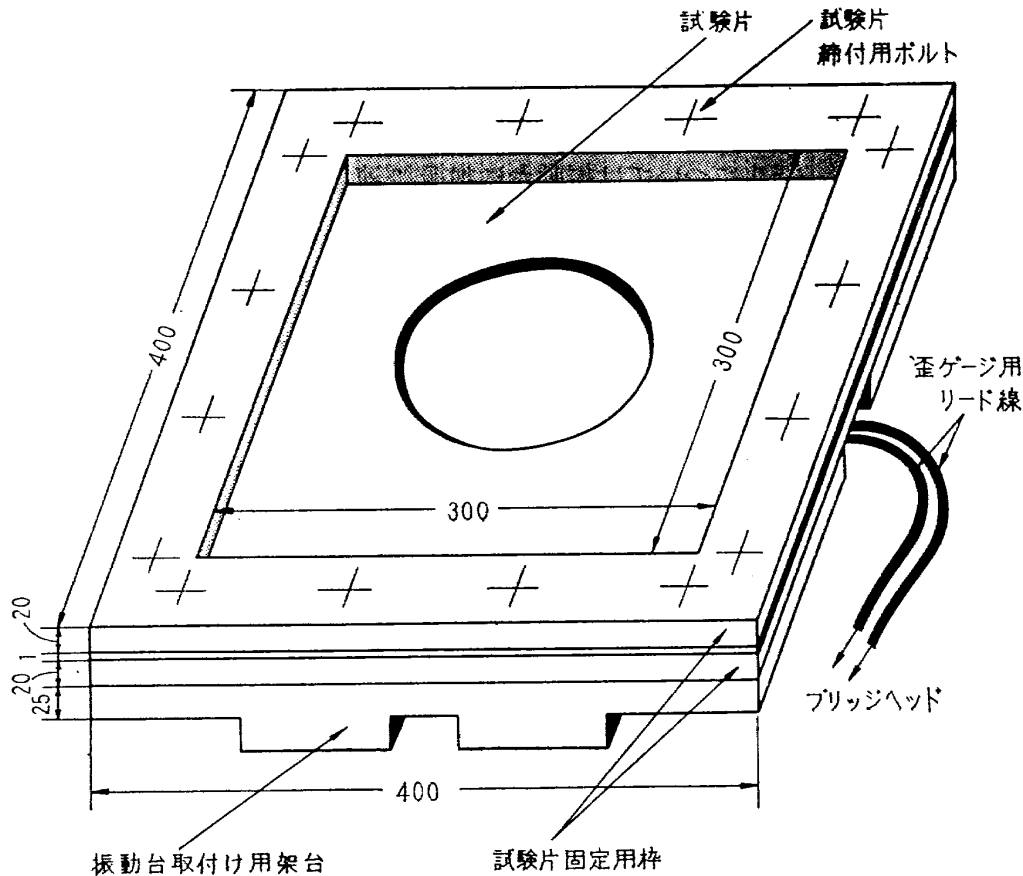


図 3 試験片取付け要領

試験片は、図3に示すように一般構造用圧延鋼板、板厚 1 mm の鋼板より一辺 400mm の正方形板を切りだしたもので、中央にそれぞれ直径 30mm, 60mm, 90mm, 120mm, 150mm の円孔を有するものと、円孔のないものと、計 6 枚の試験片を用意した。

試験片固定用枠は、一般構造用鋼材から削り出したもので、外径 400mm, 内径 300mm, 厚さ 20mm を有する正方形の枠である。そして、試験片をこの試験片固定用上枠と下枠との間にはさみ、 8ϕ のボルト 16 本を用いて固定したものである。これを振動台取付け用架台とともに振動台に搭載し加振した。

試験片の共振点は試験片の裏側に貼付した抵抗線歪ゲージ K-20 (共和電業社製) ゲージ長さ 20mm の歪を増幅したものと振動台に内蔵された振動計の加速度とをブラウン管オシロスコープに入れリサージュ図形を描かせて求めた。また、このときの節線はメッシュ 80 番のふるいを通った細かい砂を散布して求めたものである。ただし、抵抗線歪計を用いてブラウン管オシロスコープでリサージュ図形を観察する場合には、歪計に使用されている搬送波の影響が現われてきれいなリサージュ図形を描かせることができないので、ここでは抵抗とコンデンサーを用いた簡単な低周波共振回路を作り、これをブラウン管オシロスコープと歪計との間に入れてリサージュ図形を描かせ

た。

試験片の共振点は低次の共振点については、比較的求めやすかったが、高次の共振点になると試験片に貼付した歪ゲージの歪量が少なく共振点を求めるのが困難であった。特に一軸対称振動の三次、二軸非対称振動の二次、三次については振動台に加振加速度 $7 \sim 10G$ ぐらい加えて、やっと共振点が観察できる程度のものであった。この種の実験に際しては加振力の大きな加振機を用いることは無論であるが、高感度の歪ゲージを使用することもまた重要であろうと思われた。

写真2は試験片の各共振点における節線の形を細い砂を散布して求め、これを写真にとったものである。

なお実験により求めた固有振動数から固有値 λa^2 への換算には、次のような数値を用いた。

試験片の比重量 ; $\gamma = 7.8 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ (実測せず)

試験片のヤング率 ; $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ (実測せず)

試験片のポアソン比 ; $\nu = 0.3$ (実測せず)

5. 計算値と実験値との比較

われわれの計算法は Rayleigh-Ritz の方法に基づくものであるから、得られる計算値は厳密解よりも高い値が得られるはずで、実際、実験値と比べて大なる値が出ている。一方、熊井教授も有孔板の振動解析を行なっているが¹⁾、同教授は試験関数を Fourier-Bessel 級数の形におき、周辺固定の条件を選点法により合わせている。したがって周辺固定の条件が部分的にしか満足されていない、すなわち束縛条件が実際の場合よりも緩くなっていると考えられるから、その計算値は厳密解よりも低目に出てくるものと思われる。図4は、このことを裏付けるものであろう(一軸対称振動の場合には、同教授の計算値が高目に出ており不可解であるが、また同教授の論文¹⁾には、二軸対称振動の第二固有値が示されていないようである。)

図4からわかるように計算値と実験値との差は $k=c/a$ が大きくなるほど増加しているようであるが、これは (13)~(15) 式の、 Φ_{mnr} , I_{mnr} のうち Φ_{mnr} の値は、 k が増加してもあまり大きな変化を生じないが、 I_{mnr} のほうは k の増加に伴ってかなり小さくなり、電子計算機による数値計算のときに精度が悪くなるためではないかと思われる。特に $k=0.6$ 以上になると I_{mnr} の精度が著しく低下して計算値にかなりの影響を及ぼすような結果が出てきたので、本報告では $k=0.5$ 以下の場合についてだけ取り扱った。計算に使用した電子計算機 Datatron 205 の有効数字は8桁であるが、さらに多くの桁数のとれる計算機を使用すれば k が大きい場合についても、今まで述べてきた方法と全く同じ手段で計算することができる。しかしながら有孔板として実際に使用される場合は、 $k=0.5$ 以下の場合が多いと考えられるから、実用上はこれで十分であると思う。

計算値の収斂の状態は図5に示すとおりで、図には二軸対称振動の場合について示してある。横軸に試験関数 $w(x, y)$ の近似項数をとったものである。図に示してある第二固有値については、15項近似で実験値との差が約10%ぐらいあって、収斂状態はあまり良好とは言えない。これは上に述べたようなことが影響している結果かも知れない。

ここでは、計算に要する時間、収斂の状態などを考慮に入れて6項近似で計算を行なっているが、だいたいにおいて計算値と実験値との差は10%内外にはいっており、実用上はこれで十分ではないかと思う。特に $k=0$ で二軸対称振動の第一固有値などはほとんど誤差のない値が得られている。

図4から明らかなように、固有値 λa^2 が k の増加とともに増大するものと、あまり変わらないものがあることがわかる。前者は節線が円孔と同心円に現われるような場合に生じ、節線が板の固定辺から出ているような場合は後者に相当しているようである。また、この場合にはあまり顕著には現われていないが、 k のある値のときに最小値があるように思われる。

図4における $k=0$ のときの二軸非対称振動の第二および第三固有値はほとんど同じ値で、二根の算出に困難を感じた。また実験の場合には第二固有値に相当すると考えられる共振点が得られなかった。これらのことを考え合わせると重根ではないかと思われる。

なお、一軸対称振動については、さきにも述べたように同一の固有値に対して、 x 軸に対称な振動と、 y 軸に対称な振動との二通り考えられるわけであるが、実験の場合には、非常に近接した二つの共振点で節線の形がちょうど 90° だけ違ったものが観察された（これは一軸対称振動のすべての場合に観察されたわけではないが）。これはおそらく上記の重根として現われるべきものが、試験片や固定条件の非対称性のために分離して近接した二つの共振点として観察されたものと考えられる。このような場合には、実験値として計算値に近いほうのものを採用しておいた。

6. あとがき

本報告では、有孔板の振動解析に Rayleigh-Ritz の方法を適用してみたが、十分実用性のある結果が得られることがわかった。また有孔板として実用上重要と思われる初めの三次までのモードについては6項近似でもかなり精度の良い値が得られるが、試験関数の近似項数を増し、有効桁数のさらに多くとれる電子計算機を使用すれば、高次のモードについても精度の良い結果が得られるものと思う。ここでは計算機の精度の問題があって、 $k=0.6$ 以上の場合については取り扱わなかったけれども、大型の電子計算機を使用し、さらに多くの桁数をとれば、この場合も本報告で述べた方法と全く同じ手段で計算することができる。

文 献

- 1) T. Kumai ; Flexural Vibration of the Square Plate with a Central Circular Hole, Proc. of the 2nd Japan National Congress for App. Mech., 1952
- 2) M. Yoshiki & T. Kawai ; General Method of Application of Energy Principles to Plate Problems, Proc. of the 11th International Congress of App. Mech., Springer Verlag, 1966
- 3) D. Yong ; Vibration of Rectangular Plates by the Ritz Method, J. of App. Mech., Dec. 1950.
- 4) 川井忠彦, 築地恒夫 ; 平板の固有値問題について, 第40期日本機械学会全国大会前刷集 (昭和37)
- 5) 川井忠彦, 泉日出夫 ; 有孔板の振動について, 第43期日本機械学会全国大会前刷集 (昭和40)
- 6) 戸川隼人 ; 固有値 $(\sum \lambda^k A_k)_{x=0}$ の数値解法, 航空宇宙技術研究所報告 TR-45 (昭和38)
- 7) 山本喜之 ; 振動学, 応用力学講座 第7巻 共立出版
- 8) 林 毅, 村外志夫 ; 変分法, 応用数学講座 第13巻 コロナ社

表1-1 λa^2 の計算値と実験値 (二軸対称振動) ()内は熊井教授の値

k	1 st		2 nd		3 rd	
	CAL.	EXP.	CAL.	EXP.	CAL.	EXP.
0	8.997 (9.09)	8.93 (9.12)	32.98	31.6	33.10 (32.6)	32.6 (32.3)
0.1	9.102 (8.91)	8.65 (9.03)	32.75	31.2	33.57 (32.8)	32.8 (32.5)
0.2	9.430 (9.00)	8.41 (9.30)	32.24	31.7	35.35 (33.6)	35.2 (33.4)
0.3	10.10 (9.42)	9.66 (9.84)	31.96	30.2	39.26 (35.4)	36.8 (37.1)
0.4	11.50 (10.1)	11.4 (11.2)	32.38	28.7	44.95 (38.6)	43.7 (42.8)
0.5	14.17 (11.3)	14.0 (13.1)	33.82	29.1	49.92 (42.4)	46.9 (47.7)

表1-2 λa^2 の計算値と実験値 (一軸対称振動) ()内は熊井教授の値

k	1 st		2 nd		3 rd	
	CAL.	EXP.	CAL.	EXP.	CAL.	EXP.
0	18.35 (19.1)	18.0 (16.7)	41.31	39.6	53.00	50.3
0.1	18.35 (18.4)	18.2 (17.0)	41.31	40.0	53.01	50.0
0.2	18.39 (17.6)	17.1 (17.1)	41.23	39.7	53.26	48.8
0.3	18.50 (16.7)	16.9 (16.1)	41.00	39.1	54.24	49.8
0.4	18.65 (16.5)	16.9 (16.0)	40.87	38.2	57.26	52.1
0.5	19.25 (17.1)	17.7 (17.4)	41.64	38.4	63.85	57.7

表1-3 λa^2 の計算値と実験値 (二軸非対称振動)

k	1 st		2 nd		3 rd	
	CAL.	EXR.	CAL.	EXP.	CAL.	EXP.
0	27.06	26.4	60.875		60.880	59.7
0.1	26.89	26.4	60.52	58.3	60.84	59.1
0.2	26.48	26.3	60.01	57.0	60.82	59.7
0.3	26.15	25.3	60.48	56.7	60.51	59.7
0.4	26.18	24.0	59.56	57.3	62.52	56.7
0.5	26.55	23.9	59.08	54.7	65.62	61.5

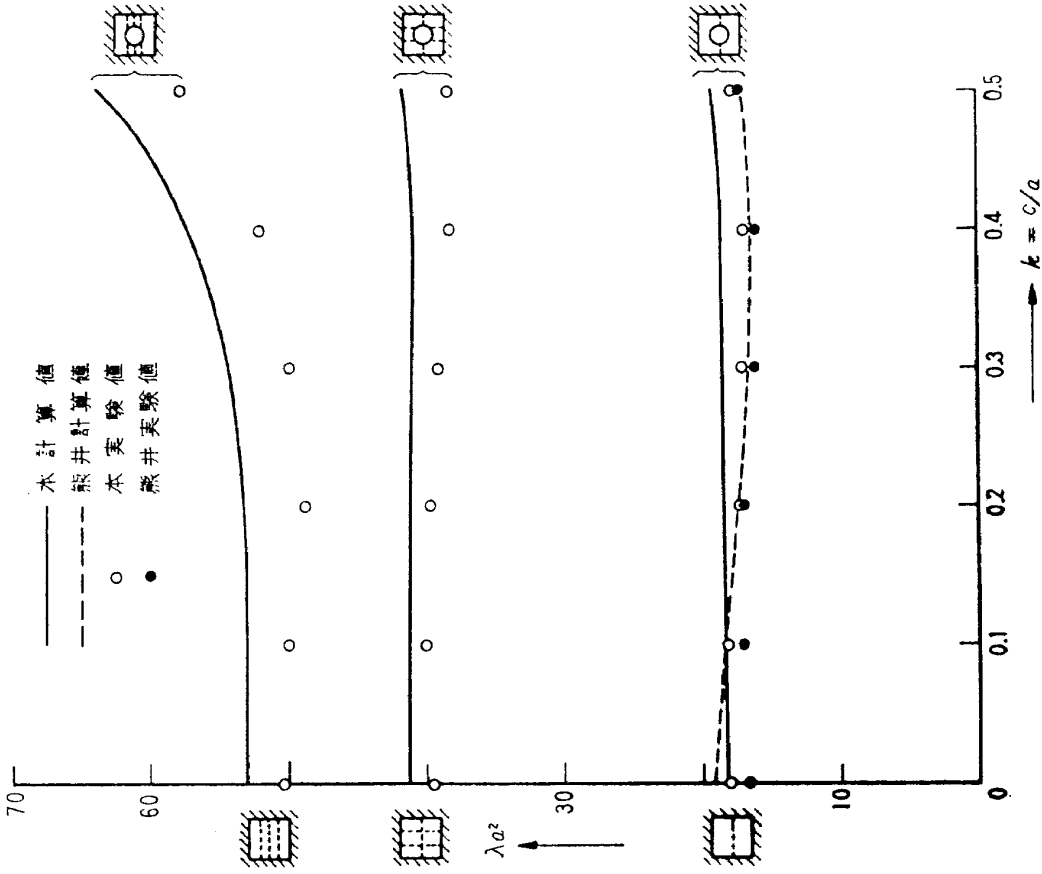


図 4-2 固有値 λa^2 と $k=c/a$ との関係
(一軸対称振動)

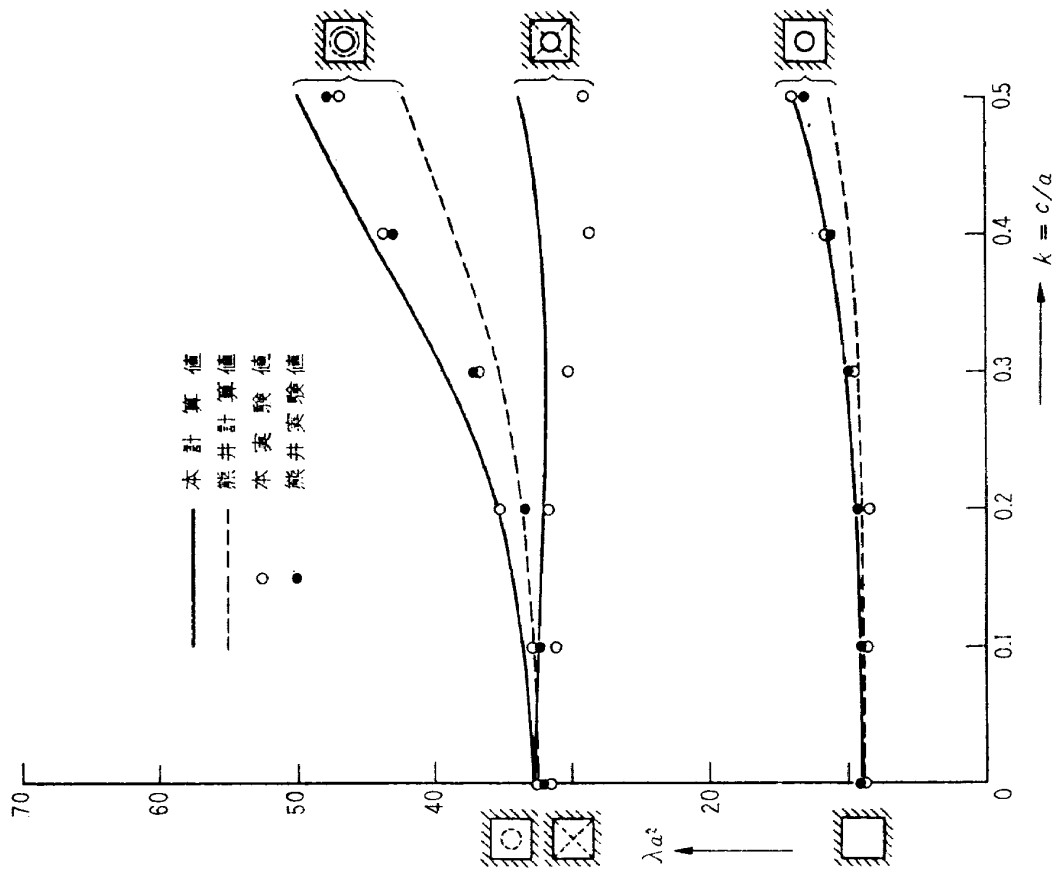


図 4-1 固有値 λa^2 と $k=c/a$ との関係
(二軸対称振動)

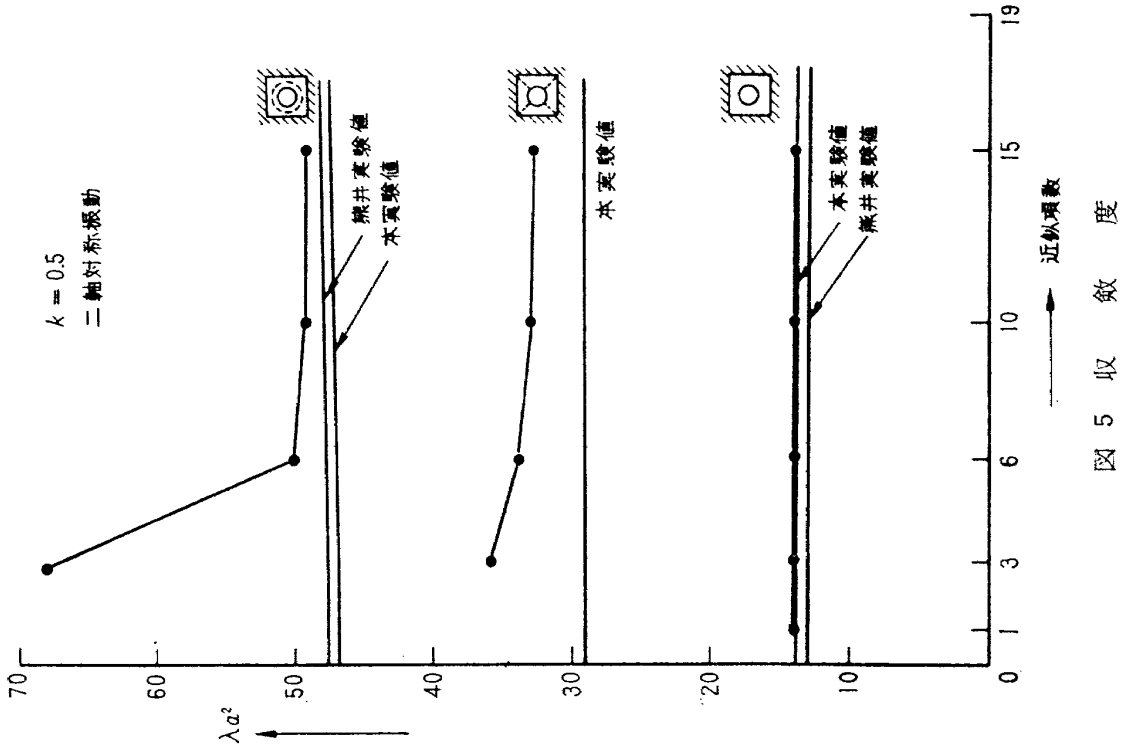


図 4-3 固有値 λa^2 と $k=c/a$ との関係
(二軸非対称振動)

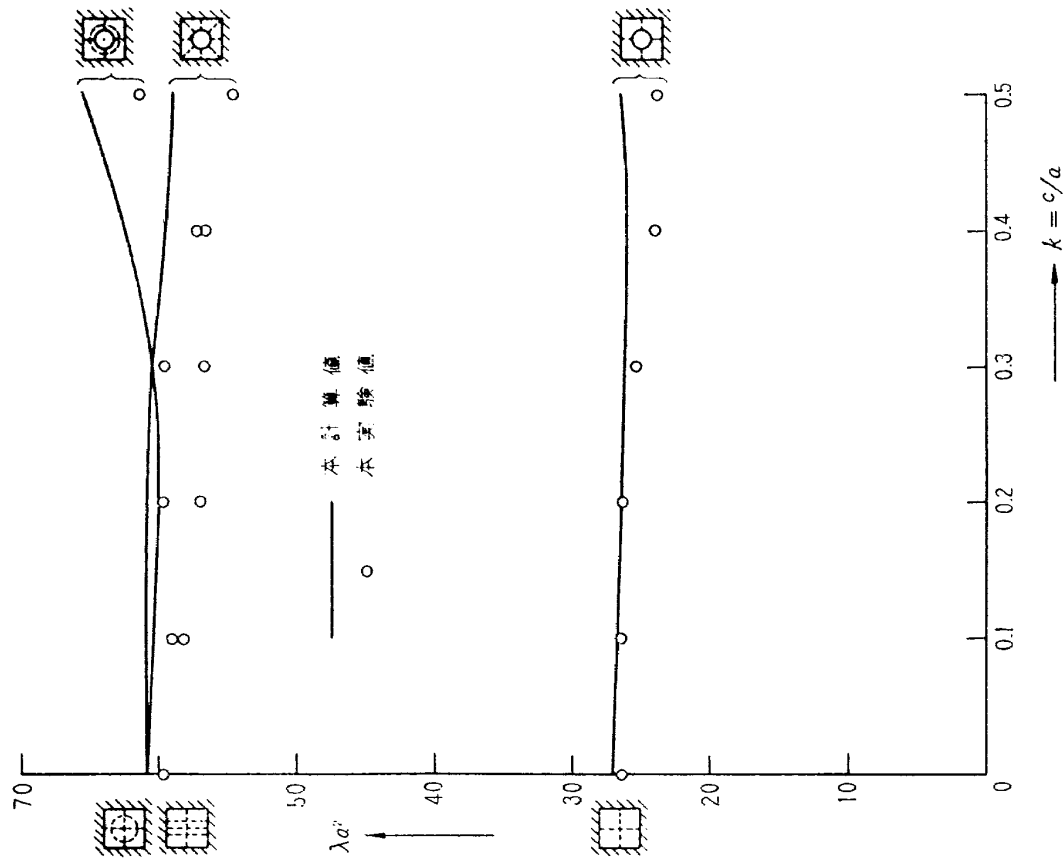


図 5 収 斂 度

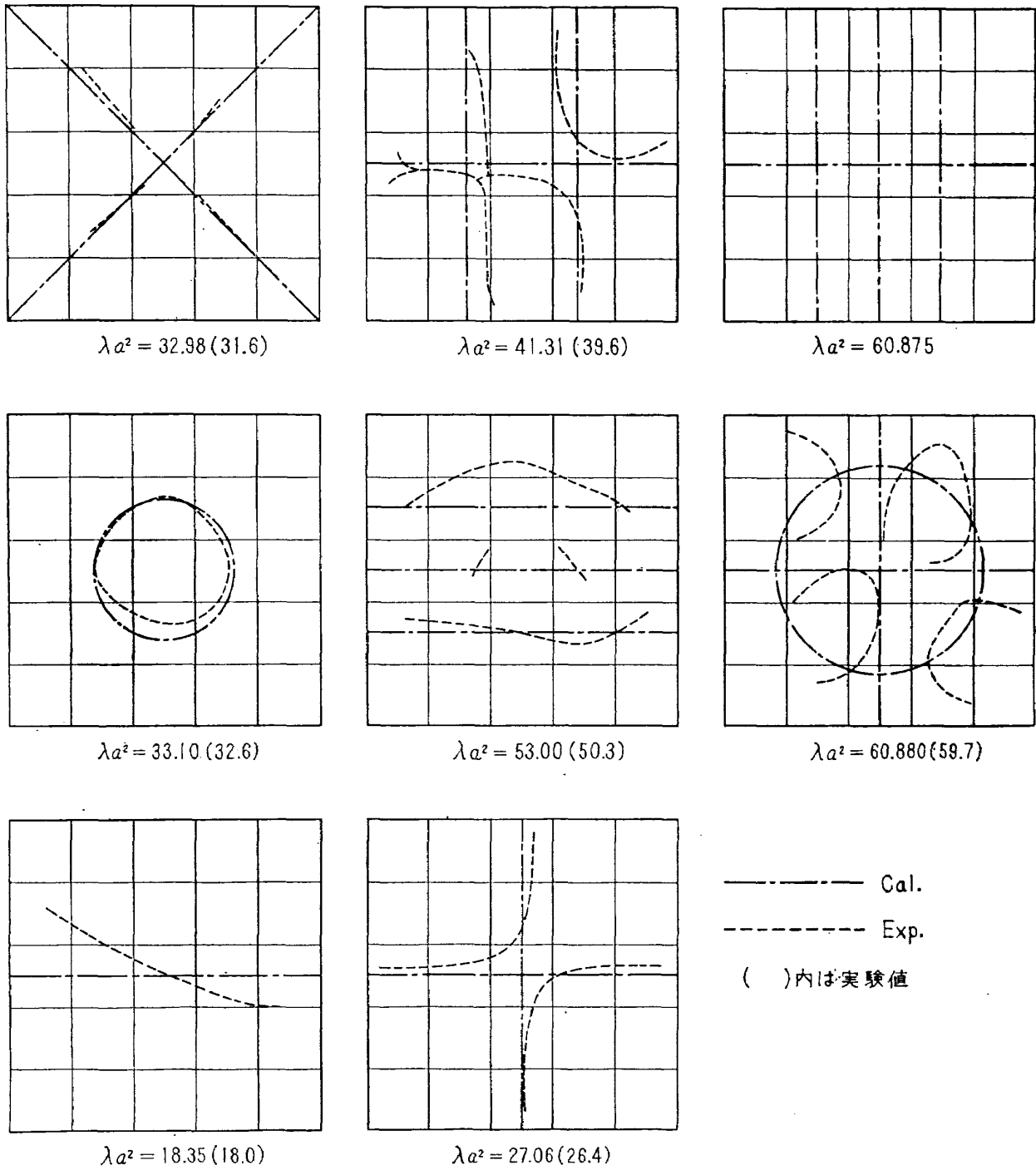


図 6-1 計算モードと実測モード ($k=0$)

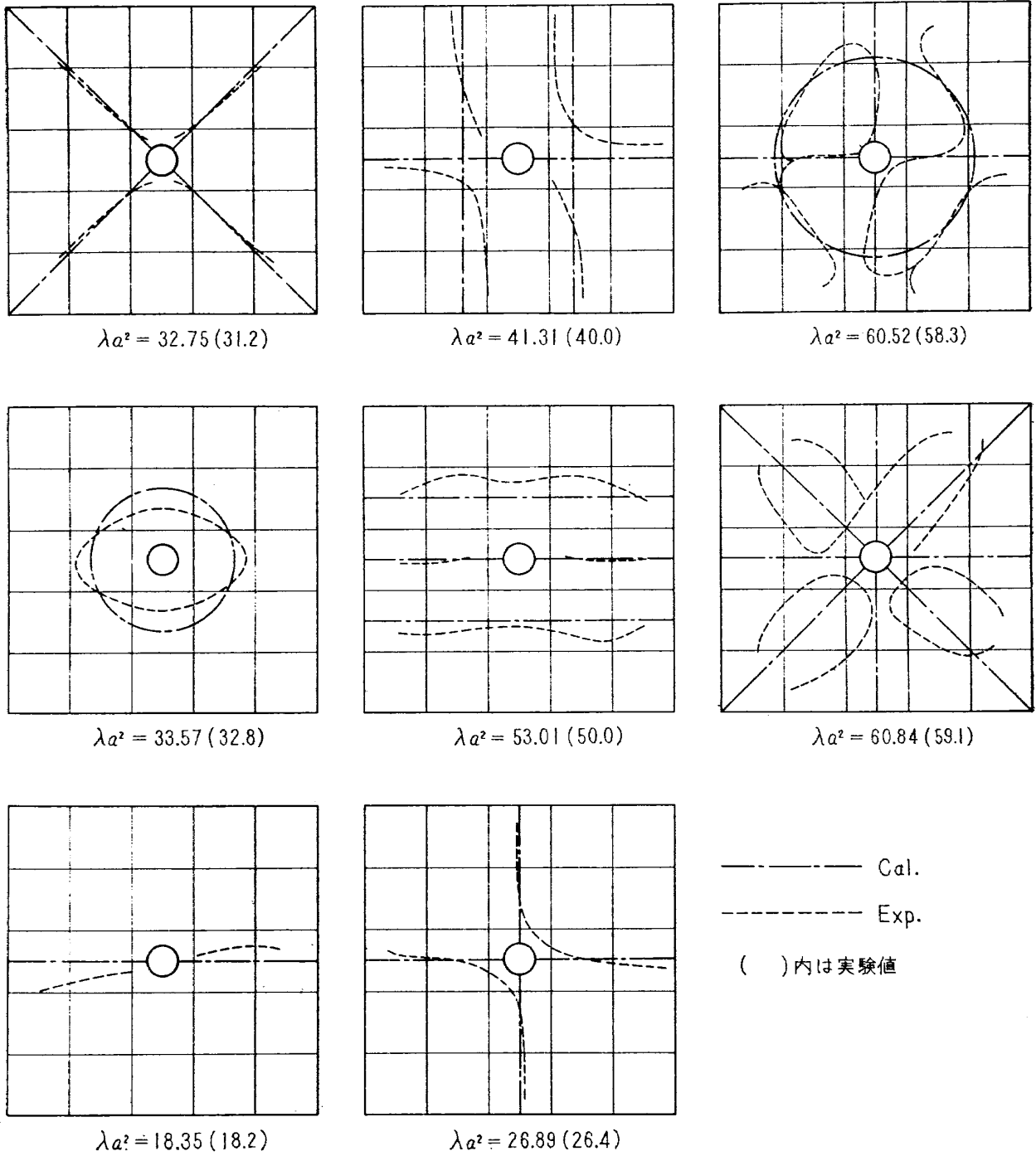


図 6-2 計算モードと実測モード ($k=0.1$)

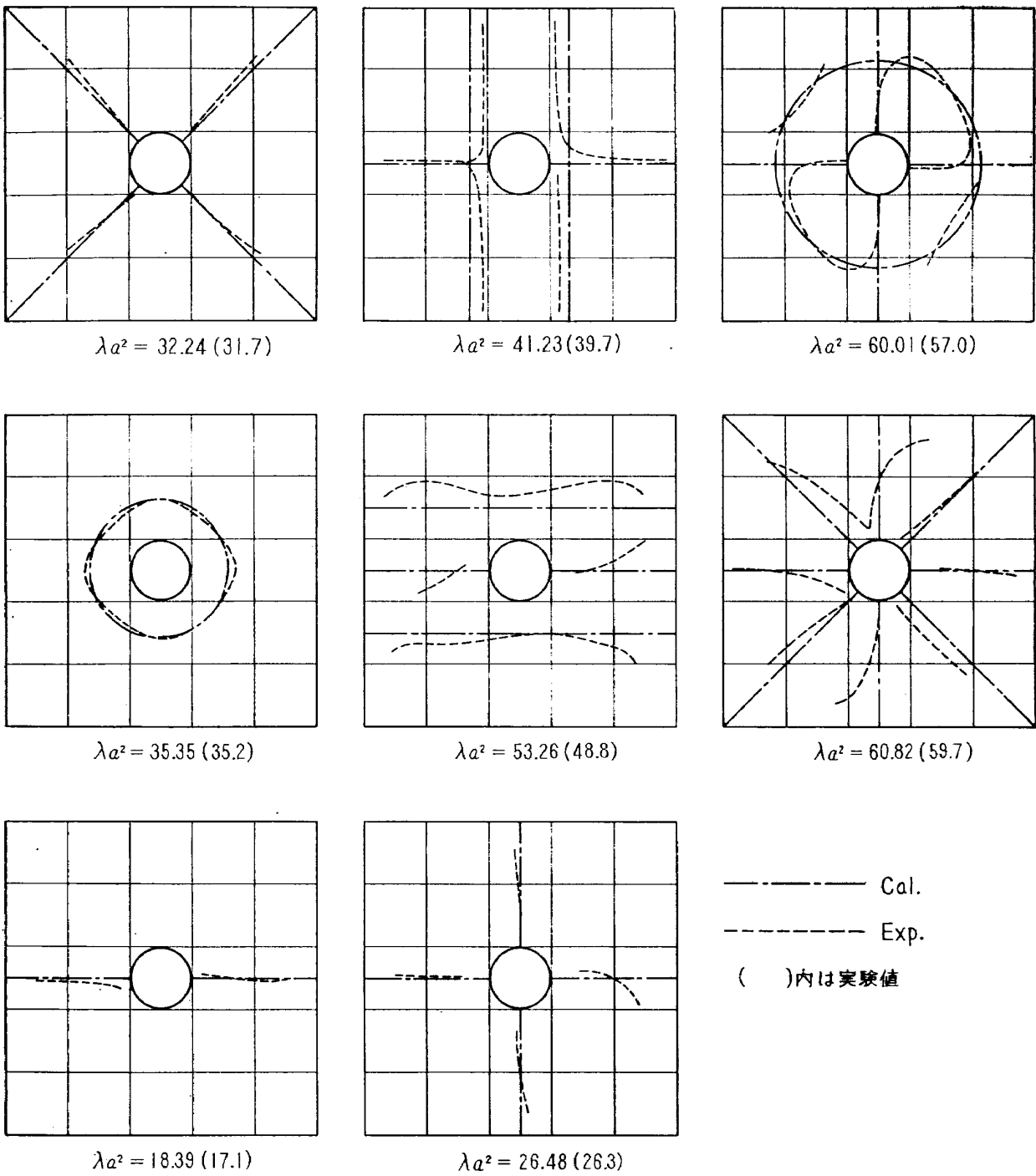


図 6-3 計算モードと実測モード ($k=0.2$)

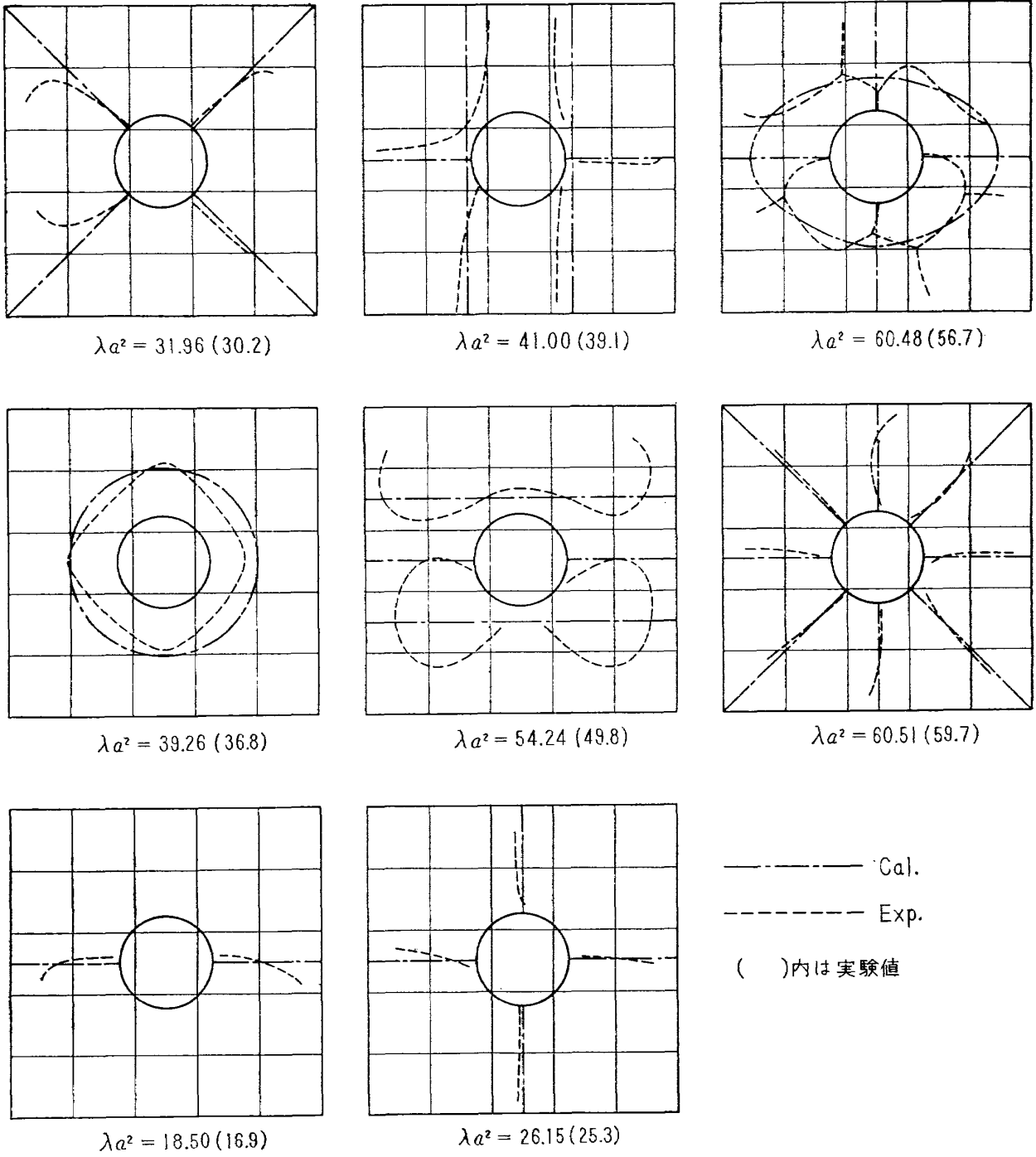


図 6-4 計算モードと実測モード ($k=0.3$)

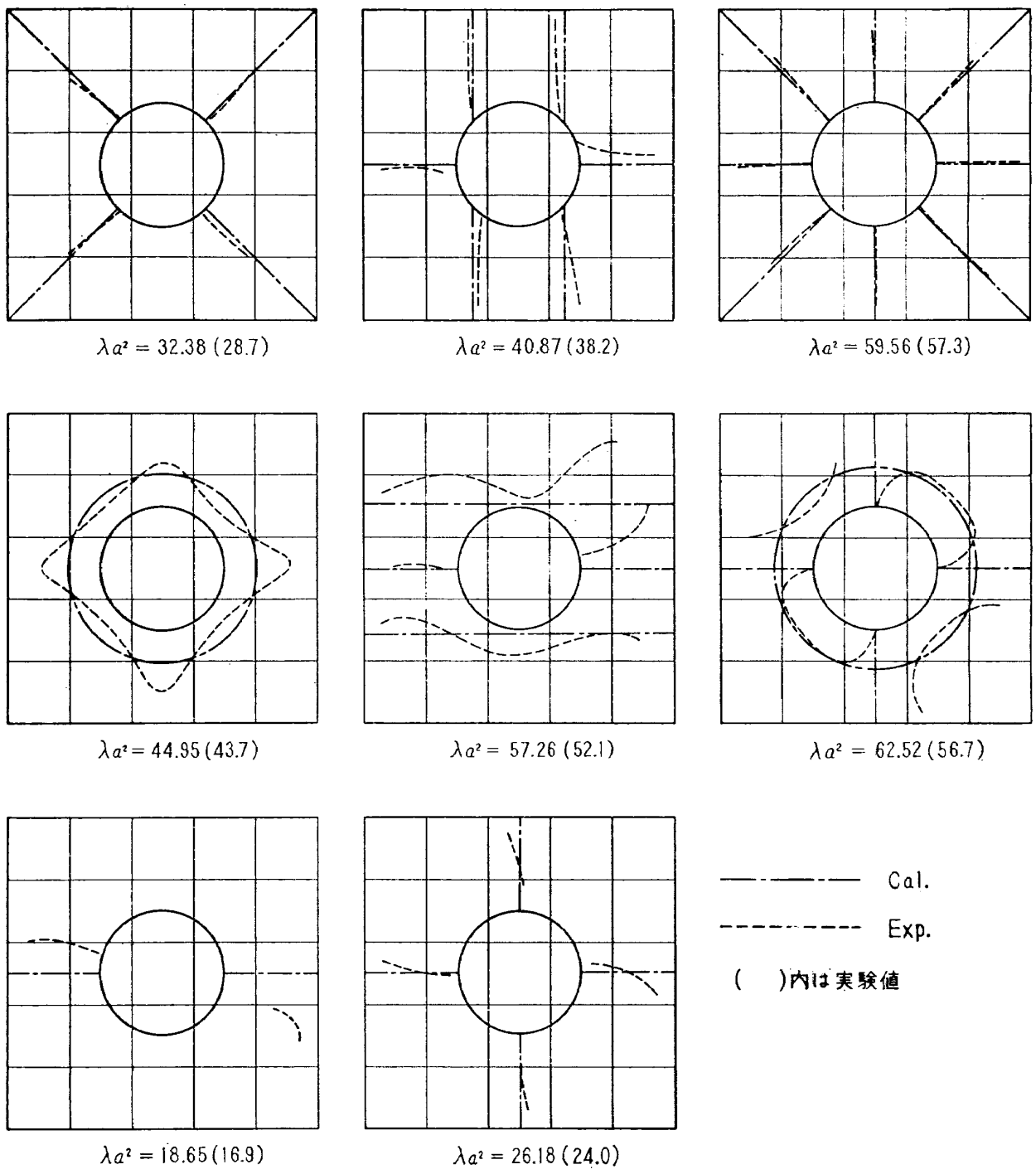


図 6-5 計算モードと実測モード ($k=0.4$)

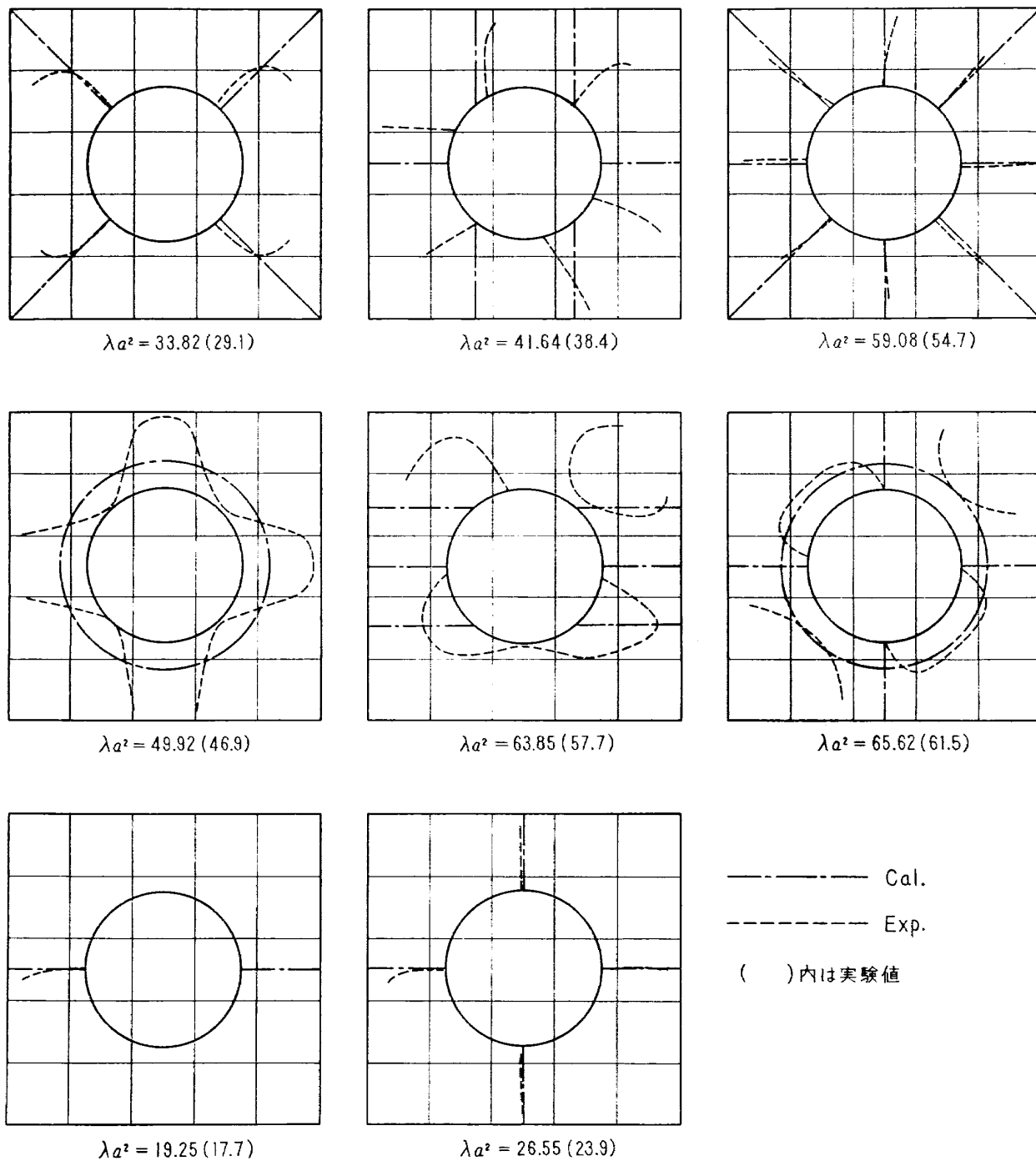
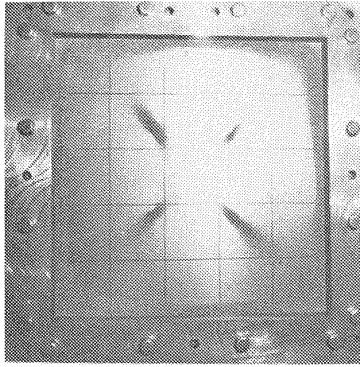
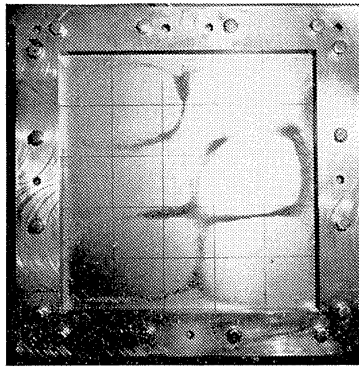


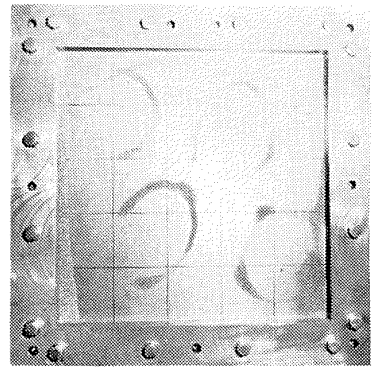
図 6-6 計算モードと実測モード ($k=0.5$)



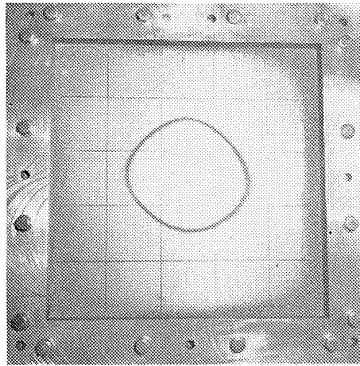
348 c/s



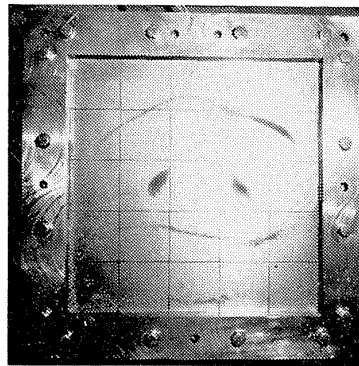
436 c/s



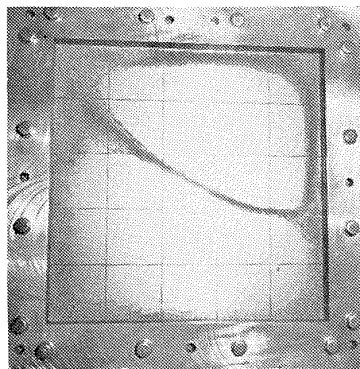
657 c/s



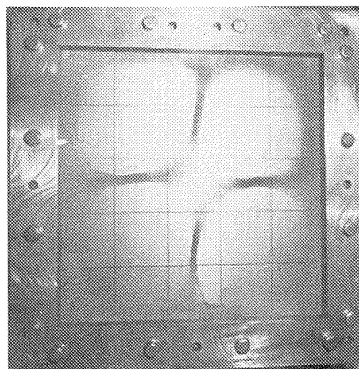
359 c/s



553 c/s

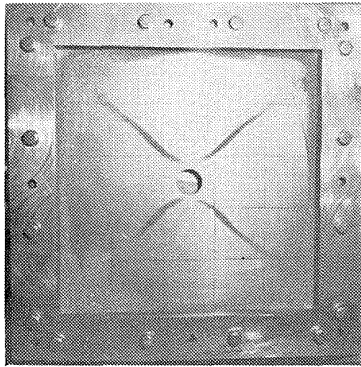


198 c/s

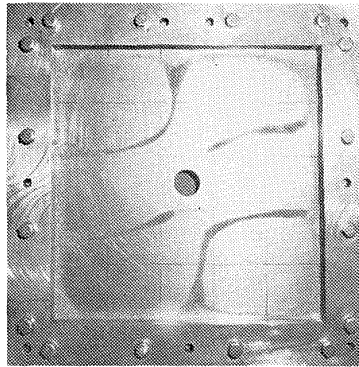


291 c/s

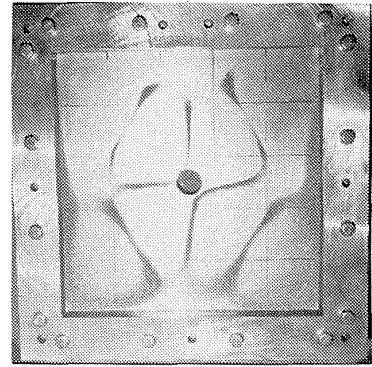
写真 2-1 振動モード ($k=0$)



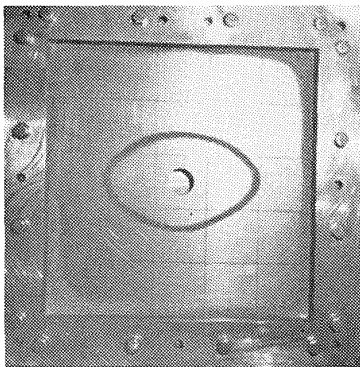
343 c/s



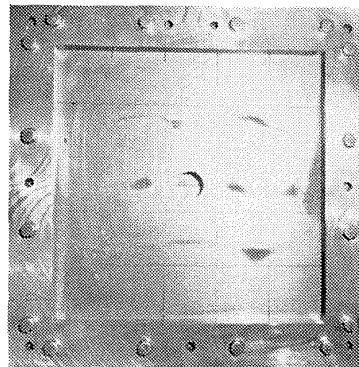
440 c/s



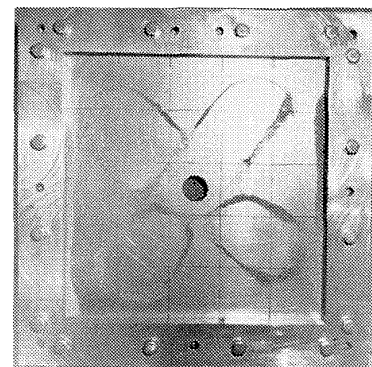
641 c/s



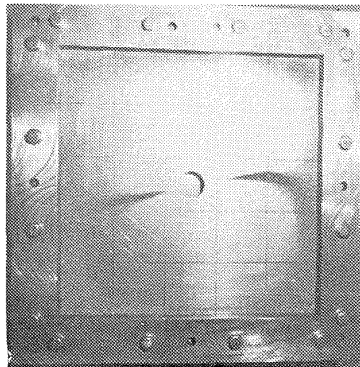
360 c/s



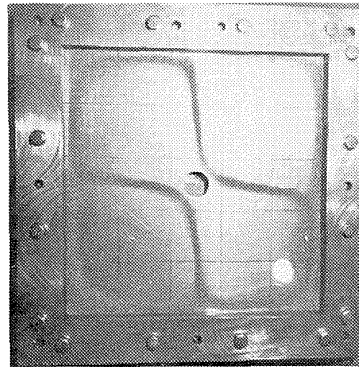
550 c/s



651 c/s

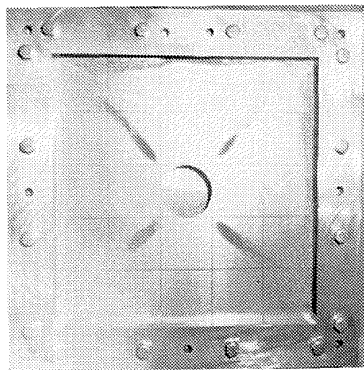


200 c/s

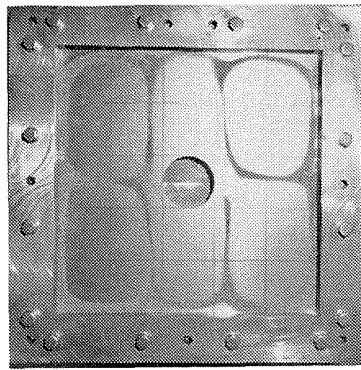


291 c/s

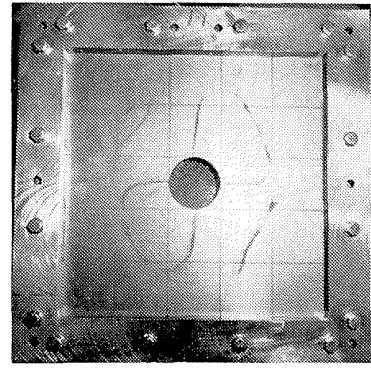
写真 2-2 振動モード ($k=0.1$)



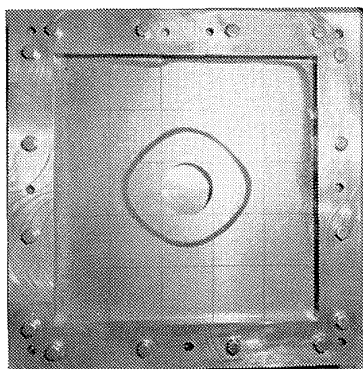
349 c/s



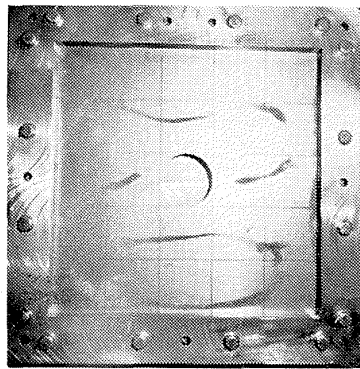
437 c/s



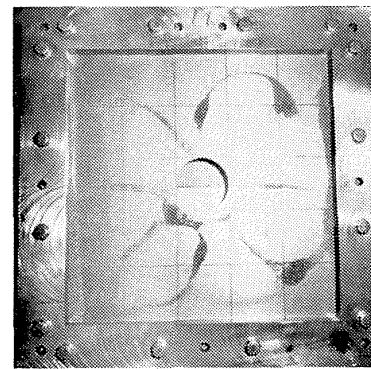
626 c/s



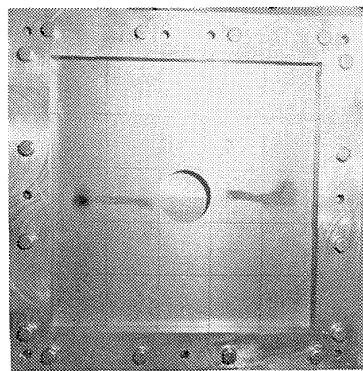
387 c/s



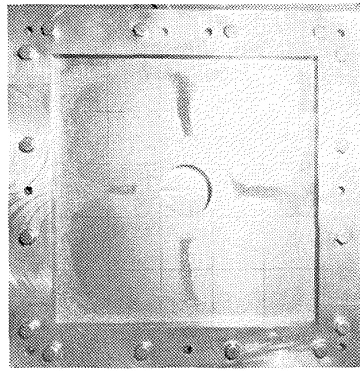
537 c/s



656 c/s

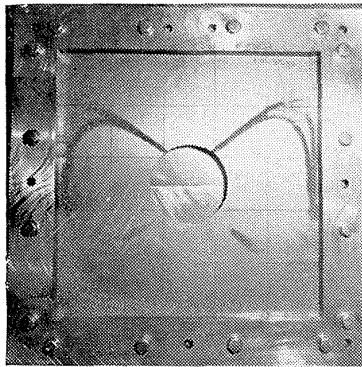


188 c/s

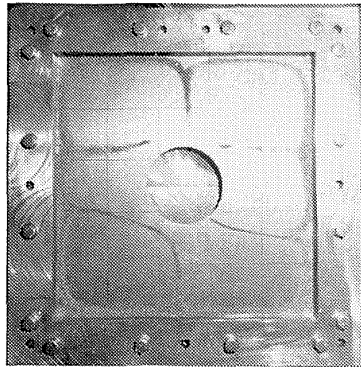


289 c/s

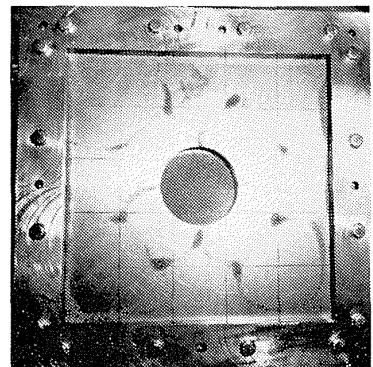
写真 2-3 振動モード ($k=0.2$)



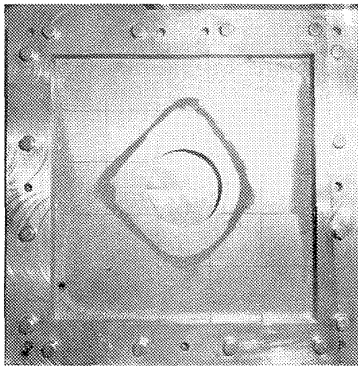
333 c/s



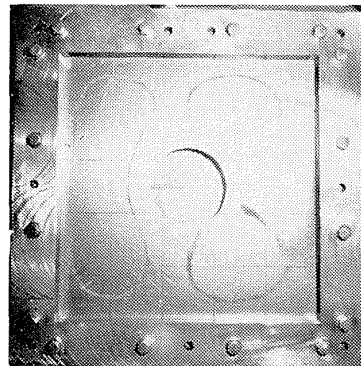
430 c/s



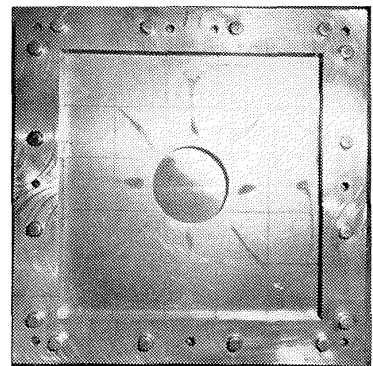
623 c/s



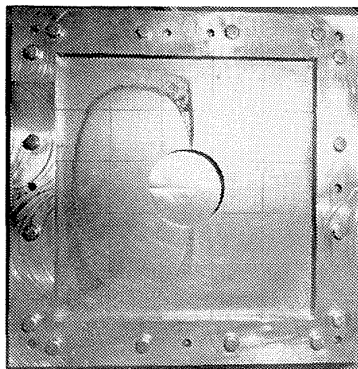
405 c/s



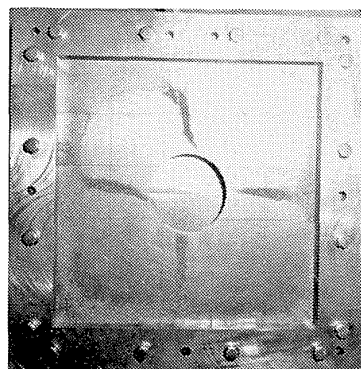
548 c/s



657 c/s

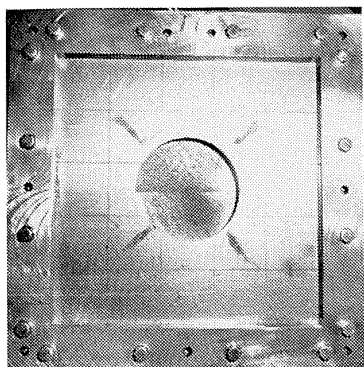


186 c/s

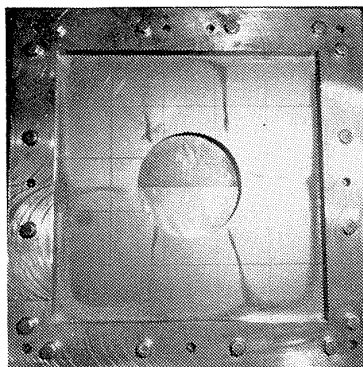


278 c/s

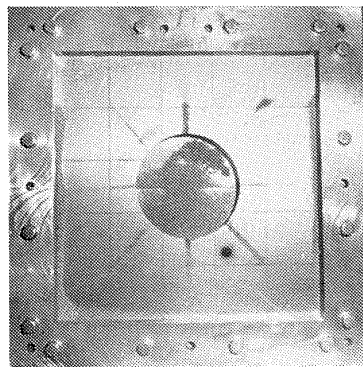
写真 2-4 振動モード ($k=0.3$)



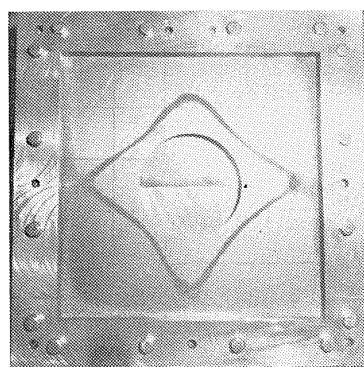
316 c/s



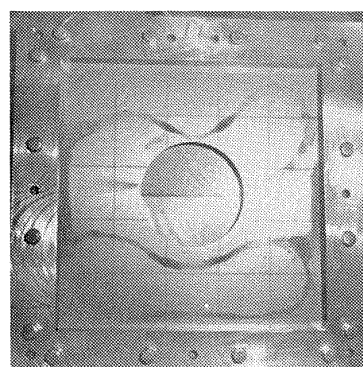
421 c/s



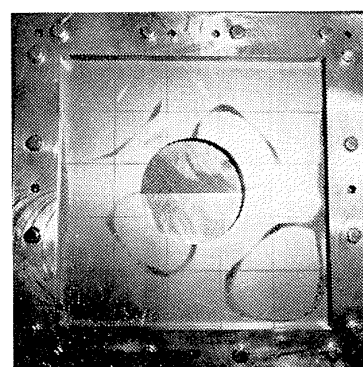
631 c/s



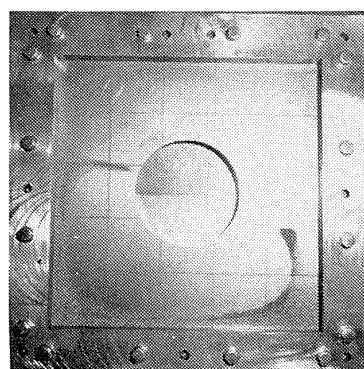
480 c/s



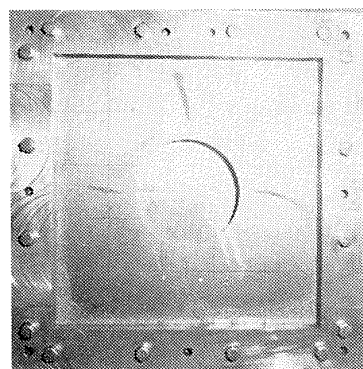
574 c/s



624 c/s

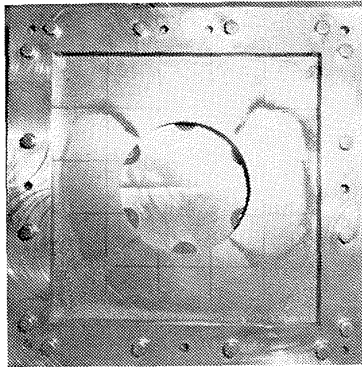


186 c/s

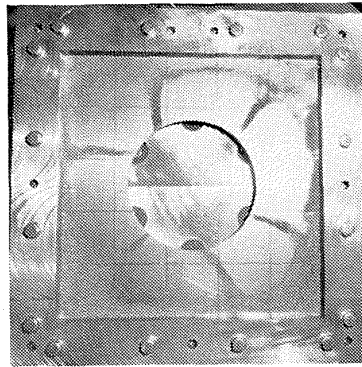


264 c/s

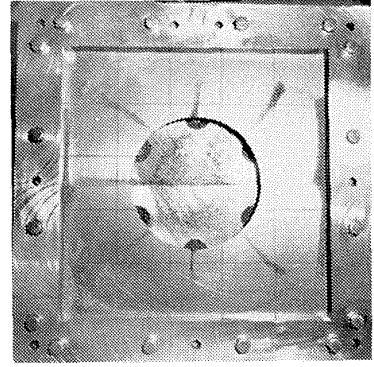
写真 2-5 振動モード ($k=0.4$)



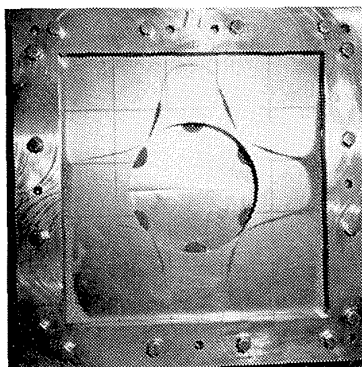
321 c/s



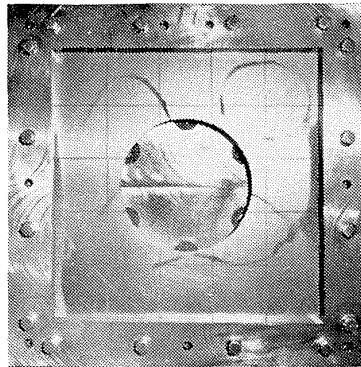
423 c/s



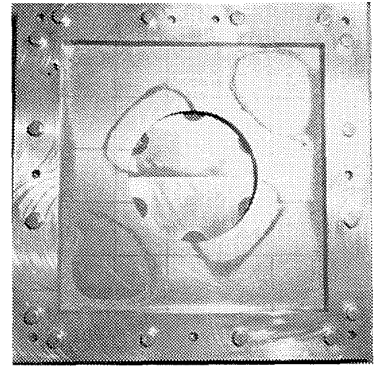
602 c/s



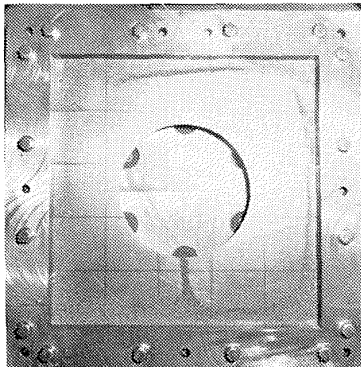
516 c/s



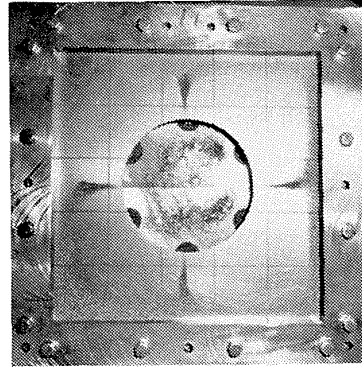
635 c/s



677 c/s



195 c/s



264 c/s

写真 2-6 振動モード ($k=0.5$)

表 3-1 試験関数 $w(x, y)$ の係数 a_{mn} の値 $k=0.2$ (二軸対称振動)

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{00} + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + a_{40}x^4 + a_{22}x^2y^2 + a_{04}y^4)$$

	1 st	2 nd	3 rd
a_{00}	-1.000000	-1.000000	-1.000000
$a_{20}a^2$	0.232331	67340.05	5.117805
$a_{02}a^2$	0.232374	-67327.12	5.118429
$a_{40}a^4$	-0.255907	-36603.41	-2.898204
$a_{22}a^4$	-0.137018	-2.591062	5.153159
$a_{04}a^4$	-0.255992	36589.27	-2.897653
λa^2	9.430	32.24	35.35

表 3-2 試験関数 $w(x, y)$ の係数 a_{mn} の値 $k=0.2$ (一軸対称振動)

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{01}y + a_{21}x^2y + a_{03}y^3 + a_{41}x^4y + a_{23}x^2y^3 + a_{05}y^5)$$

	1 st	2 nd	3 rd
$a_{01}a$	-1.000000	-1.000000	-1.000000
$a_{21}a^3$	-0.164737	12.20865	-0.198590
$a_{03}a^3$	0.431145	-0.166386	5.470024
$a_{41}a^5$	-0.154740	-5.670870	-0.086358
$a_{23}a^5$	0.139218	-0.234434	1.990064
$a_{05}a^5$	-0.174872	0.085657	-3.523923
λa^2	18.39	41.23	53.26

表 3-3 試験関数 $w(x, y)$ の係数 a_{mn} の値 $k=0.2$ (二軸非対称振動)

$$w(x, y) = (x^2 - a^2)^2 (y^2 - a^2)^2 (a_{11}xy + a_{31}x^3y + a_{13}xy^3 + a_{51}x^5y + a_{33}x^3y^3 + a_{15}xy^5)$$

	1 st	2 nd	3 rd
$a_{11}a^2$	-1.000000	-1.000000	-1.000000
$a_{31}a^4$	0.388449	2.764533	-3380.757
$a_{13}a^4$	0.388517	2.819905	3411.662
$a_{51}a^6$	-0.232384	-1.723668	2032.436
$a_{33}a^6$	-0.068489	0.090618	-169.4963
$a_{15}a^6$	-0.232585	-1.767724	-1996.770
λa^2	26.48	60.01	60.82

表 2-1 振動数方程式 (二軸対称振動 $k=0.2$)

48.767709-0.5444441 λ^2	5.9193955-0.0589145 λ^2	5.9193804-0.0589145 λ^2	1.1316454-0.0138341 λ^2	0.5615427-0.0054514 λ^2	1.1316638-0.0138342 λ^2	=0
5.9193955-0.0589145 λ^2	10.055228-0.0138341 λ^2	0.4438364-0.0054514 λ^2	5.2866001-0.0046179 λ^2	0.8683588-0.0012592 λ^2	0.1456971-0.0012592 λ^2	
5.9193804-0.0589145 λ^2	0.4438364-0.0054514 λ^2	10.055233-0.0138342 λ^2	0.1456941-0.0012592 λ^2	0.8683757-0.0012592 λ^2	5.2865454-0.0046180 λ^2	
1.1316454-0.0138341 λ^2	5.2866001-0.0046179 λ^2	0.1456941-0.0012592 λ^2	4.7615530-0.0019023 λ^2	0.4544583-0.0004198 λ^2	0.0522795-0.0002907 λ^2	
0.5615427-0.0054514 λ^2	0.8683588-0.0012592 λ^2	0.8683757-0.0012592 λ^2	0.4544583-0.0004198 λ^2	0.4721292-0.0002907 λ^2	0.4545246-0.0004198 λ^2	
1.1316638-0.0138342 λ^2	0.1456971-0.0012592 λ^2	5.2865454-0.0046180 λ^2	0.0522795-0.0002907 λ^2	0.4545246-0.0004198 λ^2	4.7616431-0.0090220 λ^2	

表 2-2 振動数方程式 (一軸対称振動 $k=0.2$)

20.475020-0.0589145 λ^2	1.6478373-0.0054514 λ^2	6.1910097-0.0138342 λ^2	0.2827680-0.0012592 λ^2	0.5136935-0.0012592 λ^2	2.5410405-0.0046180 λ^2	=0
1.6478373-0.0054514 λ^2	1.4731085-0.0012592 λ^2	0.5100523-0.0012592 λ^2	0.6668319-0.0004198 λ^2	0.3563545-0.0002907 λ^2	0.2253103-0.0004198 λ^2	
6.1910097-0.0138342 λ^2	0.5100523-0.0012592 λ^2	6.4373720-0.0046180 λ^2	0.1028203-0.0002907 λ^2	0.5527740-0.0004198 λ^2	4.2633200-0.0019022 λ^2	
0.2827680-0.0012592 λ^2	0.6668319-0.0004198 λ^2	0.1028203-0.0002907 λ^2	0.5307731-0.0001728 λ^2	0.1582485-0.0000969 λ^2	0.0499429-0.0000967 λ^2	
0.5136935-0.0012592 λ^2	0.3563545-0.0002907 λ^2	0.5527740-0.0004198 λ^2	0.1582485-0.0000969 λ^2	0.2279605-0.0000967 λ^2	0.3706557-0.0001728 λ^2	
2.5410405-0.0046180 λ^2	0.2253103-0.0004198 λ^2	4.2633200-0.0019022 λ^2	0.0499429-0.0000967 λ^2	0.3706557-0.0001728 λ^2	3.7858268-0.0009008 λ^2	

表 2-3 振動数方程式 (二軸非対称振動 $k=0.2$)

3.8818700-0.0054514 λ^2	0.9987799-0.0012592 λ^2	0.9987821-0.0012592 λ^2	0.3546847-0.0004198 λ^2	0.2515129-0.0002907 λ^2	0.3547356-0.0004198 λ^2	=0
0.9987799-0.0012592 λ^2	0.7926865-0.0004198 λ^2	0.2514535-0.0002907 λ^2	0.4787192-0.0001728 λ^2	0.1859584-0.0000969 λ^2	0.0902625-0.0000967 λ^2	
0.9987821-0.0012592 λ^2	0.2514535-0.0002907 λ^2	0.7927560-0.0004198 λ^2	0.0902406-0.0000969 λ^2	0.1859784-0.0000967 λ^2	0.4787843-0.0001728 λ^2	
0.3546847-0.0004198 λ^2	0.4787192-0.0001728 λ^2	0.0902406-0.0000969 λ^2	0.3979793-0.0000820 λ^2	0.1113727-0.0000399 λ^2	0.0332001-0.0000324 λ^2	
0.2515129-0.0002907 λ^2	0.1859584-0.0000969 λ^2	0.1859784-0.0000967 λ^2	0.1113727-0.0000399 λ^2	0.1006350-0.0000324 λ^2	0.1113817-0.0000399 λ^2	
0.3547356-0.0004198 λ^2	0.0902625-0.0000967 λ^2	0.4787843-0.0001728 λ^2	0.0332001-0.0000324 λ^2	0.1113817-0.0000399 λ^2	0.3980253-0.0000821 λ^2	

TM-64	応力集中による材料の疲れ強さに関する一実験 (I)	1965年10月	池田為治, 坂元思無邪
TM-65	ジェットエンジンの翼の固有振動に関する実験	1965年11月	武内澄雄, 宮地敏雄
TM-69	質量分析計による水蒸気を含む試料のガス分析	1965年12月	星谷昌二, 堀内正司
TM-71	可動アイアンバードの構造および機能	1965年12月	斎藤浩一, 計測部
TM-72	地上付近の風の影響による小型ロケットの姿勢角変化	1965年12月	中村第一, 石黒登美子
TM-73	固定端を有する薄肉円筒殻の自由振動について	1966年1月	戸川隼人, 泉日出夫
TM-74	回転振動試験装置の計画, 構造および特性	1966年2月	田寺木一, 宮地敏雄
TM-75	高マッハ数風洞の消音装置について	1966年2月	武内澄夫, 清水福寿
TM-76	コーティングの断熱効果のアナログシミュレーション	1966年2月	星谷昌二, 吉永 敏一
TM-77	テレメータ電波の偏波面の回転を利用したロケットのスピン測定について	1966年3月	田畑浄治, 桜井善雄
TM-78	昇降舵の操舵力特性に関するシミュレーション解析	1966年3月	三浦川雅男, 森 幹彦
TM-79	テレメータ機上装置の小型化の研究	1966年3月	中野直治
TM-80	安定制御のための一計算法	1966年3月	新田慶二
TM-81	吹出式超音速風洞の起動時および停止時における過負荷防止装置	1966年3月	石崎哲二, 斎藤秀夫
TM-82	ピトー管による境界層速度分布測定について	1966年4月	外立政雄, 柳原盛三
TM-83	ジェットリフトエンジン空気取入口の実験 (II)	1966年4月	長洲秀夫, 柏原登喜子
TM-84	二段ロケットの低速風洞試験	1966年7月	近藤 博, 増田惣平
TM-85	航空機の滑走路走行時の振動に関する実験的研究	1966年8月	毛利浩, 田村敦宏
TM-87	極小型超音速機用姿勢制御装置の特性解析	1966年8月	佐野四郎, 能村 実
TM-88	プロペラ後流偏向型STOL機の風洞試験 (I)	1966年9月	小野 幸一, 池谷光荣, 畑山茂樹
			犬丸矩夫, 岡部祐二郎 北村清美, 川幡長勝 木村友昭

注：欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料89号

昭和41年9月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表)

印刷所 奥村印刷株式会社
東京都千代田区西神田1~10

