

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## TM-123

“NAL-16・31” および “NAL-25・31”

二段ロケットの振動試験

中井 暎一 ・ 古関 昌次 ・ 田寺 木一  
高木 俊朗 ・ 安藤 泰勝 ・ 森田 甫之  
峯岸 正勝 ・ 菊地 孝男 ・ 太田 幹雄

1967 年 11 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-76	コーティングの断熱効果のアナログシミュレーション	1966年2月	小川 鉦一
TM-77	テレメータ電波の偏波面の回転を利用したロケットのスピン測定について	1966年3月	田畑 浄治, 桜井 善雄 三浦 雅男
TM-78	昇降舵の操舵力特性に関するシミュレータ解析	1966年3月	堀川 勇壮, 森 幹彦 中野 佳直
TM-79	テレメータ機上装置の小型化の研究	1966年3月	新田 慶治
TM-80	安定制御のための一計算法	1966年3月	樋崎 哲二
TM-81	吹出式超音速風洞の起動時および停止時における過負荷防止装置	1966年3月	石原 久蔵, 斎藤 秀夫 外立 政隆, 榊原 盛三 宗 美 均
TM-82	ピトー管による境界層速度分布測定について	1966年4月	長洲 秀夫, 柏原登喜子
TM-83	ジェットリフトエンジン空気取入口の実験 (II)	1966年4月	近藤 博, 増田 惣平
TM-84	二段ロケットの低速風洞試験	1966年7月	毛利 浩, 田村 敦宏 佐野 四郎, 能村 実
TM-85	航空機の滑走路走行時の振動に関する実験的研究	1966年8月	小野 幸一
TM-87	極小型超音速機用姿勢制御装置の特性解析	1966年8月	池谷 光栄, 畑山 茂樹
TM-88	プロペラ後流偏向型 STOL 機の風洞試験 (I)	1966年9月	犬丸 矩夫, 岡部祐二郎 北村 清美, 川幡 長勝 木村 友昭
TM-89	有孔板の振動について	1966年9月	川井 忠彦, 泉 日出夫
TM-90	地上付近の横風の影響による小型ロケットの方位角変化	1966年9月	戸川 隼人, 石黒登美子
TM-91	高速タービン翼列二次元試験	1966年10月	近藤 博, 蓑田 光弘 山崎 紀雄
TM-92	リフトジェットエンジン試験設備 (I) 一台上運転設備一	1966年10月	大山 耕一, 吉田 晃昇 中山 晋, 菅原 晃 五味 光男
TM-94	J-3 ジェットエンジン用タービン動翼の固有振動特性	1966年11月	武内 澄夫, 宮地 敏雄 星谷 昌二
TM-95	超軽量軸流圧縮機動翼の固有振動特性	1966年11月	武内 澄夫, 宮地 敏雄 星谷 昌二
TM-96	2024-T4および7075-T6有孔平板の曲げ疲労試験と2024-T4平滑丸棒の軸荷重疲労試験	1966年11月	佐野 政明, 菰岡 一洋
TM-97	高マッハ数風洞について (II)	1967年1月	吉永 崇, 井上 建二 広田 正行, 楯 篤志
TM-98	40kWプラズマ発生装置の諸特性	1967年1月	野村 茂昭, 相原 康彦
TM-99	搭載機器用環境試験装置の特性	1967年2月	大月 正男, 鈴木 孝雄 田畑 浄治, 円居 繁治
TM-100	二連型リフトエンジンの吸込み抵抗	1967年3月	近藤 博, 大城章一郎
TM-101	低圧環境下における固体ロケットモータの性能	1967年3月	望月 昌, 斎藤 信弥 五代 富文, 伊藤 克弥 湯沢 克宜
TM-102	弾性支持片持板の振動	1967年3月	埜 武敏, 築地 恒夫 越出 慎一, 林 洋一
TM-103	結合梁の振動について	1967年3月	築地 恒夫, 林 洋一
TM-104	平板翼模型の固有振動モードの測定	1967年4月	中井 暎一, 森田 甫之
TM-105	非定常境界層方程式を含む放物型微積分方程式の数値解法	1967年4月	関口 清子

# “NAL-16・31” および “NAL-25・31”

## 二段ロケットの振動試験\*

中井 暎一\*\*・古関 昌次\*\*・田寺 木一\*\*  
高木 俊朗\*\*・安藤 泰勝\*\*・森田 甫之\*\*  
峯岸 正勝\*\*・菊地 孝男\*\*・太田 幹雄\*\*

“NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケットについて、全機振動試験を行なって、それぞれ固有振動数、モードおよび構造減衰係数を測定し、結合部の低い剛性が、振動数とモードに大きい影響を与えることを確認した。また、結合部を回転バネと考えて影響関数を用いたマトリックス法と、結合部に、剛性試験より得られた低い曲げ剛性を用いたガラーキン法とによる理論計算との比較を行なった。この結果、マトリックス法による理論計算に剛性試験によって得られたバネ定数を導入した場合の方が、実験の振動数およびモードとの一致が、はるかによいことがわかった。

### 1. ま え が き

一般にロケットの固有振動数とそのモードは、動的安定の問題や、特に誘導制御が行なわれるとき、誘導用の検出器の取付位置、さらに機体とクローズド・ループを形成する制御系の安定性の検討にとって、できるだけ正確な資料が必要である。

本試験は“NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケットについて、全機振動試験を行なって、それぞれ固有振動数、モードおよび構造減衰係数を測定した。このさい特に各段ロケットの結合部の剛性が、その固有振動数とモードに大きい影響をおよぼすので、これを確認し、かつ理論計算の面から比較検討して、将来の多段ロケットの設計に必要な資料を得ることを目的とした。

### 2. “NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケットの諸元、質量分布および剛性分布

振動試験を行なったロケットは、航空宇宙技術研究所が研究用に試作した二段式固体ロケットで、“NAL-16・31” は二段ロケットの飛翔性能、特にサステーナのフレーヤ安定の研究を目的とし、“NAL-25・31” は、過酸化水素の分解ガスジェットによるロール制御

の研究を目的として計画された。ロケットの諸元と全体図は、それぞれ表1と図1に示されており、“NAL

表1 “NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケットの諸元  
“NAL-16・31” ロケット

		ブースタ	サステーナ
長  さい	全  長	8,100 mm	
	各  段	4,042 mm	4,058 mm
外  径		310 φ	165 φ
重  量	全  備	600.7 kg	
	各  段	477.0 kg	(含搭載機器) 123.7 kg
	推  進  薬	338.5 kg	65.2 kg

“NAL-25・31” ロケット

		ブースタ	サステーナ
長  さい	全  長	8,800 mm	
	各  段	4,137 mm	4,663 mm
外  径		310 φ	250 φ
重  量	全  備	796.2 kg	
	各  段	498.6 kg	(含搭載機器) 297.6 kg
	推  進  薬	341.5 kg	135.9 kg

\* 昭和42年10月25日受付

\*\* 機体第一部

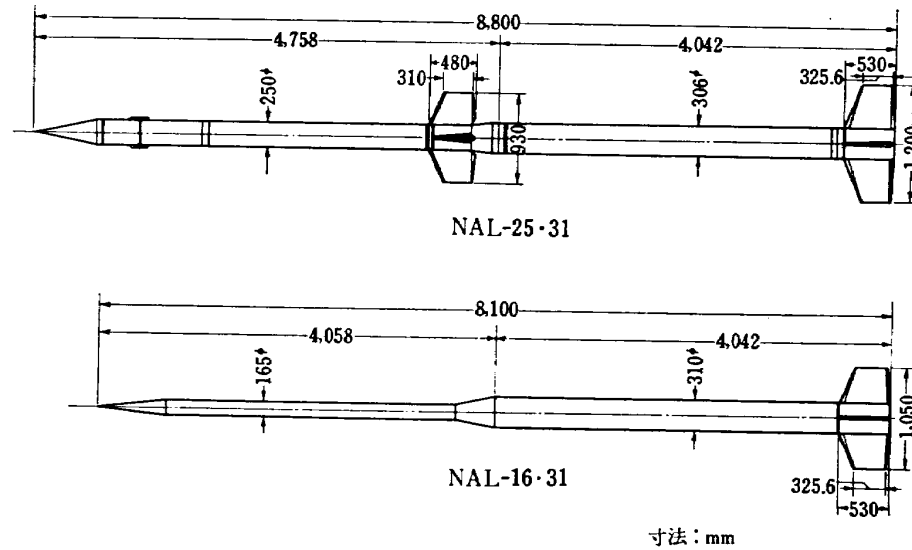


図1 “NAL-16・31”, “NAL-25・31” ロケット全体図

“NAL-16・31” は全長 8,100 mm, 全備重量 600.7 kg, “NAL-25・31” は全長 8,800 mm, 全備重量 796.2 kg で, 段間の結合部はともにフレヤ部で, 火薬の爆発により3本のシャー・ピンを切って分離する構造となっている。

機体軸方向の質量および曲げ剛性の分布を, “NAL-16・31” については図2(a) および図2(b) に, “NAL-25・31” については図3(a) および図3(b) に示している。質量分布は推奨の燃焼前後を図に併記し, 剛性分布は機体断面の形状と材質から算出したもので, 尾翼を含んでおり, 固体燃料の剛性は無視している。

### 3. 振動試験方法

#### 3.1 ロケット支持機構

ロケットの支持機構は, ノーズを上方にして鉛直に吊り下げ, ロケットが鉛直の姿勢の状態である一平面内で拘束されない自由飛行状態にできるだけ近いように作った。図4は“NAL-25・31”の支持機構を, 図5は同じく吊り下げ状態を示した。図4に示すように, 上下のロケット吊下げクランプは, その位置を調整することができて, 胴体一次の振動モードの節点近くに取り付けた。下方の吊下げクランプは, スチールワイヤ(直径8mm)で, 滑車を通して実験場床にタンバクルでロケットの上下位置を調整できるように取り付けられた。また上方のクランプは, スチールワイヤで滑車を通して, 先端に重錘を吊り下げて, ロケットの鉛直の姿勢を保持するようにした。上下吊下げ

クランプのそれぞれ2本のワイヤは, すべて一平面内にあるように配置され, ロケットはこの平面に垂直方向の振動に対して, 拘束は非常に少ない。

“NAL-16・31”の振動試験状況は図6に示した。ノーズ側に近いクランプと吊下げ機構は“NAL-25・31”と同一であるが, 下方は2枚の尾翼にそれぞれ翼パサミを取り付けて, これにスチールワイヤ(直径6mm)をつけて, 鉄塔上端の取付枠に上下位置微調整ボルトを用いて, 上下4本のワイヤが一平面内にあるように取り付けた。

#### 3.2 ロケットの試験条件

振動試験は, 多段ロケットの結合部の剛性が, その固有振動数とモードにおよぼす影響を, 特に考察するのを主要目的においたもので, 試験の都合により, “NAL-16・31”では, プースタの燃料は空で, サステーナの燃料はダミー重量を付加して, 燃料満載に擬似させた。また“NAL-25・31”では, プースタおよびサステーナはともに, 燃料空の場合について振動試験を行なった。

#### 3.3 計測および試験方法

図7には, 振動試験計測ブロック図を示している。加振機は25kgの電磁型シェーカを用い, プースタ下端から190mmの点を, ワイヤ面に垂直方向に加振した。

ロケットの固有振動数は, 振動加速度の周波数応答におけるピーク値の振動数をもって, 固有振動数とした。周波数応答は, サーボ機構によって, シェーカの加振力を一定に保ちながら, 発振器の周波数を自動的

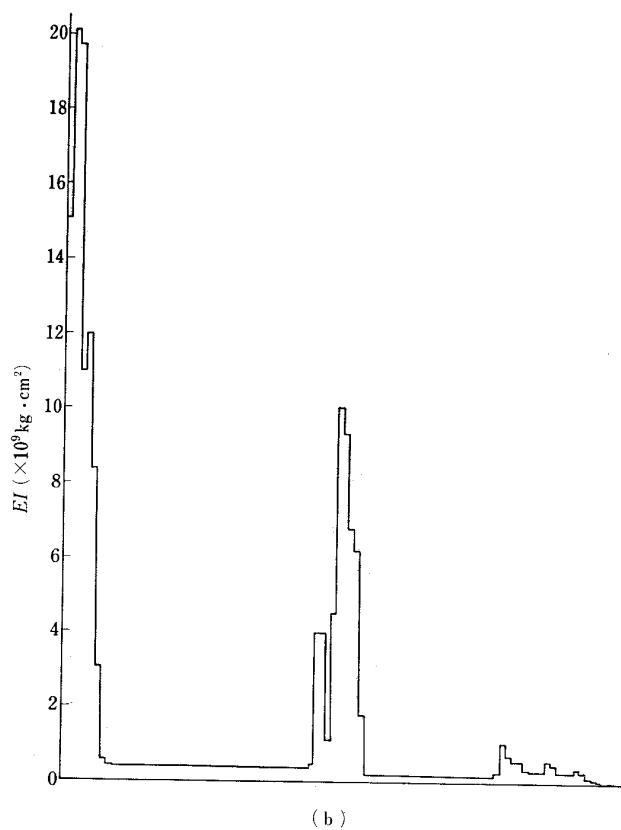
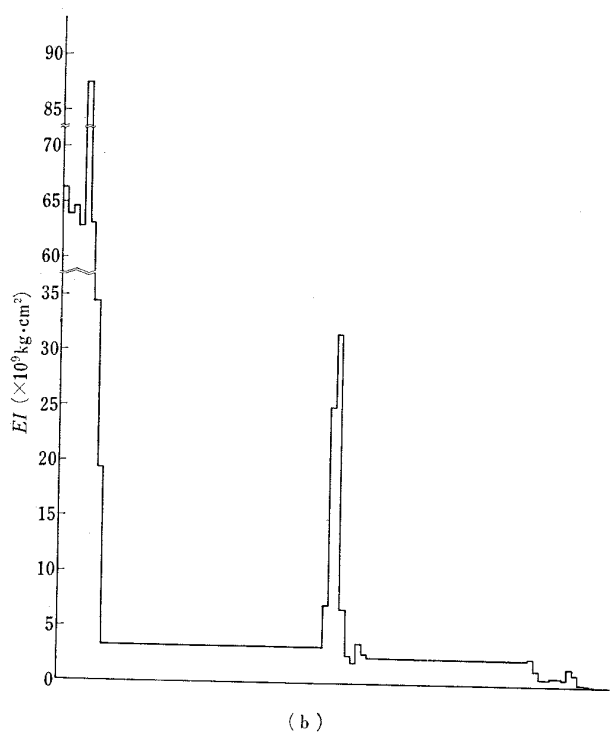
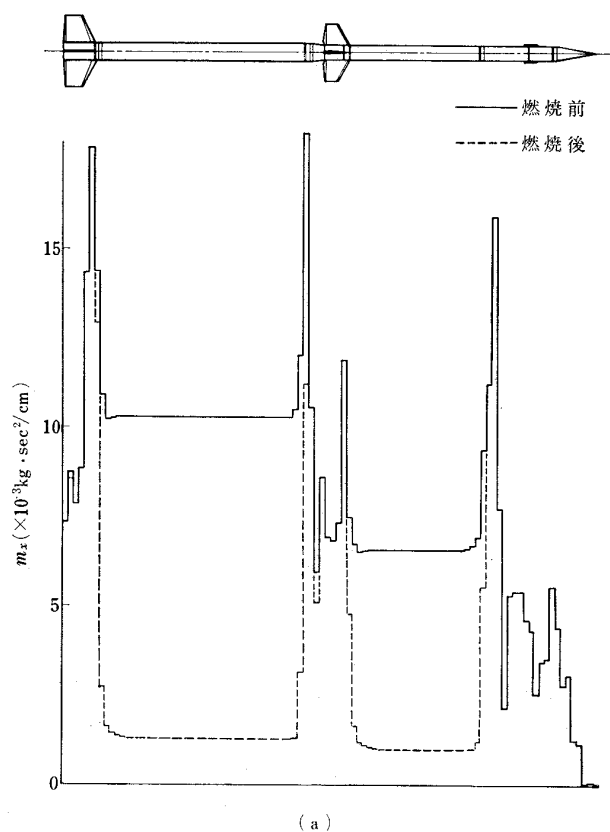
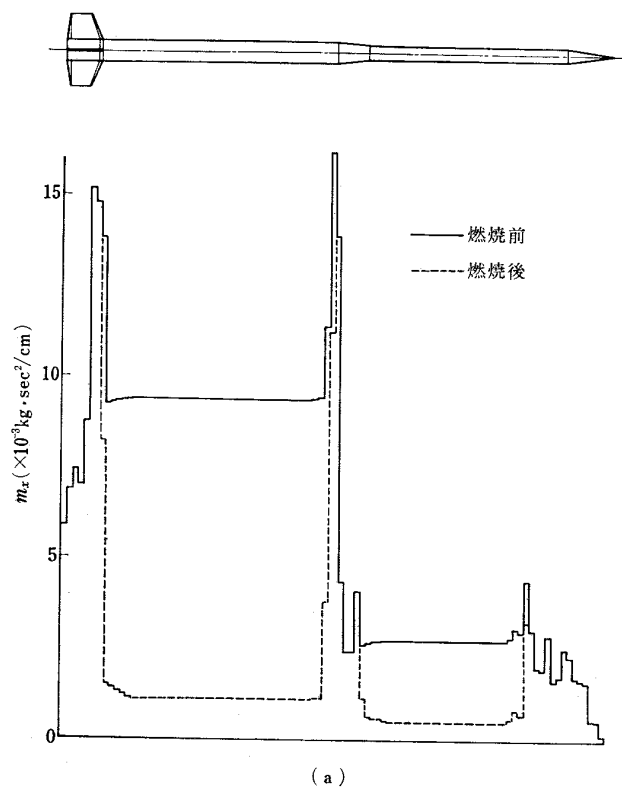


図 2 “NAL-16・31”

(a) 質量分布 (b) 曲げ剛性分布

図 3 “NAL-25・31”

(a) 質量分布 (b) 曲げ剛性分布

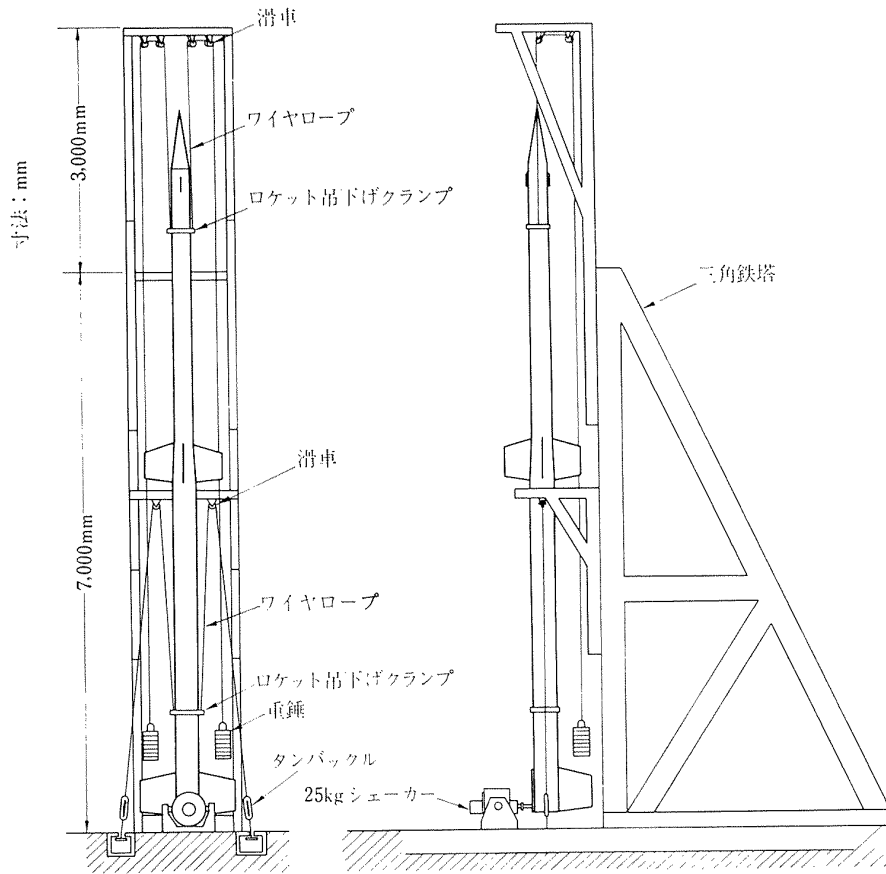


図 4 “NAL-25・31” 吊下げ機構

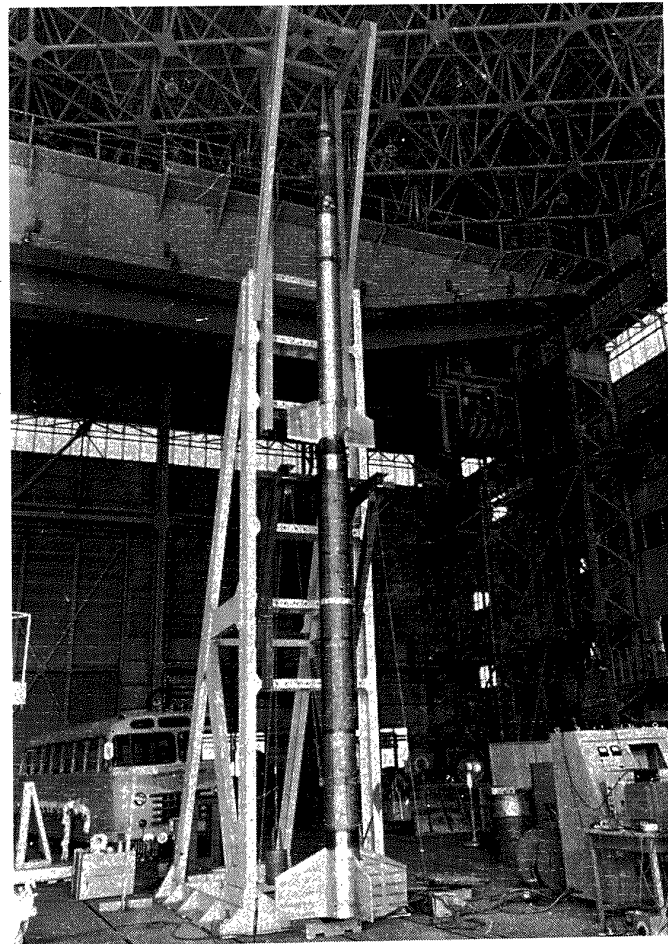


図 5 “NAL-25・31” の吊下げ機構

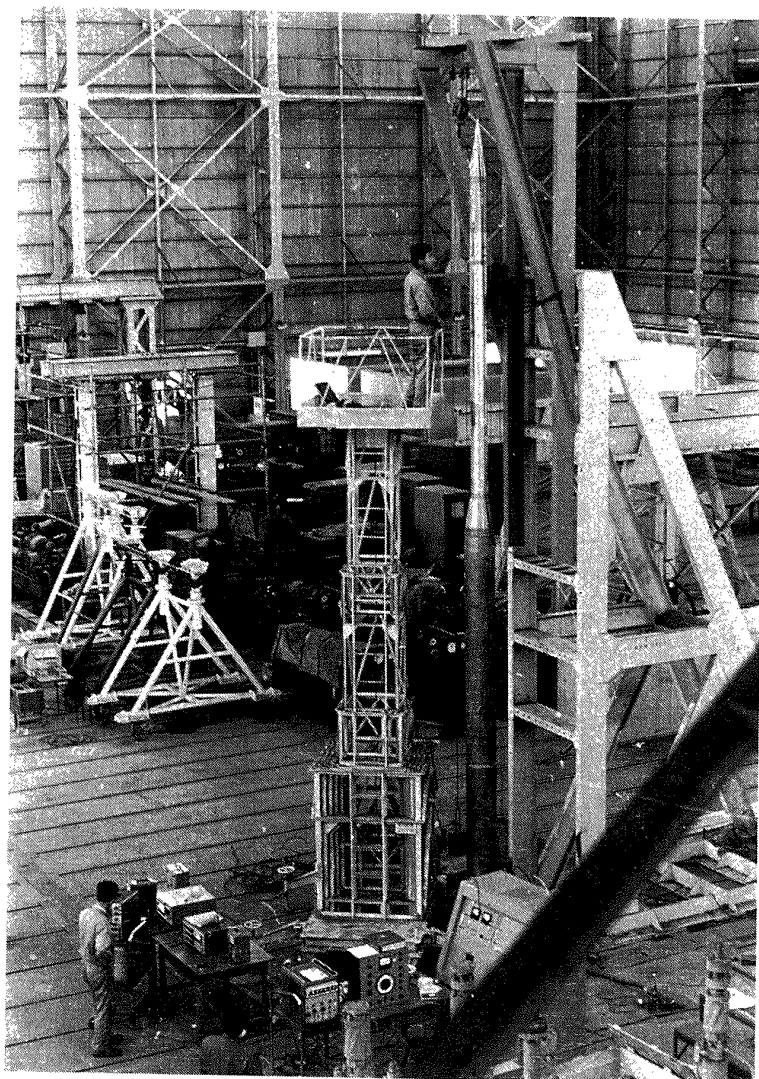


図 6 “NAL-16・31” の振動試験状況

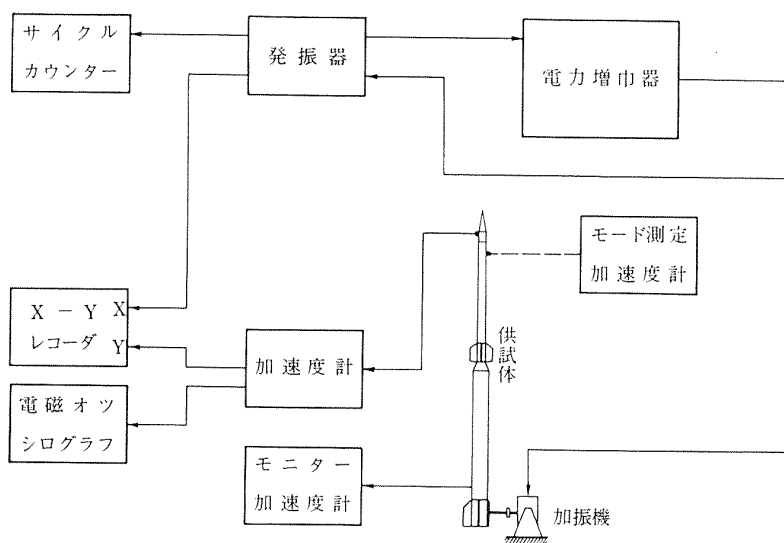


図 7 “NAL-25・31” 振動試験 計測ブロック図

に掃引し、ロケットのノーズ近くおよび尾翼に取り付けた圧電型ピックアップによる加速度計出力を XY レコーダに記録した。共振周波数付近では、とくにゆっくりと掃引させ、ピークの振動数をサイクルカウンタで読み取った。“NAL-16・31”の胴体のノーズ近くの加速度応答線図を図 8 に、“NAL-25・31”の胴体のノーズ近くの加速度応答線図を図 9 に、尾翼位置における加速度応答線図は図 10 に示した。ブースタとサステーナの尾翼は、ともに加振機側からみて、左側尾翼を No. 1、右側尾翼を No. 3 としている。図 8 の応答線図は、加速度計の読みをプロットして書いたものである。

胴体の固有振動におけるモードは、ロケットの機体の軸方向に 25 等分点をもうけ、これらの点の加速度を圧電型ピックアップ (約 30 gr) で測定して得た。尾翼に対しては、軽量 (約 3 gr) の圧電型ピックアップ

をやわらかい板バネの先端に固定して、これを尾翼表面に接触摺動して、ノードを得る方法をとった。なお胴体曲げモードの測定にさいしては、機体下部に固定したモニタ加速度計の出力を、共振周波数で加振中つねに監視し、この振幅を基準とした。

構造減衰係数は、機体を共振周波数で加振し、瞬間的にシェーカの駆動電流と励磁電流を同時に切り、機体につけた加速度計の出力を、電磁オツシログラフに記録して、その振幅の減衰から算出した。

#### 4. 実験結果とその考察

##### 4.1 実験との比較に用いた理論計算

実験と対比して考察するために、理論による振動解析は、エネルギー法的一种と考えられるガラキーン法<sup>1)</sup>と、影響関数を用いたマトリックス法<sup>2)</sup>の方法について行なった。

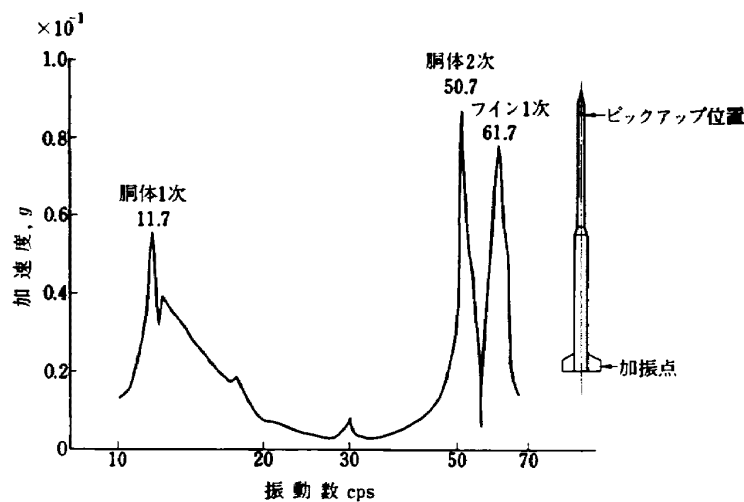


図 8 “NAL-16・31” 加速度応答線図

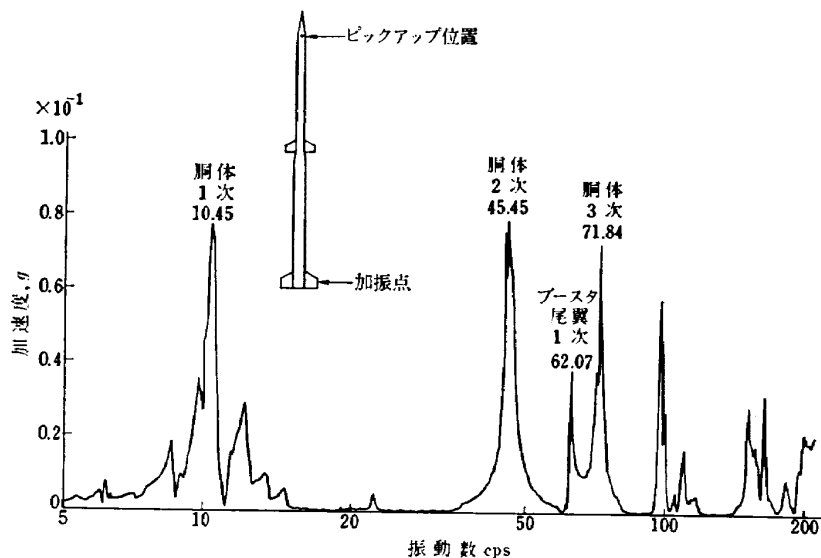


図 9 “NAL-25・31” 加速度応答線図



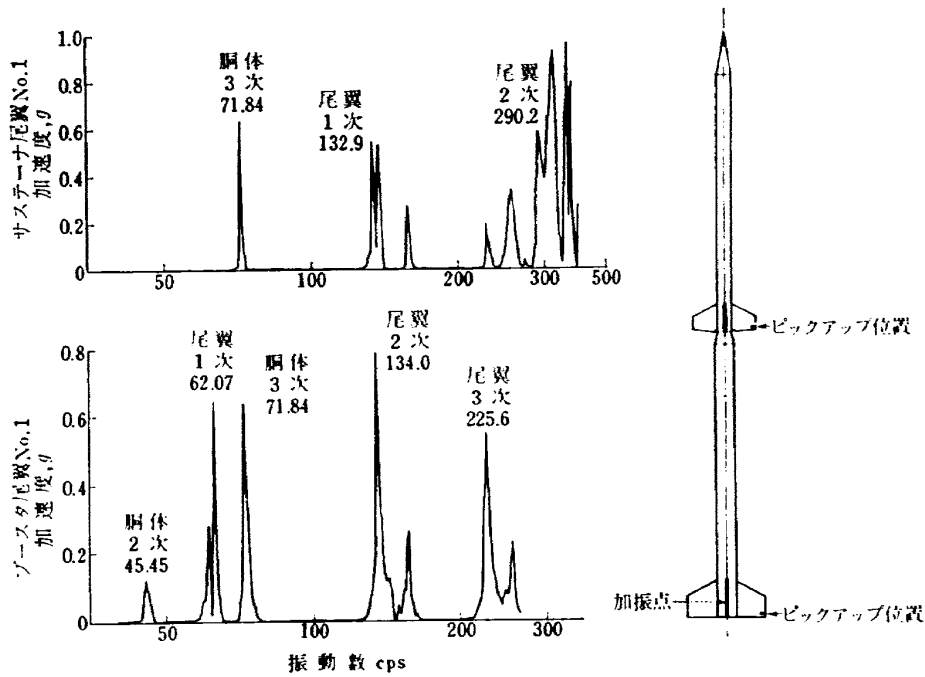


図 10 “NAL-25・31” 尾翼加速度応答線

ガラーキン法の場合は、付記の(付 1.5)式で、 $m=7$  すなわち一様棒の固有関数  $u_m$  を 7 項までとり、 $A_{mn}$ 、 $B_{mn}$  の計算で、 $\rho$  および  $EI$  は図 2 と図 3 の分布図で、全長を 50 等分した値に相当する数値を用いて、シンプソンの法則により数値積分を行なった。結合部の曲げ剛性については、(i) 断面形から計算された曲げ剛性  $EI$  と、(ii) 剛性試験<sup>3)</sup> によって得られた結合部の低下した曲げ剛性  $EI'$  の二つの場合について、計算を行なった。 $\eta = EI'/EI$  とするとき、文献<sup>3)</sup> により “NAL-16・31” では  $\eta=0.15$ 、 “NAL-25・31” では  $\eta=0.05$  である。

影響関数を用いたマトリックス法の場合は、ロケットを 20 個の等間隔な不連続質点に分割し、弾性曲げによる影響関数は、図 2 (b) および図 3 (b) に示す 100 等分区間による曲げ剛性  $EI$  を用いて、付記の式により、積分計算を行なった。結合部の剛性に関しては、ガラーキン法の場合と同じく、結合部の剛性低下の影響を全然考慮しない場合と、剛性試験の実験結果によって、結合部の荷重に対する折れ曲りをバネと考えて得られた Joint Rotation Constant  $\kappa_1$ <sup>3)</sup> を用いた場合との、二つの場合について計算を行なった。 $\kappa_1$  は剛性試験の結果、文献<sup>3)</sup> より “NAL-16・31” では  $6.3 \times 10^{-8}$  radian/kg-cm、 “NAL-25・31” では  $6.5 \times 10^{-8}$  radian/kg-cm である。 $m_0$  から結合部までの距離  $c_1$  は、 “NAL-16・31” で 4,174 mm、 “NAL-25・31” で 4,068 mm の値を用いた。これらの Joint Rotation Constant を文献<sup>3)</sup> に従って評価すると、図 11 に

示すようになる。図で  $\kappa_u$  は付記に示しているように、第  $u$  番目の Joint Rotation Constant を表わし、図では radian/in-lb で示されている。この図の曲線は、実際の多段ロケットの種々の Joint 10 個から作ったものであるが、実験数が少ないので、 $\kappa_u$  は結合部の直径の三乗に逆比例するという仮定に基づいて書かれ

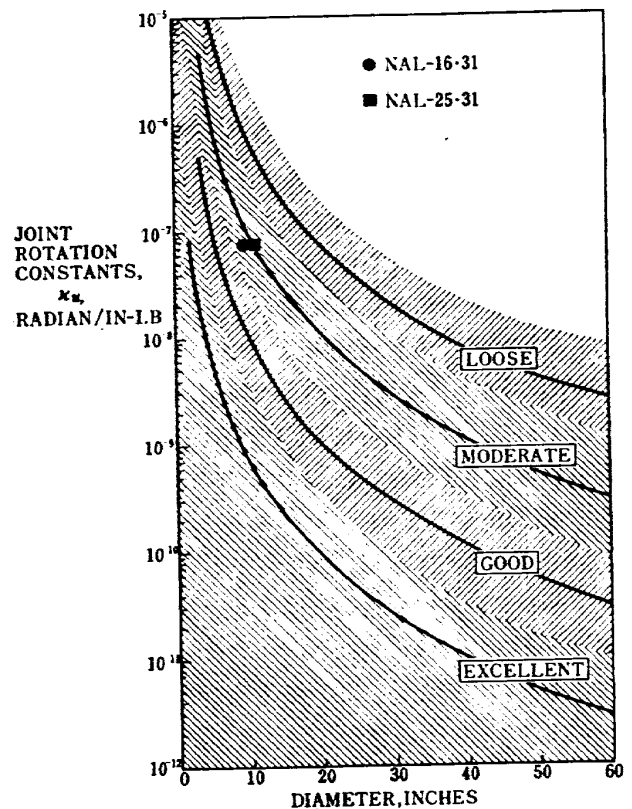


図 11 Joint Rotation Constants

表 2 胴体曲げ固有振動数の測定値と理論値

			NAL-16・31			NAL-25・31			
			1 次	2 次	3 次	1 次	2 次	3 次	
測定値			11.7	50.7	—	10.45	45.45	71.84	
理論値	マトリックス法	$\kappa_1=0$	15.95	49.92	91.44	$\kappa_1=0$	12.93	44.31	81.29
		$\kappa_1=6.3 \times 10^{-8}$	12.59	49.56	80.27	$\kappa_1=6.5 \times 10^{-8}$	10.16	43.05	70.82
	ガラーキン法	$\eta=1$	17.65	51.81	105.5	$\eta=1$	15.30	50.44	117.3
		$\eta=0.15$	16.29	51.70	96.80	$\eta=0.05$	15.25	49.97	116.0

表中の振動数は cps

ている。このことは実験事実とも一致することが示されている<sup>4)</sup>。図 11 の評価によると、“NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケットの結合部の剛性は、結合部としては “Moderate” に属することがわかる。

#### 4.2 結果とその考察

表 2 に、胴体曲げ固有振動数の測定値と、理論値を比較して示している。理論値では、結合部の剛性を断面形のみによる  $EI$  を用いた  $\kappa_1=0$  または  $\eta=1$  の場合と、剛性試験によって得られた剛性低下を考慮した二つの場合を列記した。表 2 よりわかるように、結合部の剛性が固有振動数に与える影響はかなり大きい。“NAL-16・31” の場合、結合部の影響を考慮しないと、1 次固有振動数の計算値は、測定値に比べて、マトリックス法では 36%、ガラーキン法では 51% と大きく、結合部の影響を考慮すると、マトリックス法の場合、差は 7.6% と改善されるが、ガラーキン法では、差は 39% でいぜんとして大きい。一方 2 次固有振動数については、両計算法とも、結合部の影響を考慮しても無視しても結果に相異なく、また測定値との一致も、両計算法による結果とよくあっている。つぎに “NAL-25・31” の場合でも、“NAL-16・31” の場合とよく似た傾向がみられる。“NAL-25・31” で結合部の影響を考慮しないと、1 次固有振動数の計算値は、測定値に比べて、マトリックス法では 24%、ガラーキン法では 46% 大きく、結合部の影響を考慮すると、マトリックス法の場合の差は 2.8% と改善されるが、ガラーキン法では、差は 45% で改善された傾向はほとんどみられない。2 次固有振動数については、“NAL-16・31” の場合と同じように、両計算法とも結果に結合部の曲げ剛性低下の影響はないが、測定値と比べると、マトリックス法の方が一致がよい。3 次固有振動数については、1 次と似た傾向で、結合部の影

響を考慮しないと、計算値は測定値に比べて、マトリックス法で 13%、ガラーキン法で 63% 大きい。結合部の影響を考慮すると、測定値との差は、マトリックス法で 1.4%、ガラーキン法で 61% となり、前者の方が測定値との一致は、はるかによくなる。

胴体曲げ固有振動モードは、“NAL-16・31” の 1 次および 2 次について図 12 および図 13 に、“NAL-25・31” の 1 次より 3 次について図 14~16 に、実験値とマトリックス法およびガラーキン法による理論曲線を重ねて示している。固有振動数と同じくモードについても、計算と測定との一致は、結合部の剛性低下を考慮した場合としない場合の両方ともに、マトリックス法の方がよい。ただし “NAL-16・31” および “NAL-25・31” の 1 次モードで、節点付近で測定と計算の一致はよくない。これについては、測定上の問題あるいは他の接近した振動モードの影響と考えられるが、これらの点については検討を必要とする。固有振動数の場合と同じく、両ロケットともに、結合部の剛性低下の影響を考慮すると、1 次および 3 次モードで、剛性低下の影響を考慮しない場合に比べて、マトリックス法による計算と測定値との一致はよくなり、とくに 1 次モードでは、結合部付近の測定モードの急激な折曲がりの特徴をよく示している。

以上両ロケットの胴体曲げ固有振動数およびモードについては、結合部の剛性低下の影響は、1 次が最も大きく、ついで 3 次に対して大きい。2 次についてはほとんどその影響はみられない。これは図 12~16 からわかるように、二段ロケットの結合部が、両ロケットともに 1 次および 3 次モードの腹部にあって、曲げモーメントの極大点近くにあるから、結合部の影響をうける。一方 2 次モードでは、結合部が節点近くにあり、曲げモーメントが 0 に近く、結合部の剛性の影響をうけないからであると考えられる。したがって一

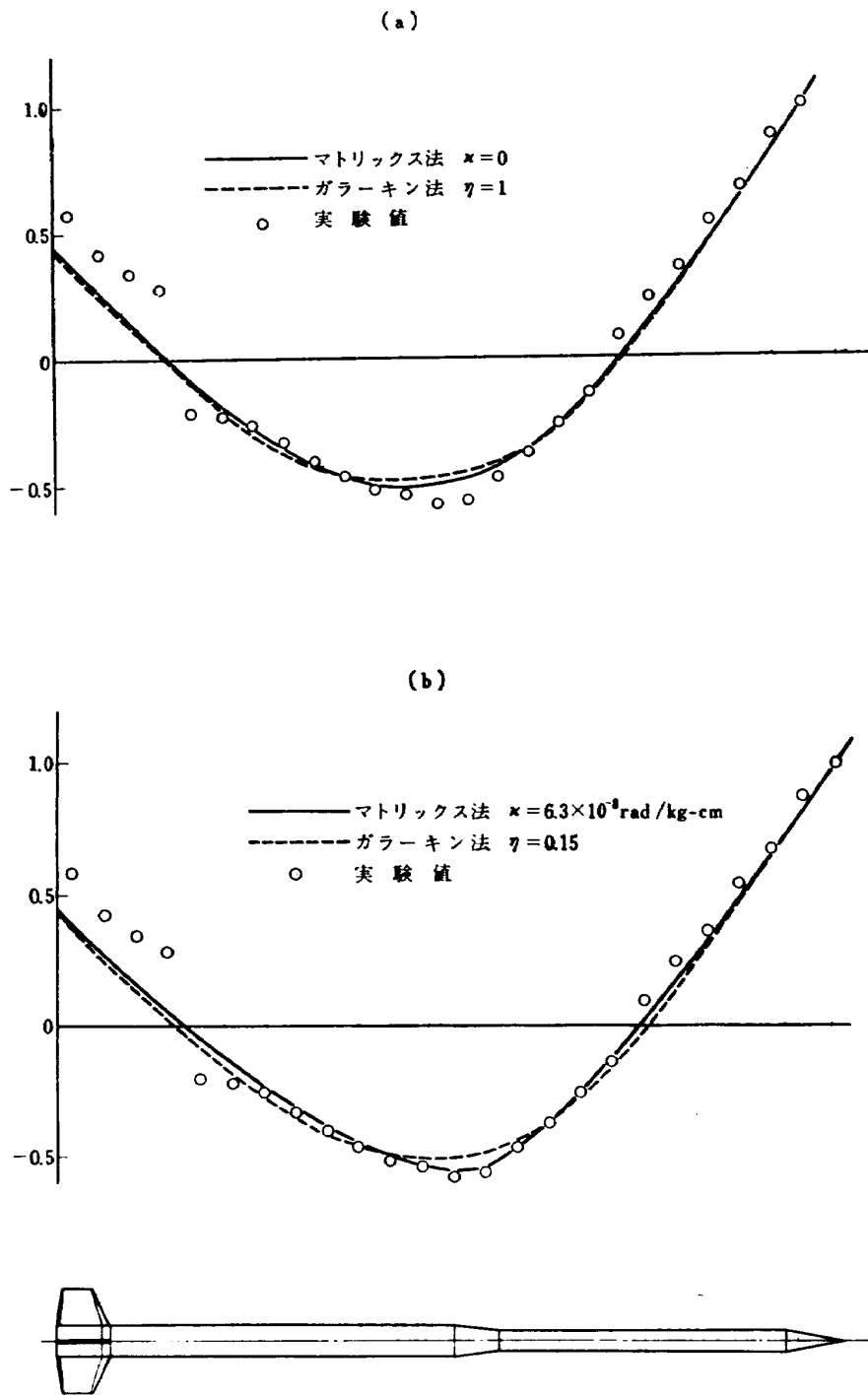


図 12 “NAL-16・31” 1次モード

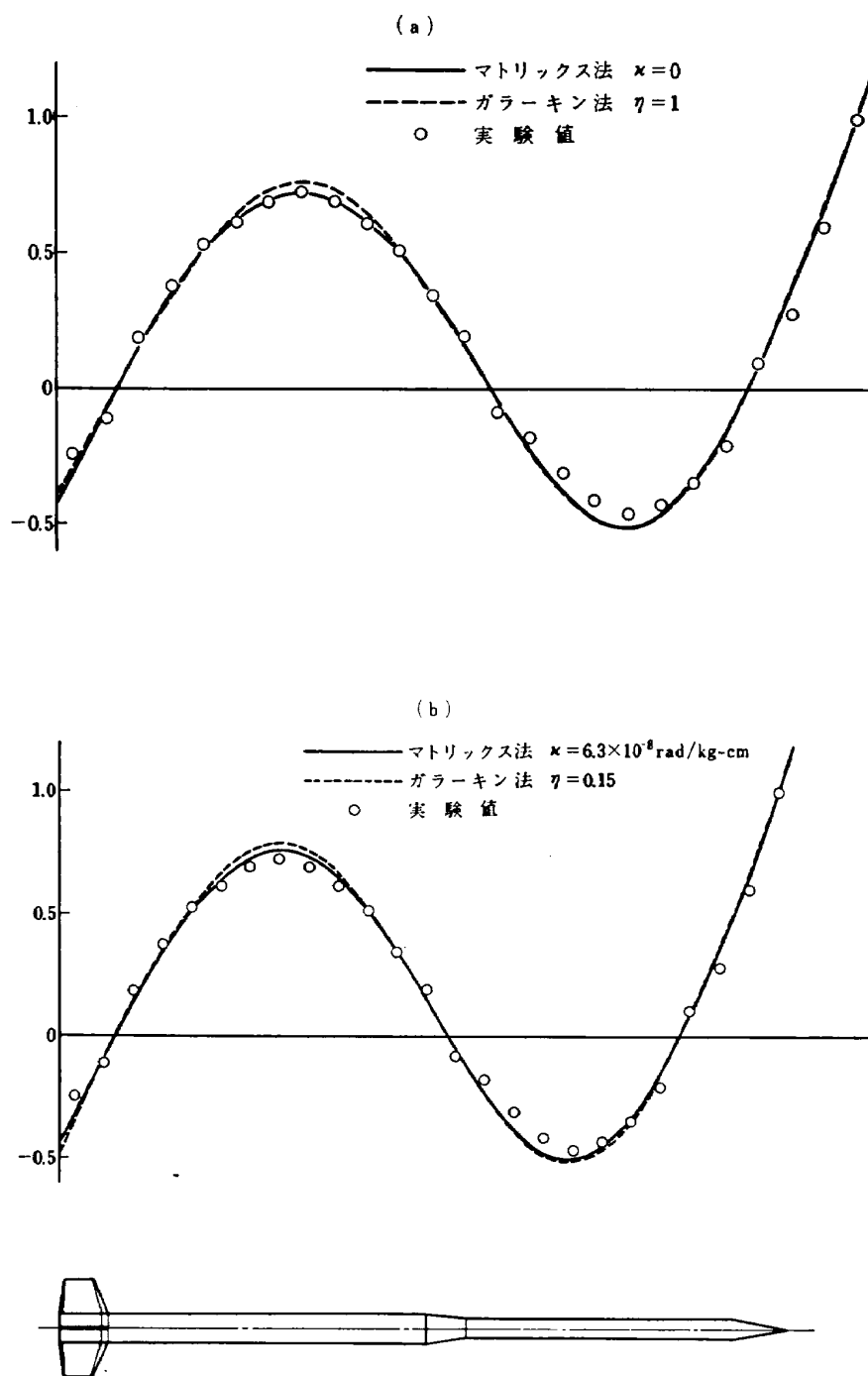


図 13 “NAL-16・31 2次モード”

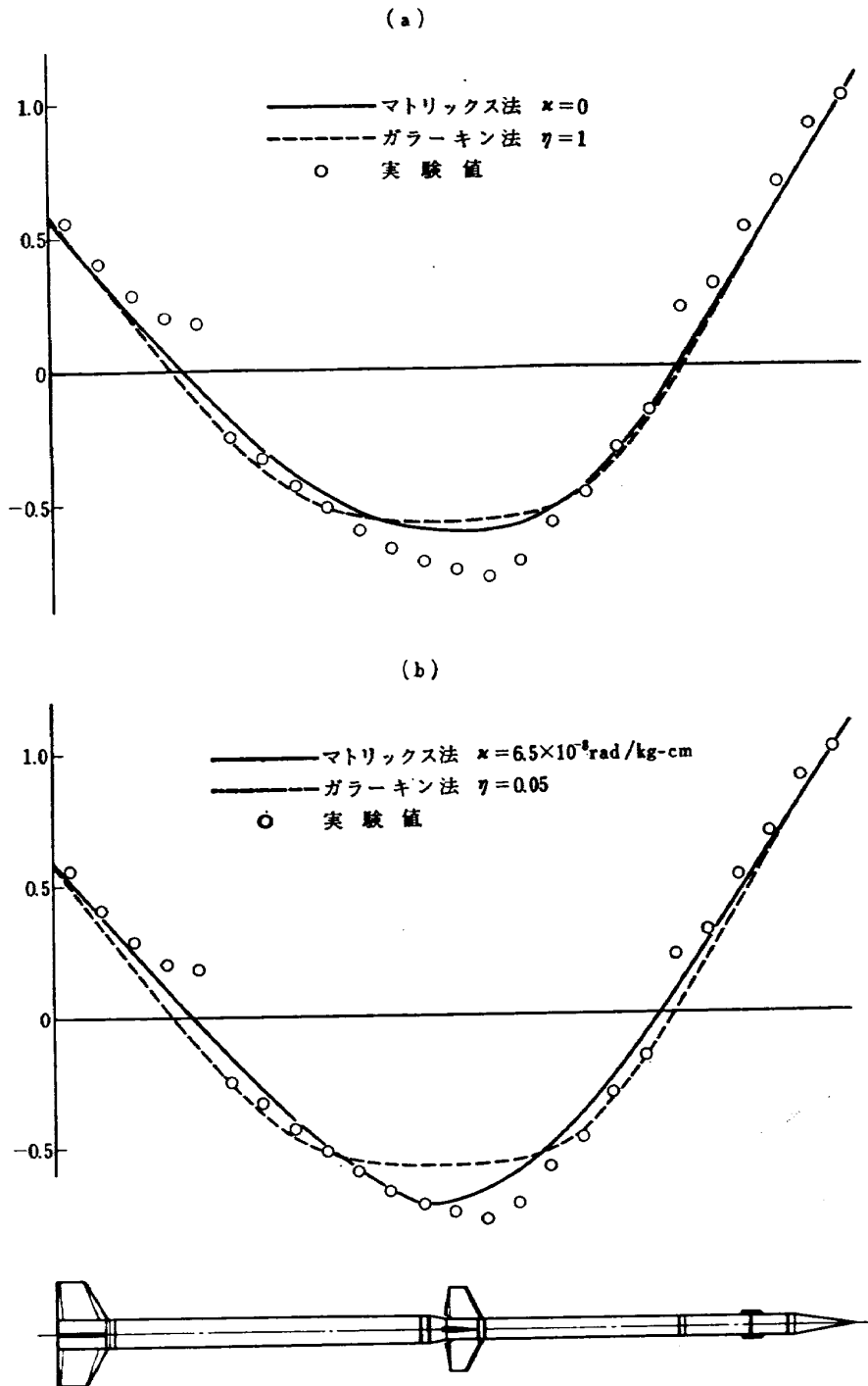


図 14 “NAL-25・31” 1次モード

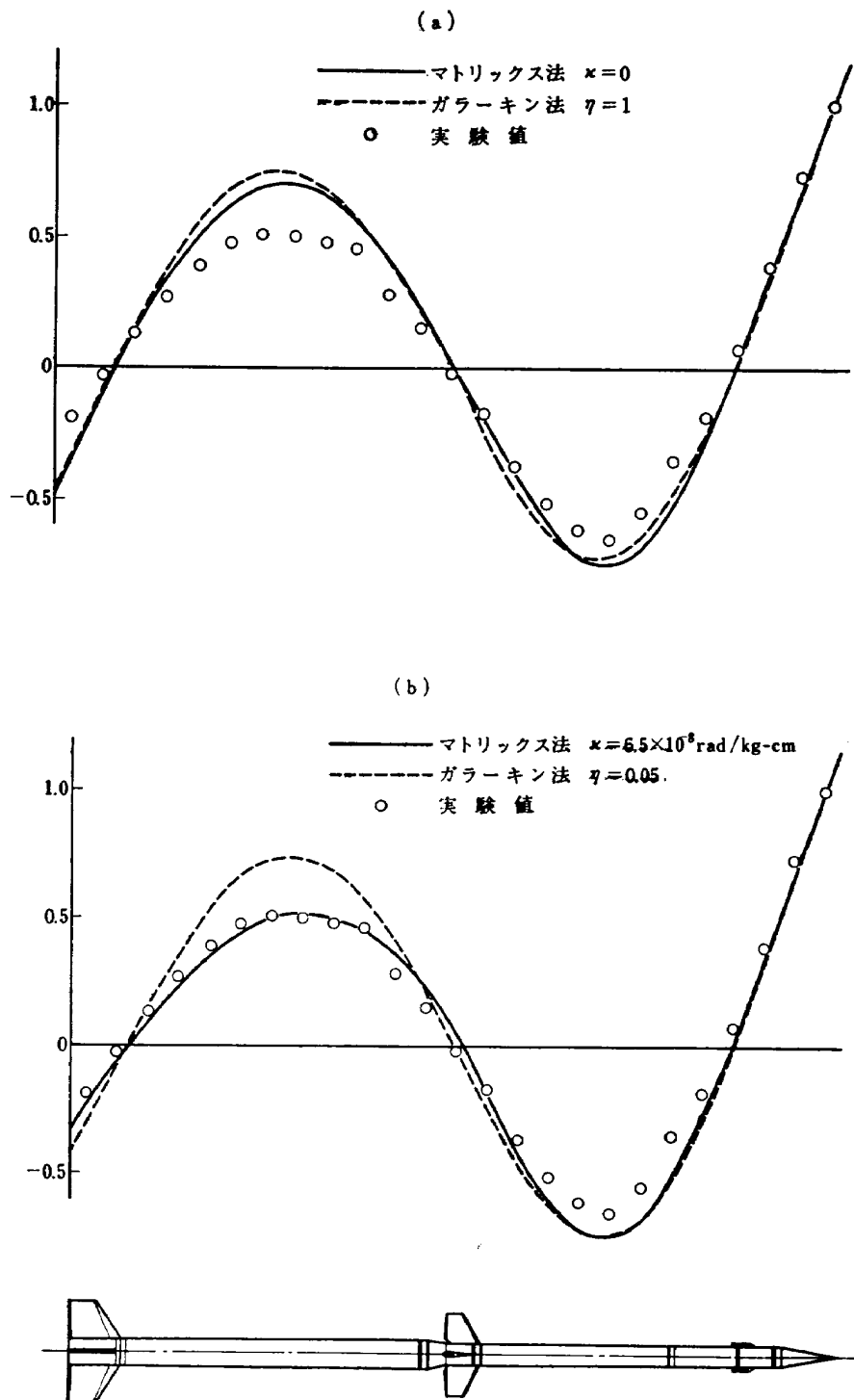


図 15 “NAL-25・31 2次モード”

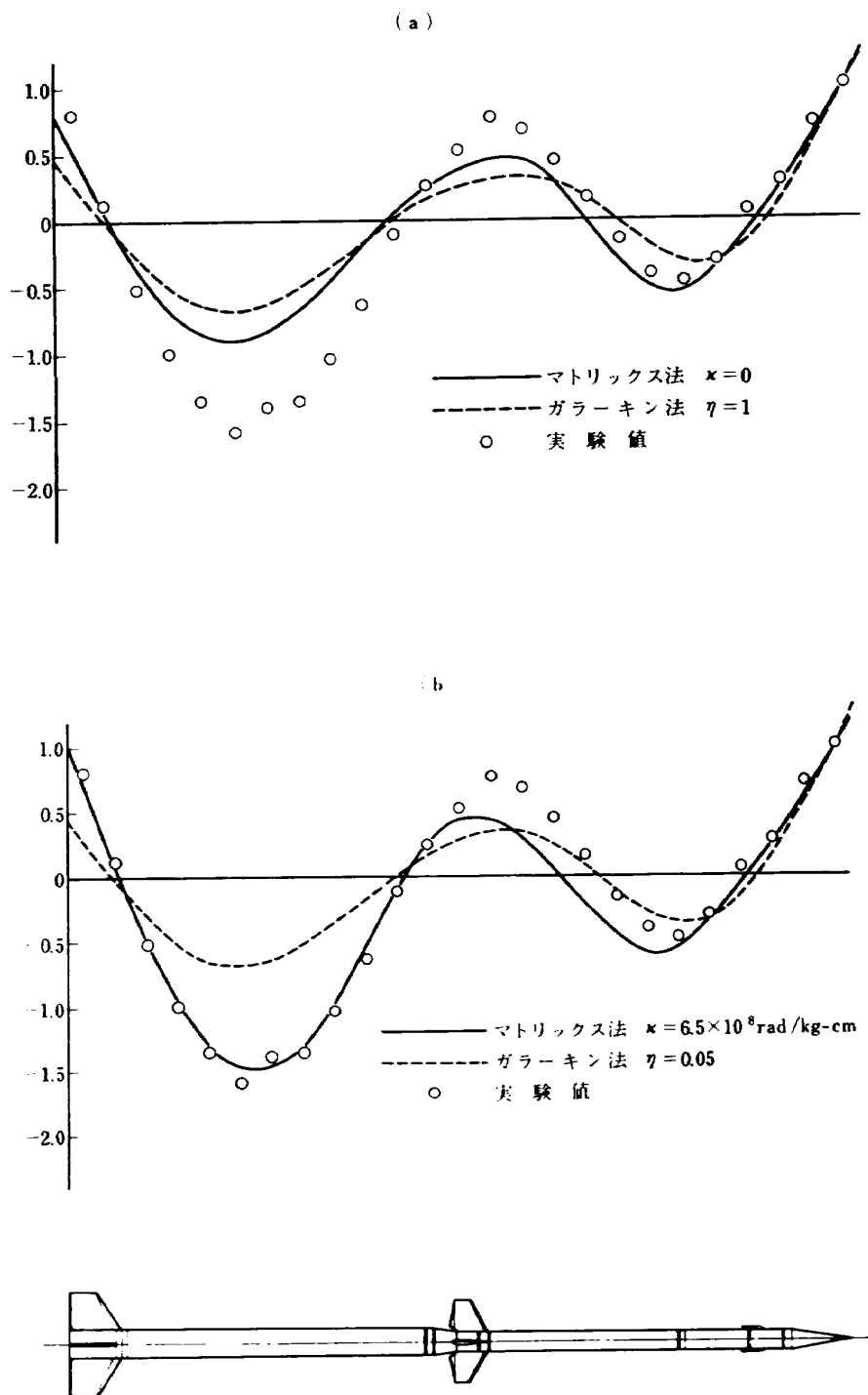


図 16 “NAL-25・31” 3次モード

表 3 胴体曲げ振動の構造減衰係数

		NAL-16・31	NAL-25・31
1	次	0.041	0.031
2	次	0.013	0.014

表 4 “NAL-25・31” の尾翼の固有振動数

	ブースタ尾翼		サステーナ尾翼	
	No. 1	No. 3	No. 1	No. 3
1 次	62.07	61.74	132.9	134.5
2 次	134.0	138.7	290.2	290.8
3 次	225.6	223.6	361.4	—

加振機側から見て、左側尾翼を No. 1、右側尾翼を No. 3 とし、振動数は cps.

般に、多段ロケットの場合、とくに剛性の低い結合部が、その固有曲げモーメント・モードのどの部分に位置するかによって、固有振動数とモードに与える影響の度合は異なると考えられる。

胴体曲げ振動の構造減衰係数は、1次および2次の値を表3に示した。

表4には“NAL-25・31”の尾翼の固有振動数を示し、図17にはそれぞれ“NAL-25・31”のブースタおよびサステーナのモードの節線の写真を示した。1次の節線は胴体に翼を固定した付根が節線であり、この写真には2次のモードの節線が示されている。固有振動数は表4に示すごとく、各尾翼について若干異なっており、製作または胴体への固定度などに、多少の差異があるためと考えられる。なお“NAL-16・31”の尾翼については、“NAL-25・31”と同一のもので、固有振動数および節線も後者と差異はみとめられなかった。

## 5. むすび

“NAL-16・31”および“NAL-25・31”二段ロケットの全機振動試験によって、その振動特性を得、理論計算と測定値の比較を行なって、次の結論を得た。

- (1) 胴体曲げ固有振動数は1次、2次および3次まで求め、そのモードは胴体の25点について測定し、尾翼についても3次までの固有振動数と、その節線を求めた。また構造減衰も測定したが、一般の航空機に相当する値を示している<sup>5)</sup>。
- (2) 胴体曲げ固有振動数および固有モードの測定値と理論計算値を比べると、結合部の剛性低下のた



図 17.1 “NAL-25・31” ブースタ尾翼のモードの節線



図 17.2 “NAL-25・31” サステーナ尾翼のモードの節線

めに、固有振動数およびモードが大きい影響をうけることがわかった。しかもその影響は、結合部が固有モードのどの位置にあるかによって、影響の度合は異なり、結合部がモードの曲げモーメントが極大点にあるときは最も大きい影響を与える。

- (3) 結合部を回転バネで近似した影響関数によるマトリックス法の計算値は、荷重による測定たわみに一致するように結合部の  $EI$  を低くみつめた



ガラーキン法による計算値よりも、はるかによい結果を得た。このことは図 11 に示すように、“Moderate” の範囲に属する結合部を有する多段ロケットの振動特性の計算において、曲げ剛性の低下としてあつかうよりも、仮想的な回転パネとして考察する方が、一層現実的であることを示しているものと思われる。したがって、エネルギー法を用いた場合にも文献<sup>6)</sup> に示されているように、回転パネを導入すれば、改善された結果が得られるであろう。

付記 振動解析法

1. ガラーキン法<sup>2)</sup>

ロケットの曲げ振動の運動方程式は、次のごとくである。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{付 1.1})$$

ここに

$y$  : ロケット機体の剪断中心軸のたわみ

$EI$  : 曲げ剛性

$\rho$  : ロケットの単位長さ当りの質量

$$y(x, t) = y_0(x) e^{i\omega t} \quad (\text{付 1.2})$$

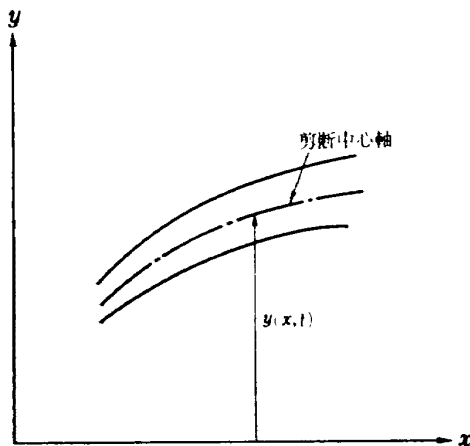
とおくと (付 1.1) は、

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 y_0}{dx^2} \right) = \rho \omega^2 y_0 \quad (\text{付 1.3})$$

となる。

(付 1.3)式を解くために、エネルギー法的一种と考えられるガラーキン法を用いる。そのため  $y_0$  を両端自由一自由の一樣棒の固有関数  $u_n(x)$  であらわす。すなわち、

$$y_0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n u_n(x) \quad (\text{付 1.4})$$



付図 1 座標系

(付 1.3) 式に (付 1.4) を代入して、遂次  $u_n(x)$  を両辺に乗じて、機体の先端から末端まで、すなわち、 $x=0$  から  $x=L$  まで積分すると、

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n (\omega^2 A_{mn} - B_{mn}) = 0 \quad (\text{付 1.5})$$

ここに

$$A_{mn} = \int_0^L \rho u_m(x) u_n(x) dx$$

$$B_{mn} = \int_0^L EI \frac{d^2 u_m}{dx^2} \frac{d^2 u_n}{dx^2} dx$$

(付 1.5)式が固有振動数と固有モードを求める基礎方程式となる。筆者らの場合  $u_m$  としては、一樣棒の剛体としての並進運動および回転運動と、さらに曲げ振動の 5 次の固有関数まで、あわせて 7 項の  $u_m$  を用いて計算した。

2. 影響関数を用いたマトリックス法<sup>3)</sup>

付図 2 に示すように、ロケットを連続した棒の代りに、 $P$  個の不連続な質点に分割する。

$m$  : ロケットの全質量

$m_r$  :  $r$  番目の不連続質点の質量

$\omega$  : 角振動数

$x$  :  $m_0$  からロケット重心までの距離

$\bar{r}$  : 重心まわりの回転半径

$x_r$  :  $m_r$  点の  $x$  座標

$y_r$  :  $m_r$  点の変位

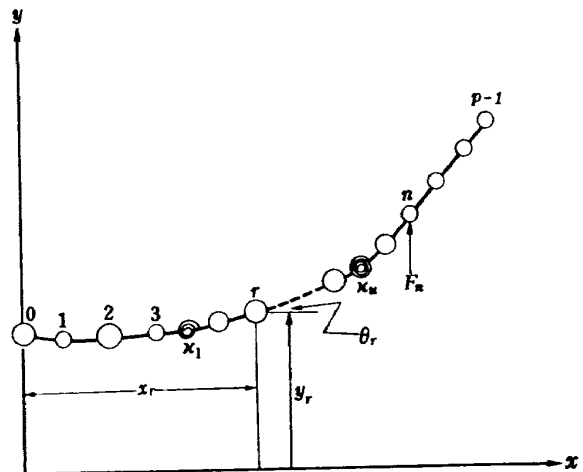
$\theta_r$  :  $m_r$  点の傾斜角

$F_r$  :  $m_r$  に作用する慣性力、 $=m_r \omega^2 y_r$

$c_u$  :  $m_0$  から  $u$  番目の Joint までの距離

$k_u$  :  $u$  番目の Joint の Joint Reaction Constant、  
= 単位モーメントによる回転角

$\alpha_{r,n}$  : 弾性曲げによるたわみ影響関数。  $x=x_0$  で固



付図 2 座標系

定した片持はりの状態で、 $x=x_n$  に単位荷重が作用するとき  $x=x_r$  における弾性曲げによるたわみ。

$\delta_{r,n}$ : Joint の回転によるたわみ影響関数。 $x=x_0$  で固定した片持はりの状態で、 $x=x_n$  に単位荷重が作用するとき、 $x=x_r$  における Joint の回転によるたわみ。

$\sigma_{r,n}$ : 全たわみ影響関数、 $=\alpha_{r,n}+\delta_{r,n}$

{ }, [ ], [ ], [ ]: それぞれ列, 対角, 正

方, 行および単位マトリックス

上述の記号を用いると、両端自由-自由の棒の振動は、

$$y_r = \sum_{n=1}^{p-1} F_n \sigma_{r,n} + \theta_0 x_r + y_0 \quad (\text{付 2.1})$$

$$r=1, 2, \dots, p-1$$

と合成慣性力および慣性力によるモーメントが 0 というつぎの 2 式、

$$\sum_{n=0}^{p-1} F_n = 0, \quad \sum_{n=0}^{p-1} F_n x_n = 0 \quad (\text{付 2.2})$$

(付 2.1) と (付 2.2) とから固有振動数とモードを求める基礎方程式を、マトリックスで表わすと、

$$\frac{\omega^2 m}{1} \{y_r\} = [B] [\sigma_{r,n}] \left[ \frac{m_r}{m} \right] \{y_r\} \quad (\text{付 2.3})$$

$$y_0 = -\frac{m}{m_0} [1] \left[ \frac{m_r}{m} \right] \{y_r\} \quad (\text{付 2.4})$$

$$[B] = \left[ [1] + \left[ \frac{x^2}{r^2} \left\{ \frac{x_r}{x} \right\} \right] \left[ 1 - \frac{x_r}{x} \right] \right. \\ \left. - \{1\} \left[ 1 + \frac{x^2}{r^2} - \left( \frac{x^2}{r^2} \right) \left( \frac{x_r}{x_i} \right) \right] \right] \left[ \frac{m_r}{m} \right] \\ r, n=1, 2, 3, \dots, p-1$$

弾性曲げによる影響関数  $\alpha_{r,n}$  は、

$$\alpha_{r,n} = \int_0^{x_r} \frac{x^2}{EI} dx - (x_n + x_r) \int_0^{x_r} \frac{x}{EI} dx \\ + x_n x_r \int_0^{x_r} \frac{1}{EI} dx \quad (n \geq r) \\ \alpha_{r,n} = \alpha_{n,r} \quad (n < r)$$

$v$  個の Joint の回転による影響関数  $\delta_{r,n}$  は、

$$\delta_{r,n} = \sum_{u=1}^v \delta^{(u)}_{r,n}$$

ただし、 $\delta_{r,n}^{(u)}$  は  $u$  番目の Joint のたわみ影響関数で、

$$\delta^{(u)}_{r,n} = \kappa_u (x_n - c_u) (x_r - c_u) \\ x_r, x_n > c_u \\ \delta^{(u)}_{r,n} = 0 \\ x_r, x_n \leq c_u$$

筆者らの場合、 $P=20$ 、 $v=1$  として計算を行なった。

## 文 献

- 1) 川井忠彦, 戸川隼人, 林 洋一; 変断面梁の曲げ自由振動について, 航技研報告 TR-22(昭和37)
- 2) V.L. Alley, Jr. & A.H. Geringer; A Matrix Method for the Determination of the Natural Vibrations of Free-Free Unsymmetrical Beams with Application to Launch Vehicles, NASA TN D-1247, 1962.
- 3) 中井暎一, 飯田宗四郎, 高木俊朗, 安藤泰勝, 菊地孝男; "NAL-16-31" および "NAL-25-31" 二段ロケット結合部の曲げ剛性試験, 航技研資料 (発行予定)
- 4) V.L. Alley, Jr. & S.A. Leadbetter; Prediction and Measurement of Natural Vibrations of Multistage Launch Vehicles, AIAA Journal Vol. 1, No. 2, pp. 374~379, 1963.
- 5) R.H. Scanlan & R. Rosenbaum; Introduction to the Study of Aircraft Vibration and Flutter, p. 87, The Macmillan Company, 1960.
- 6) 築地恒夫, 林 洋一; 結合梁の振動について, 航技研資料 TM-103 (昭和42年3月)

TM-106	動安定微係数測定用風胴天秤について	1967年5月	高島一明, 榊原盛三 原成, 北出大三
TM-107	プロペラ後流偏向型 STOL 機の風胴試験(II)	1967年6月	犬丸矩夫, 岡部祐二郎 北村清美, 川幡長勝 高橋侖, 木村友昭
TM-108	インダクタンス型小型圧力変換器の試作とその応用	1967年7月	長洲秀夫, 柳沢三憲
TM-109	ロケットの飛しょう径路計算のためのプログラム	1967年7月	戸川隼人, 石黒登美子
TM-110	二次元スラットおよびスロッチッドフラップの実験的研究(I)	1967年8月	犬丸矩夫, 北村清美 川幡長勝
TM-111	リフトジェット VTOL 機の離陸径路に関する近似解	1967年8月	西村博史
TM-112	極超音速風洞用ペブル加熱器の特性	1967年8月	橋爪宏, 橋本登
TM-113	リフトジェットエンジン試験設備(II)	1967年9月	森田光男, 岩部柱相 関根静雄, 武田克己
TM-114	五段遷音速軸流圧縮機の空力設計	1967年9月	藤井昭一, 松木正勝 五味光男
TM-115	燃料蒸発管に関する研究(I)	1967年9月	大塚貞吉, 鈴木邦男 田丸卓, 乙幡安雄
TM-116	高負荷燃焼器の空気孔からの流れについて(I)	1967年9月	鈴木邦男, 相波哲朗
TM-117	ロケット用テレメータ機上装置の集積回路化	1967年9月	新田慶治
TM-118	操縦桿レート信号によるアイアンバード制御の安定効果とパイロットのモデルについて	1967年9月	村上力, 真柳光美
TM-119	ベーン型気流方向検出器の特性	1967年11月	田畑浄治, 松島弘一 成田健一, 塚本憲男
TM-120	円錐管レンズの設計とその応用	1967年11月	山中竜夫, 奥嶋澄男
TM-121	大きなマトリクスの逆行列計算および連立一次方程式の計算のためのプログラミング技術	1967年11月	戸川隼人, 戸川保子
TM-122	NAL-7-P ロケットの強度および燃焼試験結果	1967年11月	竹中幸彦, 古田敏康 小川鉦一, 朝田洋雄 豊原恒彦, 五代富克 湯沢克宜, 伊藤文弥 西村久男, 藤原克弥

注: 欠番は配布先を限定したもの

## 航空宇宙技術研究所資料123号

昭和42年11月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表)

印刷所 株式会社東京プレス  
東京都板橋区桜川2-27-12