

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-138

片持板の振動解析に関する考察

埴 武敏・越出慎一
林 洋一

1968年6月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-92	リフトジェットエンジン試験設備(I) —台上運転設備—	1966年10月	大山耕一, 吉田晃昇 中山晋, 菅原晃 五味光男
TM-94	J-3ジェットエンジン用タービン動翼 の固有振動特性	1966年11月	武内澄夫, 宮地敏雄 星谷昌二
TM-95	超軽量軸流圧縮機動翼の固有振動特性	1966年11月	武内澄夫, 宮地敏雄 星谷昌二
TM-96	2024-T4および7075-T6有孔平板の曲 げ疲労試験と2025-T4平滑丸棒の軸 荷重疲労試験	1966年11月	佐野政明, 菰岡一洋
TM-97	高マッハ数風洞について (II)	1967年1月	吉永崇, 井上建二 広田正行, 榎篤志
TM-98	40kWプラズマ発生装置の諸特性	1967年1月	野村茂昭, 相原康彦
TM-99	搭載機器用環境試験装置の特性	1967年2月	大月正男, 鈴木孝雄 田畑浄治, 円居繁治
TM-100	二連型リフトエンジンの吸込み抵抗	1967年3月	近藤博, 大城章一郎
TM-101	低圧環境下における固体ロケットモ ータの性能	1967年3月	望月昌, 斎藤信弥 五代富文, 伊藤克弥 湯沢克宜
TM-102	弾性支持片持板の振動	1967年3月	堀武敏, 築地恒夫 越出慎一, 林洋一
TM-103	給合梁の振動について	1967年3月	築地恒夫, 林洋一
TM-104	平板翼模型の固有振動モードの測定	1967年4月	中井暎一, 森田甫之
TM-105	非定常境界層方程式を含む放物型微積 分方程式の数値解法	1967年4月	関口清子
TM-106	動安定微係数測定用風洞天秤について	1967年5月	高島一明, 柳原盛三 原亘利, 北出大三 金成正好
TM-107	プロペラ後流偏向型STOL機の風洞 試験 (II)	1967年6月	犬丸矩夫, 岡部祐二郎 北村清美, 川幡長勝 高橋侔, 木村友昭
TM-108	インダクタンス型小型圧力変換器の試 作とその応用	1967年7月	長洲秀夫, 柳沢三憲
TM-109	ロケットの飛しょう径路計算のための プログラム	1967年7月	戸川隼人, 石黒登美子
TM-110	二次元スラットおよびスロッチドフ ラップの実験的研究 (I)	1967年8月	犬丸矩夫, 北村清美 川幡長勝
TM-111	リフトジェットVTOL機の離陸径路 に関する近似解	1967年8月	西村博史
TM-112	極超音速風洞用ペブル加熱器の特性	1967年8月	橋爪宏, 橋本登
TM-113	リフトジェットエンジン試験設備(II)	1967年9月	森田光男, 岩部柱相 関根静雄, 武田克己
TM-114	五段遷音速軸流圧縮機の空力設計	1967年9月	藤井昭一, 松木正勝 五味光男
TM-115	燃料蒸発管に関する研究 (I)	1967年9月	大塚貞吉, 鈴木邦男 田丸卓, 乙幡安雄
TM-116	高負荷燃焼器の空気孔からの流れにつ いて (I)	1967年9月	鈴木邦男, 相波哲朗
TM-117	ロケット用テレメータ機上装置の集積 回路化	1967年9月	新田慶治, 松崎良継
TM-118	操縦桿レート信号によるアイアンバー ド制御の安定効果とパイロットのモ デルについて	1967年9月	村上力, 真柳光美
TM-119	ペーン型気流方向検出器の特性	1967年11月	田畑浄治, 松島弘一 成田健一, 塚本憲男
TM-120	円錐管レンズの設計とその応用	1967年11月	山中龍夫, 奥唄澄男

片持板の振動解析に関する考察*

塙 武敏**・越出 慎一**・林 洋一**

変分直接解法による片持板の解析法を用いて航空機の翼、あるいはロケットの安定翼を近似した応用例に対する数値計算を行ない、それらの初期設計に役立つべく資料を得た。ここではそれらを示すとともに、当解析法に含まれるいくつかの問題点につき実際の数値計算例をとりあつかうことにより吟味を行なった。この吟味の結果今後この解法を用いて数値計算を行なう場合の試験関数に関する最適な条件を示し、また従来板の幾何学的な形状によっては解の近似が悪くなるという問題に対してその原因の一つを明らかにした。

1. 結 言

筆者達はロケットや高速機翼の初期設計に必要な片持板の振動解析および静撓み解析に対し、変分の直接解法を基にした解法を導出し、一連の具体的な数値計算例について報告してきた^{1),2),3)}。これらの数値計算結果と実験値との比較より、当解法の実用性が十分確かめられたのであるが、ここではこれをさらに広範囲に応用拡張するにあたって、解析上の吟味をしておく必要が生じたので、これらの二三の問題について示したい。

まず解法の例を示すため、板の厚さ、あるいは長さに関するパラメータが変化した場合の振動解析について示す。これは先の報告^{1),2),3)}で二三の実例を示したが、この補足の意味もかねて、厚さあるいは長さに関連するパラメータが振動解におよぼす影響を吟味するための数値計算例を示したものである。すなわち (i) 台形片持板で厚さが直線的に変化するものと (ii) 厚さ一定な場合に縦と横に関する比が変化するものとの数値計算結果である。

つぎに、ここで用いているエネルギー解析は、板が微小振動している際のポテンシャルエネルギーおよび運動エネルギーから求まる汎関数を極値とする条件から解くものであるが、微小撓みの試験関数を x, y に関する冪級数展開をした形で表わしてあるため、実際の計算では、この試験関数を適当な形の有限項で打ち切ったものとし、それに対応する近似解を求めている。この場

合試験関数の項数を昇冪の順で増せば近似はよくなるが、それ以外に同じ項数でもその冪の種類によっては近似がかなり左右されるため、この影響について吟味する必要があった。さらにこの試験関数には板の幾何学的形状によって領域外の束縛が入ってくる可能性があり、これも振動解に影響をおよぼすものと思われるので、この点に関しても吟味を行なった。しかしこの場合、変分学的な一般的吟味ではなく具体的な数値例による結果を示すだけにとどめた。

2. 板の厚さ変化が振動におよぼす影響

図1に示すように右手系直交座標 x, y, z としてこの片持板が微小振動をしているものと仮定する。板厚の変化が連続的であるとすれば、このような変厚板が微小振動をしている場合のポテンシャルエネルギーと運動エネルギーから得られる極値をとるべき汎関数は前報告²⁾にも示したように、

$$\begin{aligned} \pi = & \frac{D_r}{2} \iint \left(\frac{h}{h_r} \right)^3 \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right. \\ & \left. - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right)^2 \right\} \right] dx dy \\ & - \frac{1}{2} \lambda^2 \iint \left(\frac{h}{h_r} \right) w^2 dx dy \end{aligned} \quad (1)$$

w : 撓み ν : ポアソン比

h : 任意点の板厚

h_r : 最高板厚

D_r : 最高板厚部の曲げ剛性

$\lambda^2 = \frac{\rho h_r w^3}{D_r}$, ρ ; 板の密度, w ; 角振動数

となる。ここで定常振動しているときの撓みの試験関

* 昭和43年5月28日受付

** 機体第二部

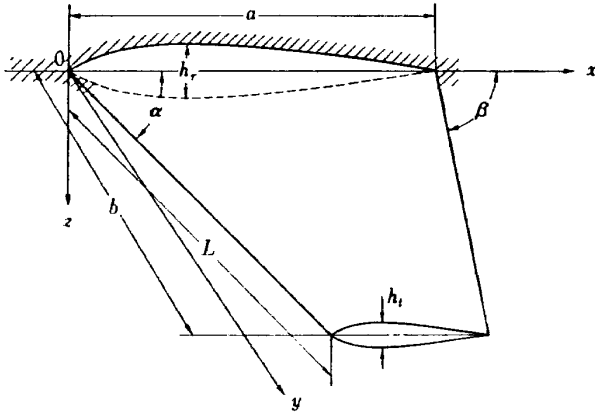


図1 変厚片持板振動解析座標系

数を

$$w(x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} a_{mn} x^m y^n \quad (2)$$

とする。一方板の厚さは x, y の関数になり、これが一般的に冪級数の形、

$$h(x, y) = \sum_{j,l=0}^{\infty} b_{jl} x^j y^l \quad (3)$$

で与えられているとする。

(2), (3)式を(1)式に代入して整理すると、 a_{mn} に関して二次形式の式が得られるが、この式が極値をとる条件から固有値およびそれに対応した固有ベクトルが求められる。数値計算法の詳細は前報告^{1),2)}と同様である。

計算例

実際の数値計算であるが、ここでは図2で示すような例、すなわち直線的板厚変化を有するものについて行なった。この数値計算は(2)式で与えられる試験関数を次に示す10項からなる形とし、図2に示した三種類のいずれの板に対しても同形の試験関数を用いた。

$$\begin{aligned} w(x, y) = & a_{02} y^2 + a_{03} y^3 + a_{04} y^4 + a_{05} y^5 \\ & + a_{12} x y^2 + a_{13} x y^3 + a_{14} x y^4 \\ & + a_{22} x^2 y^2 + a_{23} x^2 y^3 \\ & + a_{32} x^3 y^2 \end{aligned} \quad (4)$$

したがって、ここでの計算は各板厚変化の状態がきまれば容易に求められる。

図2-(a)および図2-(b)の例では板厚が

$$\frac{h_t}{h_r} = \text{一定} \quad \text{および} \quad \frac{h_t}{h_r} = 0.4$$

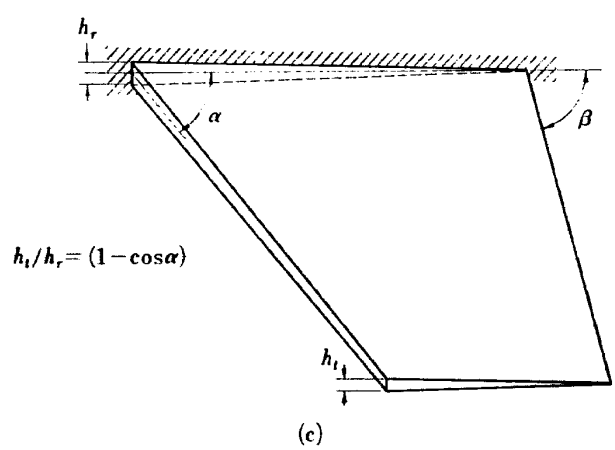
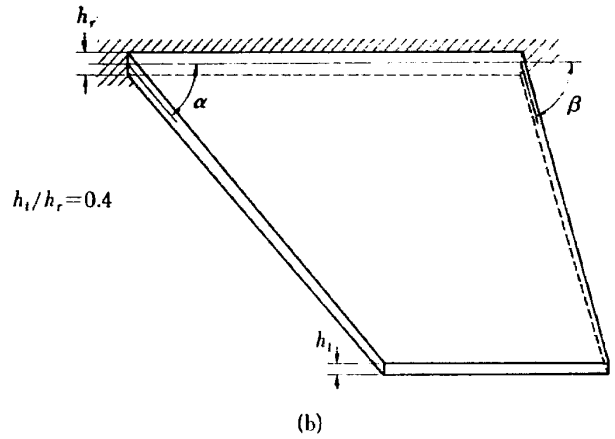
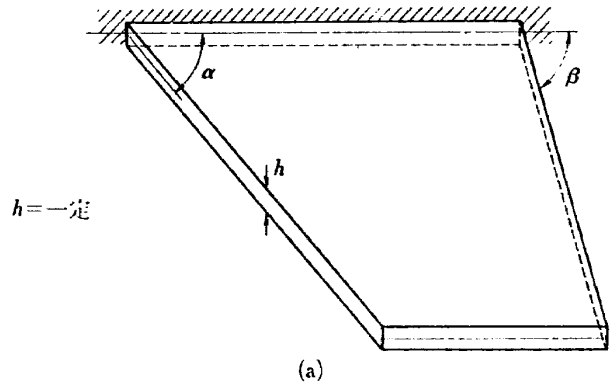


図2 直線変厚片持板数値計算例

	$\alpha=90^\circ \quad \beta=90^\circ$					
	均一厚板		スパン方向直線変厚板		コード方向直線変厚板	
	計算	実験	計算	実験	計算	実験
1	3.50	3.5	3.90	3.7	2.42	2.7
2	8.56	8.5	7.26	6.9	5.95	5.8
3	21.6	21	16.9	15.	13.7	11
4	31.7	28	20.8	17.	18.2	14

	$\alpha=60^\circ \quad \beta=60^\circ$						$\alpha=45^\circ \quad \beta=45^\circ$					
	均一厚板		スパン方向直線変厚板		コード方向直線変厚板		均一厚板		スパン方向直線変厚板		コード方向直線変厚板	
	計算	実験	計算	実験	計算	実験	計算	実験	計算	実験	計算	実験
1	3.99	4.2	4.23	4.0	2.33	2.2	4.94	4.4	4.83	4.3	2.64	2.6
2	10.3	9.1	8.44	8.3	6.59	5.7	12.9	10	10.9	9.2	7.33	6.6
3	28.0	26	20.4	17	13.4	10	35.3	24	21.9	18	16.7	13
4	30.3	27	21.3	19	17.6	15	40.6	29	30.3	22	20.5	18

	$\alpha=60^\circ \quad \beta=90^\circ$					
	均一厚板		スパン方向直線変厚板		コード方向直線変厚板	
	計算	実験	計算	実験	計算	実験
1	5.41	5.0	5.85	5.8	3.33	3.4
2	17.5	16	14.5	14	9.63	9.4
3	30.2	26	23.7	22	12.8	13
4	51.0	44	37.7	32	23.7	21

	$\alpha=45^\circ \quad \beta=90^\circ$						$\alpha=30^\circ \quad \beta=90^\circ$					
	均一厚板		スパン方向直線変厚板		コード方向直線変厚板		均一厚板		スパン方向直線変厚板		コード方向直線変厚板	
	計算	実験	計算	実験	計算	実験	計算	実験	計算	実験	計算	実験
1	8.76	8.7	9.33	8.6	4.69	4.3	18.7	18	19.6	17	7.67	6.5
2	28.7	27	24.2	23	13.7	12	53.2	45	48.1	42	20.3	19
3	46.9	44	37.0	34	15.3	15	99.2	92	78.4	66	23.9	23
4	82.2	66	59.6	48	29.6	26	159	101	106	81	52.8	40

表 1 変厚片持板の振動数パラメータ (λ^2) 計算, 実験結果の比較

なる比でスパン方向のみに直線的に変化するものであり、これらのいくつかの形状のものについてはすでに前報告にも示してある^{1),2)}。

ここではさらに補足の資料を加えて、図2(a), (b), (c)に対応したおのおの計算結果を実験資料と比較して、振動数パラメータについては表1に、振動モードに関しては図3に示す。

この表1および図3は第四次までの振動に関する資料で、ここで用いられている程度の試験関数でも第四次振動位までは十分実用的な解が得られていることがわかる。また板厚の変化による振動数の変化はかなり顕著であり、これらの変化の様子は表1、図3から十分わかると思う。たとえば図3(a)の $\alpha=\beta=60^\circ$ なる形状の第三、第四次振動のモードをみると板厚が一定な場合と、変厚になった場合とでは逆転しており、また

$\alpha=\beta=45^\circ$ の第三次振動モードでは板厚変化により節線の変化が著しく表われている。その他の例に関して、実験精度の点で詳細な比較を行なうには若干粗いところもあるが、振動数、振動モード共に板厚による変化の傾向は十分に認められる。

3. 板の縦と横との比が振動におよぼす影響

ここでは図4に示したような片持板で板厚は一様な場合に限ったものを考える。さらに、長さに関係したパラメータとして、縦と横との比、すなわち、板前縁長さ L と固定端部分 a との比 $R=a/L$ をとる。この場合の数値計算は前章に示した一般式に於いて、 $h/h_r=1$ とし、 R 変化による振動数およびモードの変化を求めた。計算に用いた撓みの試験関数は次の19項からなる式を用いた。

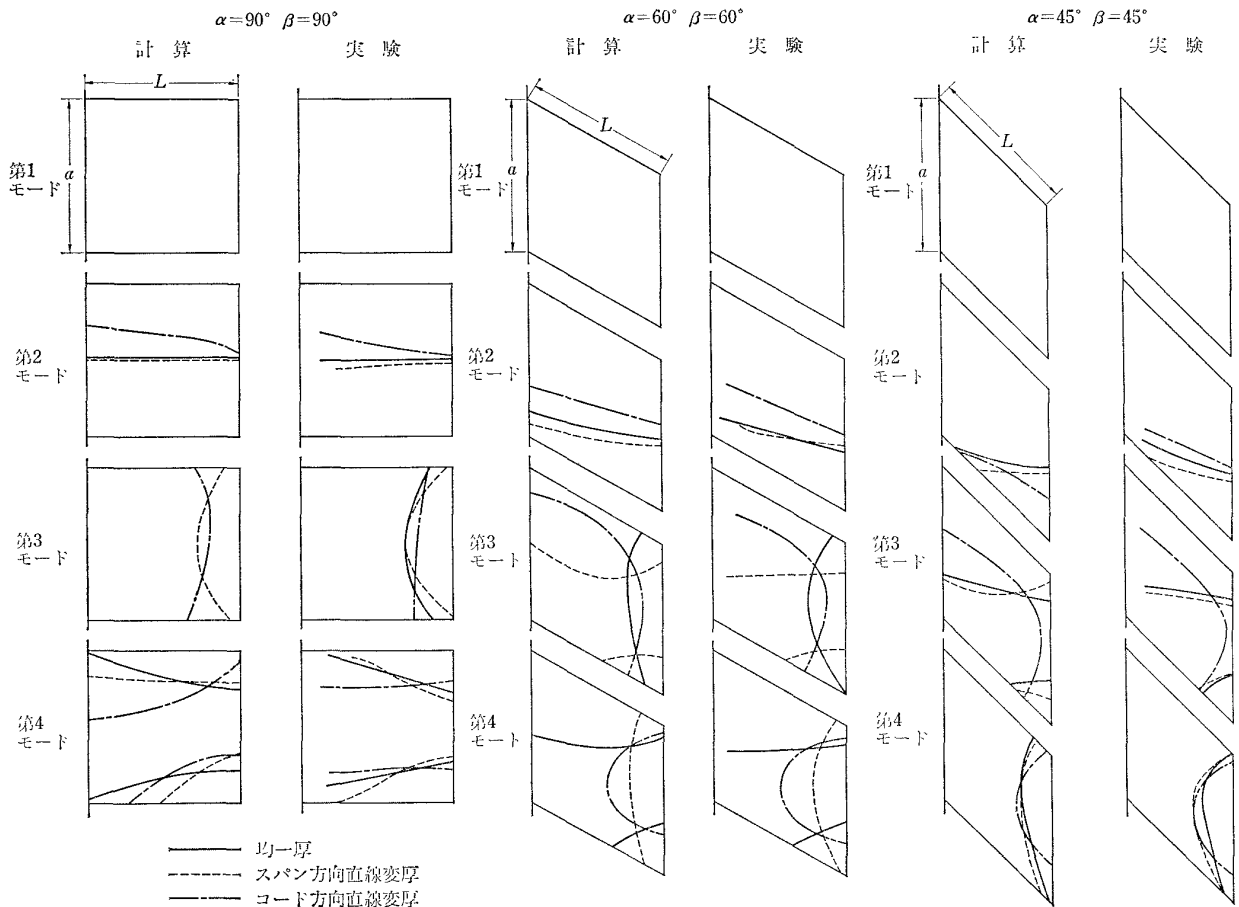


図3(a) 変厚片持板の振動モード計算、実験結果の比較

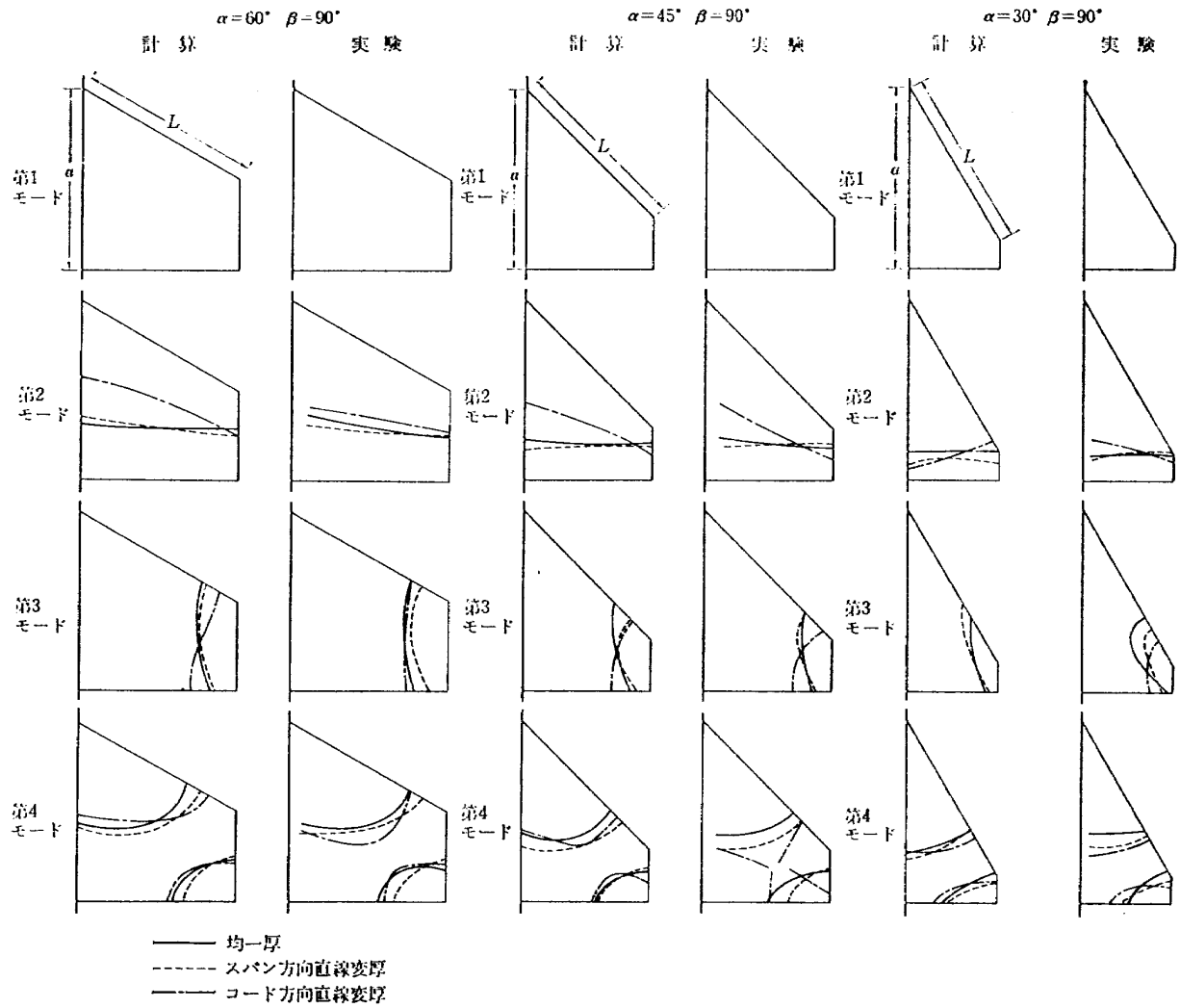


図 3 (b) 変厚片持板の振動モード計算，実験結果の比較

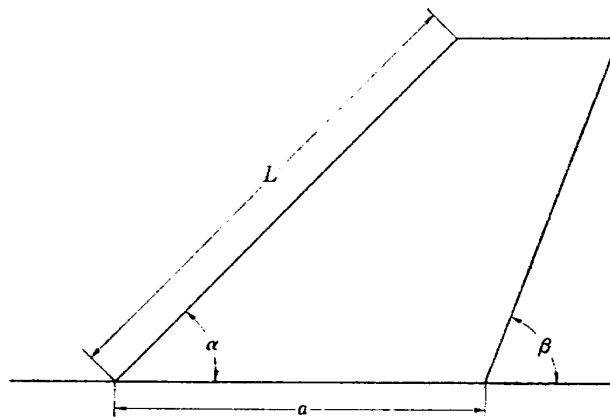


図 4 長さが変化する台形片持板の数値計算例

$$\begin{aligned}
 w(x, y) = & a_{02}y^2 + a_{03}y^3 + a_{04}y^4 + a_{05}y^5 + a_{06}y^6 + a_{07}y^7 \\
 & + a_{12}xy^2 + a_{13}xy^3 + a_{14}xy^4 + a_{15}xy^5 \\
 & + a_{22}x^2y^2 + a_{23}x^2y^3 + a_{24}x^2y^4 \\
 & + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3 + a_{34}x^3y^4 \\
 & + a_{42}x^4y^2 + a_{43}x^4y^3 \\
 & + a_{52}x^5y^2
 \end{aligned} \quad (5)$$

この試験関数の未知パラメータの選定は前章で行なった10項の場合と同様な形式で項数を19項まで増したものである。なお、ここでとりあつかっているような例では、この試験関数の選定形式が最適であるが、このことに関しては後の4章で吟味する。

この式を用いて行なった計算結果より、図5には R の変化に対する振動数パラメータの変化の様子を、図6には各振動数に対応する振動モードを、実験資料と合せて示した。すなわち、実際の計算例としては、

$\alpha=60^\circ$, $\beta=90^\circ$ の場合、図5、および図6の(a)と、 $\alpha=45^\circ$, $\beta=60^\circ$ の場合、図5および図6の(b)をとりあげた。各例とも計算結果は非常によく実験値と一致しており、次のような振動数変化の傾向があることが明らかになった。

(1) $R=a/L$ が小さくなる、すなわち、板の形としては細長くなるに従い振動数パラメータは低下するがモードによっては多少低下の度合が異なり、低次の曲げか捩れかが比較的顕著に現われるモードでは、曲げの方が捩れの場合よりも変化の度合が大ききようである。

(2) 三次、四次振動になると一般に曲げ、捩れの判断は明瞭でなくなり、節線も複雑になるが、モードによる振動数変化の度合は多少異なり、長さが変化するとモードの順序かが逆転するような例を生じる。

一般にこのような片持板で形状が長くなれば、振動数パラメータが低下することは当然であり、ここでは、これらを定量的に確認したわけである。

なお第2章およびこの章の各数値計算結果の比較に引用した実験値はすべて筆者達の行なった実験から得られた値である。しかし問題によっては、ここで示した実験値よりも精度のよいものが求められているものもある⁵⁾。また実験方法は共振法によったもので、これについては発表済みの報告に詳細が述べられているのでここでは省略する^{1), 2)}。

4. 試験関数の未知パラメータの種類が振動解におよぼす影響の数値的実例

ここで行なわれている計算は x, y に関し無限項の冪級数形式の試験関数を有限項で打ち切り、それに対

応する近似解を求めたものであるが、近似に関係する試験関数に加えられる束縛としては、近似項数の制限と試験関数自体の種類が考えられる。冪級数の制限に関してはすでに実例による吟味を示したが³⁾、この結果項数を増せば近似がよくなることは一応確認している。ここでは有限個、冪級数形試験関数の未知パラメータにおける種類を変えた場合の影響の実例を示すことにする。さらにこの結果からここであつかっているような幾何学的形状の板の場合にはいかなる項の組合せが最も近似がよいか確かめたい。

実例として、項数は10項に制限し、そのとり方は x を高次の項までとる形から順次 y の高次の項までとる形に変化させて行き、おのおのに対して固有値および振動モードを求めた。また計算例としてとりあげた片持板の形状は次の図7に示したように、

$\alpha=\beta=90^\circ$, $a/L=1$, すなわち正方形板および、 $\alpha=45^\circ$, $\beta=60^\circ$, $a/L=1$ なる形状の台形板である。この図7には未知パラメータの種類を変えたさいの固有値と振動モードの計算結果を示し、比較のために行なった実験結果を併記した。この計算に用いた未知パラメータの組合せは5通りで、これ等についても図7に示してある。

これらの図から、モードの種類によって多少変化があるので、未知パラメータの種類を如何なる形にとった場合が最適であるかを一般的な場合について論ずることはむずかしいが、ここであつかった形状の片持板に関しては図7の(iii)で示した形、すなわち x, y の指数が平均に含まれているものが最も実験値に近く、最も低い値を示す。当然ではあるが、関数の形から(i)の場合、第三モード、すなわち固定辺に平行な節線を持つ振動解は求まらず、さらに(v)では第二および第四モード、すなわち固定辺に垂直な節線を持つ振動解は求まっていない。なおこれらの図には19項の計算値も示されているが、この試験関数は(5)式と同様で(iii)の形で項数を増加させていったものである。

5. 試験関数に荷せられた領域外の束縛の影響

片持板の振動解析をここでとりあつかっている方法で行なった場合、前、後縁の後退角 α, β が小さくなり板が固定辺に接近した形になると解の近似が悪くなる傾向があることは前報告¹⁾にも示してあるが、この点に関して次のような簡単なモデル計算例によって、この原因を吟味した。その結果について次に示す。

当解法では試験関数として(2)式のような冪級数を取り片持の場合は未知パラメータ a_{mn} に対して

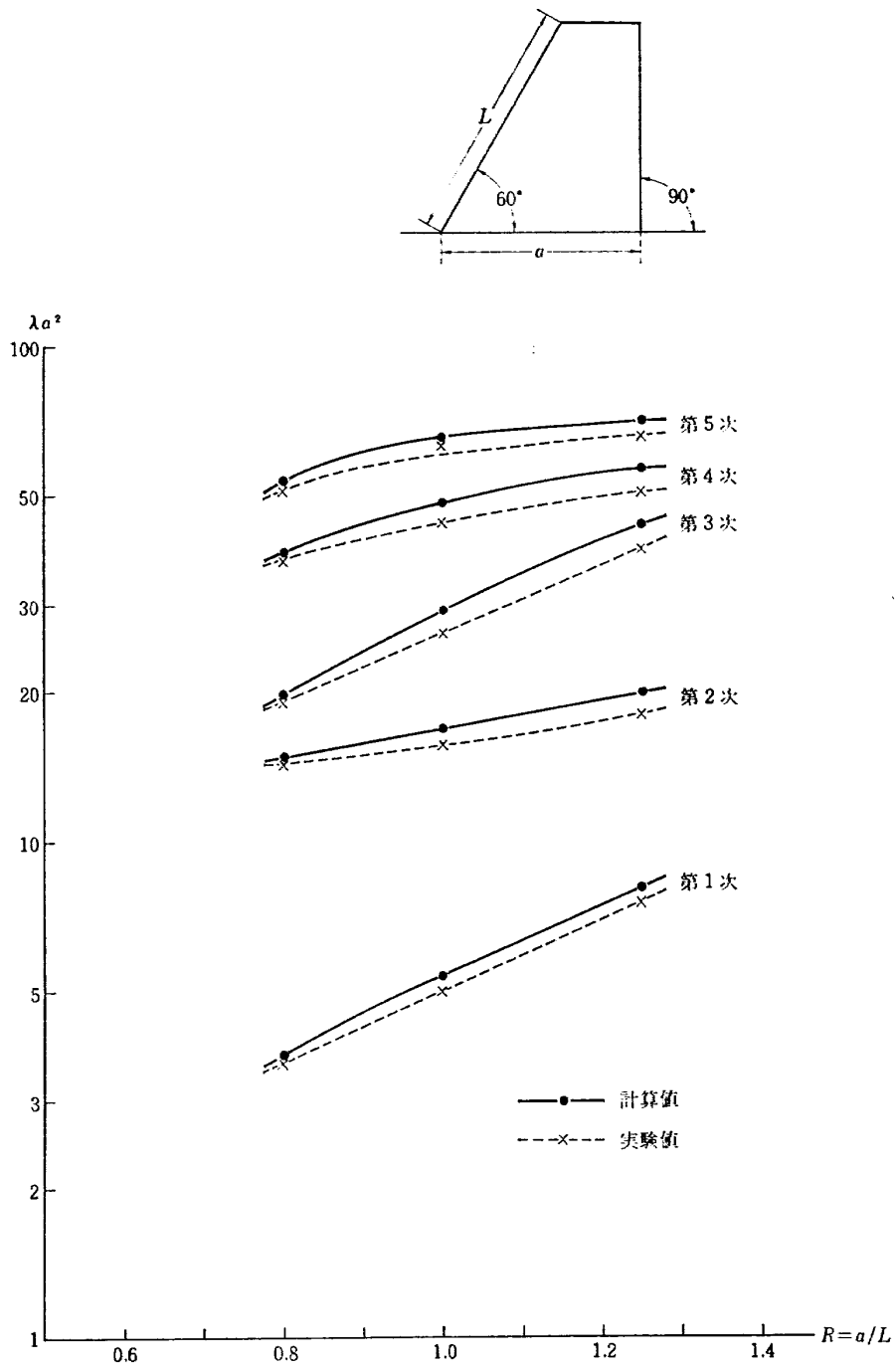


図 5 (a) 長さに関する比 ($R=a/L$) の変化による振動数パラメータの変化

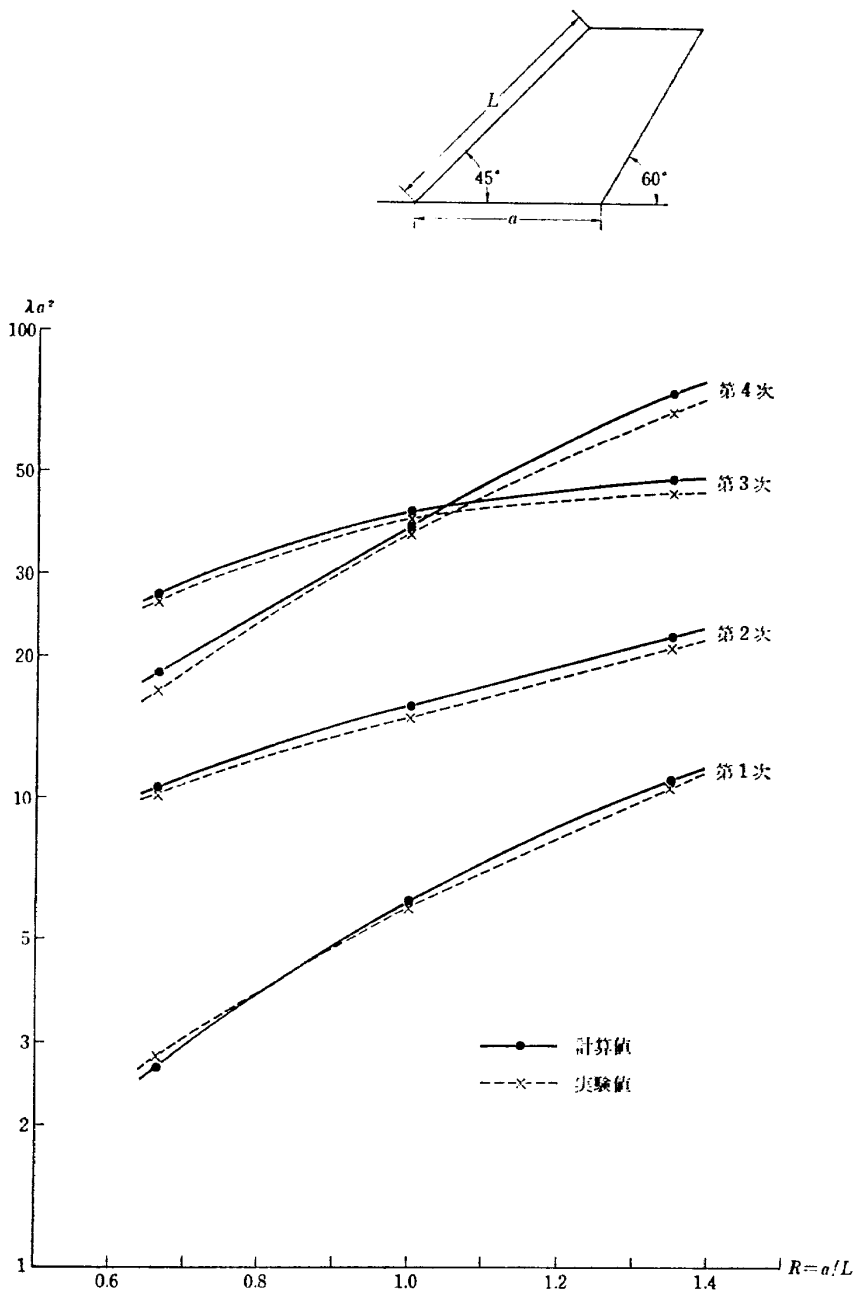


図 5 (b) 長さに関する比 ($R=a/L$) の変化による振動数パラメータの変化

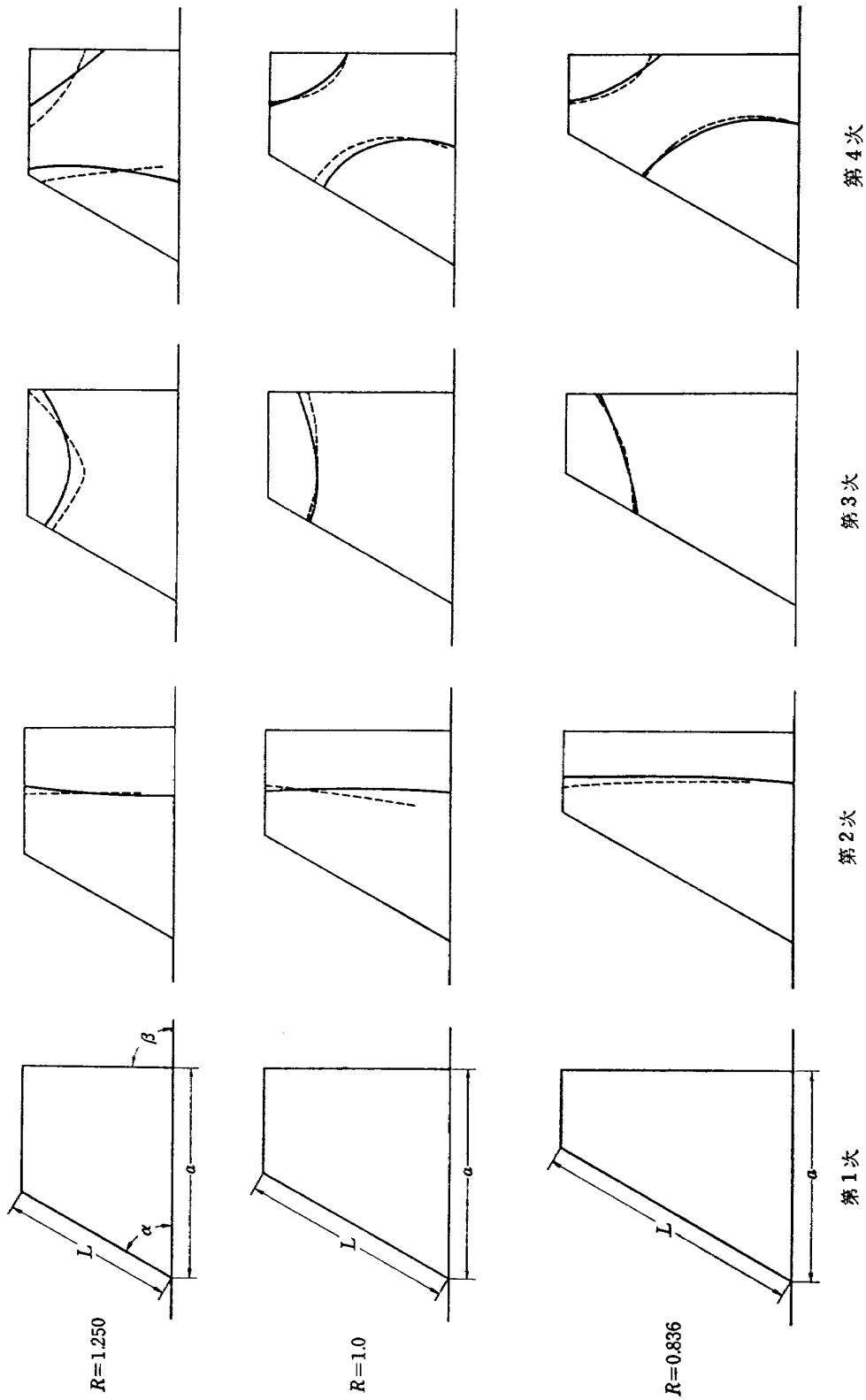


図 6 (a) 長さに関する比 ($R=a/L$) の変化による振動モード変化 ($\alpha=60^\circ$, $\beta=90^\circ$)

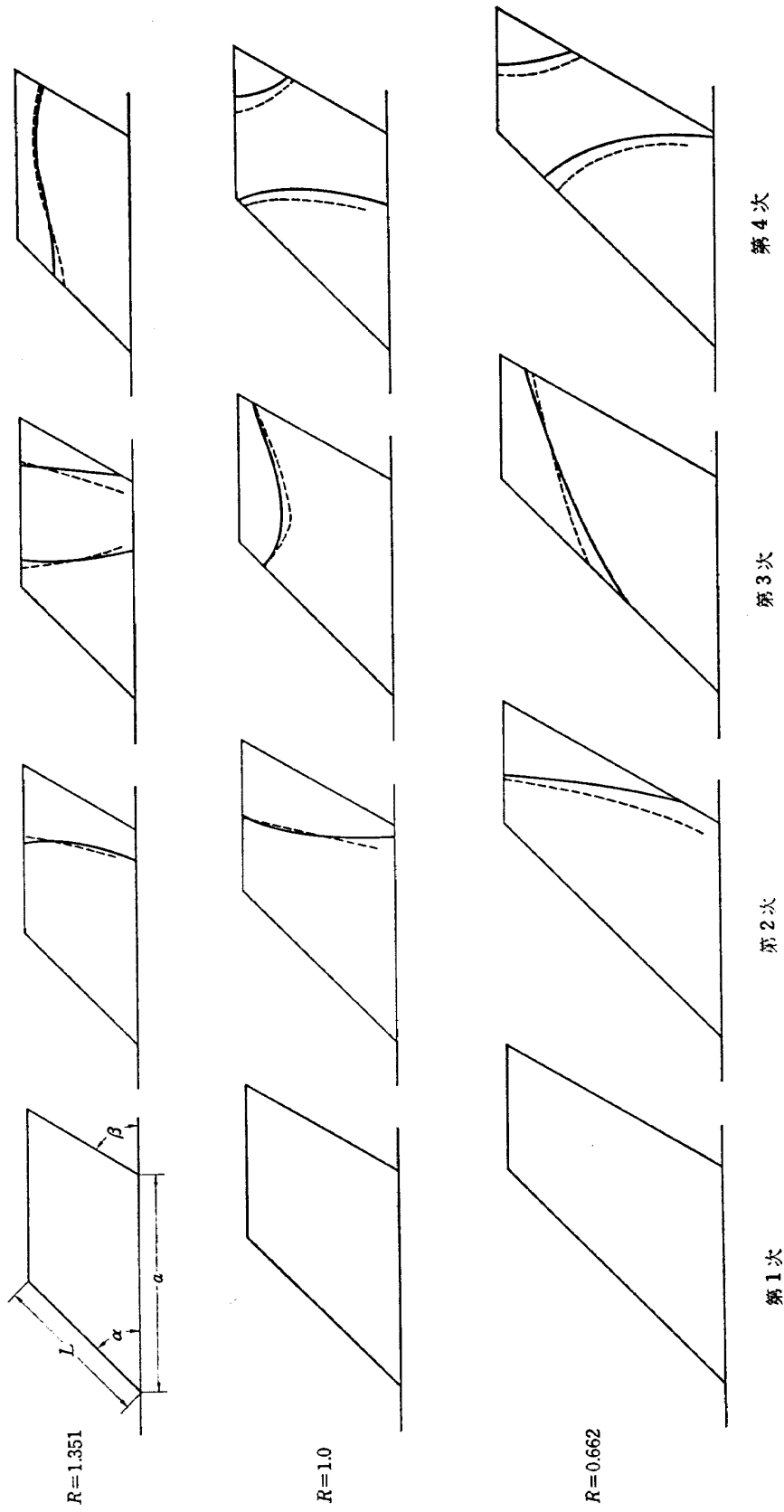


図 6 (b) 長さに関する比 ($R=a/L$) の変化による振動モード変化 ($\alpha=60^\circ$, $\beta=90^\circ$)

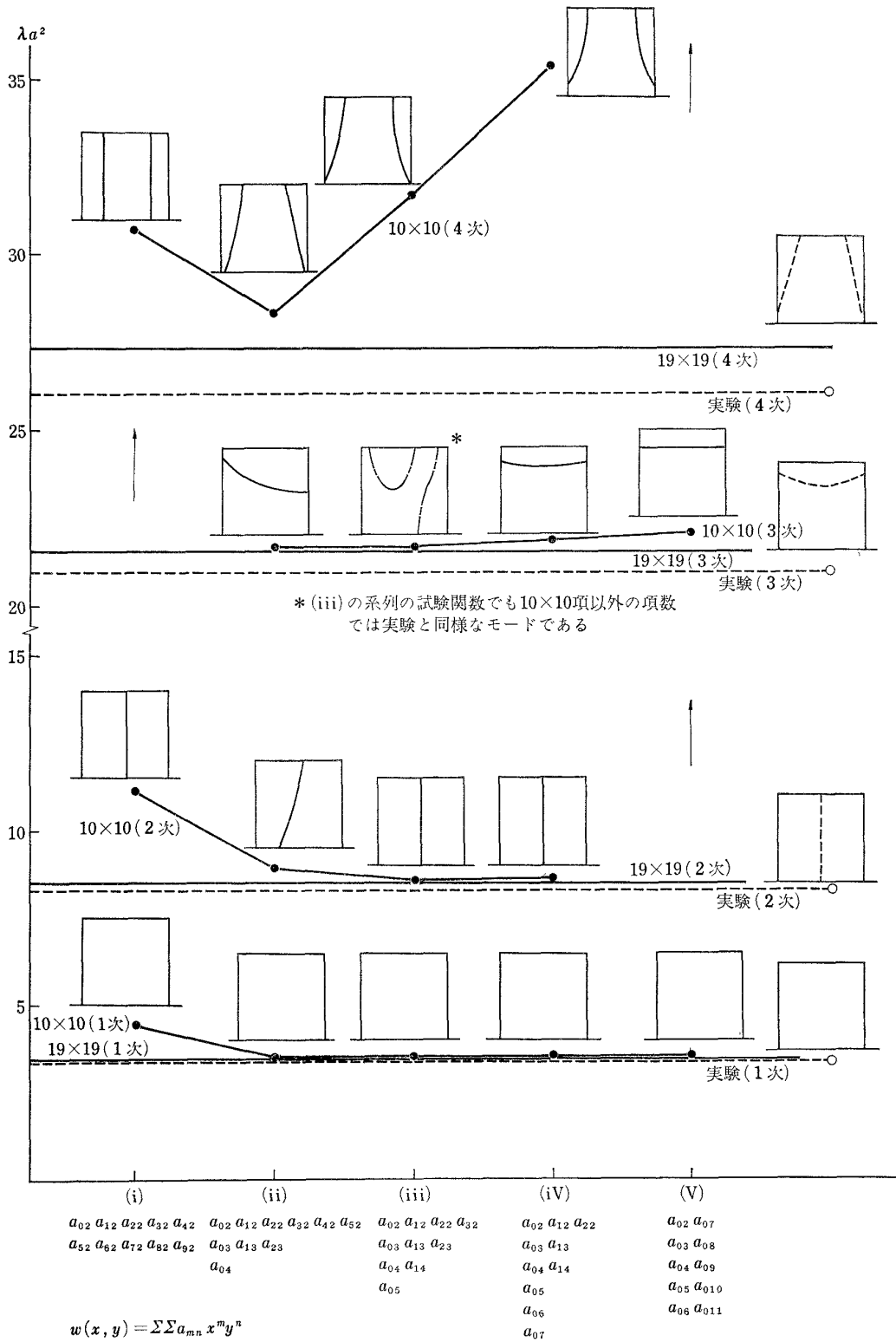


図 7 (a) 試験関数の未知パラメータ変化が解におよぼす影響 ($\alpha = \beta = 90^\circ$, 均厚板)

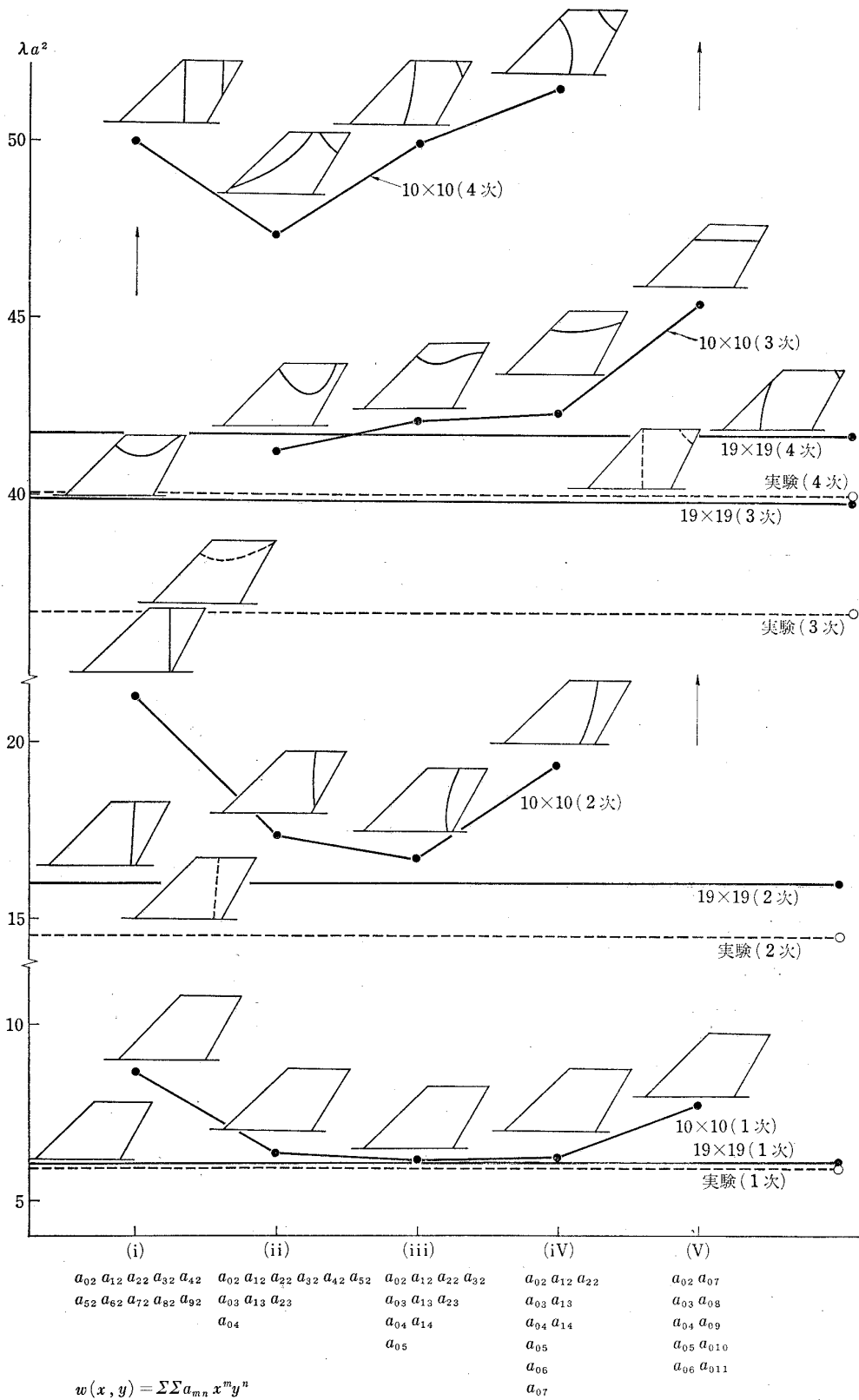


図 7 (d) 試験関数の未知パラメータ変化が解におよぼす影響 ($\alpha=45^\circ$, $\beta=60^\circ$, 均厚板)

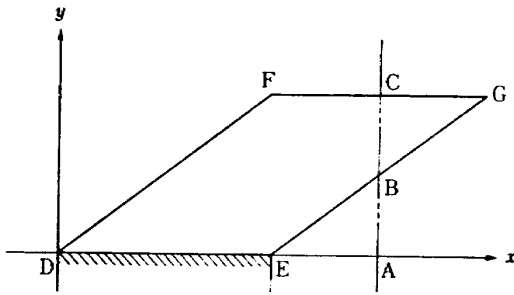


図 8 片持板に標系と束縛条件

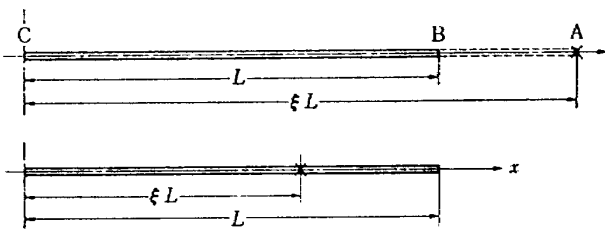


図 9 両端自由梁と点び束縛の関係

$m=0, 1, 2, \dots, n=2, 3, \dots$ なる形にとった。このような形にとれば、この試験関数は、固定辺 $y=0$ で撓みが零、傾斜角が零という幾何学的境界条件を満たすことになる。しかしここで図8のような座標系においてこの片持板を考えた場合、板の領域は \overline{DEGF} であるが、上述したような形の試験関数は、 x 軸上の点 E の外側でも当然 \overline{DE} と同様な束縛をもった関数である。したがっていま β が小さくなった場合を考えると、 \overline{BC} なる領域の関数には A 点で固定の束縛が入った関数を用いていることになる。極限を想定した場合は \overline{EG} 辺が x 軸と一致したとき \overline{EG} と x 軸との間にスリットの入っている問題を、 x 軸すべてで固定の束縛が入った連続関数で求まると仮定して解を求めていることになる。したがって β が零とならなくとも比較的 β の小さい板ではこの影響が入って来るのではないかと予想される。もっとも特異点 E の吟味および $\beta=0$ のような部分固定の問題としてより高度な解析を行なえばこれらの問題は解決されると思われるが、ここでは今まで用いて来た実用的な解法である当方法を機械的に、後縁後退角 β が小さくなって行った場合にまで拡張し、次のような数値計算例によって考察した。

この問題のモデルとして図9の \overline{CBA} に相当する棒を考え一次元としてとりあつかった。実際には板の場

合を吟味すべきであるが、 β が変化した場合に板では積分域も変ってきて、束縛の影響のみをとり出すことが困難なため一次元とし、これについて次のように考える。図9のように \overline{CB} が何等の束縛も入らない両端自由梁とし、 A 点に固定束縛が入った場合を吟味する。積分域は \overline{CB} としたので、エネルギーは A 点が \overline{CB} 内に入った場合も \overline{CB} 領域で計算してあるが、 A 点が固定の束縛では、 A が \overline{CB} 内部のときは \overline{CA} と \overline{BA} は力学的に分離すると考えられるから、積分域も実際の計算では分離すべきである。 A 点がもし他の条件の場合には一般に \overline{CA} と \overline{CB} 域で力学的に干渉があるから、積分域は \overline{CB} であろう。しかしここでは A 点が積分外のものに対する吟味なので、領域は \overline{CB} と固定し、 A が内部の場合も参考のため併記した。

図9のような梁では試験関数を

$$w(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m \tag{6}$$

とすると汎関数は

$$\pi = \frac{1}{L^2} \left\{ \sum_m \sum_s \frac{m(m-1)s(s-1)}{m+s-3} a_m a_s - \lambda^2 \sum_m \sum_s a_m a_s \frac{1}{m+s+1} \right\} \tag{7}$$

ここに

$$\lambda^2 = \frac{w^2 \rho A L^4}{EI} \begin{cases} \rho; \text{梁の密度} & A; \text{断面積} \\ I; \text{断面二次モーメント} \\ E; \text{ヤング率} & L; \text{梁の長さ} \end{cases}$$

となる。また A 点 ($x=\xi L$) を固定束縛とすると

$$\left. \begin{aligned} w(\xi L) &= \sum_{m=0}^{\infty} a_m \xi^m = 0 \\ \frac{\partial w(\xi L)}{\partial x} &= \sum_{m=0}^{\infty} m a_m \xi^{m-1} = 0 \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

なる条件が得られる。これらの条件を満たし(7)式の停留値を考える解をラグランジュの乗数法によって求める⁴⁾。数値計算は m を一定にしておき、すなわち(6)式の未知パラメータの個数を同一なものにとり、領域外束縛の位置に関するパラメータ ξ の値のみを変化させて行なった場合の近似解を求めてゆく。

次の図10には ξ 変化に対する固有値および振動モードの変化を示したが、これは(6)式で表わした試験関数を次のような8項で打ち切った式から得たものである。

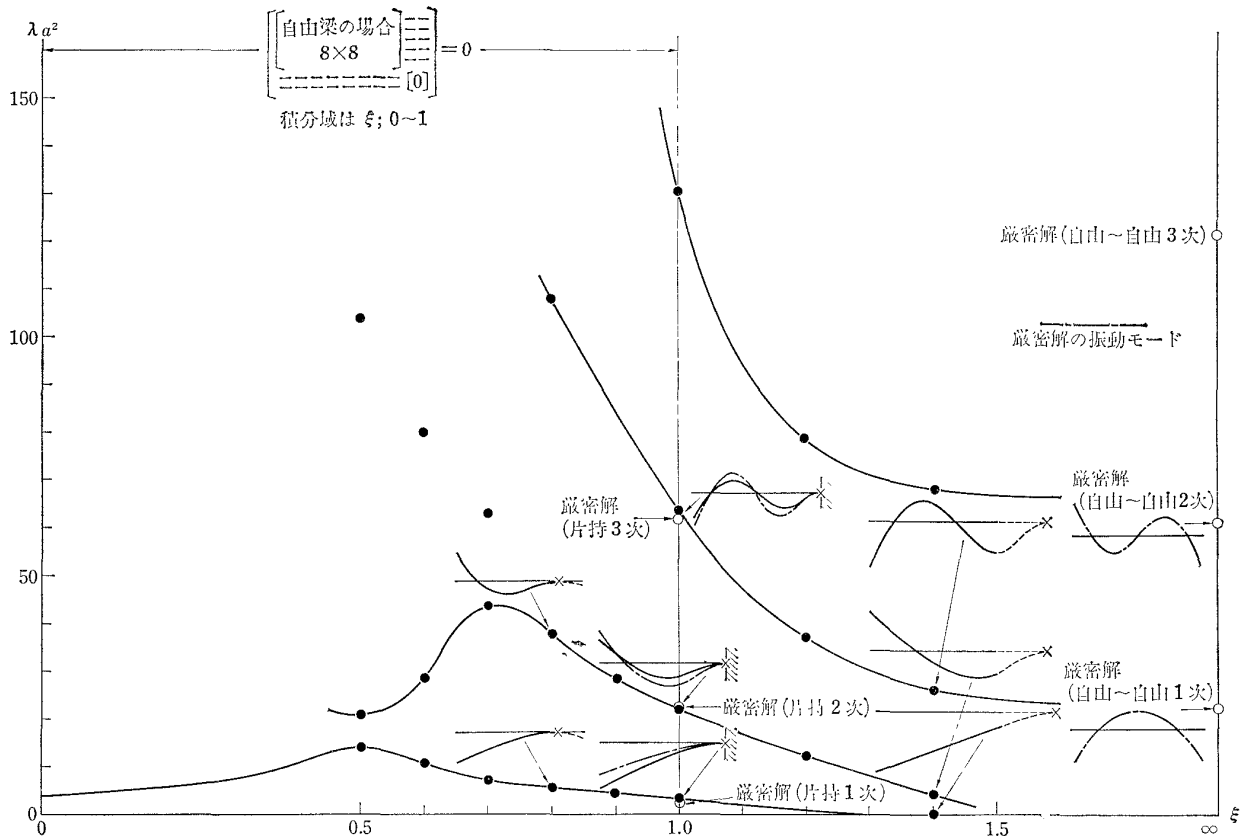


図 10 束縛点変化による梁の振動数パラメータおよび振動モード変化

$$w(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6 + a_7x^7 \quad (9)$$

図10に示した計算値からもわかるように、領域外の束縛の位置によってはかなりの影響がみられる。ここで $\xi = 1$ の場合は片持梁の解となるが、この点に関しては厳密解も同時にプロットしてある。上の(9)式による数値解はほぼこの厳密解に一致している。一方、 $\xi \gg 1$ の場合は両端自由梁の解であるので、これに収束するとみられる。この結果 β の小なる場合、固定の影響が入ることが固有値の上昇として計算に表われる。一応ここでは二次元の場合を一次元の場合から推定したわけであるが、ここで用いた解法では積分域外の束縛が解にかなり影響すると云える。したがって β が小さくなると板の振動の近似解も悪くなるということの一つの原因となっているものと考えられる。

6. 結 言

この報告は従来から行なってきた弾性平板の強度問題に対する変分直接解法を基にした解析法^{1),2)}を拡張し、厚さが変化する板、あるいは長さを変化させた板に対する振動解析をおこない、おのおの的具体例に関して数値計算結果を示し、あわせて、板厚や長さの変化が、解にいかなる影響を示すかについて吟味したものである。結果は具体的な板の振動に関する資料、および、板厚および長さの変化の影響が振動解におよぼす影響に関する資料として参考になるものと思う。

一方ここで用いた解法が、一般的な形状をした片持板の振動解析に対して十分実用的であると云うことについては、先の報告で示したが^{1),2),3)}、数値計算をする場合、ここに用いる試験関数の未知パラメータの種類が解にかなりの影響をおよぼすことが予想され、そ

れに対して具体的な計算例をあげて数値的な吟味をした。

その結果、当報告に示した計算例に対しては、ここで用いた試験関数の形が最もよい近似を与えることが確認された。さらに、この解法では、板の形状によっては近似が悪くなる問題があった。これに対しては、一つの仮定、すなわち、ここで用いている試験関数には板の領域外での束縛が入る可能性があるためと考え、これに関連したモデル計算を行なって数値的な吟味をした。これにより、ここで予想した仮定が解の近似を悪くする一因になることも確かめられた。

最後にここで行なった各種の実験に協力していただいた構造研究室各研究員および計算機による計算に協力していただいた、機体第一部装備研究室泉技官に感謝の意を表わす次第である。

文 献

- 1) 川井, 塙, 戸川, 高橋, 越出; 平板翼の振動について, 航技研報告 TR-30 (昭和37)
- 2) 塙, 越出, 戸川, 川井; 変厚平板翼の振動について; 航技研報告 TR-60 (昭和39)
- 3) 川井, 塙, 越出, 戸川, 落合; 変分法による平板翼の撓み, 振動解における自然境界条件の数値的吟味, 航技研報告 TR-66 (昭和39)
- 4) 塙, 越出, 泉, 戸川; 点支持のある板の振動解析, 第6回構造強度に関する講演会講演集, (昭和39)
- 5) J. W. Dalley, E. A. Ripperger; Experimental Values of Natural Frequencies for Skew and Rectangular Cantilever plates, Experimental Stress Analysis. 1952, vol. 9, No. 2.

TM-121	大きなマトリクスの逆行列計算および連立一次方程式の計算のためのプログラミング技術	1967年11月	戸川隼人, 戸川保子
TM-122	NAL-7-P ロケットの強度および燃焼試験結果	1967年11月	竹中幸彦, 古田敏康, 小川原恒彦, 朝田洋文, 豊原沢克久, 湯西宜男, 西村久男
TM-123	“NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケットの振動試験	1967年11月	中井暎一, 古関昌次, 田寺藤木一, 高木俊朗, 安藤泰正, 岸正勝, 峯田幹雄
TM-124	吹出式超音速風洞の集合胴圧力制御について	1967年12月	外立政隆, 近藤洋史, 原亘利
TM-125	航技研 1m×1m吹出式超音速風洞におけるハーフモデル試験について	1968年2月	石原久蔵, 原亘利, 榊原盛三, 関根英夫
TM-127	2024-T3アルミニウム合金の3-bay 有孔補強平板の軸荷重による疲労特性	1968年4月	飯田宗四郎, 猿本光明, 斉藤信一郎
TM-130	リフトエンジンの自然吸込みについて	1968年4月	近藤博, 大城章一郎
TM-131	遷音速タービン翼列二次元試験(Ⅲ)	1968年5月	近藤博, 囊田光弘, 山崎紀雄, 古川昇
TM-132	行列の最小固有値の一計算法	1968年5月	戸川隼人, 戸川保子
TM-133	フィラメント・ワインディング円筒の強度特性に関する研究	1968年5月	竹中幸彦, 斉藤浩一, 古田敏康, 川島炬一郎, 三本木茂夫, 小川鉦一, 越出慎一, 朝田洋彦, 越倉郁夫, 大竹邦彦
TM-134	AGARD 標準模型 HB-1, HB-2 の超音速風洞試験	1968年5月	斉藤秀夫, 石原久蔵, 原亘利, 野田順一, 関根英夫
TM-135	歪ゲージの自己加熱による歪ドリフト	1968年5月	小川鉦一, 遠藤修司
TM-136	“NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケット結合部の曲げ剛性試験	1968年5月	中井暎一, 飯田宗四郎, 高木俊朗, 安藤泰勝, 菊地孝男
TM-137	ロケットの三次元の運動の方程式および HITAC 5020 による軌道計算のためのプログラム	1968年5月	毛利浩

注：欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料138号

昭和43年6月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171 (代表)

印刷所 一誠社総合印刷株式会社
東京都武蔵野市御殿山1-6-10

