

UDC 629.735.45.017.26  
533.622.6

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-164

ブレードのフラッピング運動をバネで拘束  
したロータのピッチダンピングについて

別府護郎・岡 遠一

1969年10月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-125	航技研 1 m×1 m吹出式超音速風洞におけるハーフモデル試験について	1968年2月	石原久蔵, 原 亘利 榊原盛三, 関根英夫
TM-127	2024-T 3 アルミニウム合金の3-bay有孔補強平板の軸荷重による疲労特性	1968年4月	飯田宗四郎, 猿本光明 斎藤信一郎
TM-130	リフトエンジンの自然吸込みについて	1968年4月	近藤 博, 大城章一郎
TM-131	遷音速タービン翼列二次元試験(Ⅲ)	1968年5月	近藤 博, 養田光弘 山崎紀雄, 古川 昇
TM-132	行列の最小固有値の一計算法	1968年5月	戸川隼人, 戸川保子
TM-133	フィラメント・ワインディング円筒の強度特性に関する研究	1968年5月	竹中幸彦, 斉藤浩一 古田敏康, 川島矩郎 三本木茂夫, 小川 鈺 越出慎一, 朝田洋雄 熊倉郁夫, 大竹 邦彦
TM-134	AGARD 標準模型HB-1, HB-2の超音速風洞試験	1968年5月	斉藤秀夫, 石原久蔵 原 亘利, 野田 順一 関根英夫
TM-135	歪ゲージの自己加熱による歪ドリフト	1968年5月	小川 鈺一, 遠藤修司
TM-136	“NAL-16・31” および “NAL-25・31” 二段ロケット結合部の曲げ剛性試験	1968年5月	中井 暎一, 飯田宗四郎 高木俊朗, 安藤泰勝 菊地 孝男
TM-137	ロケットの三次元の運動の方程式および HITAC 5020 による軌道計算のためのプログラム	1968年5月	毛利 浩
TM-138	片持板の振動解析に関する考察	1968年6月	堀 武敏, 越出慎一 林 洋一
TM-139	薄板構造の疲れき裂伝ば実験	1968年6月	竹内和之, 野原利雄 飯田宗四郎
TM-140	二次元スラットおよびスロッチドフラップの実験的研究(Ⅱ)	1968年7月	犬丸矩夫, 北村清美
TM-141	超音速二次元翼列予備実験風洞について	1968年7月	近藤 博, 坂口 一 八山 優, 高森 晋
TM-142	二次元スラットおよびスロッチドフラップの実験的研究(Ⅲ)	1968年7月	犬丸矩夫, 高橋 侖
TM-143	端面一体巻きフィラメント・ワインディング容器の静圧強度および疲れ強度	1968年8月	竹中幸彦, 朝田洋雄 野口義男
TM-144	真ひずみ計の試作	1968年8月	竹中幸彦, 朝田洋雄 野口義男
TM-145	スピンを伴うロケットの運動を計算するプログラム	1968年8月	戸川隼人, 石黒登美子 山本浩通
TM-146	双発 STOL 機の飛行試験 (実用運用包囲線および離着陸特性)	1968年8月	幸尾治朗, 岡 遠一 塚野雄吉, 鎌田幸男 小野孝次
TM-147	浮動振子型加速度計の試作	1968年9月	大月正男, 鈴木孝雄 円居繁治
TM-148	吹出しフラップ翼の高揚力特性	1968年9月	小橋安次郎, 宮沢政文 西 武徳
TM-149	NAL-16-TR ロケットの研究試作	1968年10月	ロケット性能研究室
TM-150	リフトジェット VTOL 機の着陸における水平方向の減速について	1968年11月	西村博史
TM-151	フラッタ解析法の再検討 (フラッタ解析法の研究 その1)	1968年12月	市川輝雄
TM-152	ノズル内の突起物によるロケットエンジンの側分力	1969年1月	檜崎哲二, 中野富雄

# ブレードのフラッピング運動をバネで拘束したロータのピッチダンピングについて\*

別府 護郎\*\*・岡 遠一\*\*

## 概 要

ヘリコプタのブレードのフラッピング運動をバネで拘束したロータについて、バネの強さを種々変えて、種々のピッチ角、そして種々のロータ回転数について、ピッチダンピングを模型実験を行なって求めた。

実験結果と、従来行なわれている計算方法による算定値と比較するとき、バネの強さが大きいとき、実験値は計算値に比してかなり小さい値しかとらないことがわかった。

### 1. ま え が き

初期のヘリコプタは、ブレードに加わる大きな力を避けるために、ブレードの翼根を自由な蝶番で支持することによって飛行可能になった。最近のヘリコプタは、構造学上の進歩によって、ブレードをいろいろな方法で支持して操縦性を改良する試みがなされるものも現われてきた。たとえば、ロッキード社の rigid rotor、ヒューズ社の板ばねでブレードを支持したロータなどがそれである。しかし、そのような rigid rotor あるいは板ばねでブレードを支持したロータ等の運動に関する詳細な解析はいまだ完全とはいえない状態である。また、ロータのピッチダンピングについて一般に使われている計算方法による計算値と実験値とはかなり差があるといわれており、それに対する理論計算の試みは二、三あるが、実験資料は十分とはいえない状態である。そこで、ブレードをハブに自由な蝶番で支持し、さらに、ブレードのフラッピング運動をスプリングで拘束したものについて、ピッチダンピングがスプリングの強さによってどのようになるかを、スプリングの強さを0から $\infty$ まで種々に変化させて模型実験を行なって、さらに理論計算を行なって検討した。

### 2. 記 号

A ブレードがフラッピング運動をするときのブ

レードに垂直な方向の加速度

- $a$  揚力傾斜
- $a_1$  ブレードのフラップ角の  $\cos\psi$  成分
- $b$  ブレードの枚数
- $b_1$  ブレードのフラップ角の  $\sin\psi$  成分
- $c$  ブレードの翼弦長
- $C, C'$  フィルタのコンデンサの容量
- $e$  フラッピングヒンジ
- $e_0$  フィルタの出力電圧
- $e_i$  フィルタの入力電圧
- $H$  ロータの  $H$  力
- $h$  ロータハブと重心との間の距離
- $I$  ブレードのフラッピングヒンジ回りの慣性性能率
- $i$  直交座標の  $x$  軸方向の単位ベクトル
- $j$  直交座標の  $y$  軸方向の単位ベクトル
- $k$  直交座標の  $z$  軸方向の単位ベクトル
- $M_q$  縦揺れ運動による縦揺れモーメント
- $M_{qoff}$   $M_q$  中のブレードのフラッピングヒンジのオフセット量によるもの
- $M_{qsp}$   $M_q$  中のスプリング力によるもの
- $M_{qH}$   $M_q$  中のロータの  $H$  力によるもの
- $M_s$  一次慣性モーメント
- $M_I$  ブレードのフラッピング運動の慣性力によるモーメント
- $M_A$  ブレードのフラッピング運動の空気力によるモーメント

\* 昭和44年8月23日受付

\*\* 飛行実験部

$M_{sp}$  ブレードのフラッピング運動のスプリング力によるモーメント

$M_H$  ロータのH力によるモーメント

$p$  横揺れ角速度

$q$  縦揺れ角速度

$r$  偏揺れ角速度

$r'$  ブレードの任意点の半径

$R$  ブレード半径

$R_1, R_2, R_1', R_2'$  フィルタの抵抗

$s$  ラプラス演算子

$V$  ブレードがフラッピング運動するときのブレードに垂直な方向の速度

$\alpha$  ブレードの縦揺れ運動による迎角変化

$\beta$  ブレードのフラップ角

$$\gamma = \frac{\rho ac R^4}{I} \quad \text{ロック数}$$

$$\sigma = \frac{ac}{\pi R^2} \quad \text{ブレードソリディティ}$$

$\rho$  空気密度

$\lambda$  無次元誘導速度

$$\nu = \frac{8k}{\gamma I \Omega^2} \quad \text{バネの強さによる係数}$$

$\Omega$  ブレード回転数

$\psi$  ブレード角位置

$\theta$  ブレードピッチ角

### 3. 実験方法および実験装置について

図1, 図2に示すようにロータを支持し, ロータを

種々の回転数で回転させて, ロータ回転面内にある装置の回転軸(図1のX-X')まわりにロータを自由振動させる。そのとき, ロータの持つ減衰のため, 減衰自由振動となる。この振動の角変位を, ピアノ線とスプリングを介して取り付けられた板バネに貼られたストレンゲージで電気量とし, 図1に示すように, 歪計, フィルタ, ダンピングメータを通して, この自由振動の減衰率をデジタル量として取り出した。

ロータブレードの翼幅はハブ中心部より550mm, 翼弦33mmで, 翼型NACA0012, 捩り下げ $8^\circ$ である。このブレードの曲げ振動数は12.5c/sである。ブレードのロータハブへの取り付けは図3のようにし, コイルスプリングの曲げ剛性をスプリング力として用いた。実験に用いた各種スプリングの強さは0 kgm/rad, 0.108 kgm/rad, 0.185 kgm/rad, 0.298 kgm/rad, 0.532 kgm/rad, 0.788 kgm/rad, 0.798 kgm/rad, 0.847 kgm/rad, 1.61 kgm/rad, 2.27 kgm/rad,  $\infty$ と11種類である。図3よりブレードのオフセットは0.04 m, フラッピングヒンジ回りの慣性能率は0.00115 kgm/sec<sup>2</sup>, 一次モーメントは0.0033 kg/sec<sup>2</sup>, ロック数 $\gamma$ は1.87である。

ロータブレードの駆動には200 WATTの直流モータを用いた。回転数は100Vで1500 rpmである。

装置の回転軸(図1のX-X')まわりの慣性能率は0.92 kgm/sec<sup>2</sup>で, 回転軸まわりの自由振動の振動数は0.714 cycl/sであった。

装置の自由振動を計測する歪計からの出力に通すフィルタは図4に示すような回路を2個直列につないで用いた。したがって, フィルタの伝達関数はつぎのと

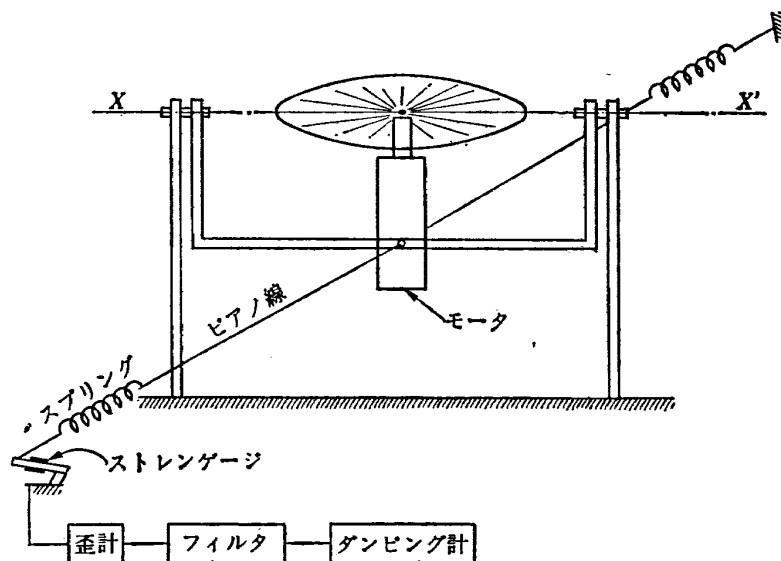


図1 実験装置

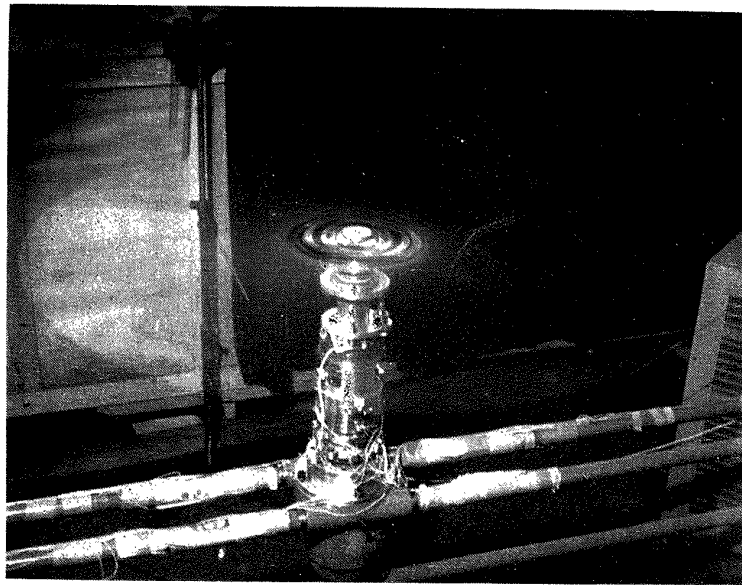


図 2 実験に使用したロータ

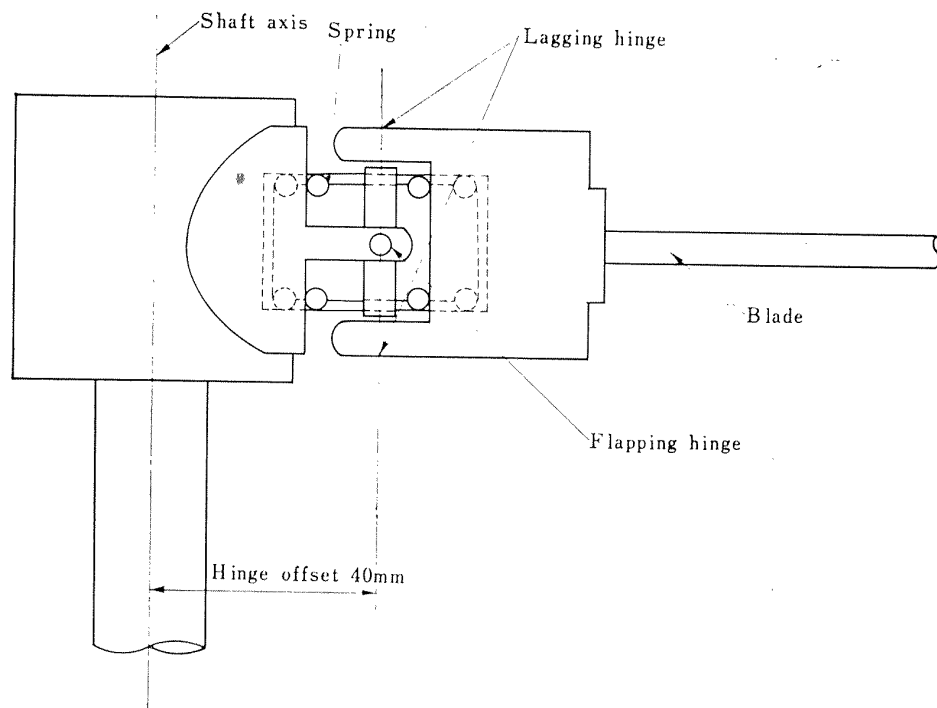


図 3 ブレードのフラッピング運動を拘束するスプリング取付状況

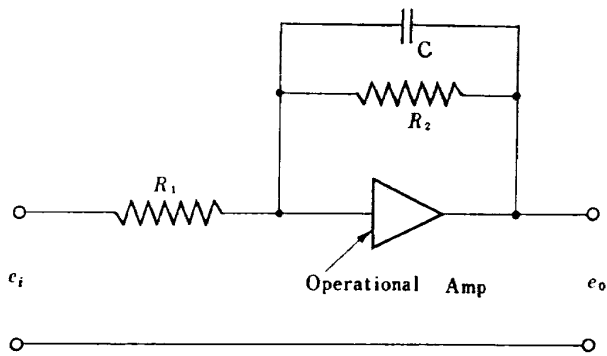


図4 フィルタ

おりである。

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{R_2 R_2'}{R_1 R_1'} \cdot \frac{1}{(1 + C R_2 s)(1 + C' R_2' s)}$$

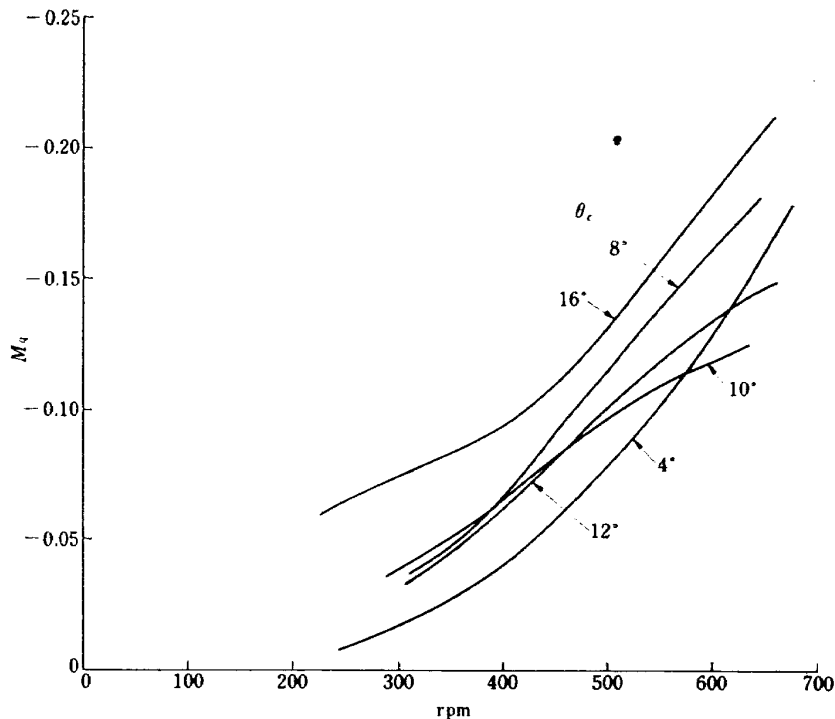
ここで、 $R_1=47 \text{ K}\Omega$ 、 $R_2=470 \text{ K}\Omega$ 、 $R_1'=180 \text{ K}\Omega$ 、 $R_2'=180 \text{ K}\Omega$ 、 $C=0.1 \mu\text{F}$ 、 $C'=0.33 \mu\text{F}$  である。つまり、このフィルタにより、約  $3 \text{ c/s}$  以上の高周波成分を除くことができるので、電灯線からの  $50 \text{ c/s}$  ノイズとか、機械的振動から発生する高周波ノイズを、この

フィルタで信号から除去した。

測定回路の最後に用いたダンピング計は、減衰自由振動の電気信号から振動数、ダンピングを求める電気回路で、結果はディジタル計にディジタル量として得られる。

#### 4. 実験結果

ブレード翼根につけた各種スプリングの各々について、ブレードのピッチ角を  $4^\circ$ 、 $8^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $12^\circ$ 、 $16^\circ$  (この角度はブレードの翼根における値である。) と変え、回転数を  $250 \text{ rpm}$  から  $650 \text{ rpm}$  まで約  $50 \text{ rpm}$  おきに変化させてロータのピッチダンピングを測定した。測定結果を図5～15に示す。図の縦軸  $M_q$  はロータのピッチダンピングで、つまり、ロータの縦揺れ角速度によって生ずる縦揺れモーメントである。図によれば、ブレードのピッチ角によるダンピングの変化は、スプリングが強いときは非常に小さいが、スプリングが弱くなると大きくなるのが見られる。スプリングの強さを变化させたときのダンピングの変化を調べてみる。

図5  $M_q \sim \text{rpm} (k=0 \text{ Free Flapping})$

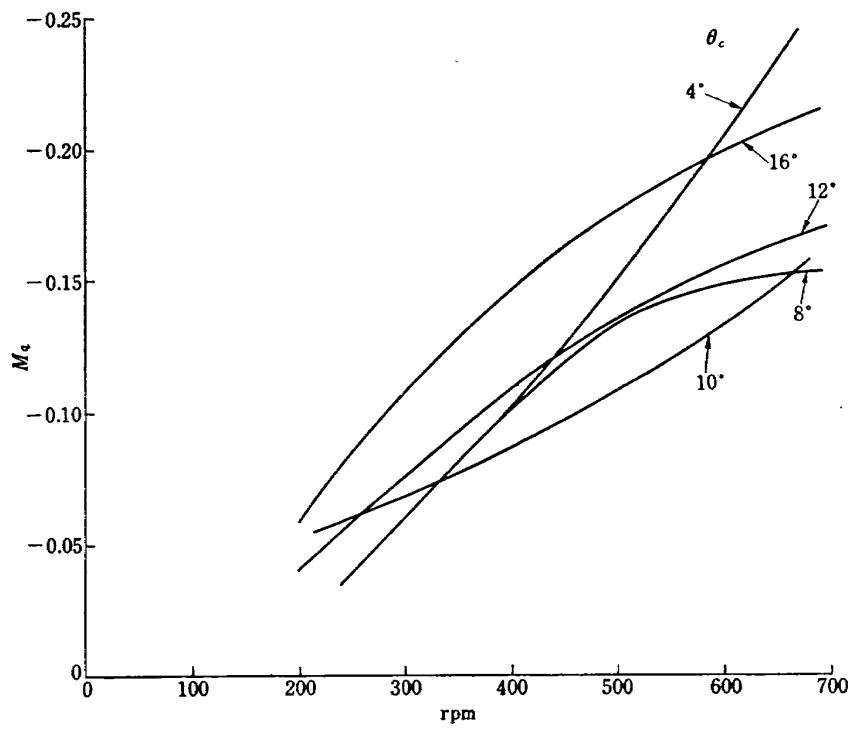


図 6  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k=0.108$  kgm/rad)

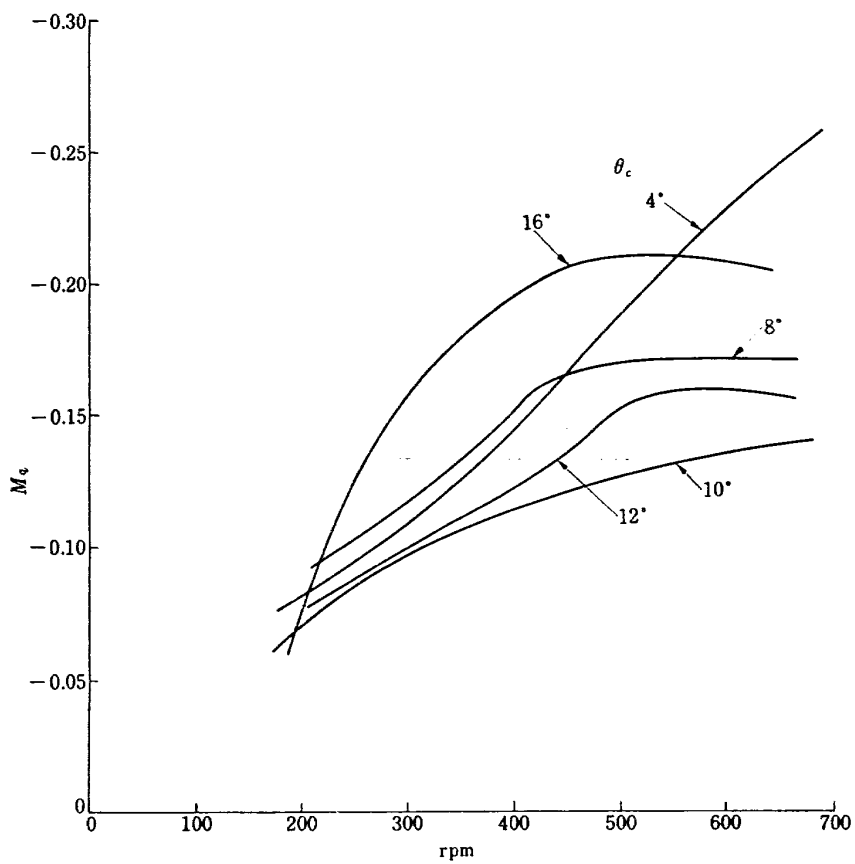
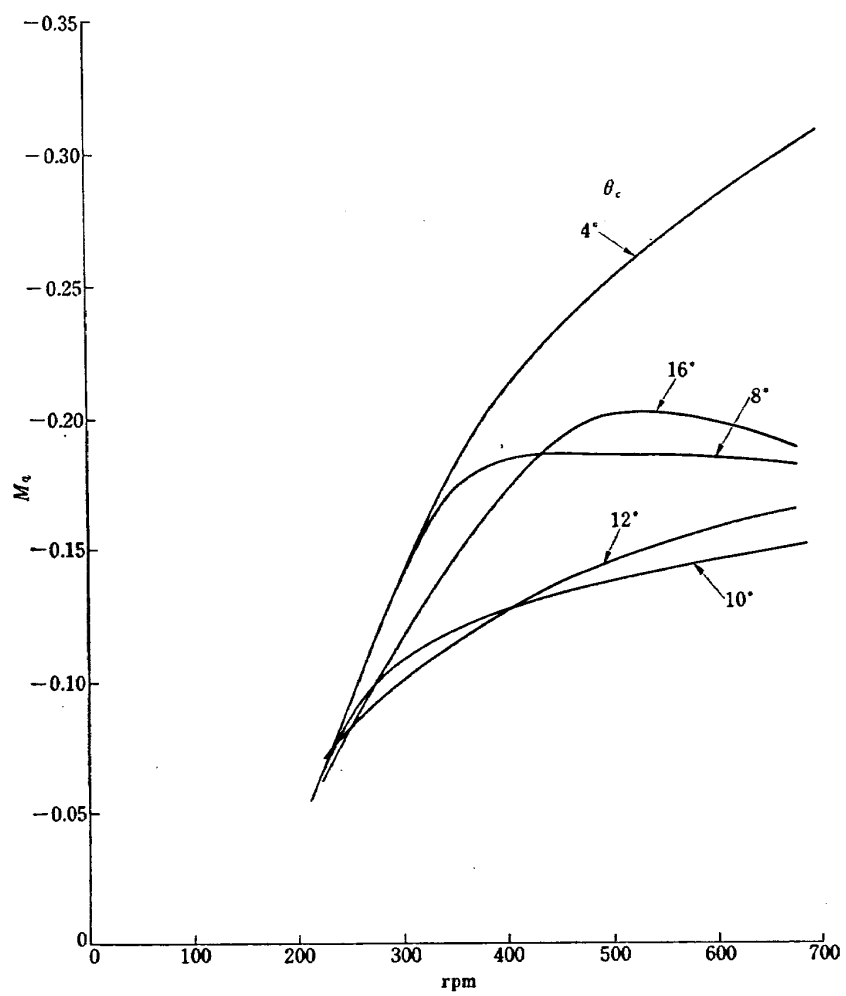


図 7  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k=0.185$  kgm/rad)

図 8  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k=0.298 \text{ kgm/rad}$ )



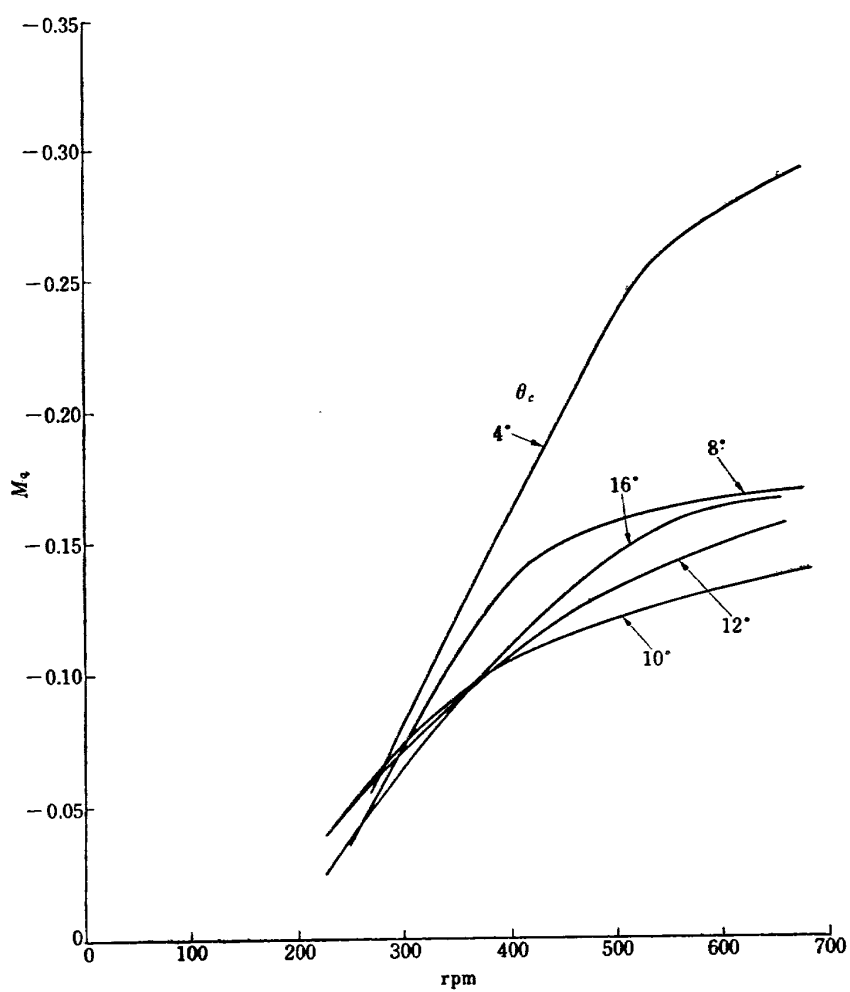


図 9  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k=0.532 \text{ kgm/rad}$ )

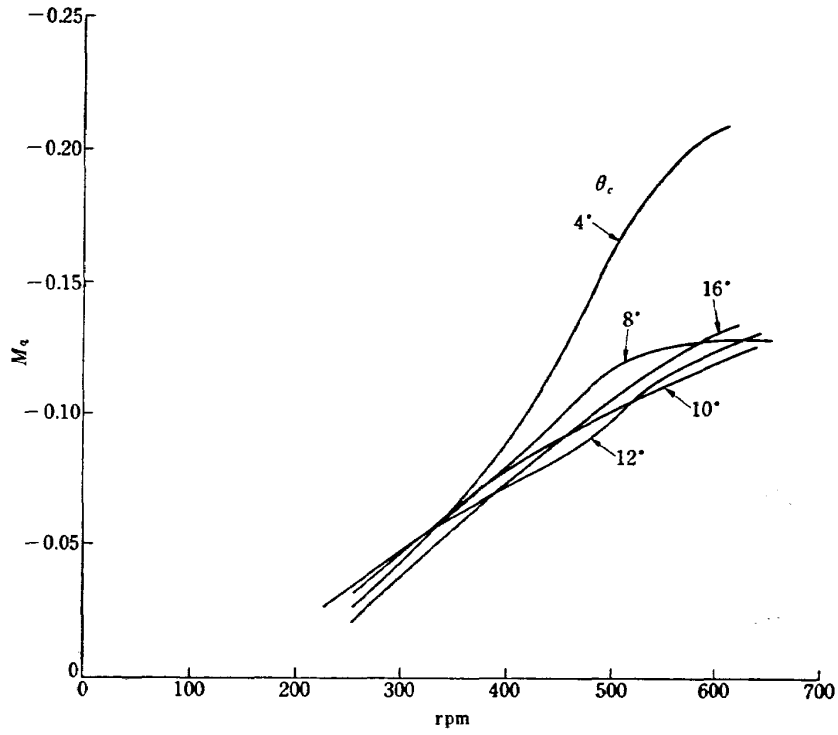


図 10  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k = 0.788 \text{ kgm/rad}$ )

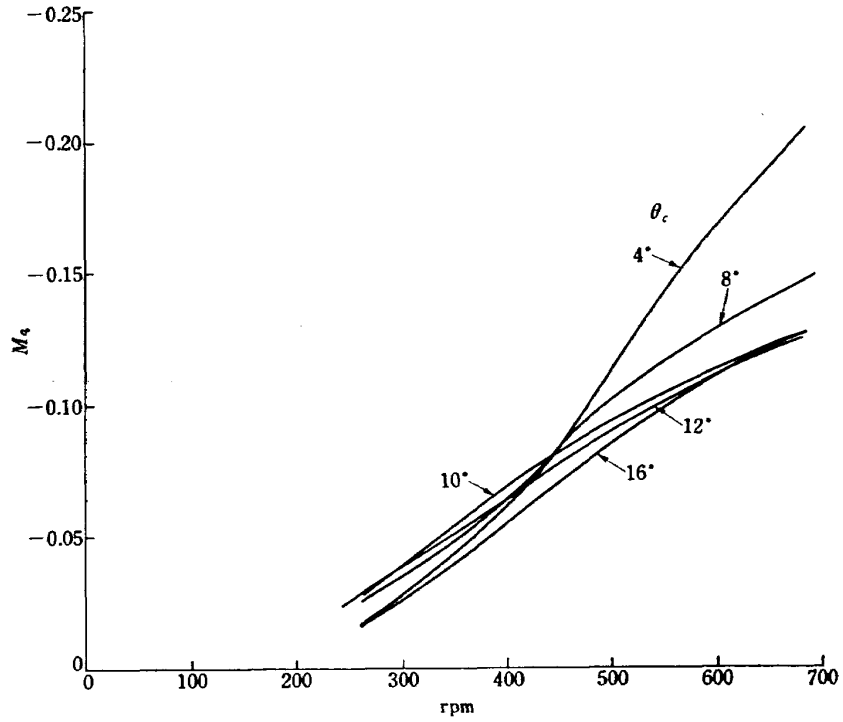


図 11  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k = 0.798 \text{ kgm/rad}$ )

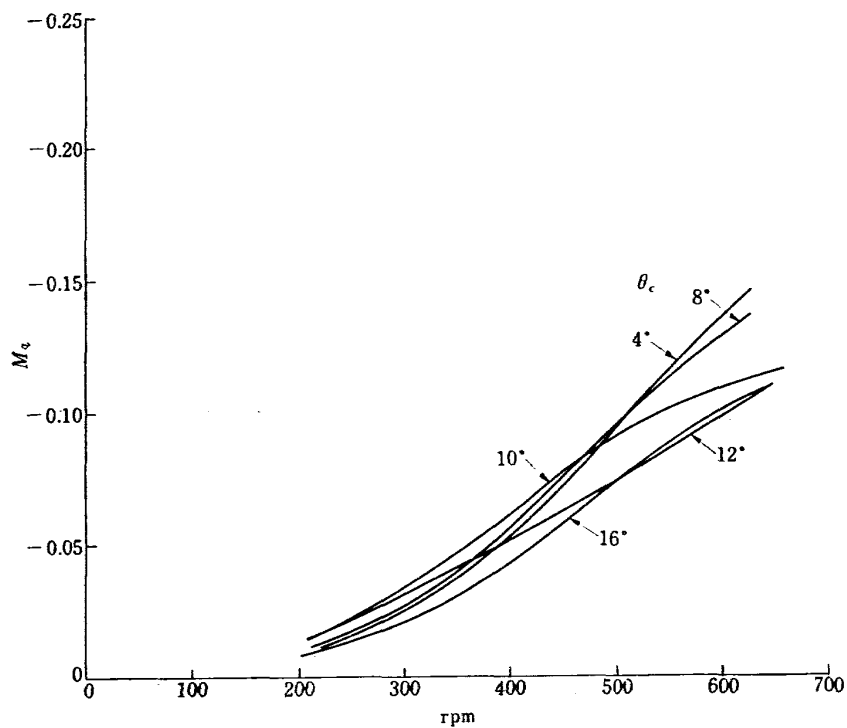


図 12  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k=0.847 \text{ kgm/rad}$ )

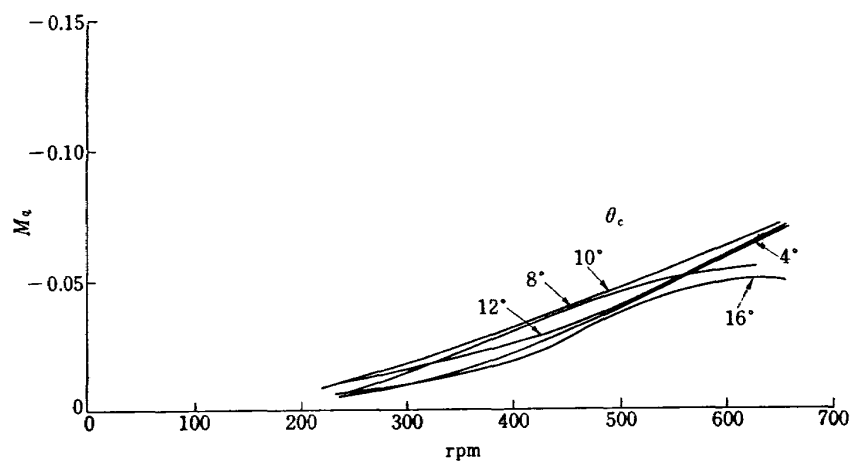


図 13  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k=1.61 \text{ kgm/rad}$ )

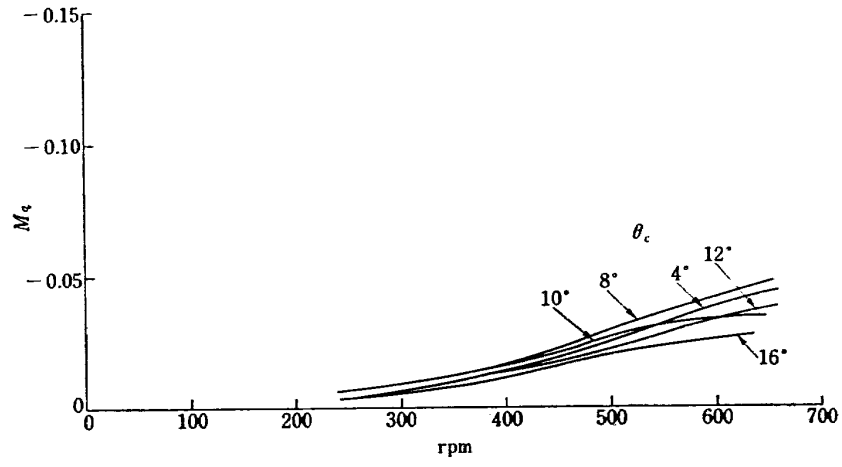


図 14  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k = 2.27 \text{ kgm/rad}$ )

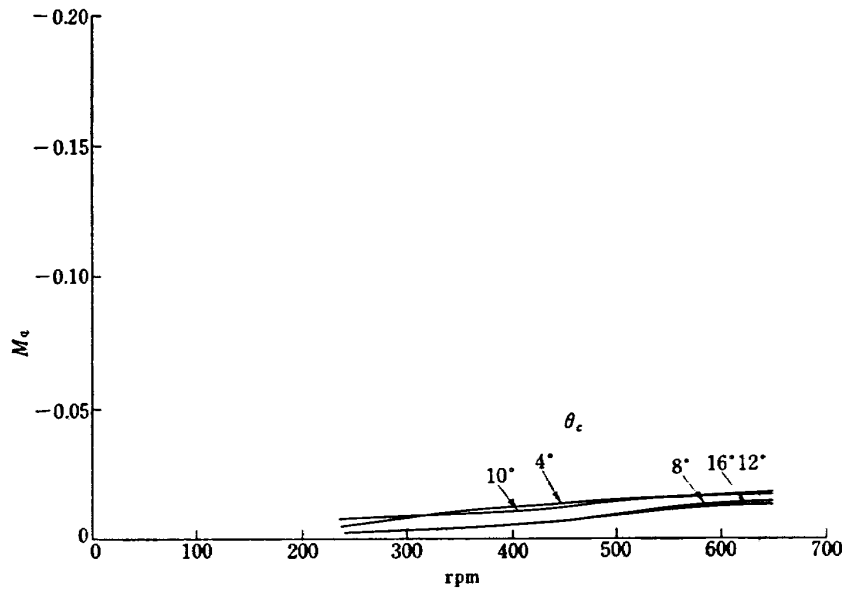


図 15  $M_q \sim \text{rpm}$  ( $k = \infty \text{ Rigid}$ )

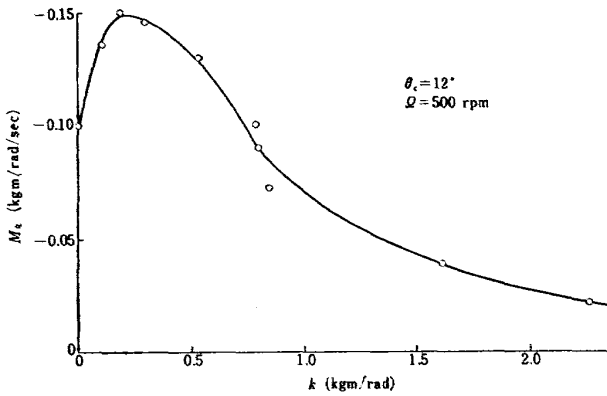


図 16  $M_q \sim k$

例を  $\theta = 12^\circ$  の場合にとり、回転数 500 rpm について、スプリングの強さについてダンピングの強さを図示すると図16のようになる。図によれば、スプリングの強さを 0 から増していくと、ダンピングは増加するが、スプリングの強さ約 0.3 kgm/rad の所にピークがあり、それ以上では、スプリングの強さを増すとダンピングは減少する。

### 5. ブレードのピッチダンピングの計算

ロータが縦揺れ運動を行なうときの運動方程式は付録 1 で導いたように次のとおりになる。

$$\ddot{\beta} + \frac{\gamma\Omega}{8} \dot{\beta} + (\Omega^2 + \frac{k}{I}) \beta = -2q\Omega \sin \Psi + \frac{\gamma\Omega}{8} q \cos \Psi \quad (5.1)$$

ここで、付録 1 で導いた右辺の  $\dot{q} \cos \Psi$  は、ロータの縦揺れ運動の振動数がロータの回転数  $\Omega$  に比して著しく小さいため、 $\dot{q}$  が  $\frac{\gamma\Omega}{8}$  に比して著しく小さくなるため省略した。

上式で、 $\beta = -a_1 \cos \Psi - b_1 \sin \Psi$  とおいて、 $\sin \Psi$ ,  $\cos \Psi$  の係数を各々等しくおくと、つぎの二つの式が得られる。

$$\frac{k}{I} a_1 + \frac{\gamma\Omega^2}{8} b_1 = -\frac{\gamma\Omega}{8} q \quad (5.2.1)$$

$$-\frac{\gamma\Omega^2}{8} a_1 + \frac{k}{I} b_1 = 2q\Omega \quad (5.2.2)$$

上式を  $a_1$ ,  $b_1$  について解くと次式を得る。

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{\frac{\gamma\Omega^2}{8} \left( 2\Omega + \frac{k}{I\Omega} \right)}{\left( \frac{k}{I} \right)^2 + \left( \frac{\gamma\Omega^2}{8} \right)^2} q \\ b_1 = \frac{\left( \frac{\gamma\Omega^2}{8} \right)^2 \left( -\frac{1}{\Omega} \right) + 2\Omega \frac{k}{I}}{\left( \frac{k}{I} \right)^2 + \left( \frac{\gamma\Omega^2}{8} \right)^2} q \end{cases}$$

スプリング常数  $k$  についてのパラメータ  $\nu$  をつぎのように定義する。

$$\nu = \frac{8k}{\gamma\Omega^2 I}$$

これを用いて、 $a_1$ ,  $b_1$  は次式のようにになる。

$$a_1 = -\frac{16}{\gamma\Omega} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma}{16}\nu}{1 + \nu^2} q \quad (5.3.1)$$

$$b_1 = -\frac{1}{\Omega} \cdot \frac{1 - \frac{16}{\gamma}\nu}{1 + \nu^2} q \quad (5.3.2)$$

したがって、 $\frac{\partial a_1}{\partial q}$ ,  $\frac{\partial b_1}{\partial q}$  として次式を得る。

$$\frac{\partial a_1}{\partial q} = -\frac{16}{\gamma\Omega} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma}{16}\nu}{1 + \nu^2} \quad (5.4.1)$$

$$\frac{\partial b_1}{\partial q} = -\frac{1}{\Omega} \cdot \frac{1 - \frac{16}{\gamma}\nu}{1 + \nu^2} \quad (5.4.2)$$

上式を用いて、ロータのピッチダンピングを計算する。ロータのピッチダンピングは次の 3 種のものからなる。第一は、ブレードのオフセットによる量 ( $M_{qoff}$ )、第二はスプリングによる量 ( $M_{qsp}$ )、第三はロータの  $H$  力による量 ( $M_{qH}$ ) である。全体の  $M_q$  は次のようになる。

$$M_q = M_{qoff} + M_{qsp} + M_{qH}$$

以上の三つの量は各々次式で得られる。各式は付録 2 で示した方法で得られる。

$$M_{qoff} = \frac{ebM_s\Omega^2}{2} \frac{\partial a_1}{\partial q} \quad (5.5)$$

$$M_{qsp} = \frac{bk}{2} \frac{\partial a_1}{\partial q} \quad (5.6)$$

$$M_{qH} = \rho\pi R^2 (\Omega R)^2 \frac{a\sigma}{2} h \left[ \left( \frac{\theta}{3} + \frac{3\lambda}{4} \right) \frac{\partial a_1}{\partial q} - \frac{1}{6} a_0 \frac{\partial b_1}{\partial q} \right] \quad (5.7)$$

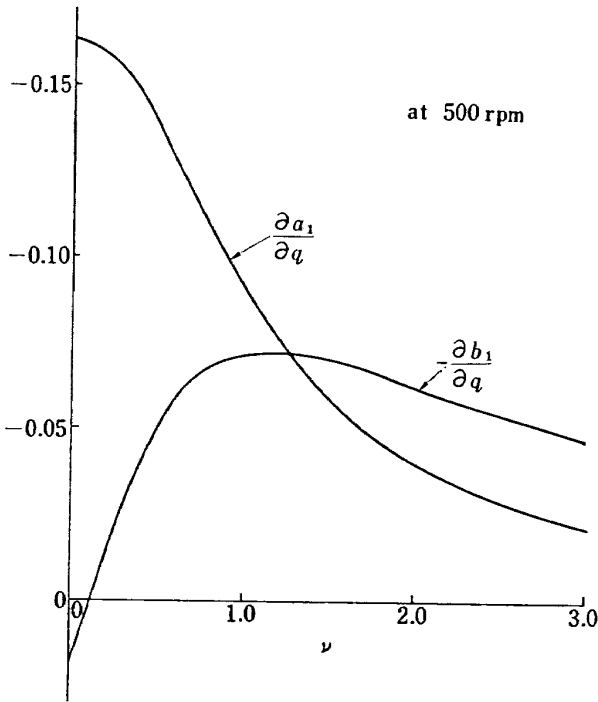


図 17  $\frac{\partial a_1}{\partial q}, \frac{\partial b}{\partial q} \sim \nu$

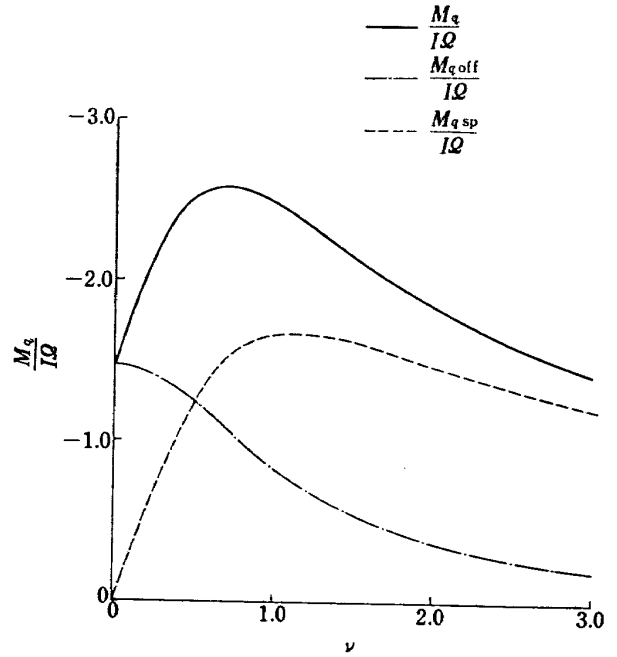


図 18  $\frac{M_q}{IQ}, \frac{M_{qoff}}{IQ}, \frac{M_{qsp}}{IQ}$

今回の実験について、 $h=0$  であるので  $M_q$  は次式で得られる。

$$M_q = M_{qoff} + M_{qsp}$$

$$= \frac{b}{2} (eM_s \Omega^2 + k) \frac{\partial a_1}{\partial q}$$

ゆえに

$$\frac{M_q}{IQ} = \Omega b \left( \frac{eM_s}{2I} + \frac{\gamma}{16} \nu \right) \cdot \frac{-16}{\gamma IQ} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma}{16} \nu}{1 + \nu^2}$$

(5.8)

実験に使用したブレードの  $\gamma, b, \frac{eM_s}{I}$  を用いて  $\frac{\partial a_1}{\partial q}, \frac{\partial b_1}{\partial q}, \frac{M_q}{IQ}, \frac{M_{qoff}}{IQ}, \frac{M_{qsp}}{IQ}$  を種々のバネ常数、つまり  $\nu$  について計算した。 $\frac{\partial a_1}{\partial q}, \frac{\partial b_1}{\partial q}$  を図17に、 $\frac{M_q}{IQ}, \frac{M_{qoff}}{IQ}, \frac{M_{qsp}}{IQ}$  を図18に示す。図17によれば、 $-\frac{\partial a_1}{\partial q}$  はバネが強くなるに従って減少する、 $\frac{\partial b_1}{\partial q}$  はバネ常数が0から大きくなる時、最初は増し、 $\nu$  が約1.0で最大になり、その後は減少する。図18によると、 $\frac{M_q}{IQ}$  は、バネ常数が0から大きくなる時、最初は増し、 $\nu$  が約0.7で最大になりその後は減少する。 $\frac{M_{qoff}}{IQ}$  は  $\nu$  の増加とともに減少する。 $-\frac{M_{qsp}}{IQ}$  は  $\frac{M_q}{IQ}$  と

傾向は同じで、最大値は  $\nu$  が約1.0のときおこる。

### 6. 実験結果と計算結果との比較検討

ブレードのピッチ角が  $12^\circ$  の場合に対して、ロータの回転数 400 rpm, 500 rpm, 600 rpm の各々について、ブレードのフラッピング運動を種々のバネで拘束したときのピッチダンピングの計測結果  $M_q/IQ$  を  $\nu$  について図示すると図19のようになる。図中に (5-8) 式によって計算した  $M_q/IQ$  を実線で示す。図によれば、 $\nu$  の大きい所で、実験値は計算値よりかなり小さい値しかとらないことがみられる。また、 $\nu$  が約 0.8 ~ 3.0 の間では、 $M_q/IQ$  は回転数によって一定ではなく、回転数が大きくなる時小さくなるのがみられる。そこで、これらの原因について考えてみる。§5 の計算とは付録1の計算式をみると、不確かと思われるのはブレードに加わる空気力の計算である。すなわち、ブレードが縦揺れ運動を行なうときの、ブレードの  $r$  の位置における翼素 cdr の迎角変化  $\Delta\alpha = -r(\dot{\beta} - q \cos \Psi)/\Omega r$  に伴って翼素 cdr に生ずる空気力の計算は、(動圧:  $\frac{1}{2}\rho(\Omega r)^2$ )  $\times$  (翼面積: cdr)  $\times$  (揚力傾斜:  $a$ )  $\times \Delta\alpha$  とし、揚力傾斜として二次元翼の揚力傾斜を用いる、つまりストリップ理論によっている。しかしながら、ブレードが縦揺れ運動を行なうとき、ブレード回りの流れは複雑で上記のような簡単な理論では

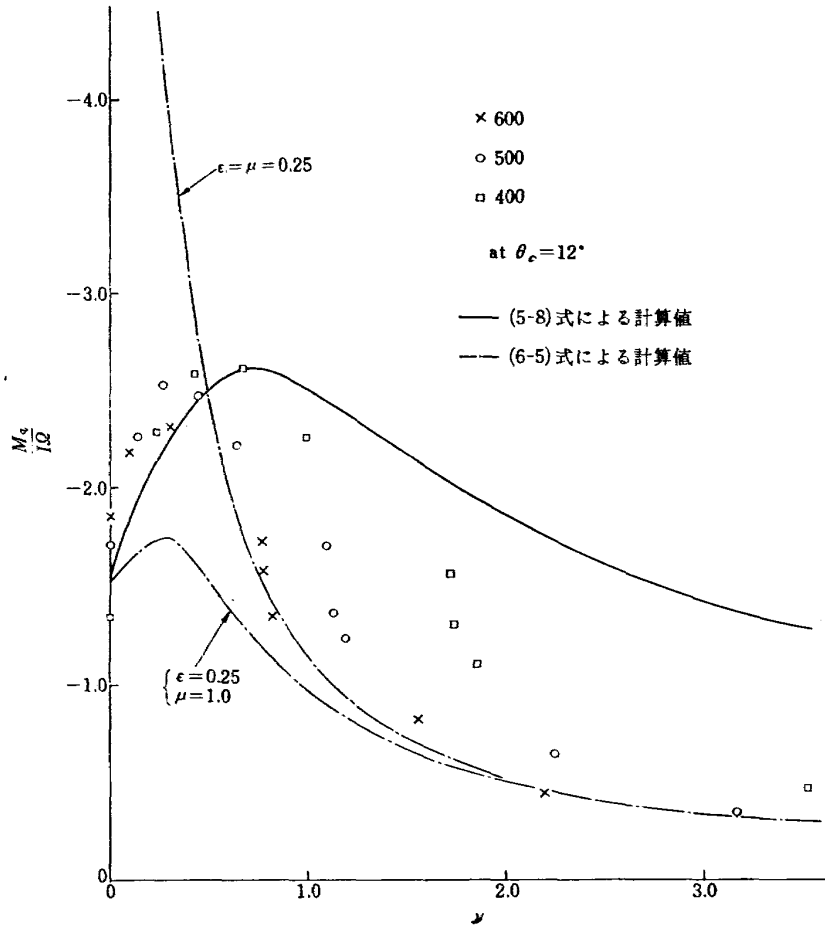


図 19  $\frac{M_q}{I\Omega} \sim \nu$  の実験値と計算値との比較  
(ロータ回転数変化の場合)

空気力の計算はできないと思われる。そこで (5.1) 式, (5.2) 式の中の空気力に関係した量に係数をかけて, 次式のようにする。

$$\frac{M_q}{I\Omega} = -b \left( \frac{eM_s}{2I} + \frac{\gamma}{16}\nu \right) \frac{16\epsilon}{\gamma} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma}{16}\nu}{\epsilon\mu + \nu^2} \quad (6.5)$$

$$\begin{cases} \frac{k}{I} a_1 + \epsilon \frac{\gamma\Omega^2}{8} b_1 = -\epsilon \frac{\gamma\Omega}{8} q & (6.1) \\ -\mu \frac{\gamma\Omega^2}{8} a_1 + \frac{k}{I} b_1 = 2\Omega q & (6.2) \end{cases}$$

$\epsilon$  は  $\cos \Psi$  に比例して変化する空気力に対する係数で,  $\mu$  は  $\sin \Psi$  に比例して変化する空気力に対する係数である。(6.1) 式, (6.2) 式を解いて次式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial a_1}{\partial q} = -\frac{16\epsilon}{\gamma\Omega} \cdot \frac{1 + \frac{\gamma}{16}\nu}{\epsilon\mu + \nu^2} & (6.3) \\ \frac{\partial b_1}{\partial q} = -\frac{1}{\Omega} \cdot \frac{\epsilon\mu - \frac{16}{\gamma}\nu}{\epsilon\mu + \nu^2} & (6.4) \end{cases}$$

さらに, (5.8) 式は次式のようになる。

$\epsilon, \mu$  を理論的に求めるにはかなり複雑な計算を必要とすると考えられるが, ここで,  $\epsilon = \mu = 0.25$  とした場合,  $\epsilon = 0.25, \mu = 1.0$  とした場合について図19に一点破線で図示した。図19によれば,  $0.8 < \nu < 3.0$  の範囲において, (6.5)式で  $\epsilon = 0.25$  とした値はロータの回転数 600 rpm の場合の実験値とよく合っているが, 500 rpm の場合, 400 rpm の場合と回転数が小さくなるにつれて, 実験値は大きくなるのがみられる。つまり, 回転数が小さいとき, 実験値と計算値とが合うためには,  $\epsilon$  の大きな値を必要とする。(6.5) 式を求めると,  $\epsilon, \mu$  は常数係数として求めたが, 実際は, ブレードのフラップ角  $a_1, b_1$  とか, ロータの誘導速度等の関数であると考えられる。つまり, 回転数が小さくなるにつれて  $Mq/I\Omega$  が大きくなるのは, 回転数が

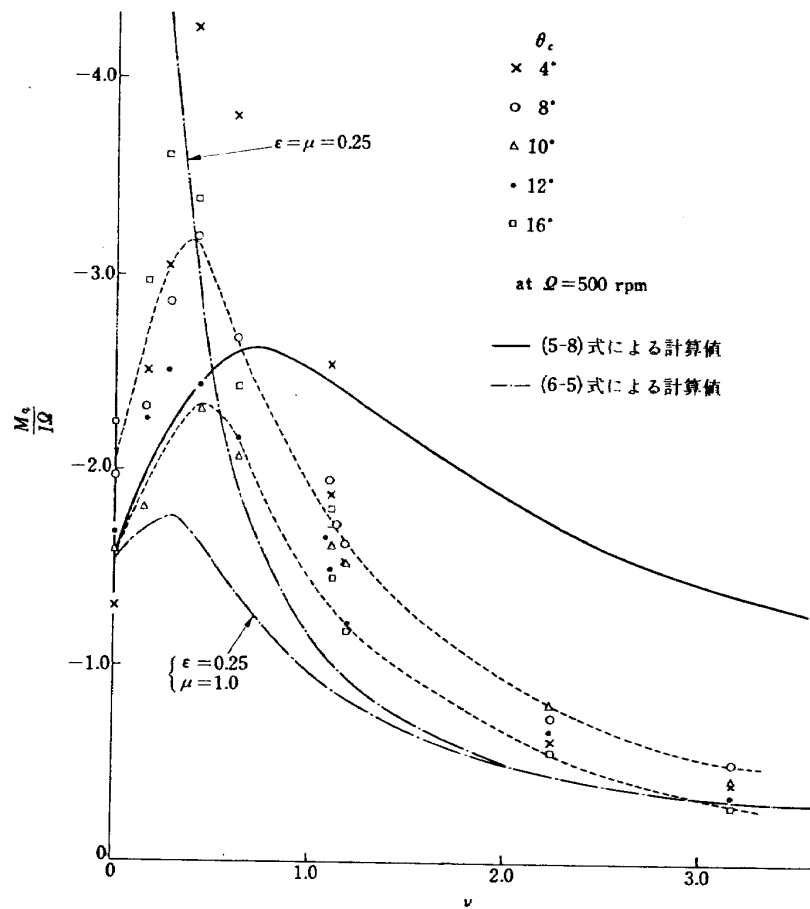


図 20  $\frac{M_q}{IQ} \sim \nu$  の実験値と計算値との比較  
(ブレードピッチ角変化の場合)

小さいとき  $\partial a_1 / \partial q$  が大きくなり、ブレードの位置と先行するブレードの発生した渦との間の距離が大きくなって、非定常効果が薄らぎ、 $\epsilon$  が大きくなるためと考えられる。

$\nu < 0.8$  では、 $\theta = 12^\circ$  の場合図19からみられるように、準定常理論で計算した値(5.8式による値)と実験値とは比較的良好に合っている。しかし、ロータの回転数 500 rpm でブレードのピッチ角を変化させた場合の実験値は、図20に示すように、 $\nu < 0.8$  の範囲で、ピッチ角による散らばりが大きく、実験値と準定常理論による計算値とはかなりの差を示す。 $\theta = 4^\circ, 16^\circ$  の場合は、ブレードの周りの流れが複雑になることを考えて除外すると実験値の散らばりはいくらか小さくなり、点線で示した幅にはいる。実験値がこのような幅をもつのは、ブレードのピッチ角が変わるときロータの誘導速度が変わり、 $\epsilon, \mu$  の値に変化をきたすためと考えられる。

## 7. 結 論

以上の結果をまとめるとつぎのとおりである。

1. ブレードのフラッピング運動をバネで拘束したロータについて、ブレードのピッチ角、ブレード回転数を変えて、種々のバネについてピッチダンピングを計測した。結果は図5～15に示すとおりである。ピッチダンピングへのバネの強さの効果は図16に示すように、あるバネ常数でピッチダンピングは最大にあり、それ以上のバネ常数ではピッチダンピングは小さくなる。
2. 図19に示すように、ピッチダンピングの計算値は、バネ常数が大きくなると、実験値よりかなり大きい値を示す。これは空気力の算定の不確かさによると考えられ、正確な算定式の確立がのぞまれる。現段階では、ブレードのフラッピング運動をバネで拘束したロータのピッチダンピングの検討には実験に頼ることが不可欠と考えられる。



8. あとがき

本研究の実施にあたり、実験面において終始飛行実験部田村征一技官の協力を得た。また、新型航空機部高沢金吾技官には、実験の協力ばかりでなく、結果の討論をしていただいた。これらの方々に感謝致します。

付録 1. ブレードのフラッピングの運動方程式

以下の手順によりブレードのフラッピングの運動方程式を導く。

1. 回転座標軸 ( $x$  軸まわりに  $p$ ,  $y$  軸まわりに  $q$ ,  $z$  軸まわりに  $r$ ) からみた質点の加速度

( $x, y, z$ ) にある点の位置ベクトル  $r$ , 速度ベクトル  $\dot{r}$ , 加速度ベクトル  $\ddot{r}$  の各成分を計算する。

位置ベクトルはつぎのとおりである。

$$r = xi + yj + zk \quad (\text{付 1})$$

速度ベクトルはつぎのようになる。

$$\dot{r} = \dot{x}i + \dot{y}j + \dot{z}k + x \frac{di}{dt} + y \frac{dj}{dt} + z \frac{dk}{dt} \quad (\text{付 2})$$

$\frac{di}{dt}, \frac{dj}{dt}, \frac{dk}{dt}$  は次式で与えられる。

$$\frac{di}{dt} = rj - qk \quad (\text{付 3.1})$$

$$\frac{dj}{dt} = -ri + pk \quad (\text{付 3.2})$$

$$\frac{dk}{dt} = qi - pj \quad (\text{付 3.3})$$

ゆえに、 $\dot{r}$  はつぎのようになる。

$$\dot{r} = (\dot{x} - ry + qz)i + (\dot{y} + rx - pz)j + (\dot{z} - qx + py)k \quad (\text{付 4})$$

さらに、加速度ベクトル  $\ddot{r}$  は次式のようになる。

$$\ddot{r} = (\ddot{x} - \dot{r}y + \dot{q}z - r\dot{y} + q\dot{z}) + (\ddot{y} + \dot{r}x - \dot{p}z + r\dot{x} - p\dot{z}) + (\ddot{z} - \dot{q}x + \dot{p}y - q\dot{x} + p\dot{y}) + (\dot{x} - ry + qz) \frac{di}{dt} + (\dot{y} + rx - pz) \frac{dj}{dt} + (\dot{z} - qx + py) \frac{dk}{dt} \quad (\text{付 5})$$

$\frac{di}{dt}, \frac{dj}{dt}, \frac{dk}{dt}$  に(付 3-1), (付 3-2), (付 3-3) 式を代入して次式を得る。

$$\ddot{r} = (\ddot{x} - \dot{r}y + \dot{q}z - 2r\dot{y} + 2q\dot{z} - (r^2 + q^2)x + qp\dot{y} + rq\dot{z})i + (\ddot{y} + \dot{r}x - \dot{p}z + 2r\dot{x} - 2p\dot{z} + p\dot{q}x - (p^2 + r^2)y + r\dot{q}z)j + (\ddot{z} - \dot{q}x + \dot{p}y - 2q\dot{x} + 2p\dot{y} + p\dot{r}x + q\dot{r}y - (p^2 + q^2)z)k \quad (\text{付 6})$$

2. 座標原点から一定距離  $R_0$  の点の位置, 速度, 加速度

( $x, y, z$ ) を ( $R_0, \beta, \Psi$ ) で表わすとつぎのとおりである。

$$x = -R_0 \cos \beta \cos \Psi \quad (\text{付 7.1})$$

$$y = R_0 \cos \beta \sin \Psi \quad (\text{付 7.2})$$

$$z = -R_0 \sin \beta \quad (\text{付 7.3})$$

( $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ ) はつぎのとおりである。

$$\dot{x} = R_0(\dot{\beta} \sin \beta \cos \Psi + \dot{\Psi} \cos \beta \sin \Psi) \quad (\text{付 8.1})$$

$$\dot{y} = R_0(-\dot{\beta} \sin \beta \sin \Psi + \dot{\Psi} \cos \beta \cos \Psi) \quad (\text{付 8.2})$$

$$\dot{z} = R_0(-\dot{\beta} \cos \beta) \quad (\text{付 8.3})$$

( $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ ) はつぎのとおりである。

$$\ddot{x} = R_0(\dot{\beta}^2 \cos \beta \cos \Psi - 2\dot{\beta}\dot{\Psi} \sin \Psi + \dot{\Psi}^2 \cos \beta \cos \Psi + \ddot{\beta} \sin \beta \cos \Psi + \ddot{\Psi} \cos \beta \sin \Psi) \quad (\text{付 9.1})$$

$$\ddot{y} = R_0(-\dot{\beta}^2 \cos \Psi \cos \Psi - 2\dot{\beta}\dot{\Psi} \sin \beta \cos \Psi - \dot{\Psi}^2 \cos \beta \sin \Psi - \ddot{\beta} \sin \Psi + \ddot{\Psi} \cos \beta \cos \Psi) \quad (\text{付 9.2})$$

$$\ddot{z} = R_0(\dot{\beta}^2 \sin \beta - \ddot{\beta} \cos \beta) \quad (\text{付 9.3})$$

今、 $\Psi$  をロータの回転面内の角度にとり、 $\beta$  をフラッピング方向の角度にとるとき、 $\dot{\Psi}$  はロータ回転速度に相当し、 $\Omega$  で表わされる、 $\dot{\Psi}$  は回転速度一定と考えるとき 0 となる、 $\beta$  はあまり大きくないと考えられるので、 $\beta$  についての二次以上の項は省略される。ゆえに、 $\sin \beta = \beta, \cos \beta = 1$  となる。上のことを用いて、次式を得る。

$$\begin{cases} x = -R_0 \cos \Psi & \text{(付 10.1)} \\ y = R_0 \sin \Psi & \text{(付 10.1)} \\ z = -R_0 \beta & \text{(付 10.3)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = R_0 \Omega \sin \Psi & \text{(付 11.1)} \\ \dot{y} = R_0 \Omega \cos \Psi & \text{(付 11.2)} \\ \dot{z} = -R_0 \dot{\beta} & \text{(付 11.3)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = R_0 \Omega^2 \cos \Psi & \text{(付 12.1)} \\ \ddot{y} = -R_0 \Omega^2 \sin \Psi & \text{(付 12.2)} \\ \ddot{z} = -R_0 \ddot{\beta} & \text{(付 12.3)} \end{cases}$$

3. 座標原点から一定距離  $R_0$  を保ちながら運動する点の加速度

1. で求めた  $\dot{\mathbf{r}}$  の  $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$  に  
2. で求めた値を代入して,  $p, q, \beta$  の二次以上の項を省略し,  $r=0$  とすると,  $\ddot{\mathbf{r}}$  の成分はつぎのとおりである。

$$\ddot{r}_x = R_0 \Omega^2 \cos \Psi \quad \text{(付 13.1)}$$

$$\ddot{r}_y = -R_0 \Omega^2 \sin \Psi \quad \text{(付 13.2)}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_z = R_0 (-\ddot{\beta} - 2q\Omega \sin \Psi + 2p\Omega \cos \Psi \\ + \dot{q} \cos \Psi + \dot{p} \sin \Psi) \end{aligned} \quad \text{(付 13.3)}$$

ベクトル  $\mathbf{r}$  に垂直な面内で  $\beta$  の増加する方向の加速度  $A$  は次式のとおりである。

$$\begin{aligned} A &= -\ddot{r}_z \cos \beta + \sqrt{\ddot{r}_x^2 + \ddot{r}_y^2} \sin \beta \\ &= -\ddot{r}_z + \sqrt{\ddot{r}_x^2 + \ddot{r}_y^2} \beta \\ &= R_0 [\ddot{\beta} + 2q\Omega \sin \Psi - 2p\Omega \cos \Psi \\ &\quad - \dot{q} \cos \Psi + \dot{p} \sin \Psi + \Omega^2 \beta] \end{aligned} \quad \text{(付 14)}$$

4. ブレードがフラッピング運動するときの慣性力によるモーメント

ブレードがフラッピング運動するときの慣性力によるモーメント ( $M_I$ ) はつぎのようにして得られる。

$$M_I = - \int_0^R dm A \cdot r'$$

上式に, 3. で求めた  $A$  の式を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} M_I = - (\ddot{\beta} + 2q\Omega \sin \Psi - 2p\Omega \cos \Psi - \dot{q} \cos \Psi \\ - \dot{p} \sin \Psi + \Omega^2 \beta) \int_0^R m r'^2 dr' \end{aligned}$$

$\int_0^R m r'^2 dr = I$  (慣性能率) であるので次式を得る。

$$\begin{aligned} M_I = - I (\ddot{\beta} + 2q\Omega \sin \Psi - 2p\Omega \cos \Psi \\ - \dot{q} \cos \Psi - \dot{p} \sin \Psi + \Omega^2 \beta) \end{aligned} \quad \text{(付 15)}$$

5. ブレードがフラッピング運動するときの空気力によるモーメント

ブレードがフラッピング運動するときの上下速度  $V$  はつぎのとおりである。

$$\begin{aligned} V &= -\dot{r}_z \\ &= r' (\dot{\beta} - q \cos \Psi - p \sin \Psi) \end{aligned} \quad \text{(付 16)}$$

したがって, ブレードの半径  $r'$  の位置における迎角変化 ( $\Delta\alpha$ ) は次式で与えられる。

$$\Delta\alpha = - \frac{r' (\dot{\beta} - q \cos \Psi - p \sin \Psi)}{\Omega r'} \quad \text{(付 17)}$$

ゆえに, 回転運動による空気力によるモーメント ( $M_A$ ) は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} M_A &= \int_0^R \frac{1}{2} \rho (\Omega r')^2 a c dr' \\ &\quad \left( \frac{-r' (\dot{\beta} - q \cos \Psi - p \sin \Psi)}{\Omega r'} \right) \cdot r' \\ &= \frac{\rho a c R^4 \Omega}{8} (-\dot{\beta} + q \cos \Psi + p \sin \Psi) \end{aligned} \quad \text{(付 18)}$$

6. ブレードがフラッピング運動を行なうときのスプリングによるモーメント ( $M_s$ )

ブレードがフラッピング運動を行なうときのスプリングによるモーメント ( $M_{sp}$ ) は次式で与えられる。

$$M_{sp} = -k\beta \quad \text{(付 19)}$$

7. ブレードのフラッピング運動の運動方程式

4, 5, 6 で求めた慣性力によるモーメント ( $M_I$ ), 空気力によるモーメント ( $M_A$ ), スプリング力によるモーメント ( $M_{sp}$ ) を加えると 0 になることより次式を得る。

$$M_I + M_A + M_{sp} = 0 \quad \text{(付 20)}$$

ゆえに

$$\begin{aligned} I (\ddot{\beta} + 2q\Omega \sin \Psi - 2p\Omega \cos \Psi - \dot{q} \cos \Psi - \dot{p} \sin \Psi \\ + \Omega^2 \beta) + \rho a c R^4 \Omega / 8 (\dot{\beta} - q \cos \Psi - p \sin \Psi) \\ + k\beta = 0 \end{aligned} \quad \text{(付 21)}$$

$\beta$  について整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} + \frac{r\Omega}{8} \dot{\beta} + \left( \Omega^2 + \frac{k}{I} \right) \beta \\ = -2q\Omega \sin \Psi + \frac{r\Omega}{8} q \cos \Psi + \dot{q} \cos \Psi \\ + 2p\Omega \cos \Psi + \frac{r\Omega}{8} p \cos \Psi + \dot{p} \sin \Psi \end{aligned} \quad (\text{付 22})$$

付録 2. ブレードのオフセット, スプリング, 力によるダンピング

ブレードのオフセットによるピッチダンピングを導く。フラッピングヒンジがハブ中心から  $e$  だけ離れているときは, ブレードの回転による遠心力の着力線がハブ中心から  $e \cdot \beta$  ( $\beta$  はフラップ角) だけずれて, ハブに  $e \cdot \beta \cdot C \cdot F$ . ( $C \cdot F$ . はブレードの遠心力) だけのモーメントをおよぼす。  $C \cdot F$ . は次式で与えられる。

$$C \cdot F = \int_e^R m \Omega^2 r' dr' = \Omega^2 M_s \quad (\text{付 23})$$

したがって, ハブにおよぼすモーメント  $M_e$  は次式のとおりである。

$$\begin{aligned} M_e &= e M_s \Omega^2 \beta \\ &= e M_s \Omega^2 (a_0 - a_1 \cos \Psi - b_1 \sin \Psi) \end{aligned} \quad (\text{付 24})$$

今, ピッチングモーメントを考えているので上式に  $\cos \Psi$  をかけて, ブレード一回転について平均して次式を得る。

$$M_e' = -\frac{e M_s \Omega^2}{2} a_1 \quad (\text{付 25})$$

ピッチング運動によって,  $a_1$  が変化するので, ピッチング運動によるモーメントは, ブレード数  $b$  をかけて次式を得る。

$$M_{qoff} = \frac{e b M_s \Omega^2}{2} \frac{\partial a_1}{\partial q} \quad (\text{付 26})$$

スプリング力によるピッチダンピングはつぎのように導かれる。スプリング力によりロータハブにおよぼされるモーメントは次式のとおりである。

$$\begin{aligned} M_s &= -k \beta \\ &= -k (a_0 - a_1 \cos \Psi - b_1 \sin \Psi) \end{aligned} \quad (\text{付 27})$$

今, ピッチングモーメントを考えているので, 上式に  $\cos \Psi$  をかけて, ブレード一回転について平均すると

次式を得る。

$$M_s' = \frac{k a_1}{2} \quad (\text{付 28})$$

ピッチング運動によって  $a_1$  が変化するので, ピッチング運動によるモーメントは, ブレード数  $b$  をかけて, 次式のとおりである。

$$M_{qs} = \frac{b k}{2} \frac{\partial a_1}{\partial q} \quad (\text{付 29})$$

ブレードの  $H$  力によるピッチダンピングは次式のとおりである。ブレードの  $H$  力は次式で与えられる<sup>2)</sup>。

$$\begin{aligned} H &= \rho \pi R^2 (\Omega R)^2 \frac{a \rho}{2} \left[ \left( \frac{\theta}{3} + \frac{3}{4} \lambda \right) a_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{6} a_0 b_1 \right] \end{aligned} \quad (\text{付 30})$$

もし, 重心とハブ間の上下距離が  $h$  であればつぎのようなピッチングモーメントが得られる。

$$\begin{aligned} M_H &= \rho \pi R^2 (\Omega R)^2 \frac{a \sigma}{2} h \left[ \left( \frac{\theta}{3} + \frac{3}{4} \lambda \right) a_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{6} a_0 b_1 \right] \end{aligned} \quad (\text{付 31})$$

したがって,  $H$  力によるピッチダンピングは次式のようになる。

$$\begin{aligned} M_{qH} &= \rho \pi R^2 (\Omega R)^2 \cdot \frac{a \sigma}{2} h \left[ \left( \frac{\theta}{3} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{3}{4} \lambda \right) \frac{\partial a_1}{\partial q} - \frac{1}{6} a_0 \frac{\partial b_1}{\partial q} \right] \end{aligned} \quad (\text{付 32})$$

参 考 文 献

- 1) 柳沢三憲; ダンピングメータの試作とその応用  
航技研ニュース No. 100 1967—9
- 2) Gessow, A., and Myers, G., Jr.; Aerodynamics of the Helicopter  
Macmillan New York, 1952.

TM-153	FA-200 改機の風洞試験 (I) プロペラ付き	1969年2月	広末健一, 坂井紀穂 高橋 宏, 綿貫忠晴
TM-154	FA-200 改機の風洞試験 (II) 高揚力装置付き	1969年2月	広末健一, 木村友昭 高橋 宏, 綿貫忠晴
TM-155	極超音速風洞M7ノズル較正試験	1969年2月	橋本登, 吉沢 昭 穂積弘一
TM-156	自動制御系の動特性を計数型電子計算機により模擬するための汎用プログラム	1969年3月	戸川隼人, 丸山治雄
TM-157	機上用超小形エンコーダの研究	1969年3月	中正夫, 山本芳樹 大石 晃
TM-159	可動アイアンバードによる姿勢制御の実験	1969年5月	西村博史, 藤枝郭俊
TM-160	極超音速風洞計測装置について	1969年7月	長洲秀夫, 吉沢 昭 松崎貴至
TM-161	燃料蒸発管に関する研究(II) —加熱蒸発管の燃料未蒸発分捕集—	1969年8月	鈴木邦男, 田丸 卓 乙幡安雄
TM-162	境界層内圧力変動および板の振動変位の測定	1969年9月	藤森義典, 山崎 浩
TM-163	ある双発プロペラSTOL機動安定風洞実験	1969年9月	別府護郎, 鈴木友昭

注：欠番は配布先を限定したもの

---

## 航空宇宙技術研究所資料164号

昭和44年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表) ☎182

印刷所 一誠社総合印刷株式会社  
東京都武蔵野市御殿山1-6-10

---

