

UDC 533.6.013  
534.28  
621.317.39

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-168

ダンピングメータの試作

柳 沢 三 憲

1970年2月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-131	遷音速タービン翼列二次元試験(Ⅲ)	1968年5月	近藤博, 山崎紀雄, 叢田光弘, 古川昇
TM-132	行列の最小固有値の一計算法	1968年5月	戸川隼人, 戸川保子
TM-133	フィラメント・ワインディング円筒の強度特性に関する研究	1968年5月	竹中幸彦, 古田敏康, 三本木茂夫, 越出慎一, 熊倉郁夫, 齊藤浩一, 藤島矩一郎, 小川鉦一, 朝田洋邦彦
TM-134	AGARD 標準模型HB-1, HB-2の超音速風洞試験	1968年5月	齊藤秀夫, 石原久蔵, 関根英夫, 野田順一
TM-135	歪ゲージの自己加熱による歪ドリフト	1968年5月	小川鉦一, 遠藤修司
TM-136	"NAL-16・31" および "NAL-25・31" 二段ロケット結合部の曲げ剛性試験	1968年5月	中井暎一, 高木俊朗, 菊地孝男, 飯田宗四郎, 安藤泰勝
TM-137	ロケットの三次元の運動の方程式および HITAC 5020 による軌道計算のためのプログラム	1968年5月	毛利浩
TM-138	片持板の振動解析に関する考察	1968年6月	埴武敏, 林洋一, 越出慎一
TM-139	薄板構造の疲れき裂伝ば実験	1968年6月	竹内和之, 飯田宗四郎, 野原利雄
TM-140	二次元スラットおよびスロッチッドフラップの実験的研究(Ⅱ)	1968年7月	犬丸矩夫, 北村清美
TM-141	超音速二次元翼列予備実験風洞について	1968年7月	近藤博, 八山優, 坂口一晋, 高森晋
TM-142	二次元スラットおよびスロッチッドフラップの実験的研究(Ⅲ)	1968年7月	犬丸矩夫, 高橋侔
TM-143	端面一体巻きフィラメント・ワインディング容器の静圧強度および疲れ強度	1968年8月	竹中幸彦, 野口義男, 朝田洋雄
TM-144	真ひずみ計の試作	1968年8月	竹中幸彦, 野口義男, 朝田洋雄
TM-145	スピンを伴うロケットの運動を計算するプログラム	1968年8月	戸川隼人, 山本浩通, 石黒登美子
TM-146	双発 STOL 機の飛行試験 (実用運用包囲線および離着陸特性)	1968年8月	幸尾治朗, 塚野雄吉, 小野孝次, 岡遠一, 鎌田幸男
TM-147	浮動振子型加速度計の試作	1968年9月	大月正男, 円居繁治, 鈴木孝雄
TM-148	吹出しフラップ翼の高揚力特性	1968年9月	小橋安次郎, 西武徳, 宮沢政文
TM-149	NAL-16-TR ロケットの研究試作	1968年10月	ロケット性能研究室
TM-150	リフトジェット VTOL機 の着陸における水平方向の減速について	1968年11月	西村博史
TM-151	フラッタ解析法の再検討 (フラッタ解析法の研究 その1)	1968年12月	市川輝雄
TM-152	ノズル内の突起物によるロケットエンジンの側分力	1969年1月	檜崎哲二, 中野富雄
TM-153	FA-200 改機の風洞試験 (Ⅰ) プロペラ付き	1969年2月	広末健一, 高橋宏, 坂井紀穂, 綿貫忠晴
TM-154	FA-200 改機の風洞試験 (Ⅱ) 高揚力装置付き	1969年2月	広末健一, 高橋宏, 木村友昭, 綿貫忠晴
TM-155	極超音速風洞 M <sup>2</sup> ノズル較正試験	1969年2月	橋本登, 穂積弘一, 吉沢昭

# ダンピングメータの試作\*

柳 沢 三 憲\*\*

## Refined Developments in a Damping Meter for Aerodynamic Derivatives

By Mitsunori YANAGIZAWA

Refined developments in a damping meter for measuring aerodynamic derivatives by a free oscillation technique are described. The apparatus directly measures the logarithmic decrement and frequency in digital form, resulting in an increased efficiency of experimentation and improved experimental accuracy.

A special phase difference network in the apparatus is analyzed with the signal of the decaying oscillation, and the expected systematic error factors are estimated. Our results show that the error in frequency can be kept within 0.5%, and the error in small logarithmic decrement can easily be reduced to 2% by repeating the measurements. Further practical applications using the damping meter are shown.

### 1. ま え が き

飛しょう体の動特性を測定する一方法として自由振動法がある。この方法は、真空中において減衰振動をする物体の振動数と対数減衰率とを、気流中におけるこれらの値から差し引いて空気力を求める方法で、その測定には非常に高い精度が要求される。さらに、風洞実験等では気流の不規則な乱れによるノイズが入ってくるため、実験回数を多くし、その平均値をとることによって、これらの乱れによる影響を除かねばならない。このために、たくさんのデータを簡単にしかも精度良く処理し得る装置が必要である。

従来は、測定しようとする振動を一度電磁オシログラフ等に記録し、そのチャートを解析して必要な振動数と減衰率を求めていたが、これには非常に多くの時間と労力を要し、しかも十分な精度をうることが困難であった。そこで、本装置では振動数および減衰率が同時に計測され、結果を直接デジタル化して表示されるようにした。

本装置は、原理的には Olsson 等の報告<sup>1)</sup>を参考にして製作したものであるが、部分的には種々の改良を行なってある。文献<sup>1)</sup>で紹介された方法では同調型90

度位相遅延回路が用いられ、測定前に被測定系の振動数に同調を取り、オシロスコープ面上でほぼ円型を描くように可変容量と可変抵抗とを調整する必要がある。しかし、本装置では広帯域90度位相遅延回路の採用により、被測定系の振動数に周波数レンジを合わせるだけで良く、測定中に振動数が変化しても再調整の必要もなく測定できる。そのほか、自動リセットおよび分周器等を新しく設けた。

本報告では、採用した広帯域90度位相遅延回路の過渡特性および周波数特性の解析を行ない、それらに起因する誤差の評価を行なった。その結果、特定の周波数では被測定系の減衰振動入力<sup>1)</sup>の減衰率が大きくなるにしたがって測定精度が若干低下することがわかり、これらの誤差の大きさを求めた。また全体的な測定精度は、測定を繰返し行なうことにより、減衰率の小さい場合は、約2%以内にする事ができることがわかった。

### 2. 記 号

$A_{ij}$  : 係数, (1), (2)式を参照

$A_i$  : " , (6)式を参照

$B_{ij}$  : " (1), (2)式を参照

$B_i$  : " , (6)式を参照

$C_{ij}$  : " , (1), (2)を参照

\* 昭和44年10月23日受付

\*\* 空気力学第一部

- $C_i$  : 容量
- $E_i$  : 一定周期の $\frac{1}{2}$ になる入力電圧
- $f$  : 入力信号の周波数
- $H_{ij}$  : 係数, (6)式を参照
- $J_{ij}$  : " , (6)式を参照
- $k_{ij}$  : " , (7), (8)式を参照
- $k$  : オシロスコープの入力電圧に対する輝点の変位定数
- $n$  : パルス数
- $n_{osc}$  : ゲイトを通過するパルス数
- $n_1$  : スタートパルス数
- $n_2$  : ストップパルス数
- $R_i$  : 抵抗
- $r$  : 半径ベクトルの長さ
- $r_1$  : スロットの外径
- $r_2$  : スロットの内径
- $s$  : スロット数
- $T$  : 周期
- $t$  : 時間
- $V_0$  : 入力電圧の振幅
- $V_{01}$  : 位相遅延回路①の出力電圧
- $V_{02}$  : 位相遅延回路②の出力電圧
- $V_1$  : 入力電力
- $\alpha = \frac{\delta}{2\pi}$
- $d$  : 半径ベクトル  $r_1$  から  $r_2$  まで減少に要する角度
- $d_1 = \frac{\pi}{2} - \theta$
- $d_2$  : 係数, (16)式を参照

- $\delta$  : 対数減衰率
  - $\epsilon$  : 偏平による最大角度誤差
  - $\theta$  : 位相角
  - $\lambda_{ij}$  : 時定数
  - $\nu_{osc}$  : 水晶発振器の周波数
  - $\varphi$  : 半径ベクトルの回転角度
  - $\omega = 2\pi f$
  - $\kappa_{ij}$  : 係数, (4)式を参照
- 応用例にある記号は重複するため、ここに掲載を省略した。

### 3. 測定原理

本装置は減衰振動をオシロスコープ面上の回転ベクトルで表わして処理しようとするもので、その面上の X 軸と Y 軸成分は、振動系の位置エネルギーと運動エネルギーにあたり、またベクトルの絶対値は全エネルギーを表わしている。すなわち減衰振動を位相面で表示することである。この装置の概略をブロック線図で図1に示す。

今、入力電圧  $V_1 = V_0 e^{-\alpha t} \cos \omega t$  なる信号を直流増幅器で増幅し、さらに低域通過濾波器を通して高周波成分を除去し波形を整形する。この信号を広帯域90度位相遅延回路に入れて互いに90度位相の異なる二つの信号を作り、これらの信号をオシロスコープの X 軸と Y 軸に入れると管面上にはスパイラルのリサーチ図形を書く。面上の半径ベクトルの長さは調和減衰振動の包絡線  $V_1 = V_0 e^{-\alpha t}$  の縦座標に比例し、時間

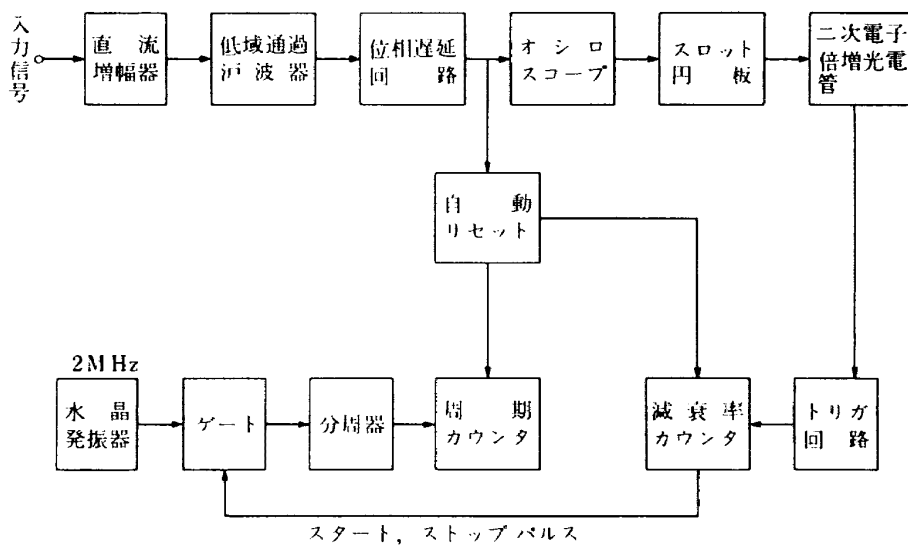


図1 ダンピングメータのブロック線図

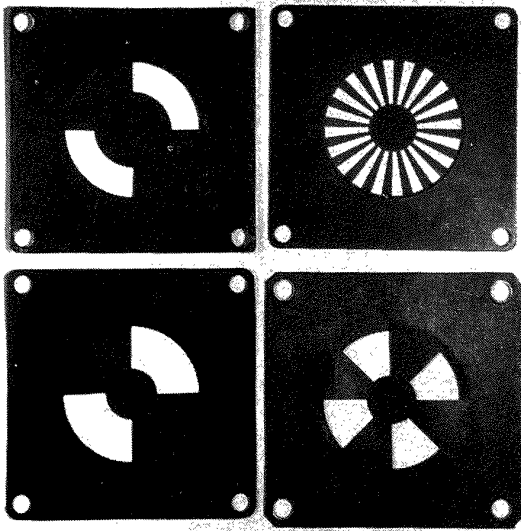


図 2 スロット円板

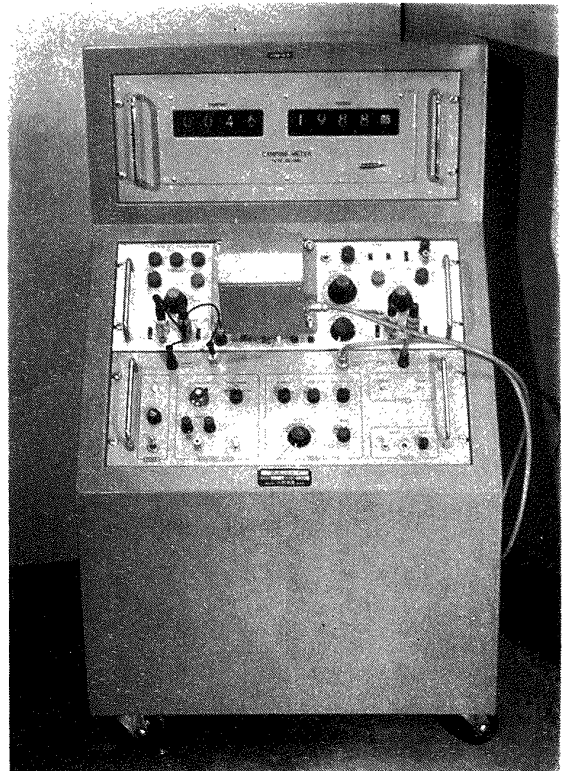


図 3 ダンピングメータ概観写真

とともに減衰する。この管面上に図2のようなスロット円板を置きスロットを光点が横切るときできる光のパルスを光電管で受けて電気的パルスに変換し、このパルス数を減衰率カウンタで読みとる。したがって対数減衰率はこのカウント数に反比例する。

一方、周期カウンタでは、ある定められた区間のパルスの間隔を水晶発振器からの標準パルスで時間を測定する方法を用いている。本装置の外観写真を図3に示す。

本装置で重要な位相遅延回路について詳しく調べてみよう。図4に示す二組の回路網に調和振動をしている入力電圧  $V_1 = V_0 \cos \omega t$  を加えた場合、それぞれの出力電圧がある周波数範囲にわたって振幅が一定で、しかも互いに90度位相が異なるような回路を広帯域90度位相遅延回路といい、Weaver<sup>2)</sup>はこれらの回路網の定数の決定方法を示している。この方法は回路網の応答関数を求め、最低周波数  $f_l$ 、最高周波数  $f_h$  および許容誤差  $\epsilon$  を与えれば各抵抗と容量の値が求められる。この設計では周波数を三段階 (0.5~5~50~500 Hz) に分割し、許容誤差を  $\pm 1.1$  度として各値を求めた。各値を表1に示した。

今このようにして決められた回路へ減衰振動をして

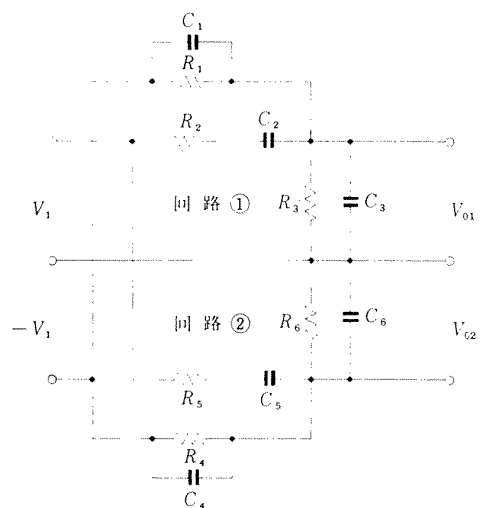


図 4 広帯域90度遅延回路

いる入力電圧  $V_1 = V_0 e^{-\alpha \omega t} \cos \omega t$  が加えられると入力電圧に対する出力電圧の関係は次のような二段階の微分方程式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 A_{11} \frac{d^2 V_{01}}{dt^2} + B_{11} \frac{d V_{01}}{dt} + C_{11} V_{01} &= A_{12} \frac{d^2 V_1}{dt^2} \\
 &+ B_{12} \frac{d V_1}{dt} + C_{12} V_1 \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$A_{21} \frac{d^2 V_{02}}{dt^2} + B_{21} \frac{d V_{02}}{dt} + C_{21} V_{02} = A_{22} \frac{d^2 V_2}{dt^2} + B_{22} \frac{d V_2}{dt} + C_{22} V_2 \quad (2)$$

ここに

$V_1$  : 入力電圧

$V_2 = -V_1$

$V_{01}$  : ①の回路の出力電圧

$V_{02}$  : ②の回路の出力電圧

$A_{11} = R_2(C_1 + C_3)$

$B_{11} = \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} + \frac{C_3}{C_2} + 1$

$C_{11} = \frac{1}{C_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right)$

$A_{12} = C_1 R_2$

$B_{12} = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} - 1$

$C_{12} = -\frac{1}{R_1 C_2}$

$A_{21} = R_5(C_4 + C_6)$

$B_{21} = \frac{R_5}{R_6} + \frac{R_5}{R_4} + \frac{C_4}{C_5} + \frac{C_6}{C_5} + 1$

$C_{21} = \frac{1}{C_5} \left( \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} \right)$

$A_{22} = C_4 R_5$

$B_{22} = \frac{R_5}{R_4} + \frac{C_4}{C_5} - 1$

$C_{22} = -\frac{1}{R_4 C_5}$

(1)式に  $V_1 = V_0 e^{\mu t}$ ,  $\mu = (i - \alpha)\omega$  を代入すると

$$A_{11} V_{01}'' + B_{11} V_{01}' + C_{11} V_{01} = (A_{12} \mu^2 + B_{12} \mu + C_{12}) V_0 e^{\mu t} \quad (3)$$

表 1

$f$	0.5~5. Hz	5. ~50. Hz	50. ~500. Hz
$C, R_i$	①	②	③
C 1	1.776 $\mu$ F	0.355 $\mu$ F	0.0355 $\mu$ F
C 2	9.993	1.999	0.1999
C 3	4.368	0.874	0.0874
C 4	0.450	0.090	0.0090
C 5	2.534	0.507	0.0507
C 6	1.108	0.222	0.0222
R 1	112.54k $\Omega$	56.27k $\Omega$	56.27k $\Omega$
R 2	20.00	10.00	10.00
R 3	45.78	22.89	22.89
R 4	112.54	56.27	56.27
R 5	20.00	10.00	10.00
R 6	45.78	22.89	22.89

(3)式の齊次方程式から固有値が求められる。

$$\lambda_{i1} = \frac{-B_{i1} - \sqrt{B_{i1}^2 - 4 A_{i1} C_{i1}}}{2 A_{i1}}$$

$$\lambda_{i2} = \frac{-B_{i1} + \sqrt{B_{i1}^2 - 4 A_{i1} C_{i1}}}{2 A_{i1}} \quad i=1, 2$$

表 2 に、この回路の時定数を表わした。

一方、特別解は

$$V_{01s} = \frac{A_{12} \mu^2 + B_{12} \mu + C_{12}}{A_{11} \mu^2 + B_{11} \mu + C_{11}} V_0 e^{\mu t} \text{ であるから}$$

一般解は

$$V_{01} = \kappa_{11} e^{\lambda_{11} t} + \kappa_{12} e^{\lambda_{12} t} + \frac{A_{12} \mu^2 + B_{12} \mu + C_{12}}{A_{11} \mu^2 + B_{11} \mu + C_{11}} V_0 e^{\mu t} \quad (4)$$

である。

入力信号  $V_1 = V_0 e^{-\alpha \omega t} \cos \omega t$  に対する出力電圧は (4)

式の実数部分だけを採用すればよい。

$$V_{01} = \kappa_{11} e^{\lambda_{11} t} + \kappa_{12} e^{\lambda_{12} t} + \frac{e^{-\alpha \omega t}}{H_{11}^2 + J_{11}^2} [(H_{12} H_{11} + J_{12} J_{11}) \cos \omega t - (H_{11} J_{12} - H_{12} J_{11}) \sin \omega t] \quad (5)$$

同様に②の回路の出力電圧は

$$V_{02} = \kappa_{21} e^{\lambda_{21} t} + \kappa_{22} e^{\lambda_{22} t} + \frac{e^{-\alpha \omega t}}{H_{21}^2 + J_{21}^2} [(H_{22} H_{21} + J_{22} J_{21}) \cos \omega t - (H_{21} J_{22} - H_{22} J_{21}) \sin \omega t] \quad (6)$$

ここで

$$\kappa_{i1} = \frac{\lambda_{i2} A_i - \omega B_i}{\lambda_{i2} - \lambda_{i1}}$$

$$\kappa_{i2} = \frac{\lambda_{i1} A_i - \omega B_i}{\lambda_{i1} - \lambda_{i2}} \quad i=1, 2$$

$$A_i = \frac{0 H_{i2} 0 H_{i1} + 0 J_{i2} 0 J_{i1}}{0 H_{i1}^2 + 0 J_{i1}^2} - \frac{H_{i2} H_{i1} + J_{i2} J_{i1}}{H_{i1}^2 + J_{i1}^2}$$

$$B_i = \frac{H_{i1} J_{i2} - H_{i2} J_{i1}}{H_{i1}^2 + J_{i1}^2} + \frac{H_{i2} H_{i1} + J_{i2} J_{i1}}{H_{i1}^2 + J_{i1}^2} \alpha - \frac{0 H_{i1} 0 J_{i2} - 0 H_{i2} 0 J_{i1}}{0 H_{i1}^2 + 0 J_{i1}^2}$$

表 2

$f$	0.5~5. Hz	5. ~50. Hz	50. ~500. Hz
$\lambda_{ij}$	①	②	③
$\lambda_{11}$	-16.63	-166.3	-1663.
$\lambda_{12}$	-1.50	-15.0	-150.
$\lambda_{21}$	-65.61	-655.4	-6554.
$\lambda_{22}$	-5.93	-59.2	-592.

$$A_2 = \frac{H_{21} J_{22} - H_{22} J_{21}}{H_{21}^2 + J_{21}^2} - \frac{{}_0H_{21} {}_0J_{22} - {}_0H_{22} {}_0J_{21}}{{}_0H_{21}^2 + {}_0J_{21}^2}$$

$$B_2 = \frac{H_{22} H_{21} + J_{22} J_{21}}{H_{21}^2 + J_{21}^2} - \frac{H_{21} J_{22} - H_{22} J_{21}}{H_{21}^2 + J_{21}^2} \alpha$$

$$- \frac{{}_0H_{22} {}_0H_{21} + {}_2J_{22} {}_0J_{21}}{{}_0H_{21}^2 + {}_0J_{21}^2}$$

$${}_0H_{ij} = -A_{ij} \omega^2 + C_{ij}$$

$${}_0J_{ij} = B_{ij} \omega$$

$$H_{ij} = A_{ij}(\alpha^2 - 1) \omega^2 - B_{ij} \alpha \omega + C_{ij}$$

$$J_{ij} = (B_{ij} - 2\alpha A_{ij} \omega) \omega$$

入力信号として  $t < 0$  のとき  $V_1 = V_0 \cos \omega t$  の信号を、 $t \geq 0$  のとき  $V_1 = V_0 e^{-\alpha \omega t} \cos \omega t$  の信号を考え、(5), (6) 式の  $\kappa_{ij}$  を求めた。まず、 $t < 0$  の場合の解を求め、次に  $t \geq 0$  では、 $t = 0$  の時刻で解の振幅と振幅傾斜が  $t < 0$  の場合と一致するような条件で、 $\kappa_{ij}$  を求めた。入力信号の減衰係数  $\alpha$  の値が小さい場合は出力電圧  $V_{01}$ ,  $V_{02}$  の右辺の過渡項の係数が強制項の係数と比して小さくなるのでこの影響は速くなくなる。したがって過渡項は全部省略して以下の議論を進める\*。

\* 実際には減衰係数  $\alpha$  の値が大きい場合は、過渡項の係数が大きくなる。出力電圧に含まれる過渡項は強制項に重ね合わせられる結果、丁度スパイラル図形の中心が時間とともに移動することになる。したがって対数減衰率の誤差はこの中心のずれ  $\Delta r$  と強制項による半径との比に比例する。

$$\left(\frac{\Delta \delta}{\delta}\right) \sim \frac{\Delta r}{r} / \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

図 A 1 では減衰振動が始まり、リサーチ図において輝点が一回転した時刻  $t = \frac{2\pi}{\omega}$  に、スロット円板内に入ってくるような条件で、過渡項による誤差の百分率を示した図である。この図から同じ周波数レンジでは、周波数の高い所で使用するときは過渡項が大きくなり、これによる誤差の百分率は大きくなる。

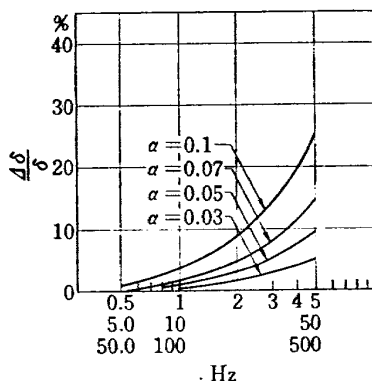


図 A 1 過渡項による対数減衰率の誤差の百分率

(5), (6) 式の強制項のみに注目すると、

$$V_{01} = V_0 e^{-\alpha \omega t} (k_{11} \cos \omega t - k_{12} \sin \omega t)$$

$$V_{02} = V_0 e^{-\alpha \omega t} (k_{21} \cos \omega t - k_{22} \sin \omega t)$$

$$\text{ここで、 } k_{i1} = \frac{H_{i2} H_{i1} + J_{i2} J_{i1}}{H_{i1}^2 + J_{i1}^2}$$

$$k_{i2} = \frac{H_{i1} J_{i2} - H_{i2} J_{i1}}{H_{i1}^2 + J_{i1}^2}$$

さらにまとめると

$$V_{01} = V_0 e^{-\alpha \omega t} \sqrt{k_{11}^2 + k_{12}^2} \cos(\omega t + \theta_1) \quad (7)$$

$$V_{02} = V_0 e^{-\alpha \omega t} \sqrt{k_{21}^2 + k_{22}^2} \cos(\omega t + \theta_2) \quad (8)$$

$$\theta = \theta_2 - \theta_1 = \arctan\left(\frac{k_{22}}{k_{21}}\right) - \arctan\left(\frac{k_{12}}{k_{11}}\right) \quad (9)$$

図 5 に  $\sqrt{k_{11}^2 + k_{12}^2}$  と  $\sqrt{k_{21}^2 + k_{22}^2}$  をプロットした。

図 6 に  $\theta$  をプロットした。 $\alpha = 0.0$  では周波数に対して振幅は一定でしかも位相が  $90 \pm 1.1$  度の範囲でずれていることがわかる。

位相面での回転ベクトルで示すため半径  $r$  と回転角  $\varphi$  について書きかえると

$$r^2 = k^2 (V_{01}^2 + V_{02}^2) = k^2 V_0^2 e^{-2\alpha \omega t} \{ (k_{11}^2 + k_{21}^2) \cos^2 \omega t + (k_{12}^2 + k_{22}^2) \sin^2 \omega t - (k_{11} k_{12} + k_{21} k_{22}) \sin 2\omega t \} \quad (10)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{k_{21} \cos \omega t - k_{22} \sin \omega t}{k_{11} \cos \omega t - k_{12} \sin \omega t}\right) \quad (11)$$

さらに (10), (11) 式は次のように書くことができる。

$$r^2 = r_0^2 e^{-2\alpha \omega t} (k_{11}^2 + k_{21}^2) \left\{ 1 + \frac{(k_{12}^2 - k_{11}^2) + (k_{22}^2 - k_{21}^2)}{k_{11}^2 + k_{21}^2} \sin^2 \omega t - \frac{k_{11} k_{12} + k_{21} k_{22}}{k_{11}^2 + k_{21}^2} \sin 2\omega t \right\} \quad (12)$$

$$\varphi = \arctan\left\{ \sqrt{\frac{k_{11}^2 + k_{12}^2}{k_{21}^2 + k_{22}^2}} (\tan \omega t \mp \Delta_1) \right\} \quad (13)$$

$$\text{ただし } r_0 = k V_0, \Delta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta$$

(12), (13) 式において、

$$\frac{(k_{12}^2 - k_{11}^2) + (k_{22}^2 - k_{21}^2)}{k_{11}^2 + k_{21}^2}, \frac{k_{11} k_{12} + k_{21} k_{22}}{k_{11}^2 + k_{21}^2}$$

$$\Delta_1, \sqrt{\frac{k_{11}^2 + k_{12}^2}{k_{21}^2 + k_{22}^2}}$$

の量は入力信号のみによるスパイラル図形

$$\begin{cases} r = r_0 e^{-\alpha \omega t} & (14) \\ \varphi = \omega t & (15) \end{cases}$$

を変形させるものであり、これらについて実際に計算した値を図 7, 図 8, 図 9 に示す。これらの図から明らかなように、これらの量は  $\omega$  と  $\alpha$  の関数であるが、

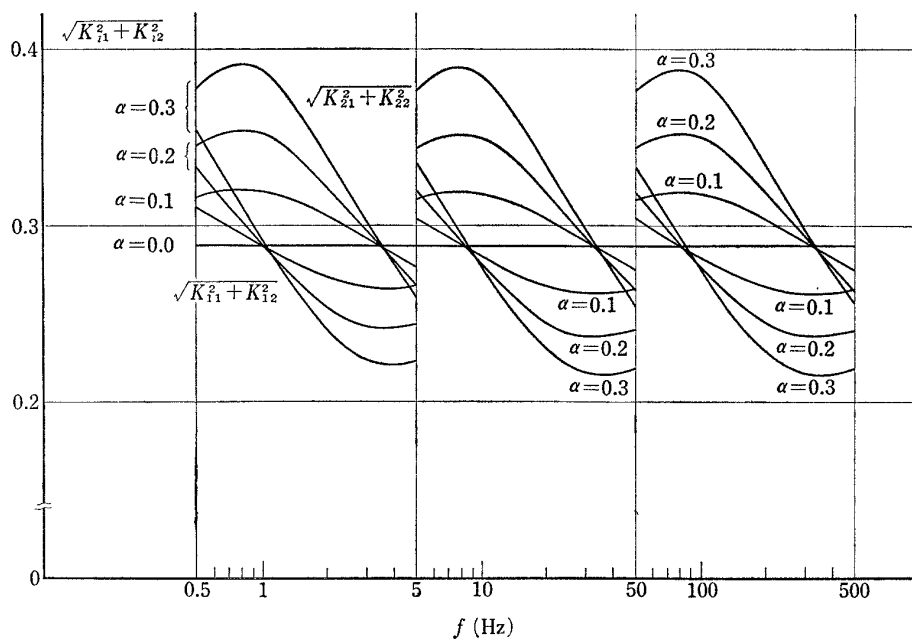


図 5 周波数に対する回路①および②の利得

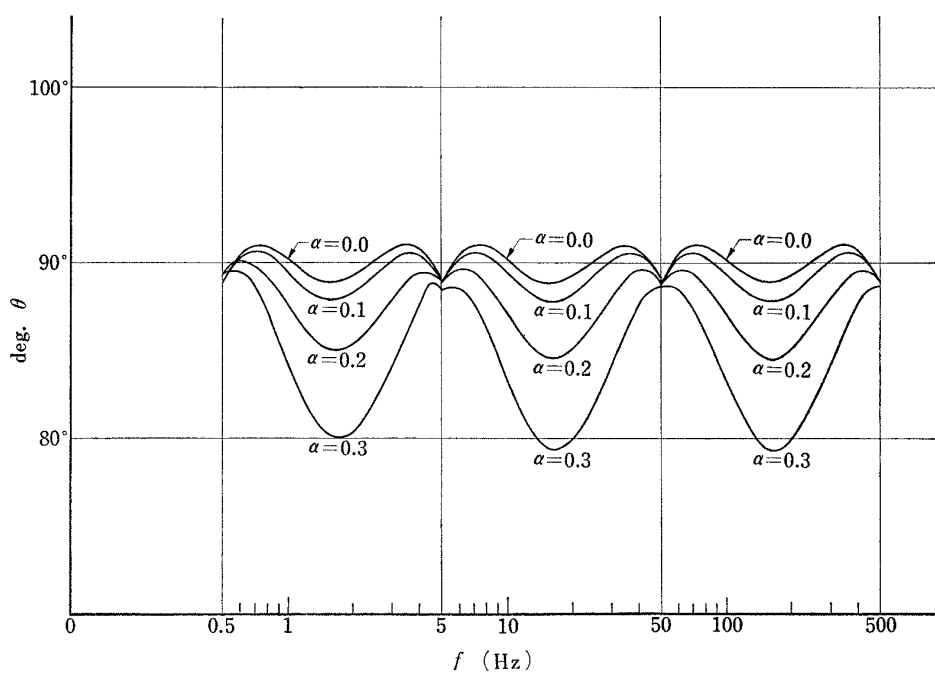


図 6 周波数に対する回路①および②の位相差



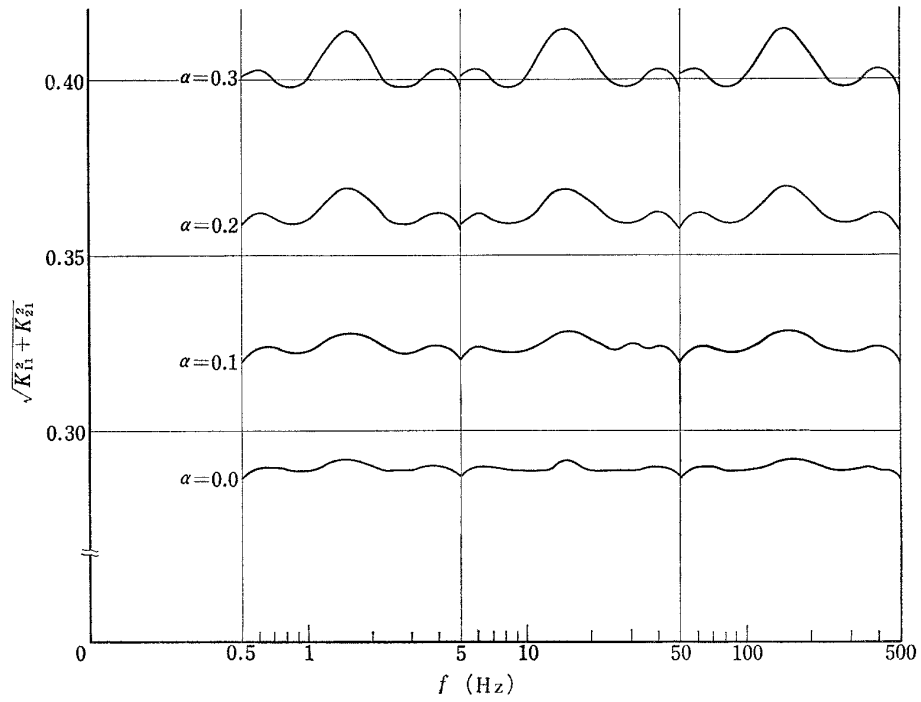


図 7 周波数に対する動径ベクトルの絶対値

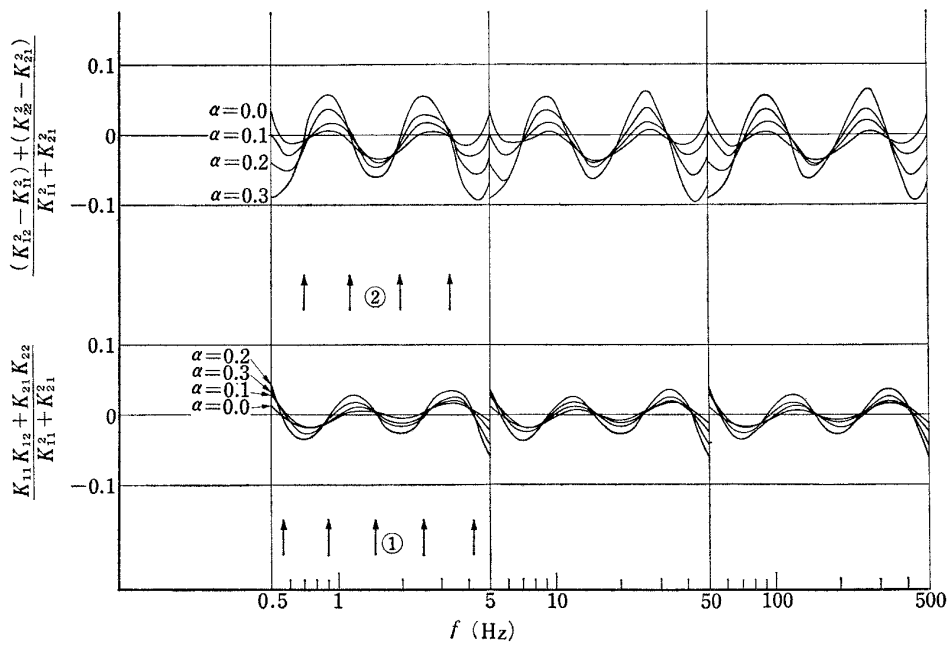


図 8 周波数に対する動径ベクトルのひずみ量

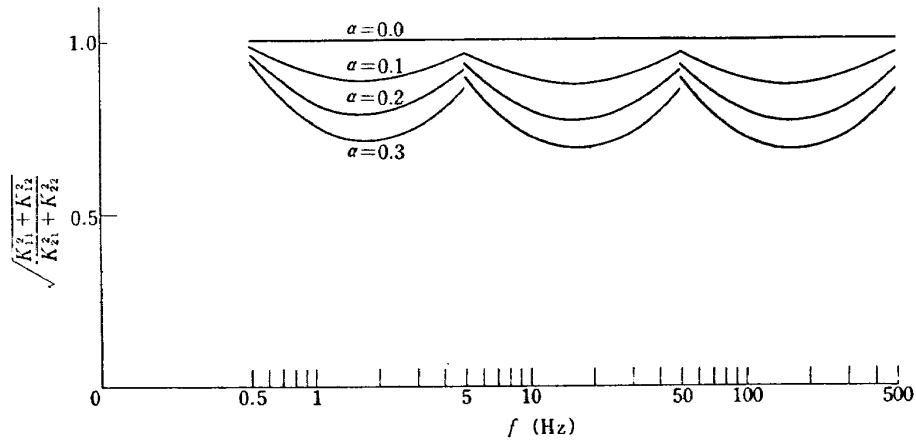


図 9 周波数に対する動径ベクトルの回転角

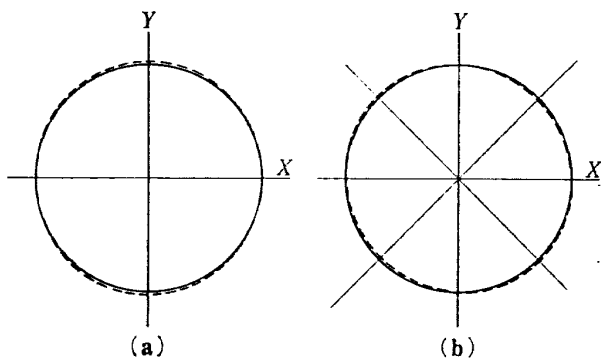


図 10 (a)  $\sin^2 \omega t$  の係数によるひずみ  
 図 10 (b)  $\sin 2\omega t$  の係数によるひずみ

はじめの三つの値は零に近く最後の値は1に非常に近い。これらの項による動径ベクトルの書くスパイラル図形の変形は図8で矢印①で示した周波数、すなわち  $\sin 2\omega t$  の係数が零となる周波数では図10(a)のようにオシロスコープのY軸に沿って引延ばされた図形になる。また矢印②で示した周波数、すなわち  $\sin^2 \omega t$  の係数が零となる周波数では図10(b)のように  $\pi/4$  回転した斜めの軸に対して引き延ばされ、それに直角の軸に対して圧縮された図形になる。動径ベクトルの第三項は二倍の周期で変化し  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  のとき半径は最小値を示し、 $\varphi = \frac{3\pi}{4}$  のとき最大値を示す。この楕円の長軸と短軸の位置は座標軸を  $\frac{\pi}{4}$  回転したところにある。

一般の周波数では二つの図形が任意に組合わされた図形になるがこれらの変形による動径ベクトルの誤差範囲は5%以内でオシロスコープ上にスパイラル図形を描くことがわかる。このようにひずみのある減衰振動ではある半径ベクトル  $r_1$  から  $r_2$  まで減少してい

くに要する角度  $D(\omega t)$  は光点がどの位置からスロットに入りまたどの位置から出ていくかという角度位置の関数となる。たとえば、(a) の場合は  $D(\omega t)$  の角度の最大値は  $\omega t = \frac{\pi}{2} + m\pi$  で  $r=r_1$  となり、 $\omega t = n\pi$  で  $r=r_2$  になるときである。最少値はこの逆の場合である。また(b) の場合は  $D(\omega t)$  の角度の最大値は  $\omega t = \frac{\pi}{4} + m\pi$  で  $r=r_1$  になり、 $\omega t = \frac{3\pi}{4} + n\pi$  で  $r=r_2$  になったときである。結局、 $D(\omega t)$  の最大値と最小値との差が扁平による最大角度誤差  $\epsilon$  となる。

$$\epsilon(\omega t) = \frac{1}{2} [D(\omega t)]_{max} - [D(\omega t)]_{min}$$

$$= \frac{1}{\alpha} \ln \sqrt{\frac{1+D_2}{1-D_2}} \approx \frac{1}{\alpha} \ln(1+D_2) \approx \frac{D_2}{\alpha} \quad (16)$$

ただし、(a) の場合  $D_2 = \frac{(k_{12}^2 - k_{11}^2) + (k_{22}^2 - k_{21}^2)}{k_{11}^2 + k_{21}^2}$

$$(b) \text{ の場合 } D_2 = \frac{k_{11} k_{12} + k_{21} k_{22}}{k_{11}^2 + k_{21}^2}$$

この最大角度誤差を表3に示した。

(13)式は  $\varphi$  と  $\omega t$  の位相差を示しており、この位相差は  $\omega t = \frac{\pi}{2} + n\pi$  では零である。また  $\tan \omega t = \frac{D_1}{2}$  のとき最大値をとる。

$$(\omega t - \varphi)_{max} = \arctan \frac{D_1}{1 + \frac{D_1}{4}} \approx D_1 \quad (17)$$

この位相差は  $\alpha$  の関数であり表4にその値を示した。これは図6に示された位相差の最大値にほかならない。

結局、このような90度位相遅延回路の出力電圧をオシロスコープのX軸とY軸の入力側に入れるとその面上に減衰振動の場合にはわずかなひずみをともなったスパイラル図形を描く。今この面上に外径  $r_1$ 、内径  $r_2$  とスロット数  $s$  のスロット円板を置くと次のよ

表 3

$\alpha$	a の場合	b の場合
0.1	22.0deg	11.5
0.2	13.3	7.4
0.3	11.5	6.6

表 4

$\alpha$	$(\omega t - \varphi)_{max}$
0.0	1.05 deg
0.1	2.06
0.2	5.00
0.3	9.61

うな関係式が導かれる。

$$r_1 = r_0 e^{-\alpha \omega t_1}$$

$$r_2 = r_0 e^{-\alpha \omega t_2}$$

であるから両式の比の対数をとると

$$\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = \alpha \omega (t_2 - t_1) = 2\pi \alpha \frac{n}{s} = \delta \frac{n}{s}$$

ゆえに

$$\delta = \frac{s}{n} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \tag{18}$$

である。ここで  $n$  は光点がスロットを横切った回数である。 $n$  は光のパルスを二次電子倍增光電管に受けてパルスカウンタで読みとる。この円板の特性は後述のスロット円板の校正を参照されたい。内径および外径とスロットの分割の幅等が減衰率および振動数の精度に影響するので正確にパターンを書く必要がある。このため特殊な方法でステンレスの板にスロット図形を印刷しフोटエッチングを行なった。

周期はトリガ回路でまずスタートパルス数  $n_1$  とストップパルス数  $n_2$  をあらかじめ設定し、減衰率カウンタがこのパルス数になったときゲートを開閉し、ゲートを通して標準発振器(発振周波数  $\nu_{osc} = 2\text{MHz}$ )からのパルス数を周期カウンタで計測する。周期  $T$  はゲートを通してパルス数  $n_{osc}$  とスロット数  $s$  に比例し、 $(n_2 - n_1)$  と  $\nu_{osc}$  に反比例し次のような関係式が成り立つ。

$$T = \frac{s}{(n_2 - n_1)} \cdot \frac{n_{osc}}{\nu_{osc}} \tag{19}$$

本装置では  $n_1$ ,  $n_2$  および  $s$  の各設定値に応じた分周器を経て周期カウンタで計測されるため表示される値は周期直読型で読み取ることができる。

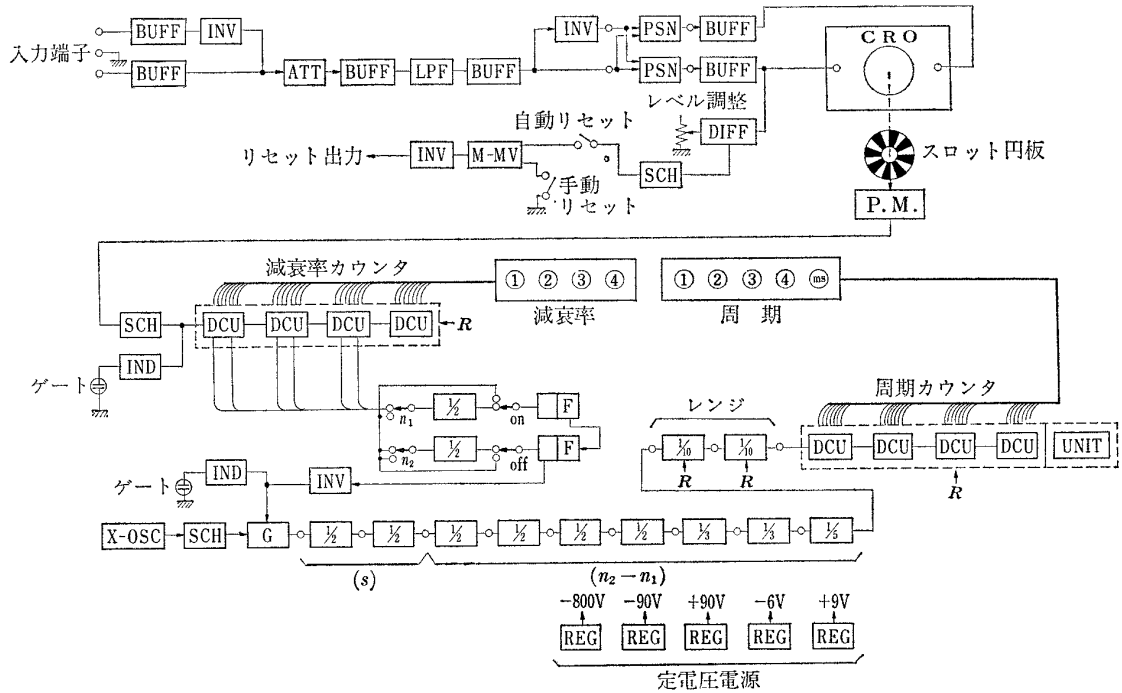
#### 4. 構 成

この装置の詳細なブロック線図を図11に示す。回路はオシロスコープの部分を除いて、他全部トランジ

スタ回路を使用し、差動増幅回路によって温度変化に対し安定化され、また各段階の相互干渉をさけるため緩衝増幅器を挿入し発振を防ぐように工夫してある。入力電圧として0.5~10Vの範囲の差動型信号入力が可能であり、ストレンメータとの接続を容易にした。入力信号は抵抗減衰器、緩衝増幅器を通して低域通過濾波器に入り高調波成分を除去し、広帯域90度位相遅延回路で垂直と水平の信号に分けられる。低域通過濾波器の回路および周波数特性を図12と図13に示す。こうして分けられた垂直と水平の信号をオシロスコープの垂直と水平入力に入れる。オシロスコープは既製の製品を用いた。

オシロスコープ面上に置かれたスロット円板を通過した光のパルスは二次電子倍增管で電圧パルスに変換される。このとき被測定周波数に反比例し、スロットの幅に比例して光のパルス幅が決まる。周波数が高くスロット数の多い場合は光のパルス幅は非常に小さくなるので、受光管として800Vの高電圧が印加された非常に高感度な二次電子倍增管を使用した。Schmitt'sトリガ回路でパルスの波型が整えられて、減衰率カウンタで計測される。

一方自動リセット回路は水平方向出力電圧がある基準電圧以上になったとき、すなわち入力信号がある一定の振幅に達したとき単安定型マルチバイブレータが作動し、この信号が各カウンタのリセット信号に用いられる。被測定振動系を加振器で振動させ一定振幅に達したとき突然加振をやめ、自由振動に移るのであるが、このとき光点がスロットに入る前にスロットの外周を2, 3回周わるぐらい十分な増幅率を得るよう調整しておく。光点がスロットに入る前に両方のカウンタは零にリセットしておかねばならないが、本装置では手動と自動のリセットができる。自動リセットを利用するとリセットの手間がはぶけるばかりでなく次の



- |                      |                 |
|----------------------|-----------------|
| BUFF ; 緩衝増振器         | F ; フリップ・フロップ回路 |
| INV ; 反転回路           | IND ; 指示回路      |
| ATT ; 減衰器            | X-OSC ; 水晶発振器   |
| L.P.F ; 低域通過濾波器      | G ; ゲート回路       |
| P.S.N ; 位相遅延回路       | 1/2, 1/10; 分周器  |
| DIFF ; 差動増幅器         | UNIT ; 単位回路     |
| SCH ; Schmitt 回路     | REG ; 定電圧回路     |
| M-MV ; 単安定型マルチバイブレータ | CRO ; オシロスコープ   |
| P.M. ; 二次電子倍増光電管     | ←R ; リセット       |
| DCU ; 計数回路           |                 |

図 11 ダンピングメータの詳細図

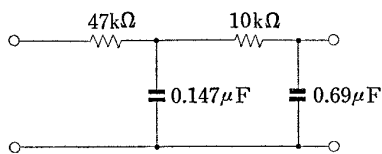


図 12 低域通過フィルタ

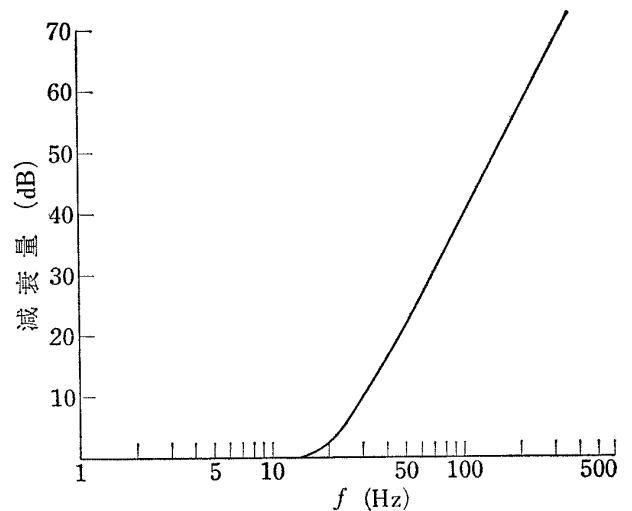


図 13 低域通過フィルタの周波数特性

ように指示計として用いられる。すなわち被測定振動系を加振するとき各カウンタが零になったとき、逆に一定の振幅に達したと判断できるのでこれを別用すると便利である。また実験の自動繰返し機構にはぜひ必要である。

周期カウンタでは適宜設定されたスタート、ストップパルスの間を通過する水晶発振器からの標準パルスを計測する。このスタートパルスは4, 10, 20, 40番目のパルス、またストップパルスは10, 20, 40, 100番目のパルスを設定することができる。これらのパルス数は被測定系の減衰振動の状態によりスロット円板のスロット数および外径内径比率によって最適になるように適当に選ばなければならない。スタート、ストップパルスは双安定型 マルチバイブレータ (Flip-Flop) 回路へ入り、この出力をゲート回路のゲートパルスに用いている。本装置は $\frac{1}{10}$ の分周器を6個、 $\frac{1}{2}$ の分周器を2個、 $\frac{1}{6}$ の分周器を1個備え、 $(n_2 - n_1)$ の数を組合わせ6, 10, 16, 20, 30, 36, 60, 80, 90, 96に対応して各分周器が切り換えられるので、ゲート回路を通過した標準発振器からのパルスはこれらの分周器を通ることにより周期に換算される。さらにレンジ切替用に $\frac{1}{10}$ の分周器を2個備え周期の単位を10ms, 100ms, 1sに選ぶことができる。

このようなダンピングメータではスロット円板の外径内径比が重要な役割を果たすので精密に測定する必要があるが単に幾何学的な外径内径比ではなく実効的な外径内径比を求める必要がある。すなわち、直流増幅器およびオシロスコープの偏向等に非直線性があれば、これらを含めた総合的な実効外径内径比である。

そのため、減衰しない交番電圧を入力端子に加えオシロスコープ上に円形を描かせる。まず、入力電圧を低くし、面上の光点の環がスロット円板の内径内にある状態から入力電圧を除々に上げていく。このとき、設定値  $n_1$  と  $n_2$  のパルス間の時間に相当する周期を周期カウンタで読み、入力電圧に対する  $1/T$  をプロットしたのが図14である。内周では光点がスロット円板の端を出入して長い周期がカウントされているが十分スロット内に入ると一定値になる。外周でも同じことが起る。こうして、一定周期になっているところの  $1/T$  の値の $\frac{1}{2}$ の線と傾斜線との交点を  $E_2$ ,  $E_1$  とするとこの値が円板の内径および外径に相当する入力電圧である。したがってその比 ( $E_1/E_2$ ) が実効的外径内径比である。実測の結果、スロット円板の幾何学的な外径内径比は2.80であり、実効的外径内径比は  $2.80 \pm 0.01$  でほとんど一致した値が得られた。このことから直流増

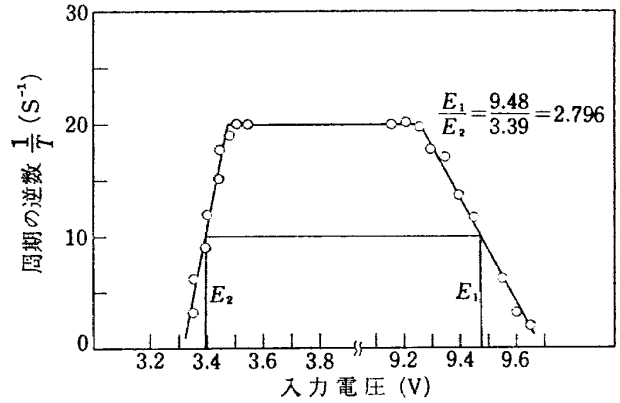


図 14 スロット円板の較正図

幅器およびオシロスコープの直線性は非常に良好である。同じスロット円板を使用する限りでは、この実効的外径内径比の値を用いればよい。またスロット円板の較正は製作時に一度行なえば十分である。

### 5. 測定精度

本装置では対数減衰率に影響する誤差の原因は次のものが考えられる。

(1) 有限のスロット数による誤差

有限のスロット数による最大誤差は次の式で表わされる。

$$\left(\frac{\Delta\delta}{\delta}\right) = \frac{2\pi\alpha}{s \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

この誤差を小さくするためには  $(r_1/r_2)$  と  $s$  をできるだけ大きくとらなければならないが光点の大きさ、オシロスコープ管の直径また減衰率カウンタのカウント速度等によって制限される。使用したオシロスコープ管の有効直径は  $80\text{mm}\phi$  で、光点の直径は約  $0.5\text{mm}\phi$  以下である。またカウンタの最小感度時間は約  $2\mu\text{s}$  である。

(2) 動径ベクトルの延縮による誤差

(1), (2) 式からわかるように動径ベクトルが周波数と減衰率の関数として縦軸および斜めの軸に沿って引延ばされたり圧縮されるため真円からずれる。これによる最大誤差は次の式のようになる。

$$\left.\frac{\Delta\delta}{\delta}\right|_{max} = \frac{\left|\frac{\Delta r_1}{r_1}\right| + \left|\frac{\Delta r_2}{r_2}\right|}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

(3) 原点とスロット円板の中心がずれているための誤差

偏向していないときの光点とスロット円板の中心がずれているために生ずる誤差は次の式のようになる。

表 5

誤差の原因 $\alpha$	(1) 有限スロット数による誤差	(2) 動径ベクトルの延縮による誤差	(3) 原点とスロットの中心のずれによる誤差	条件として $s=20$ . $\frac{r_1}{r_2}=2.8$ $a=0.25\text{mm}\phi$ のときの最大誤差値
0.0	0.0%	3.3%		
0.1	3.0	3.3	2.3	
0.2	6.1	4.3		
0.3	12.2	7.2		

$$\left| \frac{\Delta\delta}{\delta} \right|_{max} = \frac{a}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

ここで  $a$  はスロット円板の中心と原点との距離である。 $a = 0.25 \text{ mm}$ ,  $r_1/r_2 = 2.8$  と  $r_1 = 40 \text{ mm}$  の場合の最大誤差は 2.3% である。

表 5 に示したように最大誤差は (3) を除いて減衰率に依存する。 $\alpha = 0.3$  の場合の最大誤差は 12% にも達するが一般の測定の場合、常に最大誤差になる所で光点がスロットにはいつてくるわけではなく、また (1), (2) の誤差は零を中心にして分布していると考えられるから実験回数を重ね、それらの算術平均をとることによりこれらの誤差を小さくすることができる。実際の測定例では被測定現象の中にノイズ (たとえば気流の乱れ等) が含まれているため入力信号にも相当なノイズが畳重されるので実験回数を多くする必要がある。

## 6. 応用例

本装置を利用して次の各空力的な線形減衰係数を測定した。

### (1) 三角翼の動安定微係数の測定

三角翼に働らくピッチングモーメントの空力的ステイフネス微係数および空力的減衰微係数の測定を行なった。翼の迎角の変化に対する非定常ピッチングモーメントの同位相成分は翼と支持パネとからなる振動系の振動数の変化に寄与し、またこれと 90 度位相の遅れた成分は減衰係数の変化に寄与する。したがって、振動数と減衰率の変化を測定すれば、これら空力的量が求められる。特に遷音速領域では翼面上の垂直衝撃波に位相遅れが生ずるため減衰係数に著しい変化が生ずることが経験されている。図 15 に示すように模型、十字パネ、ストレンゲージ、ダンピングメータ、位相調整器、リミッタ、パワー増幅器および可動コイルから

なる一連のループを構成される。今ループを閉じると固有振動数で、自励発振を始める。ある設定振幅に達したときループを開くと自由振動に移るがこの自由振動中の適当な振幅を選らんで、ダンピングメータにより振動数および対数減衰率を計測する。\*図 16 はマッハ数に対する三角翼の  $C_{m\theta}$  および  $C_{m\dot{\theta}}$  の測定値を示した。

### (2) 回転翼のピッチダンピングの測定

ヘリコプタの回転翼に働く非定常空気力の研究に本装置が用いられた。図 17 に示すように回転翼の回転中心を通る軸 ( $AA'$ ) の周りにピッチング振動している回転翼のピッチダンピングの測定を行なった。

今  $AA'$  軸周りの力の釣合を考えると次のような運動方程式が成り立つ。

$$I\ddot{\theta} + M_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + Wh\theta = 0$$

第一項は慣性項であり、第二項は空力的減衰項である。また第三項は重力による復元力である。

ここに

$I$  ; 慣性モーメント

$M_{\dot{\theta}}$  ; 空力的減衰係数

$W$  ; 重量

$h$  ; モーメント中心から重心までの距離

$\theta$  ; 回転面と水平面のなす角

$C$  ; 回転翼の翼弦長

$\omega_n$  ; 回転翼の一次曲げ振動数

$T$  ; ピッチングの周期

$\Omega$  ; ロータの回転数

$\theta_c$  ; 回転翼の迎角

$\rho$  ; 気流の密度

$\zeta$  ; 減衰比

\* 詳細は航技研報告を参照 TR-172 のこと。

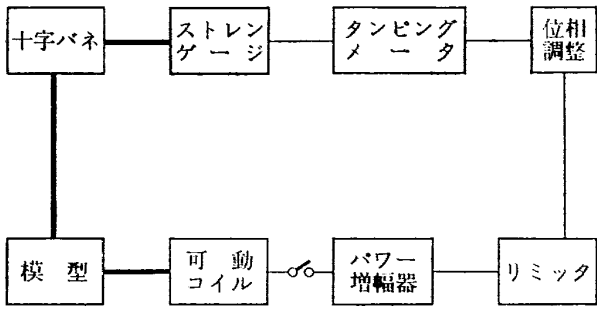


図 15 自由振動法による動安定微係数の測定

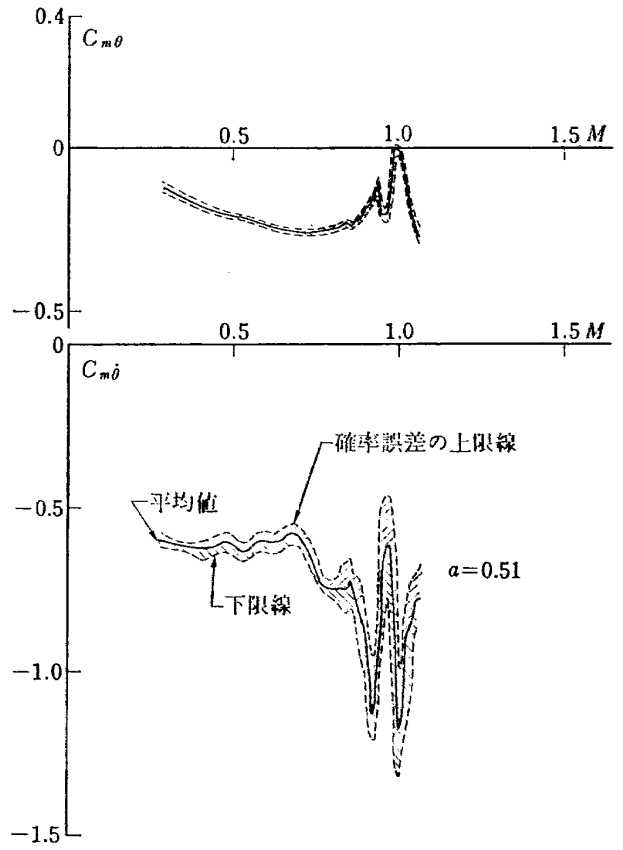


図 16 三角翼の  $C_{m\theta}$  および  $C_{m\delta}$  の確率誤差範囲

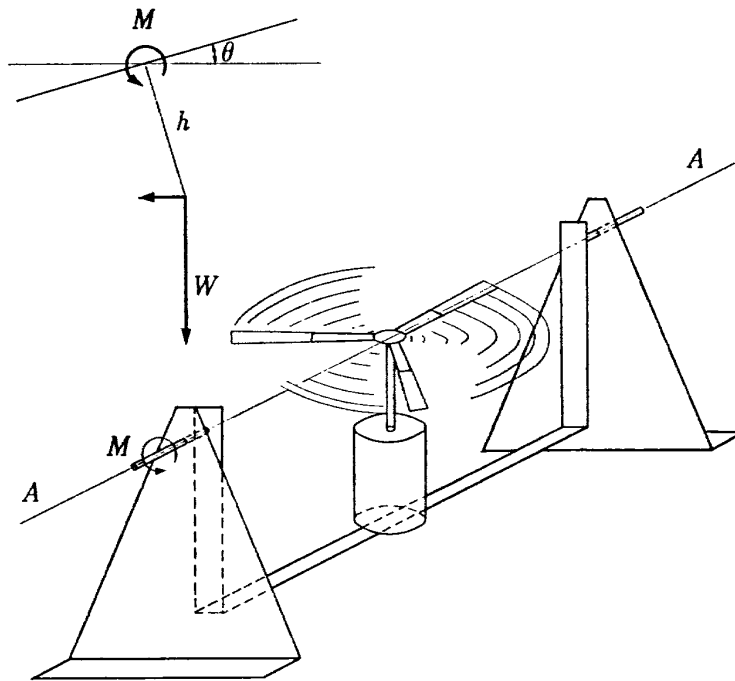


図 17 回転翼のピッチダンピングの測定

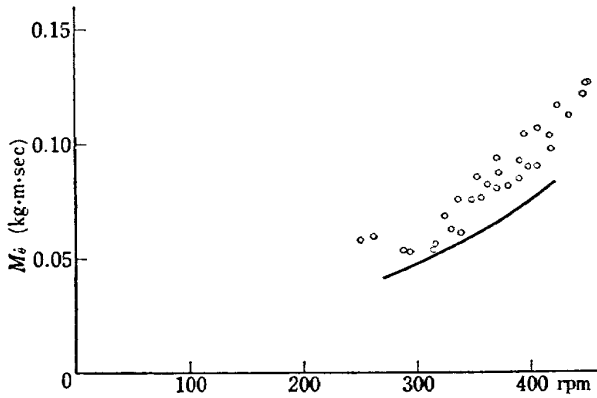


図 18 ブレードの回転数に対する  $M_i$

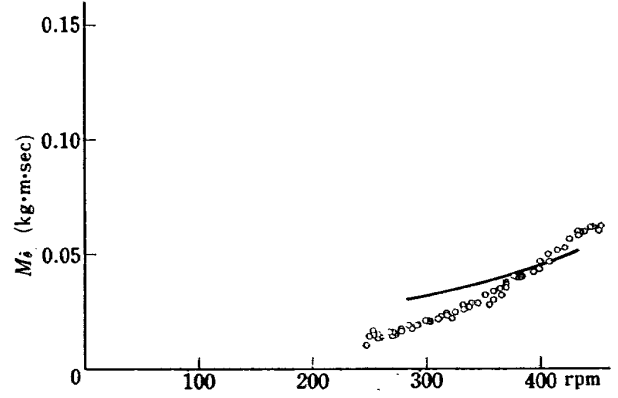


図 19 ブレードの回転数に対する  $M_i$

$b$  ; 回転翼の枚数

$R$  ; 回転翼の半径

減衰係数  $M_i = \frac{b}{16} \rho \Omega CR^4 K$  で表わされ一般には  $K$  は定数とされているが実際には、回転翼の一次曲げ振動数、回転面と水平面のなす角の角度振幅、その角度振幅の周期、回転数および回転翼の迎角等が複雑に影響する。すなわち  $K = q(\theta T \Omega \theta_0)$  である。この関数  $q$  を実験的に調べた。実験的に求めるには空力的減衰係数  $M_i = 2I \zeta \omega_n$  で表わされ、慣性モーメントおよび振動数をあらかじめ求めておけば対数減衰率を測定することのみで  $M_i$  は求められる。

図18は回転数に対する空力的減衰係数を示した。回転翼の翼型は NACA 0012 を使い、迎角は 4 度である。図19は NACA 0018 を使い、迎角は 6 度の回転翼を用いて同じようにプロットした。迎角 4 度の場合には、誘導吹き下しが小さく、したがって渦層の間隔が小さい。ロータ面の傾きによっては、先行する翼から発生した渦面に、後続する翼が直接衝突する場合も起りうる。この現象のため空力的減衰係数の分散が大きくなると考えられる。本装置はこのような空力的現象の差異を正確にとらえている。

(3) 双発プロペラ STOL 機の動安定微係数の測定  
大型低速風洞内で STOL 機的全機模型の着陸形態にある場合の動安定微係数の測定に本装置が用いられた。図20は縦揺れモーメント係数の測定図である。全機模型に支柱を介して支持し、機体の重心と回転中心は一致させてある。機体尾部で垂直にピアノ線を張り上下の部分にスプリングを用いて機体は自由にピッチング振動することができる。さらにスプリングの先端にストレングージをはった片持梁に接続してあり、これにより機体のピッチ角を検出する。

次に模型の諸元を示す。

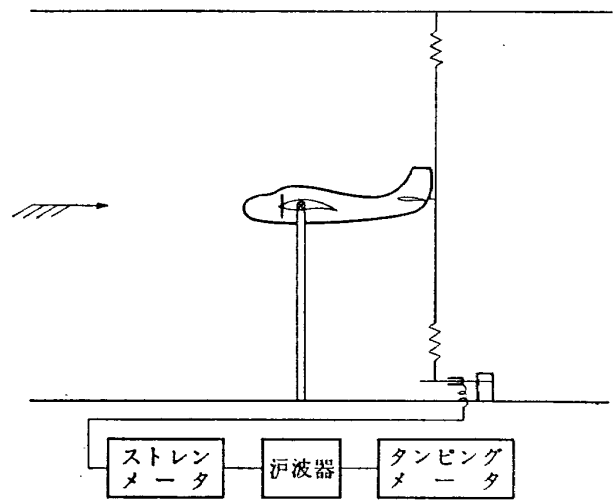


図 20 全機模型によるモーメント係数の測定

主翼翼幅	2 m
空力平均翼弦長	0.2667 m
テーパー比	1
面積	0.533 m <sup>2</sup>
上反角	0 度
フラップ	着陸形態(内側90度, 外側60度)
水平尾翼容積比	1.224
垂直尾翼容積比	0.1213
全長	2.1 m
重量	50.0 kg
慣性能率	X 軸 0.69 kg·m·sec
	Y 軸 0.83 "
	Z 軸 1.37 "

ここで

$C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  ; 縦揺れ角速度による縦揺れモーメント係数 + 迎角の時間的変化率による縦揺れモーメント係数

$C_{nr, B}$  ; 偏揺れ角速度による偏揺れモーメント係数



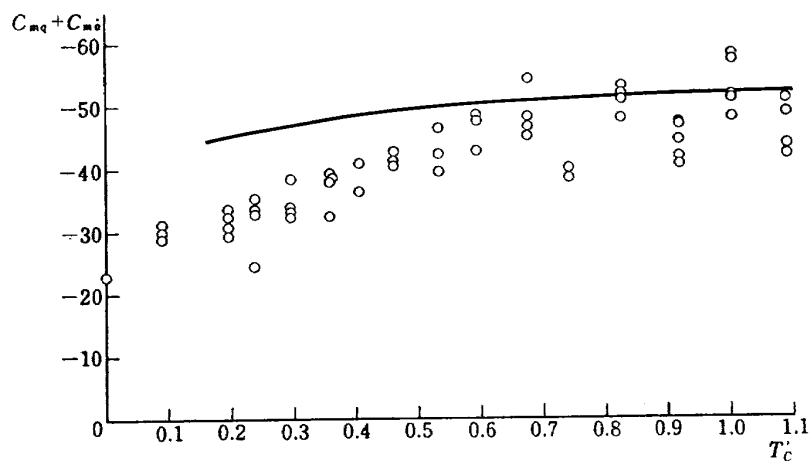


図 21 プロペラ一個当りの推力係数に対する  $C_{mq} + C_{mi}$

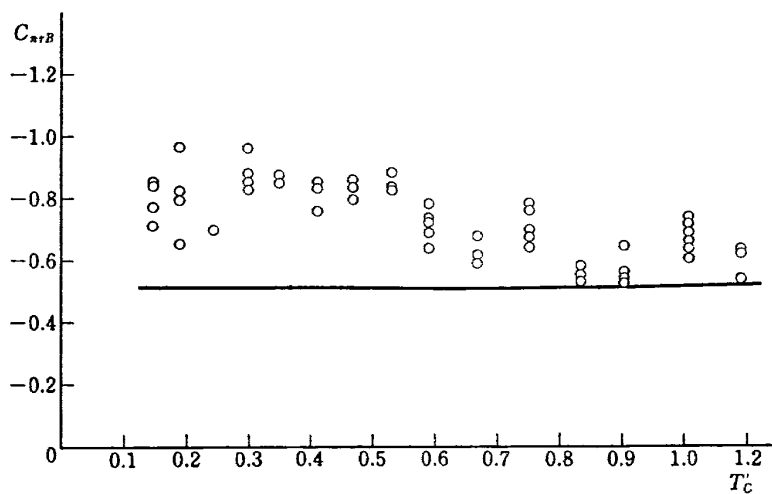


図 22 プロペラ一個当りの推力係数に対する  $C_{nrB}$

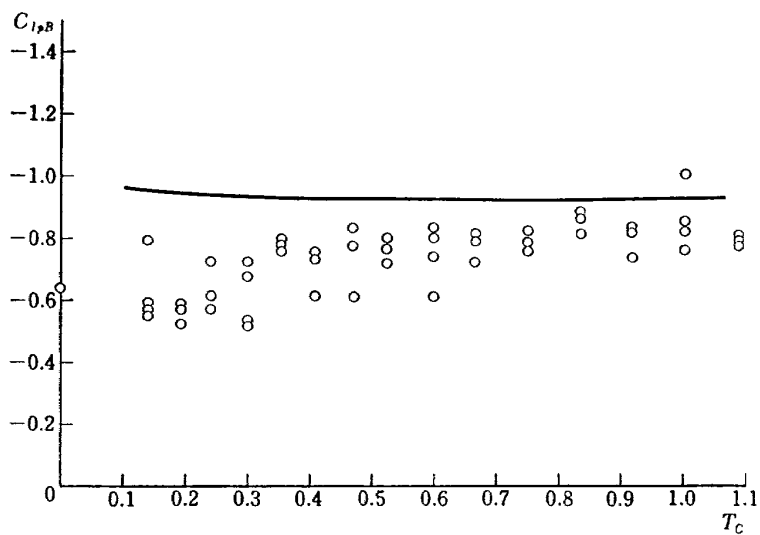


図 23 プロペラ一個当りの推力係数に対する  $C_{spB}$

$C_{ep, B}$  ; 横揺れ角速度による横揺れモーメント係数

$T_c'$  ; プロペラ1個当りの推力係数

$T_c'$  に対する  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$ ,  $C_{nr, B}$ ,  $C_{ep, B}$  の値を図21から図23に示す。プロペラ, フラップおよびストラット等の影響のため純粋な理論計算によって求めることが困難であるのでこのような風洞実験に頼らねばならない。

## 7. あとがき

本装置は空力的な減衰率の測定ばかりでなく液体の粘性による減衰率等他の分野においても広く利用できる。

このダンピングメータでは減衰率が大きい場合, たとえば  $\alpha = 0.05$  のときは最大誤差が約10%以上になることがある。また, 同じレンジ内でも周波数の高い所では過渡項が大きくなることがあるので  $\alpha \leq 0.05$  以下の減衰振動の測定に使用されたい。しかし, 測定を繰返して行なうことにより誤差を小さくすることができる。一般に減衰率の小さい場合は減衰率の誤差は

2%以下また周波数の誤差は0.5%以下と考えられる。

非線形振動の場合は外径内径比の小さいスロット円板を用い入力側の利得を漸次変えることによりその非線形性を調べられる。本装置は, 十分な精度で容易に多量のデータを処理し得ることが分った。

応用例のうち, (1)は著者が実験を行ない, (2)および(3)は飛行実験部の高沢金吾技官と別府護郎技官が行なった実験である。両氏のご好意により貴重なデータを掲載させていただいた。

## 参 考

- 1) C. O. Olsson & K. Orlik-Ruckeman; An Electronic Apparatus for Automatic Recording of the Logarithmic Decrement and Frequency of Oscillations in the Audio and Subaudio Frequency Range, F.F.A Report 52, (Feb. 1954)
- 2) D. K. Weaver; Design of R C Wide-Band 90-Degree Phase-Difference Network, Proceedings of the I. R. E.

TM-156	自動制御系の動特性を計数型電子計算機により模擬するための汎用プログラム	1969年3月	戸川隼人, 丸山治雄
TM-157	機上用超小形エンコーダの研究	1969年3月	中正夫, 山本芳樹 大石晃
TM-159	可動アイアンバードによる姿勢制御の実験	1969年5月	西村博史, 藤枝郭俊
TM-160	極超音速風洞計測装置について	1969年7月	長洲秀夫, 吉沢昭 松崎貴至
TM-161	燃料蒸発管に関する研究(II) —加熱蒸発管の燃料未蒸発分捕集—	1969年8月	鈴木邦男, 田丸卓 乙幡安雄
TM-162	境界層内圧力変動および板の振動変位の測定(I)	1969年9月	藤森義典, 山崎浩
TM-163	ある双発プロペラ STOL 機動安定風洞実験	1969年9月	別府護郎, 鈴木友昭
TM-164	ブレードのフラッピング運動をバネで拘束したロータのピッチダンピングについて	1969年10月	別府護郎, 岡遠一
TM-165	フェノール系複合材の環境試験結果	1969年11月	古田敏康, 野口義男
TM-166	ガスタービン用缶形燃焼器における燃焼領域のガス組成と燃焼状態	1969年11月	大塚貞吉, 斎藤隆 堀内正司, 本間幸吉 宮坂彰
TM-167	YS-11A-300 型輸送機の胴体疲労試験——中部胴体前方大型貨物口部および後方乗降口部付近——	1970年1月	竹内和之, 川島矩郎 熊倉郁夫, 松岡陽一

注：欠番は配付先を限定したもの。

---

## 航空宇宙技術研究所資料168号

昭和45年2月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表)☎182

印刷所 一誠社総合印刷株式会社  
東京都武蔵野市御殿山1-6-10

---

