

UDC 62-526:
62-55:
681.323

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-204

サーボ機構の過渡応答改善用デジタル
コントローラについて

小川 鏡一・島村 正人

1971 年 7 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-160	極超音速風洞計測装置について	1969年7月	長洲秀夫, 吉沢昭 松崎貴至
TM-161	燃料蒸発管に関する研究(Ⅱ) —加熱蒸発管の燃料未蒸発分捕集—	1969年8月	鈴木邦男, 田丸卓 乙幡安雄
TM-162	境界層内圧力変動および板の振動変位の測定(I)	1969年9月	藤森義典, 山崎浩
TM-163	ある双発プロペラ STOL 機の動安定風洞試験	1969年9月	別府護郎, 鈴木友昭
TM-164	ブレードのフラッピング運動をバネで拘束したロータのピッチダンピングについて	1969年10月	別府護郎, 岡遠一
TM-165	フェノール系複合材の環境試験結果	1969年11月	古田敏康, 野口義男
TM-166	ガスタービン用缶形燃焼器における燃焼領域のガス組成と燃焼状態	1969年11月	大塚貞吉, 齋藤隆吉 堀内正司, 本間幸吉 宮坂彰
TM-167	YS-11 A-300型輸送機の胴体疲労試験 —中部胴体前方大型貨物口部および後方乗降口部付近—	1970年1月	竹内和之, 川島矩郎 熊倉郁夫, 松岡陽一
TM-168	ダンピングメータの試作	1970年2月	柳沢三憲
TM-169	ジェットエンジン燃焼器出口ガス流の乱れの測定(I)	1970年2月	相波哲朗
TM-170	JRエンジンの燃焼器におきた振動燃焼	1970年2月	鈴木邦男, 石井浅五郎 山中国雅
TM-171	缶形燃焼器(低圧, 低温系)試験設備による航空計器の水結(着氷)試験	1970年3月	鈴木邦男, 相波哲朗 本間幸吉, 服部宣夫
TM-172	自動追尾型風向風速測定器	1970年3月	川幡長勝, 中谷輝臣
TM-173	F A-200 改機の動安定微係数	1970年3月	遠藤浩, 林良生 海老沼幸成, 中谷輝臣
TM-174	遷音速風洞動安定測定装置の構造と作動	1970年4月	小橋安次郎, 河野長正文 西武徳, 宮沢政文
TM-175	NAL-16・31D型ロケットの研究試作	1970年5月	五代富文, 近藤洋史 中井映一, 田畑浄治
TM-176	非対称自由流線の一計算法	1970年5月	高橋 伸
TM-177	小型固体ロケットモータの振動燃焼実験 —パルス法による中周波振動燃焼の研究—	1970年5月	五代富文, 伊藤克弥 西村久男, 湯沢克宜 柴藤羊二
TM-178	大型低速風洞動安定微係数測定装置	1970年5月	広岡貫一, 遠藤浩 戸田亘洋, 岡部祐二郎
TM-179	風洞天秤の試作	1970年5月	金成正好, 北出大三
TM-180	ジェットエンジン燃焼出口ガス流の乱れの測定(Ⅱ) —レーザのドップラ効果を利用する方法—	1970年5月	相波哲朗
TM-181	航空機の乗り心地について	1970年6月	幸尾治朗
TM-182	排気系障害板の模型実験	1970年9月	田辺義一
TM-183	ロケット模型の大型低速風洞試験	1970年9月	近藤洋史, 高橋 宏 桑野尚明
TM-184	金属線へ衝突する液滴の現象	1970年9月	田丸卓, 乙幡安雄
TM-185	推進エンジン用空気取入口の予備実験	1970年9月	近藤 博, 石賀保正
TM-186	NAL-25・31 型ロケットの試作と飛しょう試験	1970年11月	宇宙研究グループ

サーボ機構の過渡応答改善用デジタル コントローラについて*

小川 鏡一**・島村 正人***

Digital Controllers to improve the Transient Characteristic for Servo Systems

By Koichi OGAWA and Masato SHIMAMURA

This paper relates digital controllers and their operation to improvement of the transient characteristic of servo systems. This method due to Lindorff²⁾ is an application of pole-zero concepts to the design of sampled data system, well as reform to a system having desired values of overshoot, time to first peak, and damping ratio.

The control loops containing the designed digital controller $D(z)$, the zero order hold $H(s)$, and the servo system $G(s)$ are examined by hybrid simulation. The simulation develop the relations of the sampling period and the output characteristics of the system, which contain the frequency response and the error between the continuous systems and the sampled data systems. The tests of the servo system consisting of a digital computer, a small electric servomotor, gear trains, inertia, loads, amplifiers and potentiometers are shown to illustrate the procedure and the performances.

1. まえがき

近年、デジタル計算機の急速な発展による計算機制御の普及にめざましいものがある。各種プラントのデジタル制御システムについては、これまでに多くの実用例が発表され、そのデジタル化にともなう有効な成果が得られている。航空機の場合¹⁾でも、軍用機のみならず、ジャンボジェット・ボーイング747において、慣性航法装置にデジタル計算機が用いられ、またエアバス L-1011 や DC-10 にも慣性航法装置やデジタルエアデータ計算機を搭載する計画が進められている。将来は離陸から着陸に至るまでの全飛行段階が、デジタル計算機を用いた自動飛行管理システム (AFMS)¹⁾ で自動化されるであろう。しかしながら現状では、航空機にデジタル計算機が用いられているのは、慣性航法装置、エアデータ処理、ディスプレイ装置等のサブシステムにおいてのみで

ある。

本研究は、いまだ実用化されていないオートパイロットのデジタル化をめざし、その手始めとしてサーボシステムの特性をデジタル計算機を用いて改善することを目的とする。なお、特性改善を行なう補償回路をデジタルコントローラと称することにし、ここでは2次系用のデジタルコントローラについて述べる。一般によく知られているものとして、ステップ入力に対する出力が有限整定応答を示すよう設計されたデジタルコントローラがある。本報告では、ステップ入力に対する応答を連続系と対応させ、行き過ぎ量、行き過ぎ時間および減衰係数を任意に設定できるデジタルコントローラを z 変換法を用いて設計する。

設計の手法は D.P. Lindorff²⁾ に基づいたもので、B.C. Kuo³⁾、L.P. Neumann⁴⁾ らがそれぞれ解説を行っている。しかし実際に本手法で設計されたデジタルコントローラを用いて制御対象を駆動した例はみられない。そこで本報告は、まずシミュレーションによりサンプリング周期、入力周波数が出力に及ぼす影響について検討し、最後に実物の小型サーボシステム

* 昭和46年5月10日受付

** 計測部

*** 日本大学

を駆動させ、その特性改善の様子を明らかにする。

シミュレーションはディジタルコントローラをディジタル計算機にプログラムし、一方サーボシステムをアナログ計算機で模擬したいいわゆるハイブリッドシミュレーションである。実際のサーボシステムへの応用実験は、制御対象として小型サーボモータに慣性負荷を取り付け、あらかじめ出力特性を悪化させたサーボ系にディジタルコントローラを導入し、特性改善を行なう。

2. デジタルコントローラ的设计

2.1 線形サーボ系の過渡応答

第1章で述べたとおり、今回の研究の最終的目的地は、ディジタルコントローラを実際のサーボ機構へ応用することになる。通常のサーボ系の制御対象は2次系で表わされるものが多い。そこで特性改善を行なう制御対象として、次の形の伝達関数を考える。

$$G(s) = \frac{k}{s(\tau s + 1)} \quad (2.1)$$

k ; オープンループゲイン

τ ; 時定数

今、図 2.1 に示す制御対象 $G(s)$ に単位フィードバックをかけたときの閉ループ伝達関数を一般的な2次系の減衰係数 ξ と固有振動数 η を用いて表わすと

$$T(s) = \frac{k/\tau}{s^2 + 1/\tau s + k/\tau} = \frac{\eta^2}{s^2 + 2\xi\eta s + \eta^2} \quad (2.2)$$

となり、 k, τ, ξ, η の関係は

$$\text{減衰係数} \quad \xi = \frac{1}{2\sqrt{k\tau}} \quad (2.3)$$

$$\text{固有振動数} \quad \eta = \sqrt{\frac{k}{\tau}} \quad (2.4)$$

である。この系の単位ステップ入力に対する応答の典型的なものを示すと図 2.2 のようになり、減衰が大きすぎたり小さすぎた場合には図 2.3 のように前向き補償回路 $H_1(s)$ 、後向き補償回路 $H_2(s)$ 等を設けて希望の応答が得られるようにするのが普通である。そこで図 2.3 で表わされる制御系の閉ループ伝達関数 $M(s)$ が、次のような一般的な2次系で表わされるものとする。

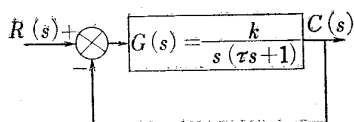


図 2.1 単位フィードバック制御系

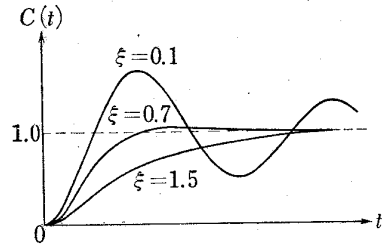


図 2.2 $T(s)$ のステップ応答

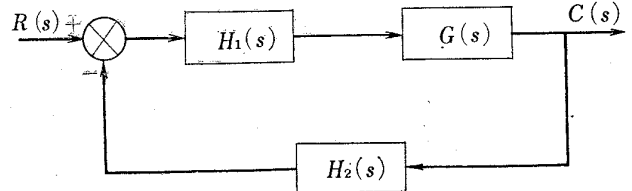


図 2.3 補償回路を設けた制御系

$$M(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.5)$$

一般に2次系においては減衰係数 $\zeta = 0.5 \sim 0.9$ 程度が良いとされている。このとき式 (2.5) で示される伝達関数の特性方程式の根 $s_{1,2}$ 、また単位ステップ入力に対する最大値 C_{\max} 及び行き過ぎ時間 T_{\max} はそれぞれ

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.6)$$

$$C_{\max} = 1 + \exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \quad (2.7)$$

$$T_{\max} = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.8)$$

ただし $\zeta < 1$

として与えられる。なお後節 2.2.1 でサンプル値系においても連続系の場合と同様に設計の目安として、最大値および行き過ぎ時間について考えることにする。

2.2 デジタルコントローラ

2.1 で述べたように、応答の悪い系に対しては、補償回路を設けるのが普通であるが、今回の研究では図 2.4 に示す通り、制御系をサンプル値系とし、補償回路をディジタル計算機に置き換え、特性の改善を行なう。

2.2.1 サンプル値制御系の解析

ここで述べるサンプル値制御系は、偏差量をサンプルし、前向き経路にディジタルコントローラ $D(z)$ を置き、 $D(z)$ の前後のサンプラは同期しているものとし、かつサンプリング周期 T は一定であるとする。

今、与えられた制御対象に対し、図 2.4 のような制御系を考え、この出力 $C(s)$ が希望の応答を示すようなディジタルコントローラを設計する。2.1 で述べ

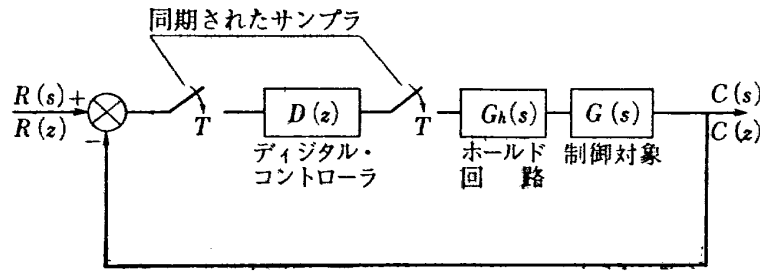


図 2.4 デジタルコントローラを設けたサンプル値制御系

たように、最大値と行き過ぎ時間を設計の目安とするために、連続系の場合と同様に、サンプル値系においてもそれらを決定する。そこで式 (2.5) の連続系の閉ループ伝達関数 $M(s)$ に対応するサンプル値系の閉ループ伝達関数 $M(z)$ として次の形のものを仮定する。

$$M(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{K(z-z_1)}{(z-p)(z-\bar{p})} \quad (2.9)$$

ここで

$$K = \frac{(1-p)(1-\bar{p})}{(1-z_1)} \quad (2.10)$$

であり、これは単位ステップ入力に対する定常誤差がゼロとなるように選ばれている (付録A参照)。なお \bar{p} は p の共役複素極である。

システム $M(z)$ に単位ステップ入力を加えたときのサンプル値出力 $C(z)$ は

$$C(z) = R(z) \cdot M(z) = \frac{z \cdot K(z-z_1)}{(z-1)(z-p)(z-\bar{p})} \quad (2.11)$$

ただし

$$R(z) = \frac{z}{z-1}$$

として与えられる。サンプル時における出力 $C(nT)$ は、次の逆変換公式⁷⁾を用いて求めることができる。

$$C(nT) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} \frac{Kz(z-z_1)}{(z-1)(z-p)(z-\bar{p})} z^{n-1} dz \quad (2.12)$$

ただし n ; 整数

T ; サンプルング周期

Γ ; 被積分関数のすべての特異点を含むように選ばれた閉曲線

ここでコーシーの留数の定理を用いて式 (2.12) を書き換えると^{3),7),8)},

$$C(nT) = 1 + 2 \left| \frac{K(p-z_1)}{(p-1)(p-\bar{p})} \right| \cdot |p|^n \cdot \cos(n\phi + \theta_1) \quad (2.13)$$

$$\phi = \arg(p) \quad (2.14)$$

$$\theta_1 = \arg(p-z_1) - \arg(p-1) - \frac{\pi}{2} \quad (2.15)$$

となる (付録B参照)。

今、図 2.5 に式 (2.9) の極と零を示す。これら極と零の配置から図 2.5 に示されるものとして角度 α を定義し、 α は反時計方向を正とすると

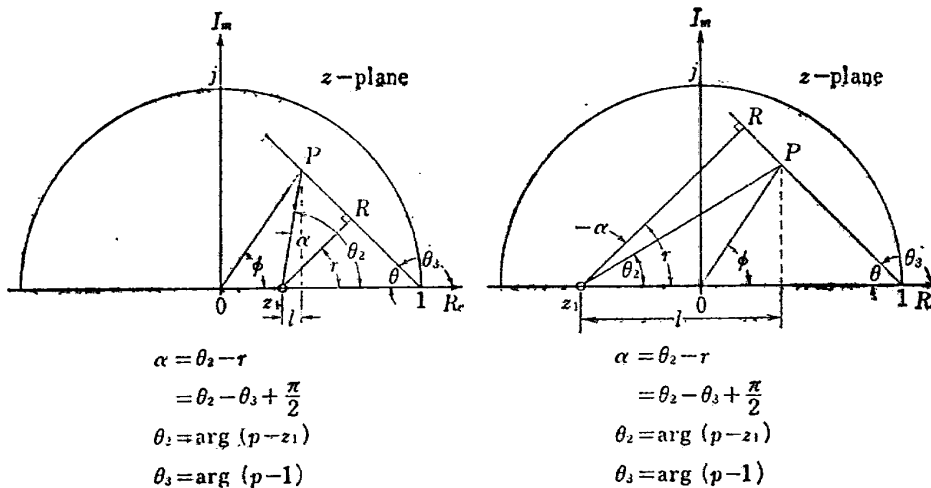


図 2.5 $M(z)$ の極と零の配置

$$\alpha = \arg(p - z_1) - \arg(p - 1) + \frac{\pi}{2} \quad (2.16)$$

となる。式 (2.15) より

$$\theta_1 = \alpha - \pi \quad (2.17)$$

また、 α と閉ループシステムの極零の位置の関係は

$$|\sec \alpha| = 2 \left| \frac{K(p - z_1)}{(p - 1)(p - \bar{p})} \right| \quad (2.18)$$

となる (付録C参照)。式 (2.17) と (2.18) を式 (2.13) に代入すると、

$$C(nT) = 1 + |\sec \alpha| \cdot |p|^n \cdot \cos(n\phi + \alpha - \pi) \quad (2.19)$$

と書くことができる。ここで

$$z = e^{Ts} \quad (2.20)$$

という関係を用いると、式 (2.6) より

$$p = e^{(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})T} \quad (2.21)$$

$$\bar{p} = e^{(-\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})T} \quad (2.22)$$

として式 (2.9) の極を求めることができる。したがって、式 (2.19) において $t = nT$ とおくと

$$|p|^n = |p|^{t/T} = e^{-\zeta\omega_n t} \quad (2.23)$$

$$\phi = \arg(p) = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} T \quad (2.24)$$

となり、 $C(nT)$ の点を通る連続関数は

$$C(t) = 1 + |\sec \alpha| e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \alpha - \pi) \quad (2.25)$$

しとして与えられる。式 (2.25) で表わされるシステムの応答の最大値 $C_{s \max}$ 、行き過ぎ量 O_V および行き過ぎ時間 $T_{s \max}$ は、式 (2.25) を時間 t で微分することによって得られ、それぞれ

$$C_{s \max} = 1 + \sqrt{1-\zeta^2} |\sec \alpha| \exp \left[\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right] \times \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) - \alpha + \pi \right\} \quad (2.26)$$

$$O_V = \sqrt{1-\zeta^2} |\sec \alpha| \exp \left[\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right] \times \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) - \alpha + \pi \right\} \quad (2.27)$$

$$T_{s \max} = \frac{T}{\phi} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) - \alpha + \pi \right\} \quad (2.28)$$

である。

以上述べてきたことから次のことが言える。すなわち、減衰係数 ζ と行き過ぎ量 O_V が与えられると式 (2.27) より角度 α が定まる。この α は簡単には求まらないが、デジタル計算機を用いニュートン法によって求めることができる。(付録D参照)。あるいは図 2.6 のグラフを用いて近似的に求めることもできる。次にサンプリング周期 T と行き過ぎ時間 $T_{s \max}$

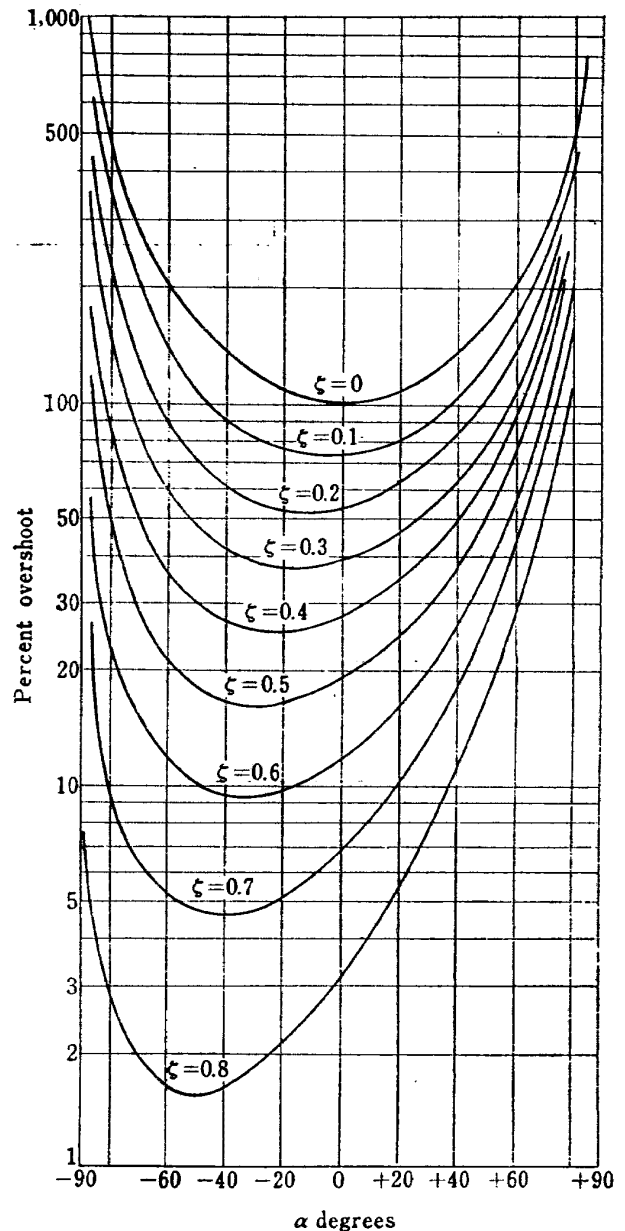


図 2.6 α とオーバーシュートの関係⁸⁾

が与えられると式 (2.28) より、前に求めた α を用いて角度 ϕ が決定できる。なおこれは図 2.7 から求めることもできる。 ϕ が定まると式 (2.23), (2.24) より $M(z)$ の極 p, \bar{p} が

$$|p| = e^{-\zeta\omega_n T} = \exp \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \phi \right) \quad (2.29)$$

$$p = |p| \cos \phi + j |p| \sin \phi \quad (2.30)$$

$$\bar{p} = |p| \cos \phi - j |p| \sin \phi \quad (2.31)$$

として求められる。さらに $M(z)$ の零 z_1 は図 2.5 を参照して

$$\theta = \tan^{-1} \frac{|p| \sin \phi}{1 - |p| \cos \phi} \quad (2.32)$$

$$r = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (2.33)$$

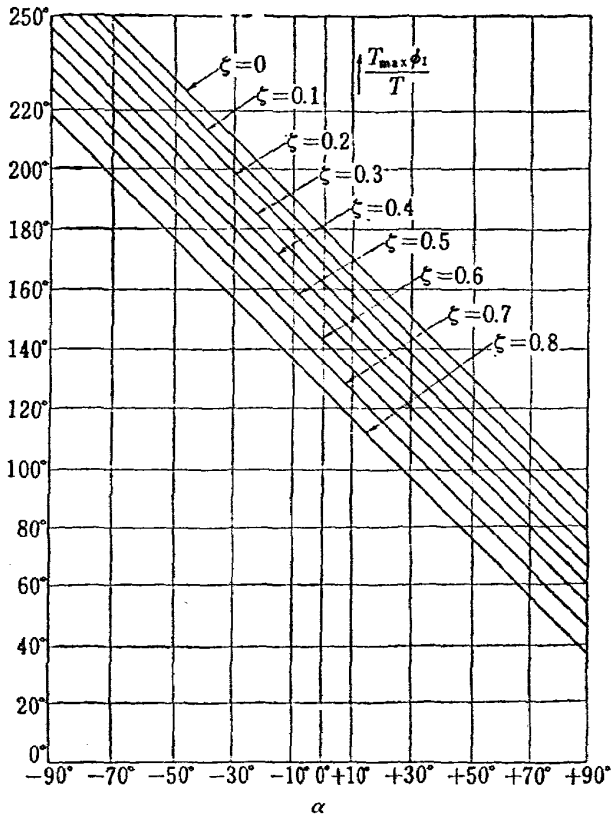


図 2.7 α と行き過ぎ時間の関係³⁾

$$\theta_2 = r + \alpha \quad (2.34)$$

$$l = \frac{|p| \sin \phi}{\tan \theta_2} \quad (2.35)$$

$$z_1 = |p| \cos \phi - l \quad (2.36)$$

として定めることができる。

このようにして、減衰係数 ζ , 行き過ぎ時間 $T_{s, \max}$, 行き過ぎ量 O_V およびサンプリング周期 T を与えることにより、希望の応答を示すサンプル値制御系の閉ループ伝達関数 $M(z)$ の極、零を決定できる。

2.2.2 デジタルコントローラ $D(z)$ の設計

図 2.4 において、制御対象 $G(s)$ と零次ホールド回路 $G_h(s)$ との積を $G_p(s)$ とする。すなわち

$$G_p(s) = G_h(s) \cdot G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s) \quad (2.37)$$

である。今、デジタルコントローラ $D(z)$ を含めたサンプル値制御系の閉ループ伝達関数 $M(z)$ は

$$\begin{aligned} M(z) &= \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{D(z) \cdot \mathcal{Z}[G_p(s)]}{1 + D(z) \cdot \mathcal{Z}[G_p(s)]} \\ &= \frac{D(z) G_p(z)}{1 + D(z) G_p(z)} \end{aligned} \quad (2.38)$$

\mathcal{Z} ; z 変換の演算記号

となる。式 (2.38) を $D(z)$ について解くと、

$$D(z) = \frac{M(z)}{1 - M(z)} \cdot \frac{1}{G_p(z)} \quad (2.39)$$

となり、式 (2.39) に 2.2.1 の式 (2.9) で与えた $M(z)$ を代入すると次の様に書ける。

$$D(z) = \frac{K(z - z_1)}{(z - p)(z - \bar{p}) - K(z - z_1)} \cdot \frac{1}{G_p(z)} \quad (2.40)$$

ところで式 (2.30), (2.31) より

$$p\bar{p} = |p|^2 \quad (2.41)$$

$$p + \bar{p} = 2|p| \cos \phi \quad (2.42)$$

なる関係があるので、これらを式 (2.40) に代入して既に述べた $|p|, z, \phi$ を用いて表わすと、デジタルコントローラ $D(z)$ は

$$\begin{aligned} D(z) &= \frac{1 - 2|p| \cos \phi + |p|^2}{1 - z_1} \\ &\times \left[\frac{z - z_1}{(z - 1) \left\{ z - \frac{z_1(1 - 2|p| \cos \phi) + |p|^2}{1 - z_1} \right\}} \right] \\ &\times \frac{1}{G_p(z)} \end{aligned} \quad (2.43)$$

となる。従って制御対象 $G(s)$ の伝達関数が与えられれば、希望の応答 $M(z)$ となるようなデジタルコントローラ $D(z)$ を一義に決定することができる。

2.3 設計例

本節では、2.2 で設計したデジタルコントローラ $D(z)$ の具体的な数値を求めることにする。制御対象 $G(s)$ の伝達関数は 2.1 で与えたように

$$G(s) = \frac{k}{s(\tau s + 1)}$$

である。したがって

$$G_p(s) = G_h(s) \cdot G(s) = \frac{k(1 - e^{-Ts})}{s^2(\tau s + 1)} \quad (2.44)$$

となる。 $G_p(s)$ の z 変換 $G_p(z)$ ⁷⁾⁸⁾ は

$$\begin{aligned} G_p(z) &= \mathcal{Z}[G_p(s)] = \mathcal{Z}\left[\frac{k(1 - e^{-Ts})}{s^2(\tau s + 1)}\right] \\ &= \frac{k\{(\tau e^{-T/\tau} + T - \tau)z + (\tau - T)e^{-T/\tau} - \tau e^{-T/\tau}\}}{(z - 1)(z - e^{-T/\tau})} \end{aligned} \quad (2.45)$$

として求まる。式 (2.45) を式 (2.43) に代入して整理すると、 $D(z)$ は次のようになる。

$$D(z) = \frac{a_0 z^2 + a_1 z + a_2}{b_0 z^2 + b_1 z + b_2} \quad (2.46)$$

ここに

$$a_0 = \frac{1 - 2|p| \cos \phi + |p|^2}{1 - z_1} \quad (2.47)$$

$$a_1 = -\frac{1 - 2|p| \cos \phi + |p|^2}{1 - z_1} (z_1 + e^{-T/\tau}) \quad (2.48)$$

$$a_2 = \frac{1 - 2|p| \cos \phi + |p|^2}{1 - z_1} z_1 e^{-T/\tau} \quad (2.49)$$

表 2.1 制御対象の係数および設計の際の評価

制 御 対 象	$k=1.875$
	$\tau=3.33 \text{ sec}$
評* 価	$\xi=0.2$
	$\eta=0.75 \text{ rad/sec}$
	$T(s) = \frac{0.75^2}{s^2 + 0.3s + 0.75^2}$
	$\zeta=0.7$
	$O_V=0.046$
	$T_{s \max}=5.9 \text{ sec}$

* 評価の基準を上の数値に選んだ理由は後に第4章で述べるようにシュミレーションで得られた結果を連続系の $\zeta=0.7$, $\omega_n=0.75 \text{ rad/sec}$ の答と比較するためである。一般的な2次サーボ系において、 $\zeta=0.7$ は減衰係数の適切な値としてよく用いられる。また $T_{s \max} = \pi / \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$, $O_V = \exp(-\zeta \pi / \sqrt{1-\zeta^2})$ なる関係¹¹⁾があり、 $\omega_n=0.75 \text{ rad/sec}$, $\zeta=0.7$ とすると $T_{s \max}=5.9 \text{ sec}$, $O_V=0.046$ となる。 $\omega_n=0.75 \text{ rad/sec}$ はシュミレーション結果のみやすさから選んだ値で、必ずしもこの値でなくてもよい。

表 2.2 サンプルング周期 0.25 sec のときの $D(z)$, $G_p(z)$, $M(z)$

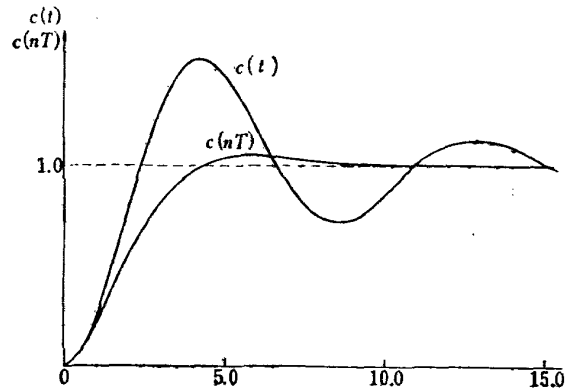
$D(z) = \frac{0.02467 z^2 - 0.01782 z - 0.00470}{0.01715 z^2 + 0.00356 z - 0.01284}$
$G_p(z) = \frac{0.01715 z + 0.01672}{z^2 - 1.92774 z + 0.92774}$
$M(z) = \frac{0.02467 z + 0.00506}{z^2 - 1.74329 z + 0.77302}$
$\phi = 0.13132 \text{ [rad]}$
$ p = 0.87922$
$R_e(p) = 0.87165$
$I_m(p) = 0.11513$
サンプルング周期 $T = 0.25 \text{ sec}$

$$b_0 = k(\tau e^{-T/\tau} + T - \tau) \quad (2.50)$$

$$b_1 = k \left\{ \tau - T e^{-T/\tau} - \tau e^{-T/\tau} - \frac{1 - 2|p| \cos \phi + |p|^2}{1 - z_1} \times (\tau e^{-T/\tau} + T - \tau) \right\} \quad (2.51)$$

$$b_2 = -k \frac{1 - 2|p| \cos \phi + |p|^2}{1 - z_1} (\tau - T e^{-T/\tau} - \tau e^{-T/\tau}) \quad (2.52)$$

そこで具体的な数値を求めるために、制御対象の係数 k , τ および設計の際に評価の基準となる数値を表 2.1 に示すような値に設定する。今、サンプルング周

図 2.8 $T(s)$ (表 2.1) および $M(z)$ (表 2.2) のステップ応答

期 T を 0.25 sec として $D(z)$, $G_p(z)$, $M(z)$ の各係数および角度 ϕ , $|p|$, $R_e(p)$, $I_m(p)$ を求めると表 2.2 のようになる。また、制御対象 $G(s)$ に対するステップ応答および希望の応答を示すように設計された $M(z)$ のステップ応答を図 2.8 に示す。図 2.8 の $C(t)$ は表 2.1 の $T(s)$ にステップ入力 $1/s$ を加えた時の応答で

$$C(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\xi t} \cdot \sin \left(\eta \sqrt{1-\xi^2} t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \quad (2.53)$$

である。また $C(nT)$ は表 2.2 の $M(z)$ にステップ入力 $\frac{z}{z-1}$ を加えた応答で、分子を分母で割算し

$$\begin{aligned} C(z) \cdot \frac{z}{z-1} &= R(z) \cdot M(z) = \frac{z}{z-1} \frac{K(z-z_1)}{(z-p)(z-\bar{p})} \\ &= \frac{z(0.02467z + 0.00506)}{(z-1)(z^2 - 1.74329z + 0.77302)} \\ &= 0 + 0.02467z^{-1} + 0.07273z^{-2} \\ &\quad + 0.13745z^{-3} \dots \dots \quad (2.54) \end{aligned}$$

すなわち

$$C(nT) = 0 + 0.02467 \delta(t-T) + 0.0727 \delta(t-2T) + 0.13745 \delta(t-3T) \dots \dots \quad (2.55)$$

である。これらの計算は逆 z 変換の手法^{4), 5), 6)}を用い、すべてディジタル計算機 CLOAP 2000 で行なった。

3. ハイブリッドシミュレーション

3.1 シミュレーションの方法

シミュレーションは、第2章で設計したディジタルコントローラ $D(z)$ を小型ディジタル計算機 CLOAP 2000 で実現し、制御対象 $G(s)$ をアナログ計算機 ALS 2000 でシミュレートするという簡単ではあるが

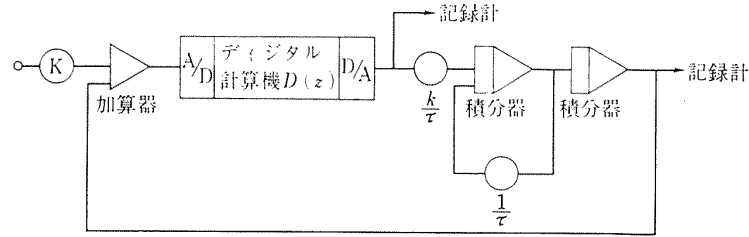


図 3.1 シミュレーションのブロック線図

表 3.1 制御対象の係数

Case	係数	k	τ	ξ	η
1		3.750	6.667	0.1	0.75
2		1.875	3.333	0.2	0.75
3		1.250	2.222	0.3	0.75
4		0.250	0.444	1.5	0.75

ハイブリッドシステムで行なう。この際図 2.4 に示してある、 $D(z)$ の前のサンプラーを A/D 変換器で、また $D(z)$ の後のサンプラーとホールド回路は D/A 変換器でそれぞれ実現する。以上述べたシミュレーションのブロックダイアグラムを図 3.1 に示す。また 2.1 で述べた制御対象の係数については、表 3.1 に示す通り Case 1~4 までの四つの場合に分けシミュレーションを行なう。なお Case 1~4 のステップ入力に対する連続系の応答を図 3.2 に示すが、これらの比較的応答特性がよくない制御対象にデジタルコントローラを設け、特性改善を行なうことを次節以下で述べる。

3.2 デジタルコントローラ $D(z)$ のプログラミングおよび計算時間

ここでは第 2 章で設計したデジタルコントローラ $D(z)$ をいかにして計算機にプログラムするか、そしてその計算時間にどの程度の時間がかかるかを述べる。

3.2.1 プログラミング

プログラミングについてはいくつかの方法が考えられるが、以下で今回用いた直接プログラミングについて述べる。式 (2.46) に示したデジタルコントローラ $D(z)$ の一般式は次のような形で表わせる。

$$D(z) = \frac{E_0(z)}{E_i(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (3.1)$$

$$b_0 \neq 0$$

$E_i(z)$; 計算機への入力信号の z 変換

$E_0(z)$; 計算機からの出力信号の z 変換

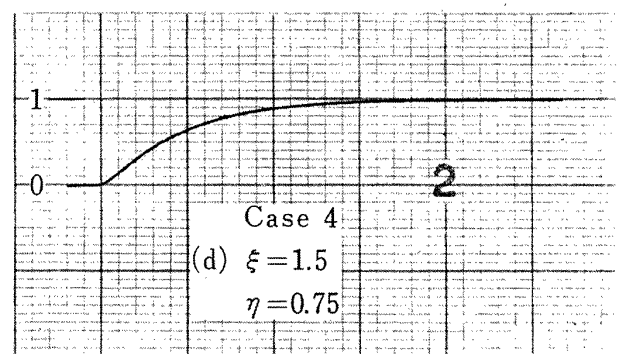
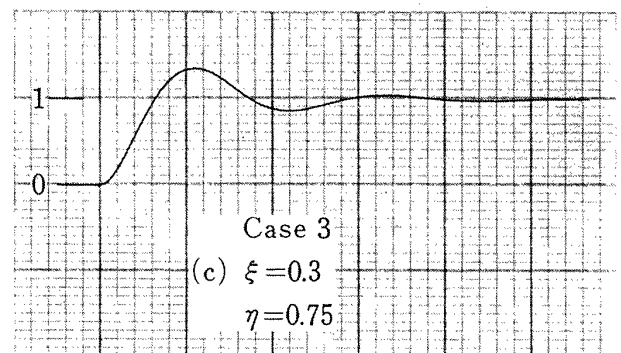
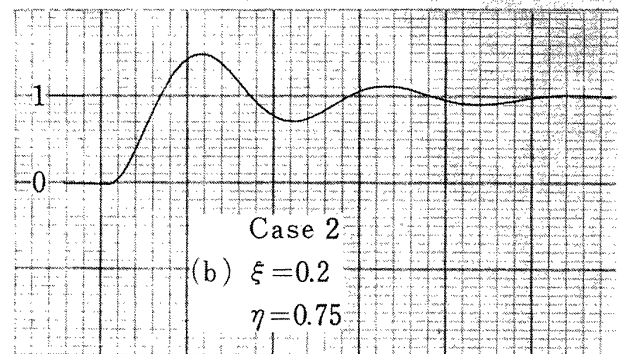
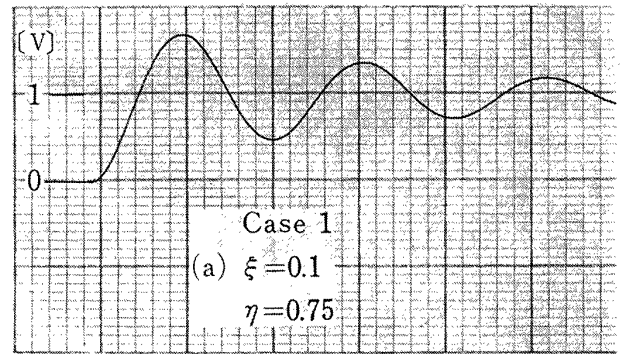


図 3.2 制御対象のステップ応答

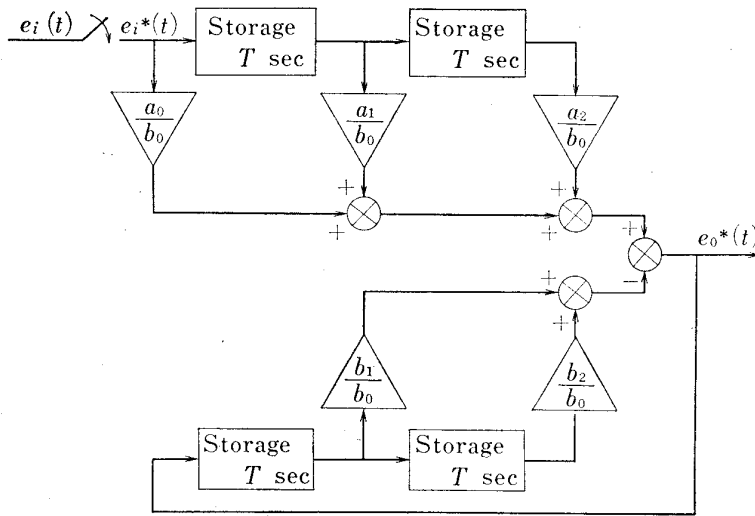


図 3.3 $D(z)$ のプログラムのブロックダイアグラムによる表示

式 (3.1) を逆 z 変換して整理すると

$$b_0 e_0^*(t) + \sum_{k=1}^2 b_k e_0^*(t-kT) = \sum_{k=0}^2 a_k e_i^*(t-kT) \quad (3.2)$$

$$e_0^*(t) = \frac{1}{b_0} \sum_{k=0}^2 a_k e_i^*(t-kT) - \frac{1}{b_0} \sum_{k=1}^2 b_k e_0^*(t-kT) \quad (3.3)$$

となる。ここで符号 * は、信号が離散値型であることを示す。式 (3.3) より、 計算機からの出力信号 $e_0^*(t)$ の現在の値は、 次の二つの要素から成り立っていることがわかる。

- (1) 計算機への入力信号の現在の値と過去の値
- (2) 計算機からの出力信号の過去の値

したがって式 (3.1) で表わされるデジタルコントローラ $D(z)$ は計算機にプログラムすることが可能である。そこでプログラムの内容をブロックダイアグラムに示すと、 図 3.3^{3),7)} のようになる。この図より明らかかなように入力、 出力値を用いて、 係数倍、 記憶、 加減算の繰り返しであることがわかる。また実際の計算機内での演算をフローチャートで示すと図 3.4 となる。

3.2.2 デジタルコントローラ $D(z)$ の計算時間

2.2.1 で述べたように、 今回解析したサンプル値制御系においては、 サンプリグ周期は一定である。そこで T を一定に保つためにデジタルコントローラ $D(z)$ を計算するに要する時間を知る必要がある。図 3.4 のフローチャートに従って作成したプログラムにおける計算時間を実測した結果を表 3.2 に示す。こ

の表に示した計算時間は CLOAP 2000^{9),10)} に Fortran 言語でプログラムしたときのものである。なお CLOAP 2000 のおもな性能を表 3.3 に示す。

3.3 シミュレーションの結果と検討

第 2 章で述べた方法によって、 $T=0.5\text{sec}$ における、 Case 1~4 までの制御対象に対するデジタルコントローラ $D(z)$ の係数を求めると表 3.4 のようになる。なお設計の際の評価の基準については表 2.1、 Case 1~4 に対する ξ と η の値は表 3.1 を参照されたい。

このように定まったデジタルコントローラ $D(z)$ を 3.1 で述べた方法でシミュレーションし、 得られた結果を示すと図 3.5 となる。この結果を見ると設計した値、 行き過ぎ量 $O_V=0.046$ 、 行き過ぎ時間 $T_{s\max}=5.9\text{sec}$ と非常によく一致している。

以上はサンプリグ周期 T が 0.5sec の場合であったが、 実際問題として高価なデジタル計算機を制御系に用い、 一つの制御対象を制御するのみでは非常に不経済である。そこで数多くの制御対象を時分割で制御することが望まれる。それにはサンプリグ周期をできる限り長く、 かつ希望の制御結果が得られねばならない。以下でサンプリグ周期 T を種々の値に変えたときの制御結果に及ぼす影響を調べてみる。なお、 サンプリグ周期を変えるとデジタルコントローラ $D(z)$ の係数が変わるが、 その数値については付録 E を参照されたい。シミュレーションの結果は図 3.6(a)~(d) に示す。

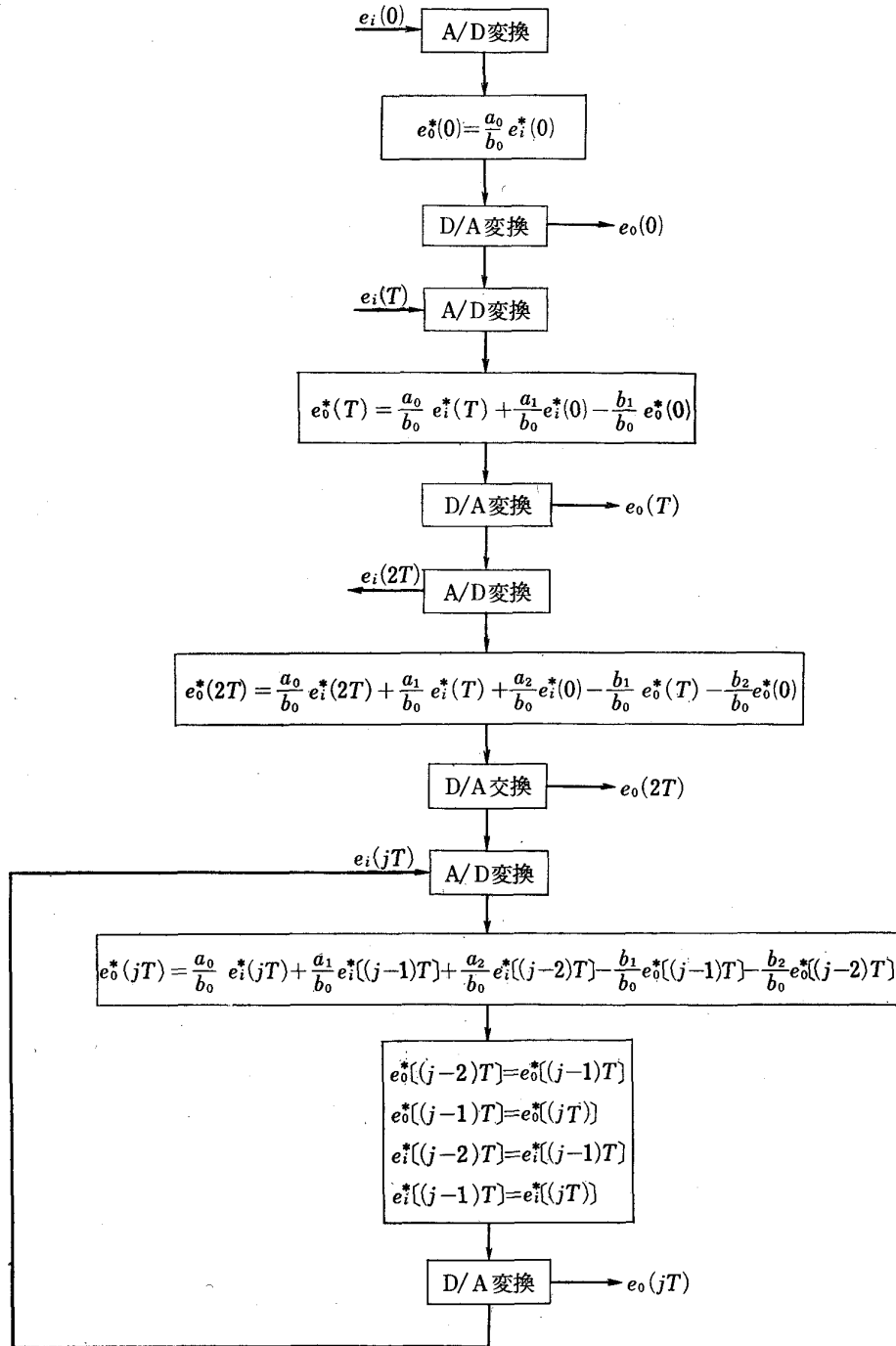


図 3.4 $D(z)$ のプログラムフローチャート

表 3.2 $D(z)$ の演算に要する時間

計 算 内 容	計 算 所 要 時 間 (m sec)
$e_0^*(0) = \frac{a_0}{b_0} e_i^*(0)$	10
$e_0^*(T) = \frac{a_0}{b_0} e_i^*(T) + \frac{a_1}{b_0} e_i^*(0) - \frac{b_1}{b_0} e_0^*(0)$	18
$e_0^*(2T) = \frac{a_0}{b_0} e_i^*(2T) + \frac{a_1}{b_0} e_i^*(T) + \frac{a_2}{b_0} e_i^*(0) - \frac{b_1}{b_0} e_0^*(T) - \frac{b_2}{b_0} e_0^*(0)$	25
$e_0^*(jT) = \frac{a_0}{b_0} e_i^*(jT) + \frac{a_1}{b_0} e_i^*[(j-1)T] + \frac{a_2}{b_0} e_i^*[(j-2)T] - \frac{b_1}{b_0} e_0^*[(j-1)T] - \frac{b_2}{b_0} e_0^*[(j-2)T]$	40

表 3.3 CLOAP 2000 の主な性能

語長	18 ビット
累算器	18 ビット 1 ケ
記憶装置	
種類	磁気コア
サイクルタイム	2 μs
容量	8192 語
ソフトウェア	CLOAPAS-3(日立製作所製)
演算時間	
加減算	6 μs
乗算	42 μs 以下
除算	53.5 μs
アナログ情報の授受	
A-D 変換	約 60 μs
D-A 変換	約 40 μs
変換精度	±0.1% 以内

表 3.4 サンプルング周期 0.5sec のときの $D(z)$

Case	$D(z)$
1	$D(z) = \frac{0.07273 - 0.03567z^{-1} - 0.02951z^{-2}}{0.06858 + 0.02809z^{-1} - 0.03785z^{-2}}$
2	$D(z) = \frac{0.07273 - 0.03079z^{-1} - 0.02738z^{-2}}{0.06693 + 0.02580z^{-1} - 0.03602z^{-2}}$
3	$D(z) = \frac{0.07273 - 0.02627z^{-1} - 0.02540z^{-2}}{0.06532 + 0.02365z^{-1} - 0.03429z^{-2}}$
4	$D(z) = \frac{0.07273 + 0.00820z^{-1} - 0.01033z^{-2}}{0.04996 + 0.00619z^{-1} - 0.01949z^{-2}}$

サンプルング周期 $T=0.5$ sec

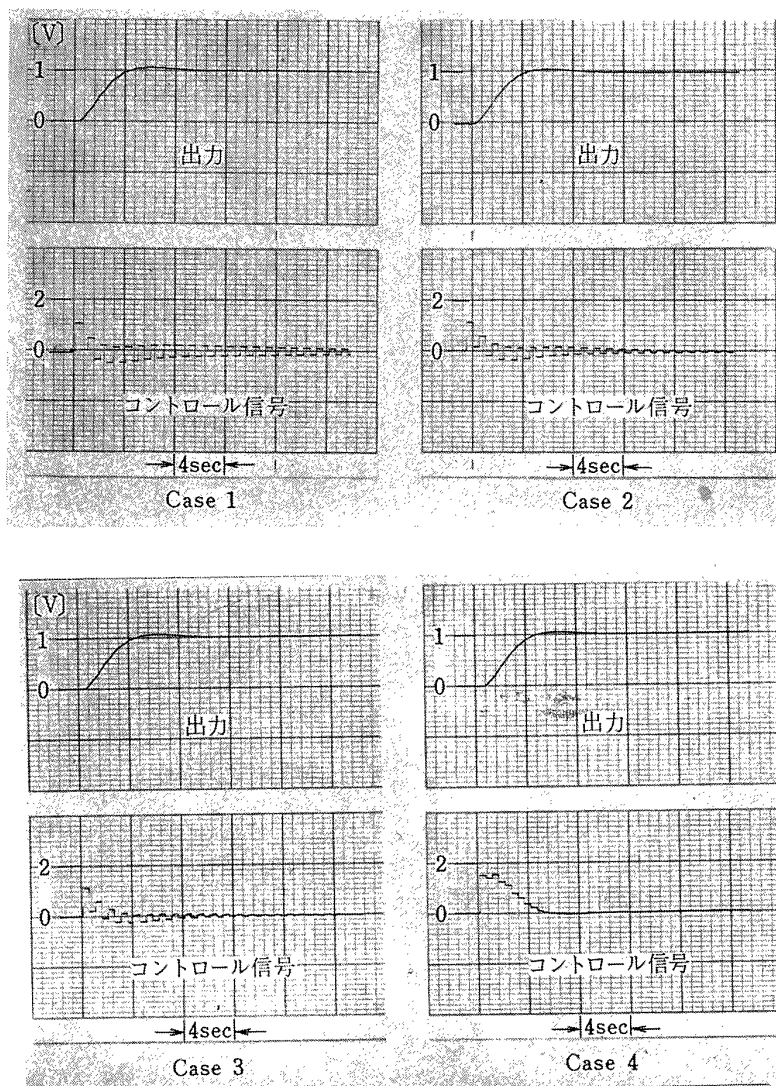


図 3.5 サンプルング周期 $T=0.5$ sec の場合のシミュレーション結果

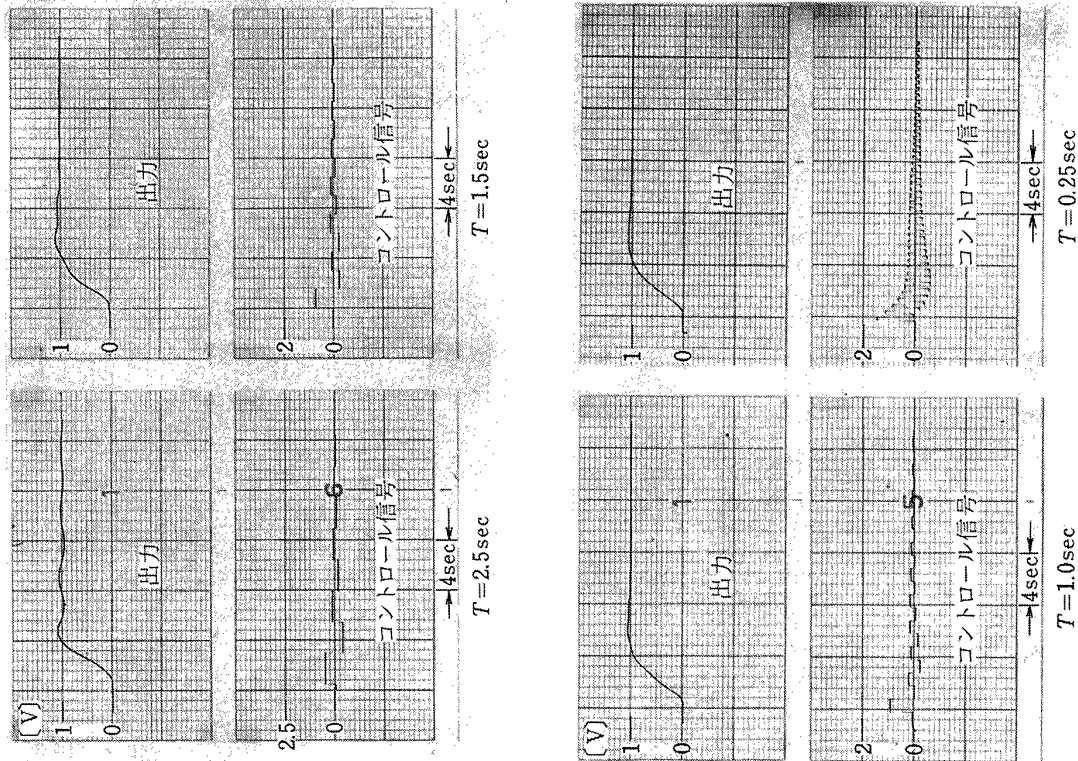


図 3.6(b) 種々のサンプリング周期に対するシミュレーション結果 (制御対象 Case 2)

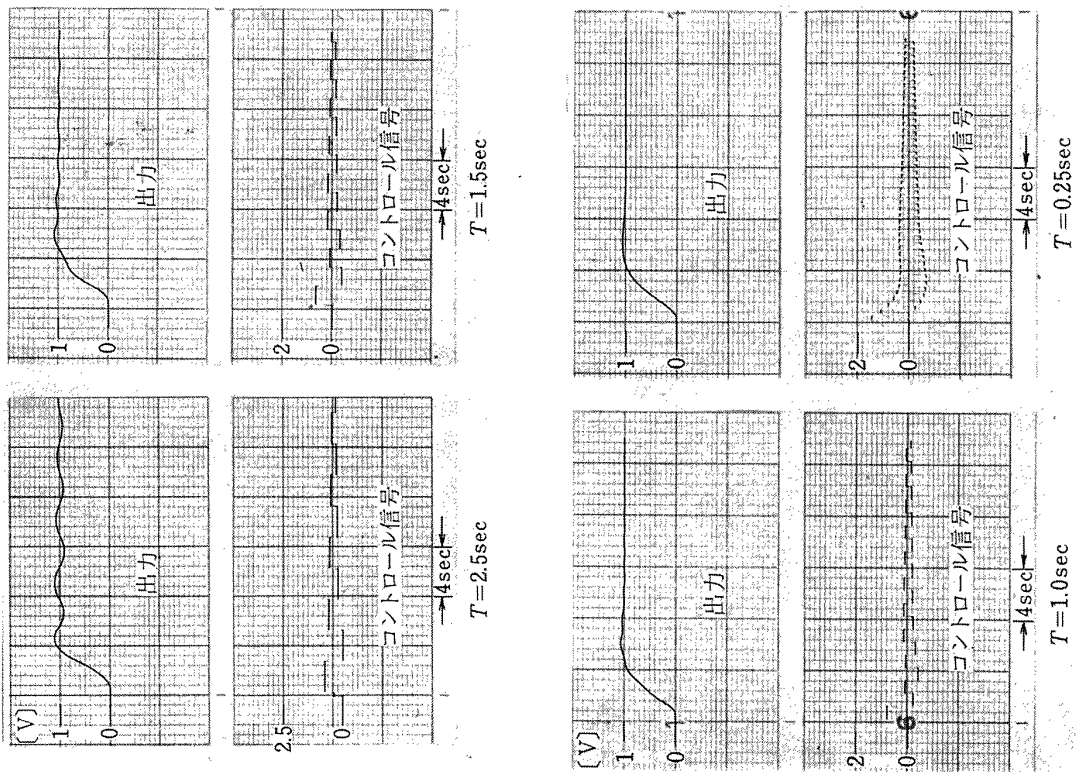


図 3.6(a) 種々のサンプリング周期に対するシミュレーション結果 (制御対象 Case 1)

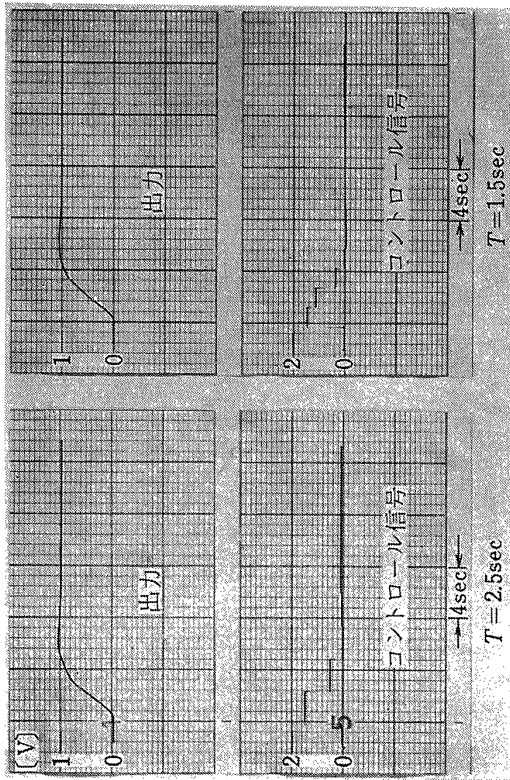


図 3.6(d) 種々のサンプリング周期に対するシミュレーション結果 (制御対象 Case 4)

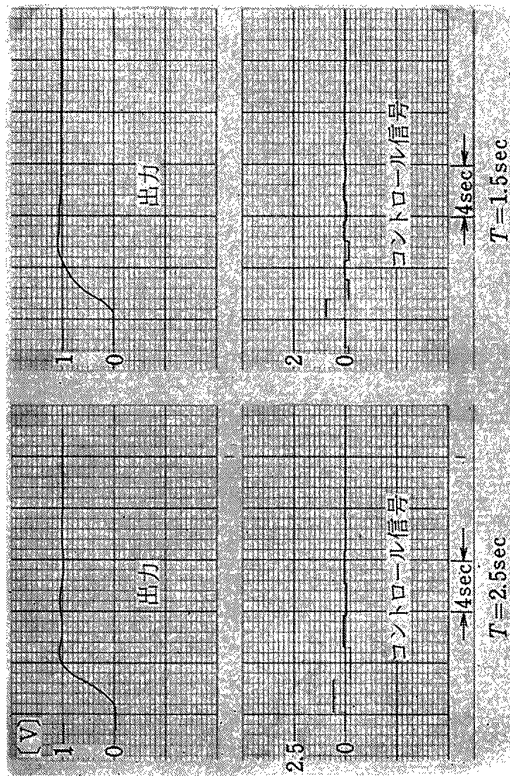


図 3.6(c) 種々のサンプリング周期に対するシミュレーション結果 (制御対象 Case 3)

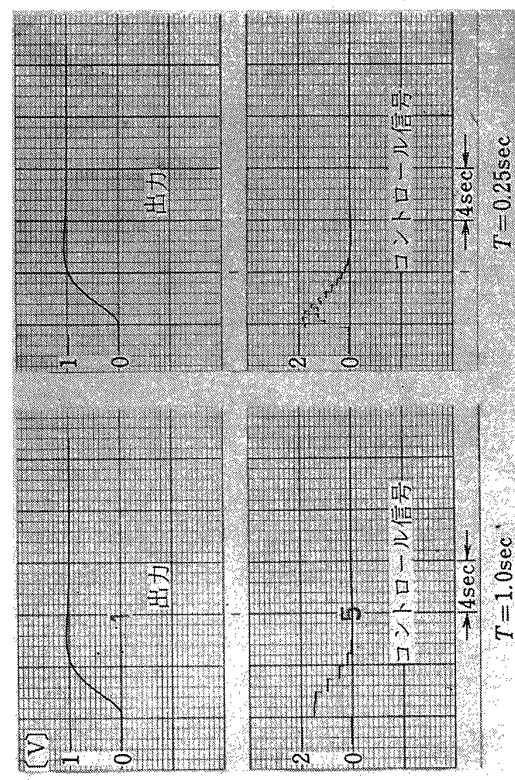


図 3.6(d) 種々のサンプリング周期に対するシミュレーション結果 (制御対象 Case 4)

後の第4章で述べるサンプリング定理に基づく、制御対象の固有振動数は $\eta=0.75$ rad/sec であるから理論的にはサンプリング周期が 2.5 sec 程度でもかなり満足ゆく結果が得られるはずであるが、実際には図 3.6 の $T=2.5$ sec の場合に見るようにこの程度のサンプリング周期では、設計の際予定した結果 ($O_V=0.046$, $T_{s\max}=5.9$ sec) とは異なったものが得られた。この原因については 4.1.3 項で述べるが、制御対象の減衰係数 ξ の小さいものほどサンプリング周期を小さくしなければ満足な結果が得られないことはわかる。しかしながら、減衰係数が 0.1 の制御対象においても、サンプリング周期を 1.0 sec 程度とすればかなり良い結果が得られる。では今回設計した制御系で、制御対象の減衰係数の大小によってサンプリング周期をどの程度に選べばよいのだろうか。これについては 4.2 で論ずることとする。

次に、第2章で述べたが制御系を解析する際図 2.4 のデジタルコントローラ $D(z)$ の前後のサンプラは同期しているものとして扱ったが、実際には 3.2 で述べたようにコントローラを計算する時間だけ $D(z)$ の後のサンプラは遅れて作動することになる。この時間的遅れが制御結果に及ぼす影響を調べてみることにする。そこで故意に計算時間のほかに ΔT sec の遅れをもたせて実験してみた結果が図 3.7 である。これを見ると、時間的遅れが大きくなると当初設計した応答よりわずかながら減衰が悪くなり、行き過ぎ量が多少増加している。しかしこの程度ならば実用上ほとんど問題にならないと考えられる。したがってサンプラは同期していることは勿論望ましいが、サンプリング周期 T 以下の同期がずれていても実用上問題ないと考えられる。

さて、経済的な面からもデジタル計算機を制御系

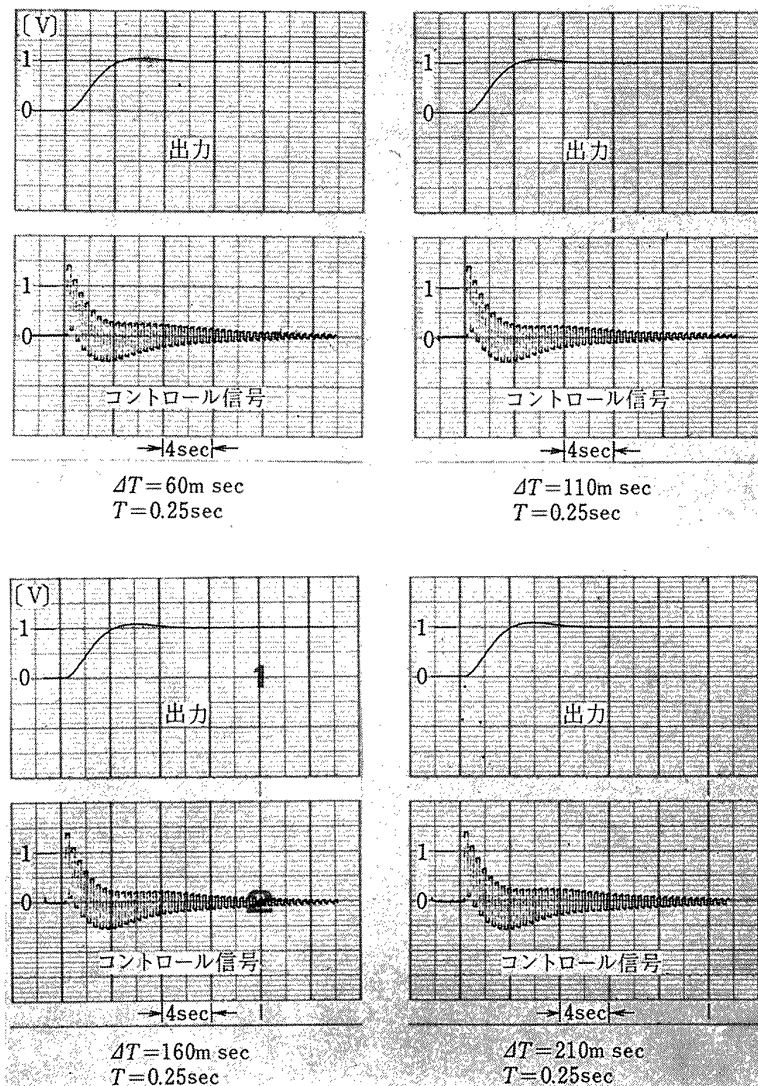


図 3.7 計算時間による遅れが制御結果に及ぼす影響

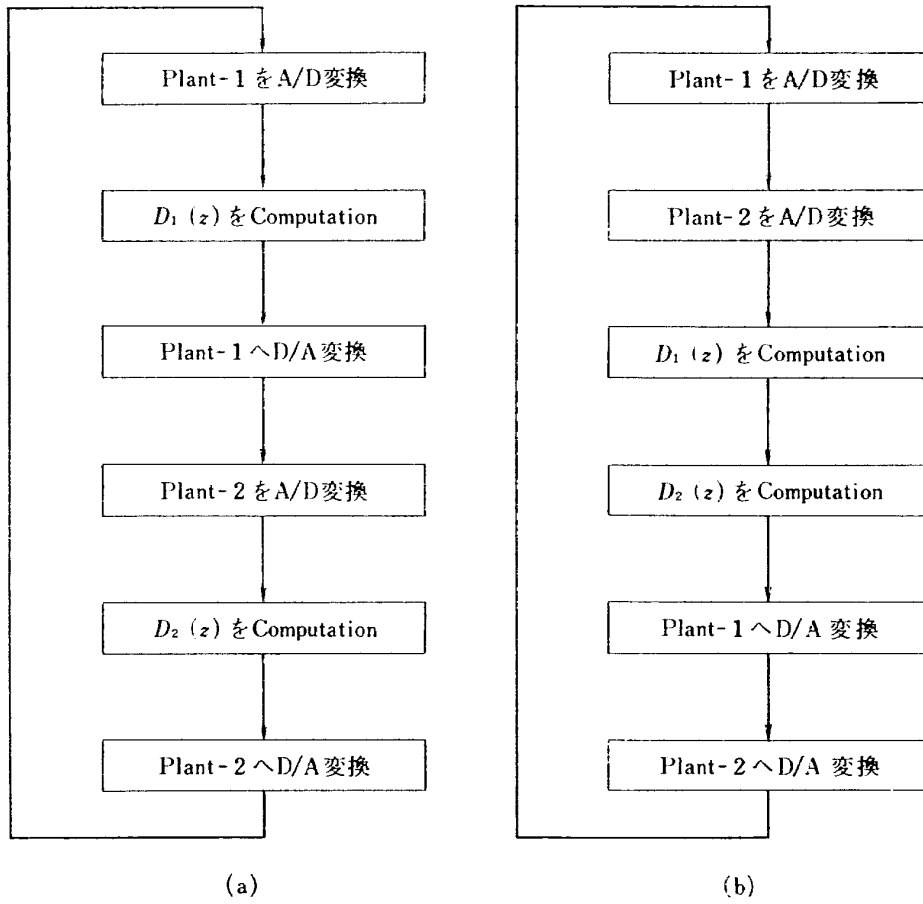


図 3.8 時分割制御のためのプログラム

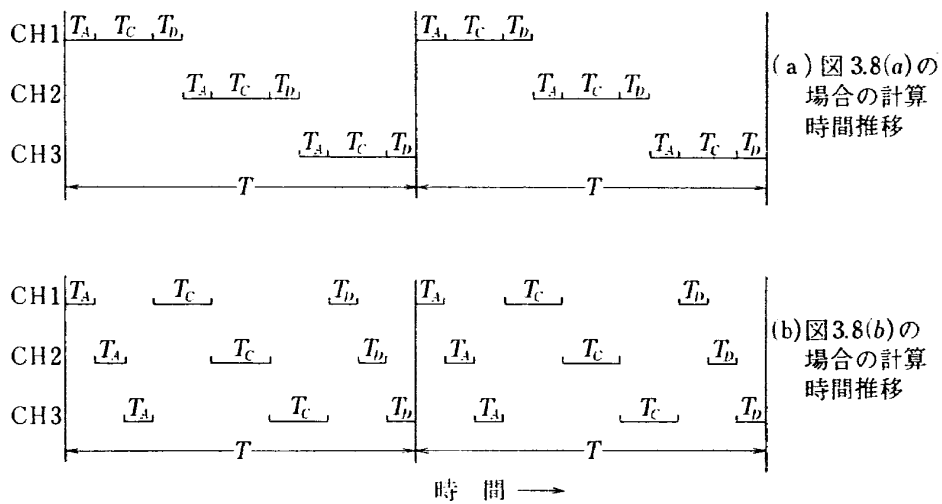


図 3.9 プログラムの違いによる計算時間

に用いる以上、時分割により多数の制御対象をコントロールすることを考えるべきであると述べたが、今回設計した制御方法を採用する限り、計算時間の遅れが制御結果に及ぼす影響がほとんどないとはいえ、この影響をできるだけ受けたくないようなプログラムを考えるべきである。図 3.8 に2つの制御対象をコントロールするための簡単なプログラムの概略を示す。図 3.8 (a), (b) それぞれの方法をわかりやすくするため、時間の経過を示すと図 3.9 となる。この図は簡単のため制御対象を3台制御するものとし、A/D, D/A 変換および計算時間をそれぞれ T_A, T_D および T_C で示してある。

図 3.9(a) で CH 1 を考えると、A/D→計算→D/A を行なって $T/3$ 秒の時間で出力を得る。その後 $2T/3$ だけ CH 2, CH 3 の演算が終る間ホールドして再び A/D→計算→D/A を始める。したがって全体の周期は T 秒であるが、A/D してから、実際の結果を出すのは $T/3$ 秒である。

次に図 3.9(b) を考える。この方式はチャンネル数だけまとめて A/D し、次いでまとめて計算し、D/A もまとめて行なう。したがって A/D, 計算, D/A を行なって出力が得られるまでには $(T-2T_D)$ 秒かか

る。これは図より明らかなようにほぼ1周期 T 秒に近い。したがって本報告のように過渡状態を問題にする場合には好ましくない。しかし1周期遅れて制御しても問題のないシステムの場合には、まとめて A/D, 計算, D/A が行なえるので都合のよい場合もあると思われる。

今回、図 3.8(a) の考え方でプログラミングし、2つの制御対象 A, B をコントロールしたがその結果を図 3.10 に示す。この結果をみると、時分割により制御しても一つの制御対象をコントロールしたときと何ら変わりがないことがわかる。このようにして、満足な制御結果が得られるサンプリング周期を 1.1sec に選ぶとすれば表 3.2 を参照して約 27 台の制御対象を制御できることになる。なお、サンプリング周期を上の数値に選んだ理由については第4章で述べる。

4. 周波数特性および誤差

本章では、連続系とサンプル値系の周波数特性の相違、特にサンプリング周期 T を変えた場合の両者の相違を比較するために、周波数特性について述べる。さらに制御対象の減衰係数 ξ を変えたとき、満足な制御成績を得るにはサンプリング周期 T をどの程度に

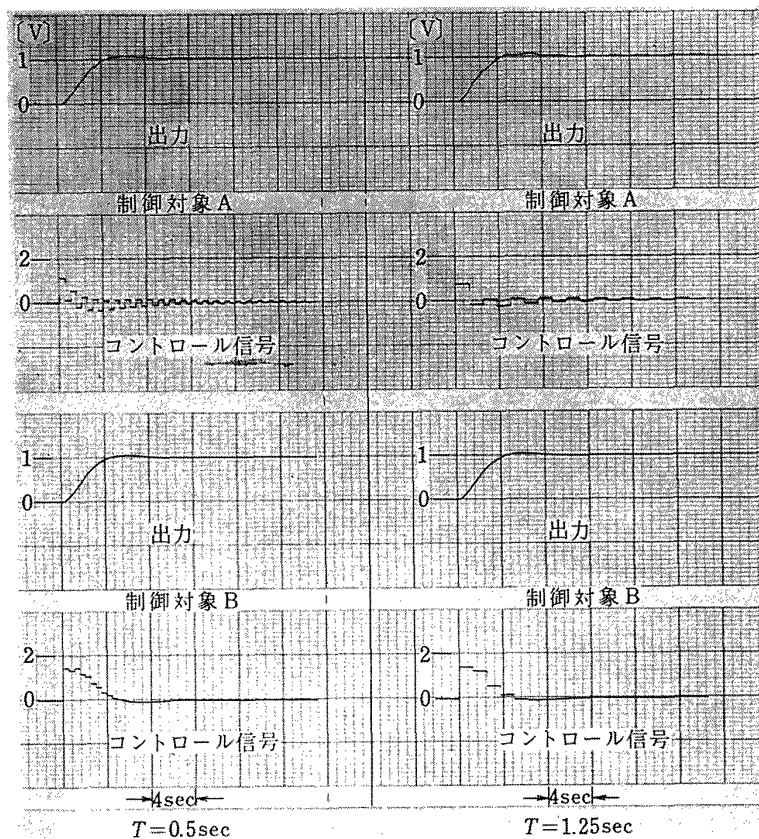


図 3.10 時分割による2つの制御対象のコントロール
(制御対象 上; Case 2, 下; Case 4)

選ばば良いかを検討するために、サンプル値系で得られた結果と連続系とを比較してその誤差について考えることにする。

4.1 周波数特性

4.1.1 連続系の周波数特性

2.3 で述べたように、デジタルコントローラ $D(z)$ を設計する際、得られる結果が2次の連続系において、減衰係数 $\zeta=0.7$ 、固有振動数 $\omega_n=0.75$ となるように設計した。今、連続系の閉ループ伝達関数は

$$M(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.1)$$

として与えられた。周波数特性を求めるために $s=j\omega$ を式 (4.1) に代入すると

$$M(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(\omega_n^2 - \omega^2) + j(2\zeta\omega_n)\omega} \quad (4.2)$$

となる。したがってゲイン $|M(j\omega)|$ は次式となる。

$$|M(j\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}} \quad (4.3)$$

式 (4.3) に $\zeta=0.7$ 、 $\omega_n=0.75$ を代入し、求めたグラフが図 4.1 の実線である。

4.1.2 サンプル値系の周波数特性

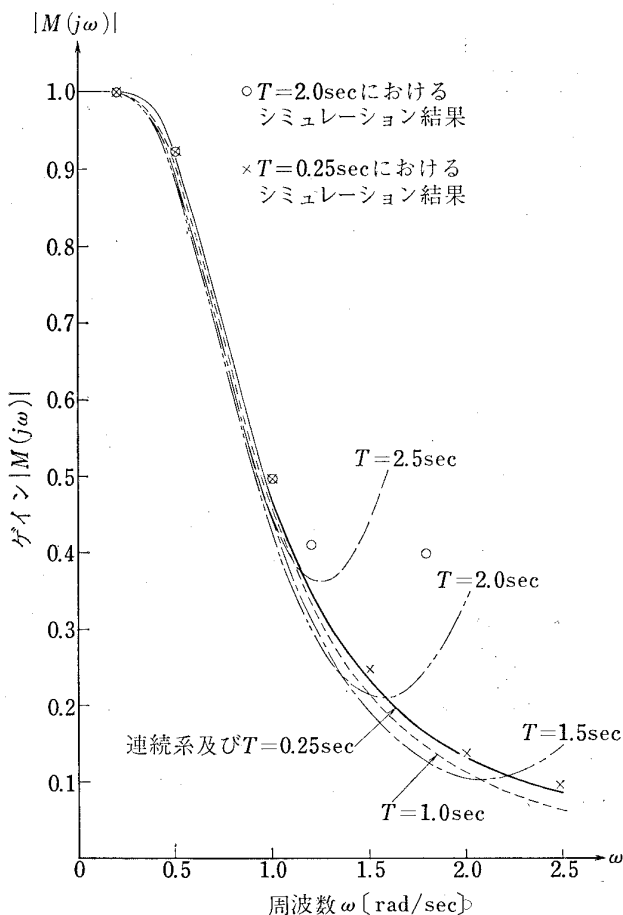


図 4.1 サンプル値系と連続系の周波数特性

次にサンプル値系の周波数特性を調べてみる。希望の応答が得られるように設計したサンプル値系の2次の閉ループ伝達関数は式 (2.9) で表わされるが、これを整理すると一般に次のように書ける。

$$M(z) = \frac{m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2}}{1 + m_3 z^{-1} + m_4 z^{-2}} \quad (4.4)$$

今、 $z^{-1}=e^{-Ts}$ なる関係を用い、 $s=j\omega$ を代入すると式 (4.4) は

$$M(j\omega) = \frac{m_1 e^{-j\omega T} + m_2 e^{-j2\omega T}}{1 + m_3 e^{-j\omega T} + m_4 e^{-j2\omega T}} \quad (4.5)$$

となる。式 (4.5) を書き換えると

$$M(j\omega) = \frac{(m_1 \cos \omega T + m_2 \cos 2\omega T) - j(m_1 \sin \omega T + m_2 \sin 2\omega T)}{(1 + m_3 \cos \omega T + m_4 \cos 2\omega T) - j(m_3 \sin \omega T + m_4 \sin 2\omega T)} \quad (4.6)$$

のように書ける。したがってゲイン $|M(j\omega)|$ は次のようになる。

$$|M(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{AC+BD}{C^2+D^2}\right)^2 + \left(\frac{AD-BC}{C^2+D^2}\right)^2} \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= m_1 \cos \omega T + m_2 \cos 2\omega T \\ B &= m_1 \sin \omega T + m_2 \sin 2\omega T \\ C &= 1 + m_3 \cos \omega T + m_4 \cos 2\omega T \\ D &= m_3 \sin \omega T + m_4 \sin 2\omega T \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

サンプリング周期を変えると、伝達関数 $M(z)$ の係数も変わるが、今1例として $T=2.0$ sec のときの $M(z)$ を求めると

$$M(z) = \frac{0.54346 z^{-1} + 0.22907 z^{-2}}{1 - 0.35499 z^{-1} + 0.12751 z^{-2}} \quad (4.9)$$

となる。他のサンプリング周期に対する係数については付録Fに示す。このようにサンプリング周期が異なる場合の $|M(j\omega)|$ を式 (4.7), (4.8) を用いて計算した結果を図示すると図 4.1 となる。

4.1.3 連続系とサンプル値系の比較

図 4.1. で連続系とサンプル値系の周波数特性を比較すると、連続系では周波数 ω が大きくなるにつれゲイン $|M(j\omega)|$ は小さくなっていく。それに対してサンプル値系においては、サンプリング周期 T が小さいときには ω が大きくなっても連続系に非常に近いゲインを示すが、サンプリング周期が大きくなるとある周波数を境に連続系との間に大きな誤差を生ずるようになる。この臨界の周波数はサンプリング周期にもよるが、サンプリング周期が 2.0 sec の場合にはほぼ $\omega=1.6$ rad/sec である。この様子を示すために縦軸にゲイン $|M(j\omega)|$ 、横軸にサンプリング周期 T

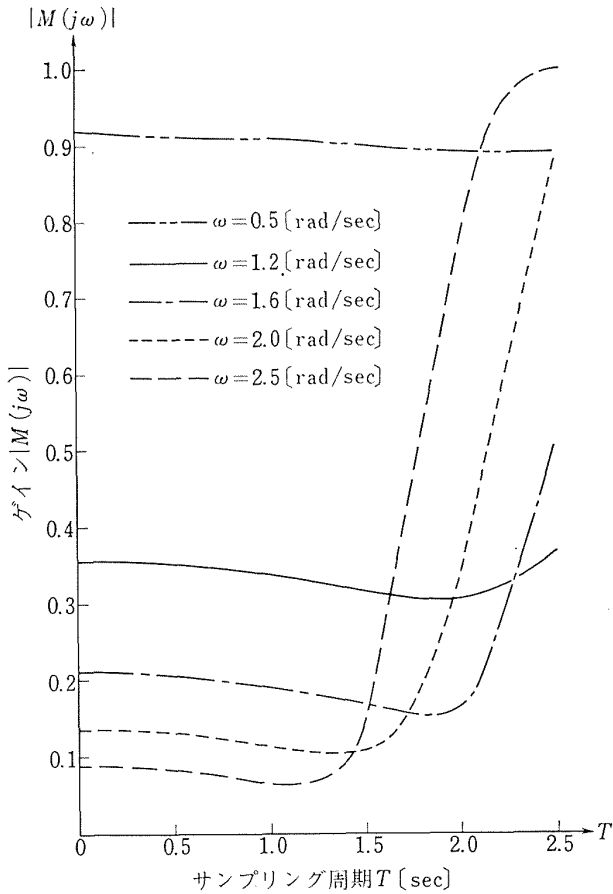


図 4.2 サンプル周期とゲインの関係

表 4.1 臨界周波数

T sec	ω rad/sec	ω_r rad/sec
2.5	1.25	1.256
2.0	1.6	1.97
1.5	2.1	2.093

をとり、周波数 ω をパラメータに描いたグラフが図 4.2 である。このグラフより連続系との間に誤差を生じはじめる周波数をいくつかのサンプル周期について求めてみると表 4.1 となる。この表の値をみるとサンプル値系でのサンプリング定理に述べられていることと一致する。サンプリング定理とは

『入力信号を完全に再現するためにはサンプリング周波数は、入力信号の最高周波数成分 ω_r の 2 倍またはそれ以上でなくてはならない。すなわち

$$\frac{2\pi}{T} \geq 2\omega_r \quad (4.10)$$

でなくてはならない。』

である。この定理に基づき各サンプル周期に対し入力信号を完全に再現できる周波数 ω_r を求めたものを表 4.1 に付記する。

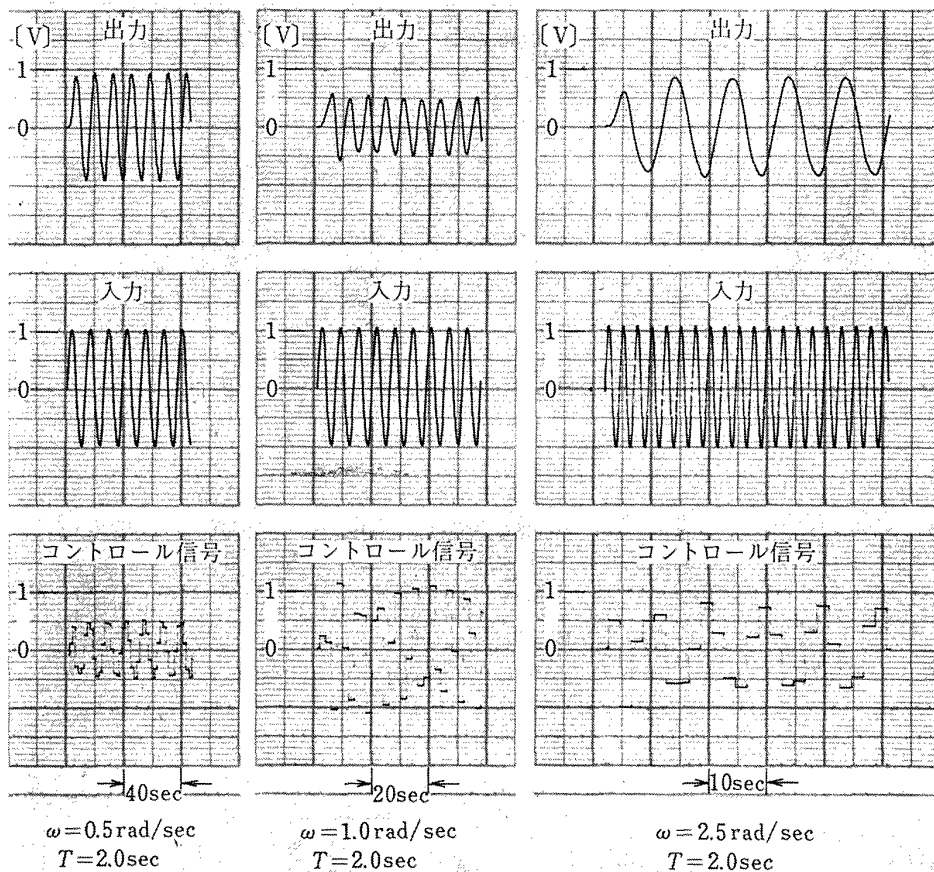


図 4.3(a) シミュレーション結果 (入力周波数による影響, サンプル周期 $T=2.0$ sec, 制御対象: Case 2)

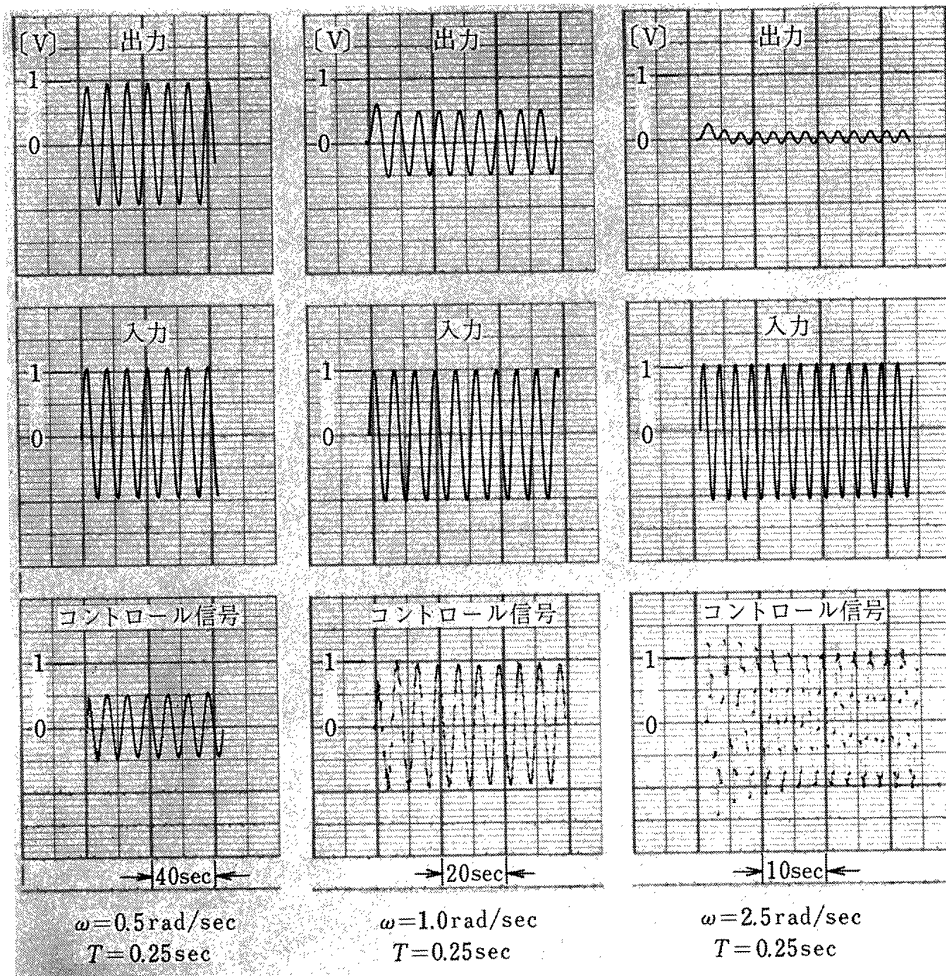


図 4.3(b) シミュレーション結果 (入力周波数による影響, サンプル周期 $T=0.25 \text{ sec}$, 制御対象; Case 2)

以上は理論値に基づく考察であったが、次にシミュレーションについて述べる。シミュレーションは制御対象が Case 2 すなわち $\xi=0.2, \eta=0.75$ の場合で、サンプル周期 T を 2.0 sec および 0.25 sec に選び、入力に ω の異なる正弦波を加える。得られたシミュレーション結果を図 4.3 に示す。このシミュレーション結果より出力と入力の比を求めた値を図 4.1 に、 $T=2.0 \text{ sec}$ を○印、 $T=0.25 \text{ sec}$ を×印をもって同時に示す。これより、サンプル周期が 0.25 sec のときには連続系の周波数特性と一致しているが、 2.0 sec では理論的に求めた周波数 ω より小さな値 (約 $\omega=1.2 \text{ rad/sec}$) で連続系との間に誤差を生じはじめる。

このことは 3.3 で示したように、今回設計した制御系で、理論的に満足のゆく結果が得られると思われるサンプル周期を選んでも、実際上はそれより小

さなサンプル周期を採用しなければ良い結果が得られなかったということと密接な関係をもつと考えられる。これは信号には広範囲にわたる周波数成分が含まれていたり、 $A/D, D/A$ 変換が理想的に行なわれていなかったりするため、一般にはサンプル定理で述べられている臨界のサンプル周期³⁾より小さな値を選ぶべきであるといわれている。

4.2 誤差とサンプル周期

第3章において、制御対象の減衰係数が小さいほどサンプル周期を小さくしないと希望の応答が得られないことを示した。そこで実際に制御系を設計する際、減衰係数の違いによって、サンプル周期をどの程度に選べばよいのかを検討しておく必要がある。今、連続系での $\zeta=0.7, \omega_n=0.75$ のステップ応答と、今回設計した制御系のステップ応答との誤差 e の絶対値を 20 秒間積分した値、すなわち

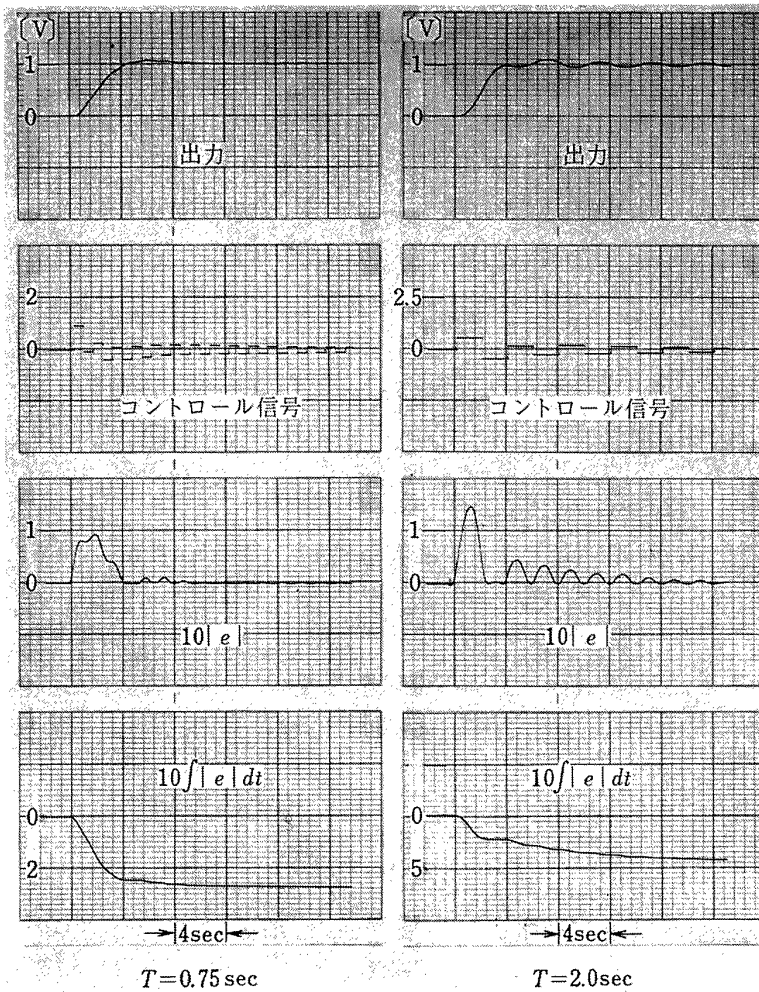


図 4.4 サンプル周期を決定するための連続系とサンプル値系の誤差とその積分値

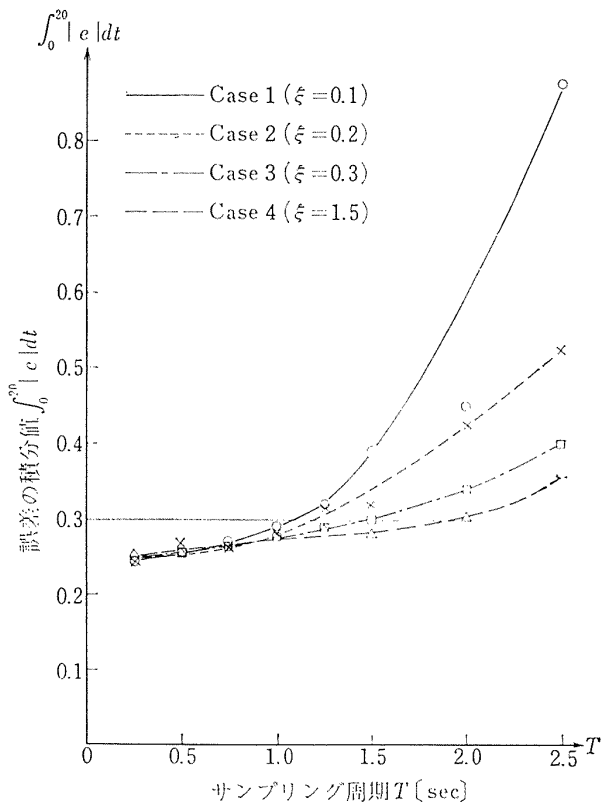


図 4.5 サンプル周期と誤差の積分値の関係

$$I = \int_0^{20} |e| dt$$

をサンプル周期 T を決定するための基準とすることにする。Case 1~4 の制御対象についてサンプル周期を種々の値に変化させて、上記の誤差の積分値を求めたが、得られた結果の 1 例を示すと図 4.4 である。これらの結果に基づき縦軸に積分値 I を、横軸にサンプル周期 T をとり描いたグラフを示すと図 4.5 となる。

これを見ると、サンプル周期が 0.25 sec のときでも誤差の積分値が 0.24 程度残っている。この理由としては、(1) 設計した制御系が連続系 ($\zeta=0.7$, $\omega_n=0.75$) と完全には一致してないこと、(2) サンプル値系においてはデジタルコントローラ $D(z)$ を計算する時間だけ連続系よりも遅れた制御信号をアナログ計算機に送るので、これに基づく相違の 2 点が考えられる。このような理由によりサンプル周期を小さくしても誤差を完全になくすことはできなかったが、制御対象の減衰係数 ζ の大小によりサンプル周期をどのような値に選んだら良いかという問題を

表 4.2 最良なサンプリング周期

制 御 対 象	サンプリング周期
Case 1 ($\xi=0.1$)	1.1 sec
Case 2 ($\xi=0.2$)	1.2 sec
Case 3 ($\xi=0.3$)	1.5 sec
Case 4 ($\xi=1.5$)	1.9 sec

解決するために図 4.5 は十分なグラフであると思われるので、このグラフを基に考えることにする。

これまでの一連のシミュレーション結果(図 3.5)を参照すると、誤差の積分値 I が 0.3 程度ならば、ほぼ満足すべき制御結果が得られると考えられるのでこのときのサンプリング周期を図 4.5 より読みとると表 4.2 となる。なお設計に対する評価は、設計する制御系の目的によっても異なるので表 4.2 にかかげたものが唯一のものではなく、あくまでも設計する際の目安の一つである。また、制御対象の固有振動数 η とサンプリング周期 T とは逆比例の関係にあるので、固有振動数が大きくなれば、サンプリング周期 T を小さくとる必要がある。3.3 において、時分割による制御について述べたが、そのとき採用したサンプリング周期は表 4.2 の Case 1 ($\xi=0.1$) 値である。したがって制御対象の固有振動数が大きくなれば、時分割により制御できる制御対象の数は少なくなる。

以上述べたように、制御系を設計する際には、制御対象の減衰係数 ξ と固有振動数 η の違いにより適切なサンプリング周期 T を決定する必要がある。

5. デジタルコントローラの サーボ機構への応用

これまでのシミュレーションにおいて、デジタル

コントローラを用いて 2 次系の特性が改善できることを述べてきた。そこで本章では実際のサーボモータを用いたサーボ系をサーボボード上に組み立て、この系の特性を改善することを試みる。

5.1 実験装置

実験装置は図 5.1 に示すごとく、計器用 50 Hz 小型サーボモータに慣性負荷を取り付け、あらかじめ系の応答を悪くしておく。また、誤差信号の検出には、入力側と出力側に同一のポテンシオメータを用いて行なっている。誤差信号は直流増幅器で増幅し、A/D 変換してデジタル計算機に入力している。デジタル計算機からの出力は D/A 変換された後、サーボモータが交流のサーボであるため、チョッパーを用い 50 Hz の交流に変換し、この信号を増幅後サーボモータに印加している。

5.2 サーボ機構の解析

実験に用いたサーボ系のブロック線図を図 5.2 に示す。ここでは、サーボ系の解析を容易にするため、歯車系のバックラッシュ等の非線形性はないものとし線形解析を試みる。一般に図 5.2 に示すようなサーボ系の方程式はニュートンの第 3 法則より誘導することができる。すなわち

$$\text{印加トルク} = \text{反動トルク} \quad (5.1)$$

という形になる。サーボモータ単体の運動方程式は次式で与えられる。

$$V_{Mi} \cdot K_T = J_M \frac{d^2\theta_{M0}}{dt^2} + B_M \frac{d\theta_{M0}}{dt} + F \quad (5.2)$$

V_{Mi} ; サーボモータの入力電圧 [V]

K_T ; サーボモータのトルク定数 [g-cm/V]

J_M ; サーボモータのロータの慣性モーメント

[g-cm-sec²]

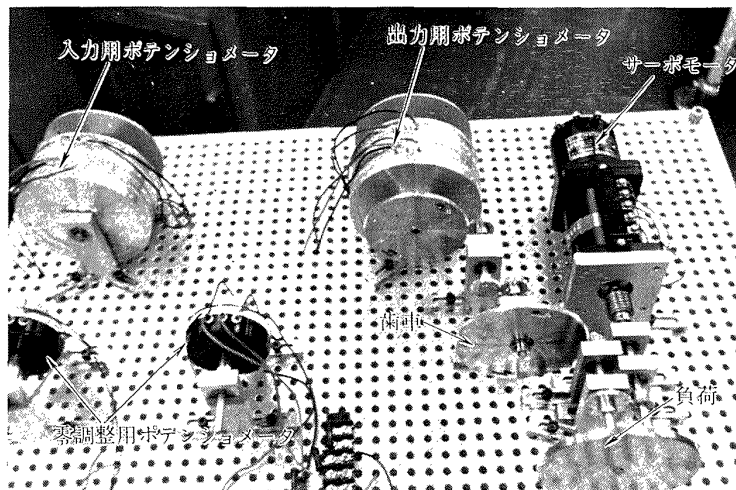


図 5.1 デジタル制御用サーボ機構

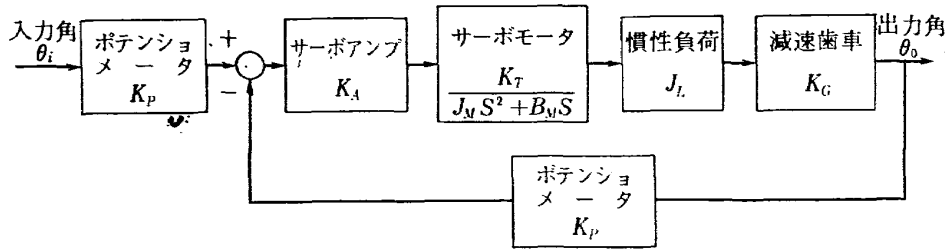


図 5.2 サーボ系のブロック線図

B_M ; サーボモータの粘性摩擦 [g-cm-sec]

F ; サーボモータの静止摩擦 [g-cm]

θ_{M0} ; サーボモータの出力回転角度 [rad]

今、静止摩擦は、慣性力、粘性力に比して十分小さいと仮定すると、サーボモータの伝達関数は

$$\frac{\theta_{M0}(s)}{V_{Mi}(s)} = \frac{K_T}{J_M s^2 + B_M s} \quad (5.3)$$

となる。従って図 5.2 に示されているサーボ系の伝達関数は次のように求まる。

$$\frac{\theta_0(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_P K_A K_T K_G}{J s^2 + B_M s + K_P K_A K_T K_G} \quad (5.4)$$

θ_0 ; 出力角度 [rad]

θ_i ; 入力角度 [rad]

K_P ; 検出器の伝達関数 [V/rad]

K_A ; サーボ増幅器の伝達関数

K_G ; 歯車系の減速比

J ; モータのロータと負荷の慣性能率をサーボモータ軸に換算した総合値であり、負荷の慣性能率を J_L とし、歯車系の慣性能率を無視すると

$$J = J_M + K_G^2 J_L \quad [\text{g-cm-sec}^2]$$

として求められる。

本実験に用いたサーボモータは多摩川精機 K. K. の

TS-86 E 1 型である。TS-86 E 1 型はサーボモータ TS-93 型とタコジェネレータ TS-86 型が一体となったもので、その仕様を表 5.1 に示す。なお、本実験では制御対象として応答の悪い系をモデルとし、これを改善することが目的であるため、タコジェネレータ

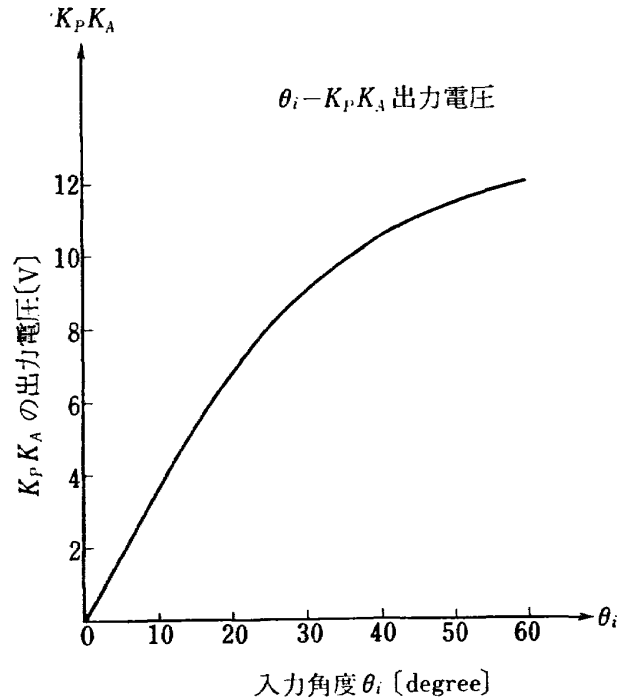


図 5.3 アンプの増幅率

表 5.1 サーボモータの仕様

タコジェネレータ付サーボモータ TS-86 E 1

サーボモータ TS-93	励磁電圧	100V	タコジェネレータ TS-86	励磁電圧	100V
	制御電圧	15V		励磁周波数	50 Hz
	周波数	50/60 Hz		電流	75 mA 以下
	最大出力	2.5W		出力電圧	6.5 V/100 rpm
	起動トルク	250 g-cm 以上		出力インピーダンス	1,600 Ω
	無負荷回転数	3,000 R/M 以上		無負荷回転数	2,600 rpm
	無負荷起動電圧	1.0V 以下		慣性能率	28 g-cm ²
	ロータ慣性モーメント	16 g-cm ²		重量	1.4 kg 以下
	重量	0.7 kg			

表 5.2 実験用サーボの定数

記号	数値
J_M	0.0449 g-cm-sec ²
J_L	4.469 g-cm-sec ²
J	1.162 g-cm-sec ²
B_M	0.4 g-cm-sec
$K_P K_A$	17.19 V/rad
K_T	16.7 g-cm/V
K_G	1/72

表 5.3 実験用サーボ機構の設計基準

ζ	0.7
O_V	4.6%
$T_s \text{ max}$	2.4 sec

表 5.4 デジタルコントローラ $D(z)$

サンプリング周期 $T(\text{sec})$	$D(z)$
0.2	$D(z) = \frac{0.07082 - 0.03392z^{-1} - 0.02800z^{-2}}{0.06286 + 0.02501z^{-1} - 0.03488z^{-2}}$
0.3	$D(z) = \frac{0.13391 - 0.04939z^{-1} - 0.05865z^{-2}}{0.13933 + 0.07727z^{-1} - 0.05332z^{-2}}$
0.4	$D(z) = \frac{0.20784 + 0.06573z^{-1} - 0.08928z^{-2}}{0.24404 + 0.16709z^{-1} - 0.05877z^{-2}}$

は使用しなかった。

次に、入力角度 θ_i に対するゲイン $K_P K_A$ を測定した結果を図 5.3 に示す。そしてゲイン $K_P K_A$ の値としてはグラフの直線部分の傾きをとることとする。表 5.2 に本実験に用いたサーボ系に対する具体的な数値を示す。この表より式 (5.4) 伝達関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} &= \frac{3.987}{1.162s^2 + 0.4s + 3.987} \\ &= \frac{3.431}{s^2 + 0.344 + 3.431} \end{aligned} \quad (5.5)$$

さて、式 (5.5) で与えられた制御対象の特性改善を試みるべく、デジタルコントローラ $D(z)$ を 2.3 で述べたように設計するわけであるが、その設計の基準を表 5.3 に示す。なお、サンプリング周期 T は 0.2 sec, 0.3 sec, 0.4 sec の 3 つの場合についてコントローラ $D(z)$ の係数を求める。得られた結果を表 5.4 に示す。

5.3 結果と検討

図 5.1 に示したサーボ系の入力角度 30° ステップ

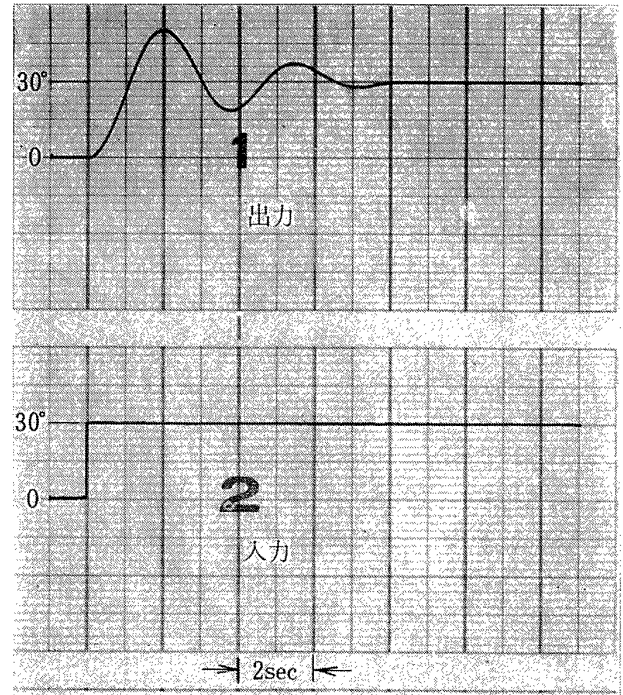


図 5.4 実験用サーボ系のステップ応答

応答を図 5.4 に示す。また、表 5.4 のデジタルコントローラ $D(z)$ を用い制御した結果が図 5.5 である。これを見ると、サンプリング周期が 0.2 sec, 0.3 sec のときは入力角度と出力角度との間に定常誤差はほとんどないが、0.4 sec の場合には定常誤差が 3° 程度残っている。また、すべてのサンプリング周期について出力信号はオーバーシュートしていない。実際のサーボ系にはかなりの静止摩擦がある。図 5.5 のコントロール信号を見てわかる通り、サンプリング周期が大きいときは、はじめの正の信号に続き、次に正の信号を出力する際にはその減少が著しく、サーボ系の摩擦に制御量が打ち勝つことができず、大きな定常誤差を生ずるものと考えられる。この摩擦の影響以外に、歯車系のバックラッシュおよびモータの容量に対して負荷が大き過ぎることが理由として考えられる。なお、サンプリング周期が小さいときでも、オーバーシュートしない理由も同様に考えられるが、この他に図 5.3 にみるごとく θ_i が 30° ではゲイン $K_P K_A$ が原点の勾配よりいくぶん小さくなることにもよる。しかしながら、サーボ系を解析する際以上の問題点を考慮することにより、シミュレーションと同様に、設計した通りの結果を得ることが可能であると思われる。

6. むすび

サーボ系を制御対象に選び、その補償回路としてのデジタルコントローラの設計法、設計したコントロ

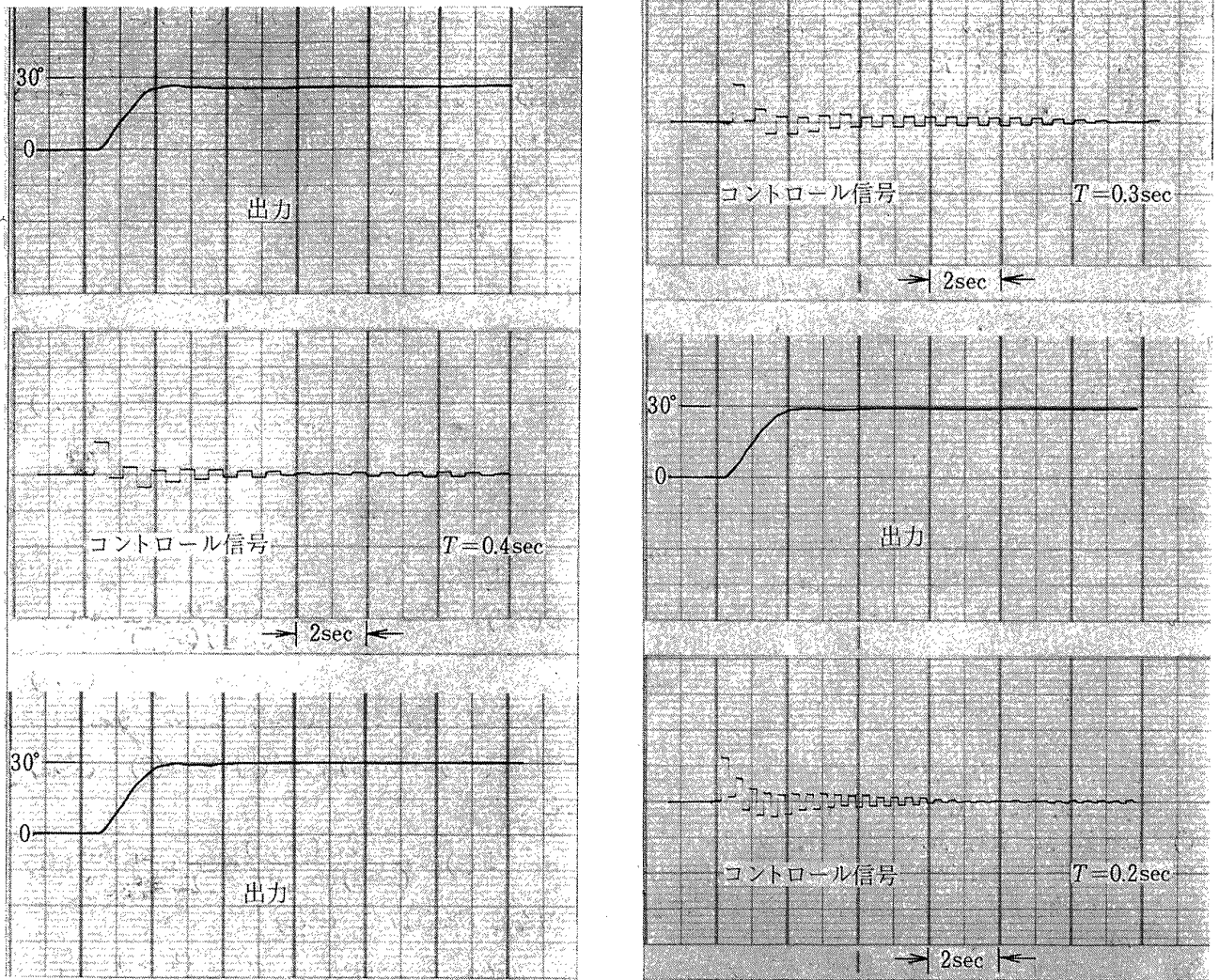


図 5.5 実験結果

ーラを用い、制御対象の特性改善のためのシミュレーションおよび実際のサーボ系の制御実験を行なった。まずシミュレーションにおいては2次の制御対象に限られるが、次のような結果を得ることができた。

(1) 希望の制御結果を得るには、制御対象の減衰係数 ξ が小さいほど小さなサンプリング周期を選ぶことが望ましい。 $(\xi=0.1, \eta=0.75$ で $T=1.1\text{sec}$ 以下) 一方、デジタルコントローラを用い、サンプリング周期を小さくすることにより、位置のフィードバックのみでも減衰の悪いシステムを改善することが可能である。

(2) 二つの制御対象を時分割で制御し、良好な結果を得た。時分割による多数の制御対象の補償も可能である。今回は、デジタルコントローラのプログラミングをフォートラン言語で行なったが、本研究に用いたデジタル計算機 CLOAP 200 で、制御対象の補償のみを時分割で行なうとすれば、減衰係数の大小に

もよるが約 30 台 (ただし、制御対象の固有振動数 $\eta=0.75$) を制御することが可能である。なお、機械語でプログラムすれば、さらにより多くの制御対象を補償できる。

(3) 連続系とサンプル値系の周波数特性を比較した結果、サンプリング定理との対応を一層明確にすることができ、これに対する理論とシミュレーション結果が臨界のサンプリング周期についてよい一致を示した。

(4) 次に実際のサーボ系をデジタルコントローラを用いて改善することを試みた。サーボ系の摩擦、歯車系のバックラッシュおよびモータの容量に対して負荷が大き過ぎること等の理由により、サンプリング周期が大きいときは、入力角度と出力角度との間にかなりの誤差を生じたが、サンプリング周期を小さくすることにより、この誤差を非常に小さくすることができた。

このような一連の研究を通して、ディジタルコントローラの有効性を実証することができた。

最後に、終始御指導いただいた自動制御第一研究室堀川勇壯室長に、シミュレーションについて渡辺顕技官に絶大な協力をいただいたことに深く感謝する。

文 献

- 1) 堀川, 小川; “航空機のディジタルシステムの将来について”, 航技研技術資料, N-10, 1970年1月
- 2) D. P. Lindorff; “Application of Pole-zero Concepts to Design of Sampled-Data Systems”, I.R.E. Trans. on A.C. Dec. 1959, pp 173~184
- 3) B.C. Kuo; “Analysis and Synthesis of Sampled-Data Control System” Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1963
- 4) L.P. Neumann, C.L. Smith and P.W. Murill; “Time Domain Specification of Digital Controllers” Instrument and Control Systems, Vol. 42, May 1969, pp 97~100
- 5) J.R. Kosorok; “Program for Obtaining Inverse z-Transforms”, Instrument and Control Systems, Vol. 41, June 1968, pp 70~71
- 6) Leo B. Jenkins, Jr.; “A Useful Recursive Form for Obtaining Inverse z-Transforms” Proceeding of The IEEE, April 1967, pp 574~575
- 7) E.I. ジュリー, 森政弘他訳; “サンプル値制御”, 丸善株式会社, 昭和37年12月
- 8) J.T. Tou; “Digital and Sampled-Data Control System” New York, McGraw-Hill, INC. 1959
- 9) 堀川, 森; “自動着陸システム研究用ディジタル制御シミュレーションシステム” 航技研ニュース, 1970-1, No. 128
- 10) 堀川勇壯; “自動着陸方式に関するシミュレーション研究” 航技研ニュース, 1970-5, No. 132
- 11) R.C. Dorf 著/佐貫亦男訳 “制御システム工学” 培風館, 昭和45年4月

付 録 A

式 (2.9) の $M(z)$ が単位ステップ入力を受けたときの出力は

$$C(z) = R(z)M(z) = \frac{z}{z-1} \frac{K(z-z_1)}{(z-p)(z-\bar{p})}$$

となる。ここで最終値の定理を用いると

$$\lim_{nT \rightarrow \infty} [C(nT)] = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{z-1}{z} C(z) \right]$$

$$= \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{K(z-z_1)}{(z-p)(z-\bar{p})} \right] = \frac{K(1-z_1)}{(1-p)(1-\bar{p})} \tag{A.1}$$

と表わせる。一方単位ステップ入力に対する $t \rightarrow \infty$ の $C(nT)$ は

$$\lim_{nT \rightarrow \infty} [C(nT)] = 1.0 \tag{A.2}$$

であるから式 (A.1), (A.2) より

$$1.0 = \frac{K(1-z_1)}{(1-p)(1-\bar{p})}$$

よって

$$K = \frac{(1-p)(1-\bar{p})}{(1-z_1)} \tag{A.3}$$

付 録 B

式 (2.12) より

$$C(nT) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} \frac{Kz(z-z_1)}{(z-1)(z-p)(z-\bar{p})} z^{n-1} dz \tag{B.1}$$

留数の定理を用いると式 (B.1) は次のように書ける。

$$C(nT) = Res(1) + Res(p) + Res(\bar{p}) \tag{B.2}$$

ここで

$$F(z) = \frac{Kz(z-z_1)}{(z-1)(z-p)(z-\bar{p})} z^{n-1}$$

とおくと $Res(1)$ は, (A.3) 式を用い

$$Res(1) = (z-1)F(z)|_{z=1} = \frac{K(1-z_1)}{(1-p)(1-\bar{p})} = 1 \tag{B.3}$$

となる。また $Res(p)$ は次の様に書ける。

$$Res(p) = (z-p)F(z)|_{z=p} = \frac{K(p-z_1)}{(p-1)(p-\bar{p})} p^n$$

$$\left| \frac{K(p-z_1)}{(p-1)(p-\bar{p})} \right| |p|^n / \frac{|p|^n / |n\phi + p - z_1 - p - 1 - \frac{\pi}{2}|}{2} \tag{B.4}$$

今

$$\phi = \angle p$$

$$\theta_1 = \angle p - z_1 - p - 1 - \frac{\pi}{2}$$

とすれば式 (B.4) は

$$Res(p) = \left| \frac{K(p-z_1)}{(p-1)(p-\bar{p})} \right| |p|^n / n\phi + \theta_1 \tag{B.5}$$

となる。次に, $Res(\bar{p})$ は $Res(p)$ と共役であるから, 式 (B.2) は式 (B.3), (B.5) より

$$C(nT) = 1 + 2 \left| \frac{K(p-z_1)}{(p-1)(p-\bar{p})} \right| |p|^n \cos(n\phi + \theta_1)$$

と書くことができる。

付 録 C

$$2 \left| \frac{K(p-z_1)}{(p-1)(p-\bar{p})} \right| = 2 \left| \frac{(1-p)(1-\bar{p})(p-z_1)}{(1-z_1)(p-1)(p-\bar{p})} \right|$$

$$= 2 \left| \frac{(1-\bar{p})(p-z_1)}{(1-z_1)(p-\bar{p})} \right| \equiv Q \quad (C.1)$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{2} \left| \frac{(1-z_1)(p-\bar{p})}{(1-\bar{p})(p-z_1)} \right|$$

$$= \left| (1-z_1) \frac{(p-\bar{p})}{(1-\bar{p})} \frac{1}{(p-z_1)} \right| \quad (C.2)$$

ここで、図 2.5 を参照すると

$$\frac{|p-\bar{p}|}{2} = \sin \theta \quad (C.3)$$

$$Rz_1 = |1-z_1| \sin \theta \quad (C.4)$$

となる。したがって

$$|1-z_1| \frac{|p-\bar{p}|}{2} = Rz_1 \quad (C.5)$$

式 (C.5) を式 (C.2) に代入すると

$$\frac{1}{Q} = \left| \frac{Rz_1}{p-z_1} \right| = |\cos \alpha|$$

よって

$$|\sec \alpha| = C = 2 \left| \frac{K(p-z)}{(p-1)(p-\bar{p})} \right|$$

付 録 D

$$O_V = \sqrt{1-\zeta^2} |\sec \alpha| e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) - \alpha + \pi \right\}} \quad (2.27)$$

(2.27) 式で行き過ぎ量 O_V と減衰係数 ζ を与え、 α を求めるのにニュートン法を用いる。

$$O_V = A \frac{e^{B\alpha}}{\cos \alpha} \quad (D.1)$$

ここに

$$A = \sqrt{1-\zeta^2} e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) + \pi \right\}}$$

$$B = \frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

と (2.27) 式を書きかえる。

$$f(\alpha) = A \frac{e^{B\alpha}}{\cos \alpha} - O_V$$

とすると

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k - \frac{f(\alpha)}{df(\alpha)/d\alpha} \quad (D.2)$$

で、 α_{k+1} は求められる。一方 $df(\alpha)/d\alpha$ は

$$\frac{df(\alpha)}{d\alpha} = A \frac{Be^{B\alpha} \cos \alpha + e^{B\alpha} \sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

であるから、これを (D.2) 式に代入し

$$\frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{\alpha_{k+1}} \leq E$$

を満す E を設定し、この許容誤差 E の精度が得られるまで計算 (D.2) 式は繰返えされる。

一方 ϕ は

$$T_{s \max} = \frac{T}{\phi} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) - \alpha + \pi \right\} \quad (2.28)$$

で与えられるから、(D.2) 式で求めた α を

$$\phi = \frac{T}{T_{s \max}} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \right) - \alpha + \pi \right\}$$

に代入すれば容易は求めることができる。

付 録 E

$D(z)$ の係数

$$D(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad T: \text{ サンプルング周期 (sec)}$$

Case 1

T \ 係数	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
2.5	0.68929	-0.22746	-0.16927	1.55723	1.63929	0.23377
2.0	0.54346	-0.17354	-0.16970	1.02045	1.02704	0.09378
1.5	0.37928	-0.12037	-0.14572	0.58791	0.52728	-0.01685
1.25	0.29502	-0.09584	-0.12331	0.41323	0.33559	-0.04942
1.0	0.21313	-0.07348	-0.09464	0.26770	0.18849	-0.06293
0.75	0.13745	-0.05352	-0.06193	0.15243	0.08697	-0.05765
0.5	0.07273	-0.03567	-0.02951	0.06858	0.02809	-0.03785
0.25	0.02467	-0.01869	-0.00488	0.01736	0.00382	-0.01317

Case 2

T \ 係数	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
2.5	0.68929	-0.07932	-0.11633	1.38979	1.31987	0.18429
2.0	0.54346	-0.06919	-0.12571	0.93007	0.85634	0.07738
1.5	0.37928	-0.05935	-0.11636	0.54768	0.45458	-0.01456
1.25	0.29502	-0.05403	-0.10222	0.38931	0.29405	-0.04374
1.0	0.21313	-0.04793	-0.08146	0.25511	0.16781	-0.05705
0.75	0.13745	-0.04045	-0.05534	0.14698	0.07865	-0.05354
0.5	0.07273	-0.03079	-0.02738	0.06693	0.02580	-0.03602
0.25	0.02467	-0.01782	-0.00470	0.01715	0.00356	-0.01284

Case 3

2.5	0.68929	0.02250	-0.07996	1.24903	1.07387	0.14652
2.0	0.54346	0.00811	-0.09313	0.85158	0.71848	0.06418
1.5	0.37928	-0.01062	-0.09292	0.51155	0.39299	-0.01263
1.25	0.29502	-0.01936	-0.08475	0.36745	0.25799	-0.03880
1.0	0.21313	-0.02594	-0.07011	0.24341	0.14940	-0.05179
0.75	0.13745	-0.02878	-0.04945	0.14181	0.07106	-0.04976
0.5	0.07273	-0.02627	-0.02540	0.06532	0.02365	-0.03429
0.25	0.02467	-0.01698	-0.00452	0.01694	0.00331	-0.01253

Case 4

2.5	0.68929	0.24380	-0.00089	0.51429	0.19593	0.01845
2.0	0.54346	0.22303	-0.00254	0.39012	0.14394	0.01059
1.5	0.37928	0.16952	-0.00624	0.26769	0.08621	-0.00292
1.25	0.29502	0.13102	-0.00893	0.20806	0.05918	-0.01091
1.0	0.21313	0.08750	-0.01159	0.15060	0.03583	-0.01805
0.75	0.13745	0.04388	-0.01282	0.09694	0.01781	-0.02194
0.5	0.07273	0.00820	-0.01033	0.04996	0.00619	-0.01949
0.25	0.02467	-0.00899	-0.00289	0.01470	0.00090	-0.00936

付 録 F

 $M(z)$ の係数

$$M(z) = \frac{m_1 z + m_2}{z^2 + m_3 z + m_4}$$

 T : サンプルング周期 (sec)

T \ 係数	m_1	m_2	m_3	m_4
2.5	0.68929	0.24628	-0.14062	0.07620
2.0	0.54346	0.22907	-0.35499	0.12751
1.5	0.37928	0.18250	-0.65161	0.21338
1.25	0.29502	0.14874	-0.83228	0.27604
1.0	0.21313	0.10996	-1.03400	0.35708
0.75	0.13745	0.06930	-1.25518	0.46193
0.5	0.07273	0.03181	-1.49303	0.59757
0.25	0.02467	0.00506	-1.74329	0.77302

TM-187	推力 300 kg ジンバル液体ロケットエンジンの揺動特性 (I)	1970年11月	榑崎哲二, 中野富雄 橋本亮平, 竹花真一郎
TM-188	自由飛行模型 FFM-10 の空力微係数におよぼす機体弾性変形の影響について	1970年11月	河崎俊夫, 河本 敏 戸田 勸
TM-189	燃料蒸発管に関する研究 (III) 管内の燃料・空気二相流への熱伝達	1970年12月	田丸 卓, 乙幡安雄 鈴木邦男
TM-191	大型電子計算機プログラム・ライブラリ	1970年12月	戸川隼人, 磯部俊夫
TM-192	極超音速風洞M9 ノズル較正試験	1971年1月	長洲秀夫, 橋本 登 穂積弘一, 松崎貴至
TM-194	航空機の STOL 性に関する一考察	1971年1月	田辺義一
TM-195	曲面壁上の噴流に対する噴出孔形状, 配列の効果について	1971年1月	西村英明, 白井 弘 井上重雄, 三村富嗣雄
TM-196	NAL-16H 型ロケットの研究試作	1971年1月	宇宙研究グループ
TM-197	二次元煙風洞について	1971年1月	高橋 宏, 戸田亘洋 白井正孝
TM-198	等高線を描かせるプログラム	1971年1月	磯部俊夫
TM-199	航空機用ヒーターの燃焼器の開発実験	1971年2月	堀内正司, 本間幸吉 矢萩 恵一
TM-202	単発 STOL 実験機に関する研究 一テレメータ実験局の電界強度測定一	1971年6月	幸尾治朗, 小野孝次 矢沢健司, 塚野雄吉
TM-203	固体ロケットの比推力測定の標準化	1971年6月	五代富文, 岡部祐二郎 西村久男, 伊藤克弥

注: 欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料204号

昭和46年7月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)44-9171(代表)☎182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2~27~12
