

UDC 521.4. : 629.783

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-206

静止衛星の軌道保持シュミレーションシステムの構成(I)

— 地球の動力場による擾動 —

松 島 弘 一

1971年8月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

TM-160	極超音速風胴計測装置について	1969年 7月	長洲秀夫, 吉沢昭 松崎貴至
TM-161	燃料蒸発管に関する研究 (II) —加熱蒸発管の燃料未蒸発分捕集—	1969年 8月	鈴木邦男, 田丸卓 乙幡安雄
TM-162	境界層内圧力変動および板の振動変位の測定 (I)	1969年 9月	藤森義典, 山崎浩
TM-163	ある双発プロペラ STOL 機の動安定風胴実験	1969年 9月	別府護郎, 鈴木友昭
TM-164	ブレードのフランピング運動をバネで拘束したロータのピッチダンピングについて	1969年10月	別府護郎, 岡遠一
TM-165	フェノール系複合材の環境試験結果	1969年11月	古田敏康, 野口義男
TM-166	ガスタービン用缶形燃焼器における燃焼領域のガス組成と燃焼状態	1969年11月	大塚貞吉, 斎藤隆 堀内正司, 本間幸吉 宮坂彰
TM-167	YS-11 A-300型輸送機の胴体疲労試験 —中部胴体前方大型貨物口部および後方乗降口部付近—	1970年 1月	竹内和之, 川島矩郎 熊倉郁夫, 松岡陽一
TM-168	ダンピングメータの試作	1970年 2月	柳沢三憲
TM-169	ジェットエンジン燃焼器出口ガス流の乱れの測定 (I) —冷却フィルムプローブによる方法—	1970年 2月	相波哲朗
TM-170	JR-エンジン燃焼器に起きた振動燃焼	1970年 2月	鈴木邦男, 石井浅五郎 山中國雍
TM-171	缶形燃焼器(低圧, 低温系)試験設備による航空計器の氷結(着氷)試験	1970年 3月	鈴木邦男, 相波哲朗 本間幸吉, 服部宣夫
TM-172	自動追尾型風向風速測定器	1970年 3月	川幡長勝, 中谷輝臣
TM-173	FA200 改機の動安定微係数	1970年 3月	遠藤浩, 林良生 海老沼幸成, 中谷輝臣
TM-174	遷音速風胴動安定測定装置の構造と作動	1970年 4月	小橋安次郎, 河野長正 西武徳, 宮沢政文
TM-175	NAL-16・31D型ロケットの研究試作	1970年 5月	宇宙研究グループ
TM-176	非対称自由流線の一計算法	1970年 5月	高橋伸
TM-177	小型固体ロケットモータの振動燃焼実験 —パルス法による中周波振動燃焼の研究—	1970年 5月	五代富文, 伊藤克弥 西村久男, 湯沢克宜 柴藤羊二
TM-178	大型低速風胴動安定微係数測定装置	1970年 5月	広岡貫一, 遠藤浩 戸田亘洋, 岡部祐二郎
TM-179	風胴天秤の試作	1970年 5月	金成正好, 北出大三
TM-180	ジェットエンジン燃焼器出口ガス流の乱れの測定 (II) —レーザのドップラ効果を利用する方法—	1970年 5月	相波哲朗
TM-181	航空機の乗り心地について	1970年 6月	幸尾治朗
TM-182	排気系障害板の模型実験	1970年 9月	田辺義一
TM-183	ロケット模型の大型低速風胴試験	1970年 9月	近藤洋史, 高橋宏 桑野尚明
TM-184	金属線へ衝突する液滴の現象	1970年 9月	田丸卓, 乙幡安雄
TM-185	推進エンジン用空気取入口の予備実験	1970年 9月	近藤博, 石賀保正
TM-186	NAL-25・31型ロケットの試作と飛しょう試験	1970年11月	宇宙研究グループ
TM-187	推力 300kg シンバル液体ロケットエンジンの揺動特性 (I)	1970年11月	檜崎哲二, 中野富雄 橋本亮平, 竹花真一郎

静止衛星の軌道保特シミュレーション

システムの構成 (I)*

—地球の重力場による摂動—

松 島 弘 一**

The Composition of Station-keeping Simulation Systems of Synchronous Satellite (I)

—Perturbations due to the asphericity of the earth—

By

Koichi MATSUSHIMA

This report describes the formulation of the disturbing motion of a synchronous satellite due to the asphericity of the earth. Accurate and efficient calculations of the ephemeris of a satellite about its primary body are essential with respect to the simulation of orbit control, so gravity potential was considered to the third order, and planetary equations which determine the osculating elements were integrated analytically by successive approximations.

These results have been found to simulate the motion of Syncor II to a high degree of accuracy. Since they do not require long computation time, they are very useful for a longtime simulation of station-keeping systems.

1. まえがき

地球を回る人工衛星の軌道は、地球が等密度の球形と考えることができればケプラーの法則によって完全にきまる。しかし実際には地球は球形ではないし、また地球の重力以外にも種々の外力が衛星に作用しているため、これらの影響で軌道は常に摂動を受ける。したがって静止衛星のように地球の任意の点との相対運動を零に保つておく必要がある場合には、常に軌道を修正していかなければならない。このような軌道の制御は軌道保持(stationkeeping)と呼ばれるが、最近特に通信に用いる電波のビーム幅が非常に狭くなつて行く傾向にあることから、高精度の軌道保持が要求されている。このような要求に応える高精度の軌道保持制御システムを実際に設計する前に、計算機を用いたディジタルシミュレーションによって衛星の受ける摂動の大きさ、それを修正するのに必要な制御量などを詳しく調べることが必要である。そこで図1に示したような軌道保持のディジタルシミュレーションシステムを計画した。この図において各部は次のような内容のシ

ミュレーションを行なう。

(1) 摂動運動

地球の重力場のゆがみ、太陽と月の重力、太陽輻射などによって衛星が受ける摂動

(2) 制御推力による運動

軌道修正のための制御推力を附加した時の衛星の運動。

(3) 衛星と他の天体の位置関係

太陽、地球、衛星の相対的位置関係を求めて、光学センサへの入力情報を与える。

(4) 時間、天文暦表修正システム

太陽、月、地球の相対位置および真太陽時と平均太陽時の関係に関する情報を与える。

(5) 観測機器システム

衛星の軌道を測るための太陽センサ、地球センサなどの光学センサからなる観測システムのシミュレーションを行なう。

(6) 軌道決定システム

観測システムからの情報を基にして、衛星のその時の軌道、位置、基準軌道からのずれなどを決定する。

(7) 制御量決定システム

軌道決定システムからの情報に基づいて、軌道を修

* 昭和46年6月18日受付

** 計測部

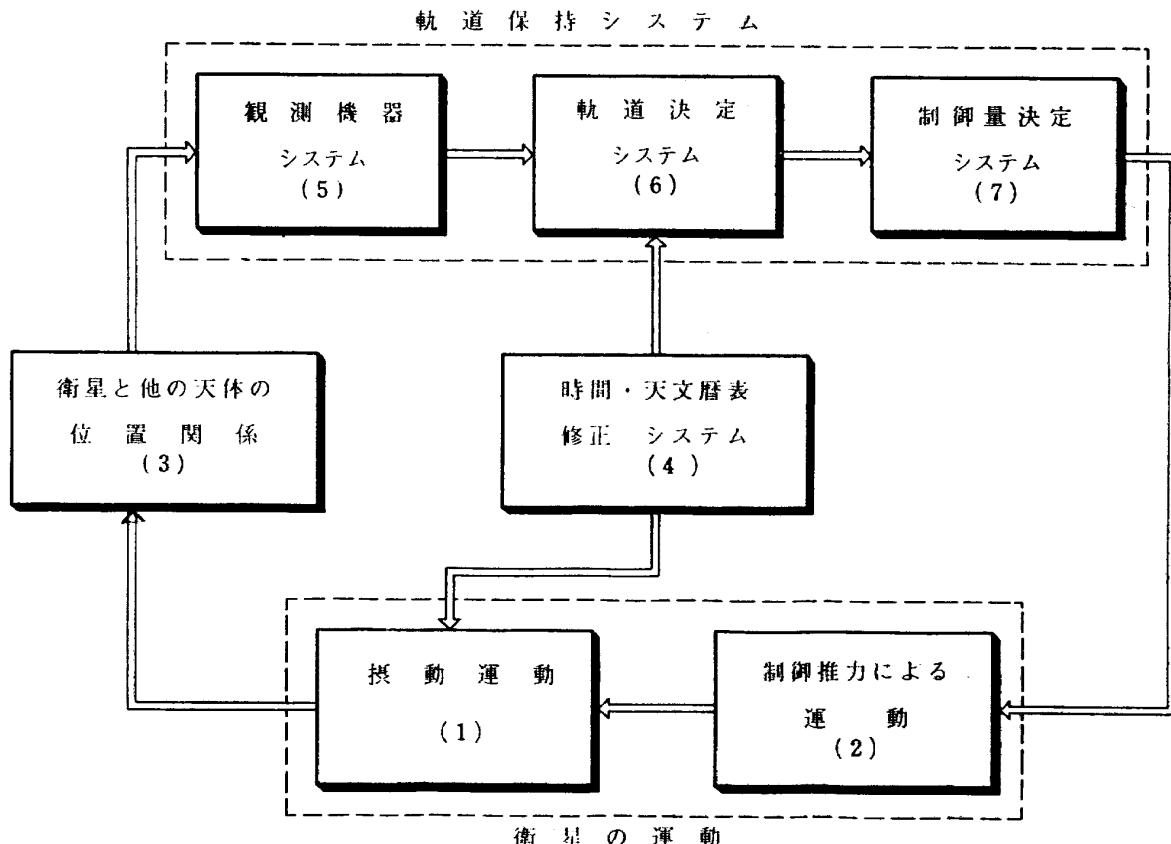


図 1 軌道保持シミュレーションシステム

正するのに必要な附加推力量をきめる。

以上のようなシミュレーションシステムの各構成部分のうち、ここで取り上げたのは衛星の摂動運動の部分のシミュレーションである。

ところで軌道を変動させる摂動力としては主として次のようなものが考えられる。

1. 地球の重力場のゆがみ
2. 太陽、月、他の惑星などによる引力
3. 太陽輻射
4. 地球の大気の抵抗

これらのうち、地球の大気圧は静止高度では 10^{-12} mmHg 程度になり、ほとんど問題にならない。したがって、静止衛星の軌道上で大きな影響を与えるのは 1~3 の力であり、図 2 に示したように、ここでもそれらの三つの力による摂動を考えた。これらのうちで、1. の地球の重力場のゆがみによる摂動は最も大きいし、取り扱いも複雑である。そこでまず最初にこの重力場のゆがみによる衛星の摂動運動のシミュレーションに必要な方程式の定式化を行なった。ここで最初に重要な問題はどのような方法で定式化を行なうかということである。

一般に衛星の摂動を扱う方法として special perturbation および general perturbation と呼ばれる二つ

の方法がある。前者は摂動を受けた物体の加速度を数値積分することによって運動の変化を求めるもので、実際には数値積分を行なう運動方程式の定式化の違いによってさらに多くの方法に分類される。^{(1), (2), (12)} また後者は摂動力を級数展開して項別積分を行なうもので、運動方程式の解を独立変数（通常は時間）、定数などの関数として求めることができるが、やはり方程式の定式化の違いによって二つに分類される。すなわち変数として直交座標系などにおいて衛星の位置および速度を変数としてとる場合と、軌道要素をとる場合である。

以上のような分類は、衛星の摂動は非線型の方程式になるため、その近似解を求める過程を数値解析によるか解析的に行なうかの相異によって行なったものである。前者はどんな摂動力に対しても適用しやすいという利点があるが、計算時間がかかる、必要とする瞬間の状態を求めるには途中の計算を省略することができない、系の安定性* や各摂動力の効果、相互作用な

* 安定性というのは例えば「太陽系の安定性」などといった問題で、ある系が secular な変動をしているのか、それとも周期的な変動を行ないながら、その運動状態を保っていくのかを問題にすることを示す。

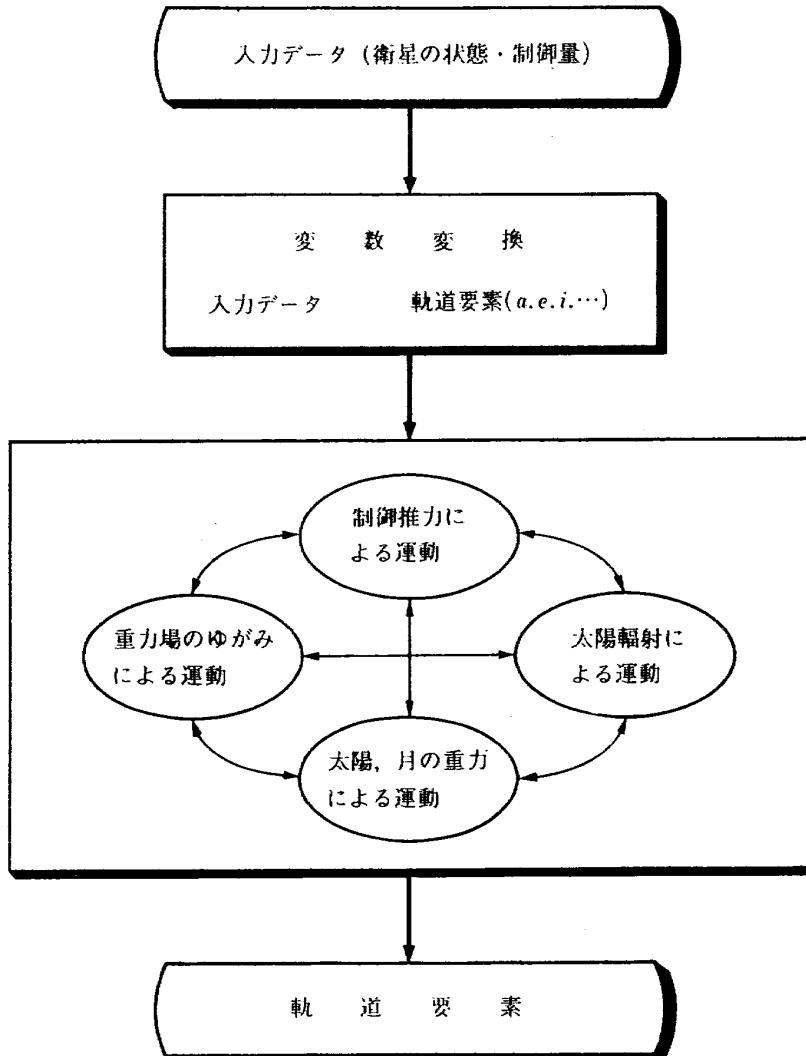


図2 衛星の運動のシミュレーション

どを一般的に扱うのが困難であることなどの欠点を持っている。したがってこの方法は期間の限定された軌道の計算、たとえば月飛行の軌道などの計算に適している。一方後者は後に述べるように摂動力を級数展開して積分を行なう作業が非常に大変であるが、前者の欠点を逆に利点としている。したがって長期間にわたる静止衛星の軌道保持の問題を扱うには後者の方法が適していると考えられる。そこで general perturbation 法による静止衛星の摂動と軌道制御による運動のシミュレーションシステムの構成を考えた。

2. 記号

- a : 軌道の長半径
- b : " の短半径
- e : " の離心率
- E : 離心近点離角
- f : 真近点離角
- h : 衛星の軌道上の角運動量
- h_x, h_y, h_z : 角運動量の x, y, z 軸成分

- i : 軌道面傾斜
- $J_n^{(m)}$: 重力定数
- M : 平均近点離角
- n : 平均日々運動
- P : 半通径
- r : 地球中心から衛星までの距離
- R : 重力場の摂動関数
- R_0 : 地球の平均半径
- t : 任意の時刻
- t_0 : エポック
- T : 周期
- U : 重力ポテンシャル
- V : 衛星の速度
- W : 昇交点から測った衛星の経度
- (x, y, z) : 赤道面直交座標系
- (X, Y, Z) : 赤道面回転座標系
- α : 赤経
- γ : 赤道面上で (xyz) 系と (XYZ) 系のなす角度

θ :	r に直交する線と V のなす角度
λ :	経度
λ_0 :	衛星がエポックを通過する時刻に赤道面上で春分点と本初子午線がなす角度
$\lambda_n^{(m)}$:	定数
Ω :	昇交点経度
ν :	地球の自転角速度
ω :	近地点引数

ϕ :	r と V のなす角度
ψ :	緯度
δ :	赤緯
μ :	重力定数

3. 重力ポテンシャル

地球の重力ポテンシャルは一般に次のように与えられる。⁽¹⁾

$$U = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n J_n^{(m)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^n \cos m(\lambda - \lambda_n^{(m)}) P_n^{(m)}(\sin \delta) \right] \quad (3-1)$$

ここで $J_n^{(m)}$, $\lambda_n^{(m)}$ は実験的にきまる定数, $P_n^{(m)}$ ($\sin \delta$) は Legendre の関数で $z \equiv \sin \delta$ とおけば

$$P_n^{(m)}(z) = \frac{1}{2^n n!} (1-z^2)^{m/2} \frac{dz^{n+m}}{dz^{n+m}} \quad (3-2)$$

で与えられる。

ここで (3-1) 式を

$$U = U_0 + R \quad (3-3)$$

$$U_0 = \frac{\mu}{r} \quad (3-4)$$

$$R = - \left(\frac{\mu}{r} \right) \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n J_n^{(m)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^n \cos m(\lambda - \lambda_n^{(m)}) P_n^{(m)}(\sin \delta) \quad (3-5)$$

とおくと, U_0 は地球を質点あるいは均一密度の完全な球状とみなしたときのポテンシャルであり, R は地球の三軸性に基づくポテンシャルで, disturbing function と呼ばれ, 衛星の運動はこの R によって摂動を受ける。

今 (3-5) 式で与えられる, R を $n=2 \sim 3, m=0 \sim 3$ の範囲* までとると右辺の級数は 6 項になり,

$$R = \sum_{n=1}^6 R_k \quad (3-6)$$

とおくと, R_i は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= -\frac{\mu}{r} \left[J_2^{(0)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 P_2^{(0)}(\sin \delta) \right] \\ R_2 &= -\frac{\mu}{r} \left[J_2^{(2)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \cos 2(\lambda - \lambda_2^{(2)}) P_2^{(2)}(\sin \delta) \right] \\ R_3 &= -\frac{\mu}{r} \left[J_3^{(0)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^3 P_3^{(0)}(\sin \delta) \right] \\ R_4 &= -\frac{\mu}{r} \left[J_3^{(1)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^3 \cos(\lambda - \lambda_3^{(1)}) P_3^{(1)}(\sin \delta) \right] \\ R_5 &= -\frac{\mu}{r} \left[J_3^{(2)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^3 \cos 2(\lambda - \lambda_3^{(2)}) P_3^{(2)}(\sin \delta) \right] \\ R_6 &= -\frac{\mu}{r} \left[J_3^{(3)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^3 \cos 3(\lambda - \lambda_3^{(3)}) P_3^{(3)}(\sin \delta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3-7)$$

ここで Legendre 関数は

$$\left. \begin{aligned} P_2^{(0)}(\sin \delta) &= \frac{1}{2} (3 \sin^2 \delta - 1) \\ P_2^{(2)}(\sin \delta) &= 3(1 - \sin^2 \delta) \\ P_3^{(0)}(\sin \delta) &= \frac{1}{2} (5 \sin^3 \delta - 3 \sin \delta) \\ P_3^{(1)}(\sin \delta) &= \frac{3}{2} (1 - \sin^2 \delta)^{1/2} (5 \sin^2 \delta - 1) \\ P_3^{(2)}(\sin \delta) &= 15 \sin \delta (1 - \sin^2 \delta) \\ P_3^{(3)}(\sin \delta) &= 15 (1 - \sin^2 \delta)^{3/2} \end{aligned} \right\} \quad (3-8)$$

と与えられる。また図 3 において、球面三角法によつて

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \sin i \sin(\omega + f) \\ \cos W \cos \delta &= \cos(\omega + f) \end{aligned} \right\} \quad (3-9)$$

となり、 ν を地球の自転角速度とすると

$$\lambda = \Omega + W - \nu(t - t_0) - \lambda_0 \quad (3-10)$$

* これより高次の項は非常に小さいので、省略してもほとんど影響がないと考えられる。

という関係があるから

$$\chi_{nm} = \Omega - \nu(t-t_0) - \lambda_n^{(m)} - \lambda_0 \quad (3-11)$$

とおくと、

$$\left. \begin{aligned} \cos(\lambda - \lambda_n^{(m)}) &= \frac{1}{\cos \delta} [\cos(\omega + f) \cos \chi_n^{(m)} - \cos i \sin(\omega + f) \sin \chi_n^{(m)}] \\ \cos 2(\lambda - \lambda_n^{(m)}) &= \frac{1}{2 \cos^2 \delta} [\{\sin^2 i + (1 + \cos^2 i)\} \cos 2\chi_n^{(m)} \\ &\quad - 2 \cos i \sin(2\omega + 2f) \sin 2\chi_n^{(m)}] \\ \cos 3(\lambda - \lambda_n^{(m)}) &= \frac{1}{\cos^3 \delta} [\cos(3\omega + 3f) \cos 3\chi_n^{(m)} - \cos i \sin(3\omega + 3f) \sin 3\chi_n^{(m)} \\ &\quad + \frac{3 \sin^2 \delta}{\cos^3 \delta} [\cos(\omega + f) \cos 3\chi_n^{(m)} - \cos i \sin(\omega + f) \sin 3\chi_n^{(m)}] \end{aligned} \right\} \quad (3-12)$$

の関係が得られる。 (3-8), (3-9) 式を (3-7) 式に代入して、 $R_1 \sim R_6$ を変形すると次のようになる。

$$R_1 = -\frac{\mu J_2^{(0)} R_0^2}{4a^3} \left\{ (3 \sin^2 i - 2) \left(\frac{a}{r} \right)^3 - 3 \sin^2 i \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cos(2\omega + 2f) \right\} \quad (3-13)$$

$$\begin{aligned} R_2 = -\frac{3\mu J_2^{(2)} R_0^2}{4a^3} &\left\{ 2 \sin^2 i \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cos 2\chi_{22} + (1 + \cos i)^2 \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cos [(2\omega + 2\chi_{22}) + 2f] \right. \\ &\left. + (1 - \cos i)^2 \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cos [(2\omega - 2\chi_{22}) + 2f] \right\} \quad (3-14) \end{aligned}$$

$$R_3 = -\frac{\mu J_3^{(0)} R_0^3}{8a^4} \left\{ (15 \sin^3 i - 12 \sin i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \sin(\omega + f) - 5 \sin^3 i \left(\frac{a}{r} \right)^4 \sin(3\omega + 3f) \right\} \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} R_4 = -\frac{3\mu J_3^{(1)} R_0^3}{16a^4} &\left\{ (1 + 11 \cos i - 5 \cos^2 i - 15 \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [\omega + \chi_{31}] + f \right. \\ &+ (1 - 11 \cos i - 5 \cos^2 i + 15 \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [(\omega - \chi_{31}) + f] \\ &- 5(1 + \cos i - \cos^2 i - \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [(3\omega + \chi_{31}) + 3f] \\ &- 5(1 - \cos i - \cos^2 i + \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [(3\omega - \chi_{31}) + 3f] \left. \right\} \quad (3-16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_5 = -\frac{15\mu J_3^{(2)} R_0^3}{8a^4} &\left\{ (3 \sin^3 i - \sin 2i - 2 \sin i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \sin [(\omega + 2\chi_{32}) + f] \right. \\ &+ (3 \sin^3 i + \sin 2i - 2 \sin i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \sin [(\omega - 2\chi_{32}) + f] \\ &+ (2 \sin i + \sin 2i - \sin^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \sin [(3\omega + 2\chi_{32}) + 3f] \\ &+ (2 \sin i - \sin 2i - \sin^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \sin [(3\omega - 2\chi_{32}) + 3f] \left. \right\} \quad (3-17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_6 = -\frac{45\mu J_3^{(3)} R_0^3}{24a^4} &\left\{ 3(1 + 3 \cos i - \cos^2 i - 3 \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [(\omega + 3\chi_{33}) + f] \right. \\ &+ 3(1 - 3 \cos i - \cos^2 i + 3 \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [(\omega - 3\chi_{33}) + f] \\ &+ (1 + \cos i + 3 \cos^2 i + 3 \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [(3\omega + 3\chi_{33}) + 3f] \\ &+ (1 - \cos i + 3 \cos^2 i - 3 \cos^3 i) \left(\frac{a}{r} \right)^4 \cos [(3\omega - 3\chi_{33}) + 3f] \left. \right\} \quad (3-18) \end{aligned}$$

ここで R_1, R_2 は Zonal harmonics, R_3, R_6 は sectorial harmonics, R_4, R_5 は Tesseral harmonics と呼ばれるものである。⁽⁷⁾

ところで (3-13)～(3-18) 式で表わされる R は次のようにして軌道 6 要素と時間の関数に書き直すことができる。

今 $\left(\frac{a}{r}\right)^n \cos mf$ および $\left(\frac{a}{r}\right)^n \sin mf$ が mean

anomaly M によって次のように展開されたとする

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^n \cos mf &= A_1 + A_2 \cos M + A_3 \cos 2M + \dots \\ \left(\frac{a}{r}\right)^n \sin mf &= B_1 + B_2 \sin M + B_3 \sin 2M + \dots \end{aligned} \right\} \quad (3-19)$$

加法定理を用いて

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^n \cos(k\omega + mf) &= (A_1 \cos k\omega - B_1 \sin k\omega) + \frac{1}{2}(A_2 - B_2) \cos(M - k\omega) \\ &\quad + (A_2 + B_2) \cos(M + k\omega) + \frac{1}{2}(A_3 - B_3) \cos(2M - k\omega) \\ &\quad + (A_3 + B_3) \cos(2M + k\omega) + \dots \\ \left(\frac{a}{r}\right)^n \sin(k\omega + mf) &= (A_1 \sin k\omega + B_1 \cos k\omega) + \frac{1}{2}(A_2 + B_2) \sin(M + k\omega) \\ &\quad - \frac{1}{2}(A_2 - B_2) \sin(M - k\omega) + \frac{1}{2}(A_3 + B_3) \sin(2M + k\omega) \\ &\quad - \frac{1}{2}(A_3 - B_3) \sin(2M - k\omega) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (3-20)$$

となる。

ここで M は

$$M = n(t - t_0) \quad (3-21)$$

として与えられる。また (3-19) 式における $\left(\frac{a}{r}\right)^n \cos mf$ および $\left(\frac{a}{r}\right)^n \sin mf$ の実際の級数展開は参考文献 (8) に詳しく計算されてあるが、ここで必要なものは附録 1 に示した。またこれらを用いて (3-13)～(3-18) 式を軌道要素の関数として変形したものは附録 2 に示した。

ここで静止衛星の軌道制御の観点から disturbing function R を少し吟味してみる。(A-13)～(A-18) 式に示された R は一般に次のような形をしている。

$$R = \sum_{\zeta \eta \xi} \frac{A_{\zeta \eta \xi}}{A_{\zeta \eta \xi}} \cos [\zeta \omega + \eta \chi_{nm} + \xi M] \quad (3-22)$$

ここで (3-22) 式の三角関数の引数に (3-11) および (3-21) 式を代入し、さらに静止衛星ではその平均運動 n は地球の自転角速度 ν に等しいと考えて ν を n で置き換えると

$$\left. \begin{aligned} \zeta \omega + \eta \chi_{nm} + \xi M &= (\xi - \eta)M + K \\ K &= \zeta \omega + \eta(\Omega - \lambda_n^{(m)} - \lambda_0) \end{aligned} \right\} \quad (3-23)$$

(3-22) と (3-23) 式から R は次の三つの成分に分解して考えることができる。

$$R = R_C + R_L + R_S \quad (3-24)$$

R_C : $\zeta = \eta = \xi = 0$ の場合で長年項

R_L : $\xi = \eta \neq 0$ の場合で、(22) 式の引数に M を含まない長周期項

R_S : $\xi \neq \eta$ の場合で、引数に M を含む短周期項
静止衛星の軌道保持において制御対象とするのは長年性的または長周期の摂動であって、少なくとも周期が半日以下の項は必要と思われる。したがって、ここで考えているシミュレーションシステムにおいても、(3-24) 式における R_C, R_L, R_S のうちで $|\xi - \eta| = 1$ になる項（1 日を周期とする項）だけを考慮すれば十分である。さらに静止軌道では離心率 e も小さいと考えて e^3 以上の項を省略すると、必要とする R は次のようにになる。

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{\mu J_2^{(0)} R_0^2}{8a^3} \left[(1 + 3 \cos 2i) \left\{ \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right) + 3e \cos M \right\} - \frac{3}{2} e(1 - \cos 2i) \cos(2\omega + M) \right] \\ R_2 &= -\frac{3\mu J_2^{(2)} R_0^2}{8a^3} \left[(1 - \cos 2i) \left\{ 3e \cos(2\chi_{22} + M) + \frac{9}{2} e^2 \cos(2\chi_{22} + 2M) \right\} \right. \\ &\quad \left. - (3 + 4 \cos i + \cos 2i) \left\{ \frac{1}{2} e \cos(2\omega + 2\chi_{22} + M) - \left(1 - \frac{5}{2} e^2 \right) \cos(2\omega + 2\chi_{22} + 2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (3-25)$$

$$\left. -\frac{7}{2}e \cos(2\omega + 2\chi_{32} + 3M) \right\}] \quad (3-26)$$

$$R_3 = \frac{\mu J_3^{(1)} R_0^3}{32a^4} \left[(3 \sin i + 15 \sin 3i) \left\{ e \sin \omega + (1+2e^2) \sin(\omega+M) + \frac{11}{8}e^2 \sin(\omega-M) \right\} \right. \\ \left. + \frac{5}{8}(3 \sin i - \sin 3i)e^2 \sin(3\omega+M) \right] \quad (3-27)$$

$$R_4 = \frac{3\mu J_3^{(1)} R_0^3}{64a^4} \left[(6 + \cos i + 10 \cos 2i + 15 \cos 3i) \{ e \cos(\omega + \chi_{31}) + (1+2e^2) \cos(\omega + \chi_{31} + M) \} \right. \\ \left. + 3e \cos(\omega + \chi_{31} + 2M) \} + (6 - \cos i + 10 \cos 2i - 15 \cos 3i) \{ e \cos(\omega - \chi_{31}) \right. \\ \left. + \frac{11}{8}e^2 \cos(\omega - \chi_{31} - M) \} \right] \quad (3-28)$$

$$R_5 = -\frac{15\mu J_3^{(2)} R_0^3}{32a^4} \left[(\sin i - 4 \sin 2i - 3 \sin 3i) \left\{ (1+2e^2) \sin(\omega + 2\chi_{32} + M) + 3e \sin(\omega + 2\chi_{32} + 2M) \right\} \right. \\ \left. + \frac{53}{8}e^2 \sin(\omega + 2\chi_{32} + 3M) \right\} + (\sin i + 4 \sin 2i - 3 \sin 3i) \left\{ \frac{11}{8}e^2 \sin(\omega - 2\chi_{32} - M) \right\} \\ \left. + (5 \sin i + 4 \sin 2i + \sin 3i) \left\{ \frac{1}{8}e^2 \sin(3\omega + 2\chi_{32} + M) - e \sin(3\omega + 2\chi_{32} + 2M) \right. \right. \\ \left. \left. + (1-6e^2) \sin(3\omega + 2\chi_{32} + 3M) \right\} \right] \quad (3-29)$$

$$R_6 = -\frac{45\mu J_3^{(3)} R_0^3}{96a^4} \left[(6 + 9 \cos i - 6 \cos 2i - 9 \cos 3i) \left\{ 3e \cos(\omega + 3\chi_{33} + 2M) \right. \right. \\ \left. + \frac{53}{8}e^2 \cos(\omega + 3\chi_{33} + 3M) \right\} - (10 + 13 \cos i + 6 \cos 2i + 3 \cos 3i) \\ \times \{ e \cos(3\omega + 3\chi_{33} + 2M) - (1-6e^2) \cos(3\omega + 3\chi_{33} + 3M) \right. \\ \left. - 5e \cos(3\omega + 3\chi_{33} + 4M) \} \right] \quad (3-30)$$

4. 静止衛星の摂動

地球のまわりを運動する人工衛星の状態は 6 つの軌道要素によって記述される。しかし一般に軌道要素が完全二体問題において定義される量であるのに対し、実際の衛星は種々の外乱の中を運動することになる。したがって軌道要素は時々刻々変化しているため、衛星の状態は正確には、ある時刻 t における軌道要素、 $a_t, e_t, i_t, \Omega_t, \omega_t, T$ などによって支えられる。これらは osculating elements と呼ばれ、ある時刻における osculating elements は、その瞬間にすべての摂動力を取り去ったとしたら、その後に衛星が運動して行くと考えられる軌道の要素と定義される。軌道要素は図 3 に示したが、そのような衛星の osculating elements を決定する微分方程式は Lagrange の planetary equation と呼ばれ次のように与えられる。^{(1),(2),(3),(4),(5)}

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{\cos i}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial \Omega} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{ei} \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\cos i}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{ei} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} \\ \frac{dM}{dt} &= n - \frac{1-e^2}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

ここで R は後に述べる、重力場のゆがみ、月、太陽などによる引力、太陽輻射等の摂動力（ここでは地球の重力場によるものだけを考慮する）である。

方程式 (4-1) の右辺の係数を e に関して級数展開し、さらに (3-6) 式から次のように書き直す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \sum_{k=1}^6 \left(\frac{da}{dt} \right)_k \\ \frac{de}{dt} &= \sum_{k=1}^6 \left(\frac{de}{dt} \right)_k \\ \frac{di}{dt} &= \sum_{k=1}^6 \left(\frac{di}{dt} \right)_k \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Omega}{dt} &= \sum_{k=1}^6 \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_k \\ \frac{d\omega}{dt} &= \sum_{k=1}^6 \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_k \\ \frac{dM}{dt} &= n - \sum_{k=1}^6 \left(\frac{dM}{dt} \right)_k \end{aligned} \right| \quad \left. \begin{aligned} \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_k &= -\frac{\cos i}{na^2 \sin i} \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \frac{\partial R_k}{\partial i} \\ &\quad + \frac{1}{na^2} \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{2} e \right) \frac{\partial R_k}{\partial e} \\ \left(\frac{dM}{dt} \right)_k &= -\frac{1}{na^2} \left(\frac{1}{e} - e \right) \frac{\partial R_k}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{e R_k}{\partial a} \end{aligned} \right|$$

また

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{da}{dt} \right)_k &= \frac{2}{na} \frac{\partial R_k}{\partial M} \\ \left(\frac{de}{dt} \right)_k &= \frac{1}{na^2} \left(\frac{1}{e} - e \right) \frac{\partial R_k}{\partial M} - \frac{1}{na^2} \left(\frac{1}{e} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} e \right) \frac{\partial R_k}{\partial \omega} \\ \left(\frac{di}{dt} \right)_k &= \frac{1}{na^2 \sin i} \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \left\{ \cos i \frac{\partial R_i}{\partial \omega} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial R_k}{\partial \chi_{nm}} \right\} \\ \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_k &= \frac{1}{na^2 \sin i} \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \frac{\partial R_k}{\partial i} \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

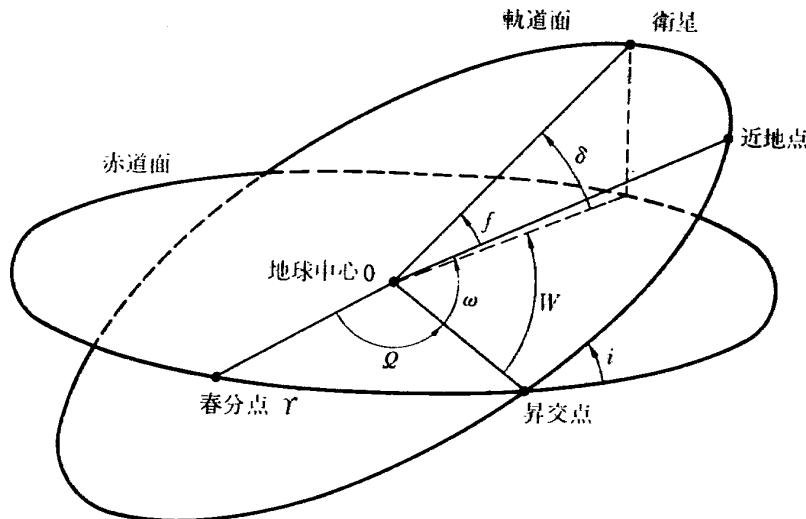
ここで (3-11) 式から $\chi_{nm} = \Omega - \lambda_n^{(m)} - \nu(t-t_0) - \lambda_0$

であるから

$$\frac{\partial R}{\partial \chi_{nm}} = \frac{\partial R}{\partial \Omega} \quad (4-4)$$

いま (3-25)～(3-30) 式で与えられる R_k を各軌道要素で偏微分し、(4-3) 式に代入すると、衛星の osculating elements を決める方程式は次のようにになる。

[注] (4-1)～(4-3) 式において M を軌道要素のように扱っているが、図 3 に示したように M は軌道要素ではない。ただ (2-21) 式から t_0 を M に置き変えた方が後の計算に便利なためである。



軌道要素

1. 長半径 a (semi-major axis)
2. 離心率 e (eccentricity)
3. 軌道傾斜角 i (inclination)
4. 昇交点経度 Ω (longitude of the ascending node)
5. 近地点引数 ω (argument of perigee)
6. 近地点通過の時刻 t_0

図 3 軌道要素

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_1 = a A_1 \left[3B_{11}e \sin M - \frac{1}{2} B_{12}e \sin(Q_{02}+M) \right] \quad (4-5)$$

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_2 = -a A_2 [B_{21} \{6e \sin(Q_{02}+M) + 18e^2 \sin(Q_{02}+2M)\} - B_{22} \{e \sin(Q_{02}+M) \right. \\ \left. - (4-10e^2) \sin(Q_{02}+2M) - 21e \sin(Q_{02}+3M)\}] \quad (4-6)$$

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_3 = -a A_3 \left[B_{31} \left\{ (2+4e^2) \cos(Q_{10}+M) - \frac{11}{4} e^2 \cos(Q_{10}-M) \right\} + \frac{1}{4} B_{32} e^2 \cos(Q_{30}+M) \right] \quad (4-7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{da}{dt}\right)_4 &= a A_4 \left[B_{41} \left\{ (2+4e^2) \sin(Q_{11}+M) + 12e \sin(Q_{11}+2M) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{11}{4} B_{42} e^2 \sin(Q_{11}-M) + B_{43} \left\{ \frac{1}{4} e^2 \sin(Q_{31}+M) - 4e \sin(Q_{31}+2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{da}{dt}\right)_5 &= a A_5 \left[B_{51} \left\{ (2+4e^2) \cos(Q_{12}+M) + 12e \cos(Q_{12}+2M) + \frac{159}{4} e^2 \cos(Q_{12}+3M) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{11}{4} B_{52} e^2 \cos(Q_{12}-M) + B_{53} \left\{ \frac{1}{4} e^2 \cos(Q_{32}+M) - 4e \cos(Q_{32}+2M) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (6-36e^2) \cos(Q_{32}+3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-9)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{da}{dt}\right)_6 &= -a A_6 \left[B_{61} \left\{ 12e \sin(Q_{13}+2M) + \frac{159}{4} e^2 \sin(Q_{13}+3M) \right\} \right. \\ &\quad \left. - B_{63} \left\{ 4e \sin(Q_{33}+2M) - (6-36e^2) \sin(Q_{33}+3M) - 20e \sin(Q_{33}+4M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-10)$$

$$\left(\frac{de}{dt}\right)_1 = A_1 \left[B_{11} \left(3 + \frac{3}{8} e^2 \right) \sin M + B_{12} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} e^2 \right) \sin(Q_{20}+M) - \frac{1}{16} e^2 \sin(Q_{20}-M) \right\} \right] \quad (4-11)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{de}{dt}\right)_2 &= -A_2 \left[B_{21} \left\{ \left(3 - \frac{3}{8} e^2 \right) \sin(Q_{02}+M) + 9e \sin(Q_{02}+2M) + \frac{159}{8} e^2 \sin(Q_{02}+3M) \right\} \right. \\ &\quad \left. + B_{22} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} e^2 \right) \sin(Q_{22}+M) - e \sin(Q_{22}+2M) \left(\frac{7}{2} - \frac{235}{16} e^2 \right) \sin(Q_{22}+3M) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{16} B_{23} e^2 \sin(Q_{22}-M) \right] \end{aligned} \quad (4-12)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{de}{dt}\right)_3 &= A_3 \left[B_{31} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{10}) + \frac{1}{2} e \cos(Q_{10}+M) + \frac{11}{4} e \cos(Q_{10}-M) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} B_{32} e \cos(Q_{30}+M) \right] \end{aligned} \quad (4-13)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{de}{dt}\right)_4 &= -A_4 \left[B_{41} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \sin(Q_{11}) + \frac{1}{2} e \sin(Q_{11}+M) - \left(3 - \frac{9}{2} e^2 \right) \sin(Q_{11}+2M) \right\} \right. \\ &\quad \left. + B_{42} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \sin(Q_{11}-M) + \frac{11}{4} e \sin(Q_{11}-M) \right\} + B_{43} \left\{ \frac{1}{4} e \sin(Q_{31}+M) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \sin(Q_{31}+2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-14)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{de}{dt}\right)_5 &= -A_5 \left[B_{51} \left\{ \frac{1}{2} e \cos(Q_{12}+M) - \left(3 - \frac{9}{2} e^2 \right) \cos(Q_{12}+2M) - \frac{53}{4} e \cos(Q_{12}+3M) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{11}{4} B_{52} e \cos(Q_{12}-M) + B_{53} \left\{ \frac{1}{4} e \cos(Q_{32}+M) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{32}+2M) + \frac{3}{2} e \cos(Q_{32}+3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-15)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{ed}{dt}\right)_6 &= A_6 \left[B_{61} \left\{ - \left(3 - \frac{9}{2} e^2 \right) \sin(Q_{13}+2M) - \frac{53}{4} e \sin(Q_{13}+3M) \right\} \right. \\ &\quad \left. - B_{63} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \sin(Q_{33}+2M) + \frac{3}{2} e \sin(Q_{33}+3M) - \left(5 - \frac{25}{2} e^2 \right) \sin(Q_{33}+4M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-14)$$

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_1 = -A_1 B_{15} e \sin(Q_{20}+M) \quad (4-17)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{di}{dt}\right)_2 &= A_2 [B_{24} \{e \sin(Q_{22}+M) - (2-4e^2) \sin(Q_{22}+2M) - 7e \sin(Q_{22}+3M)\} \\ &\quad + B_{25} \{6e \sin(Q_{02}+M) + 9e^2 \sin(Q_{02}+2M)\}] \end{aligned} \quad (4-18)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{di}{dt} \right)_3 = & -A_3 \left[B_{33} \left\{ e \cos(Q_{10}) + \left(1 + \frac{5}{2}e^2\right) \cos(Q_{10}+M) + \frac{11}{8}e^2 \cos(Q_{10}-M) \right\} \right. \\ & \left. + B_{34} \left\{ \frac{3}{8}e^2 \cos(Q_{30}+M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-19)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{di}{dt} \right)_4 = & A_4 \left[B_{44} \left\{ e \sin(Q_{11}) + \left(1 + \frac{5}{2}e^2\right) \sin(Q_{11}+M) + 3e \sin(Q_{11}+2M) \right\} \right. \\ & \left. + B_{45} \left\{ e \sin(Q_{11}-) + \frac{11}{8}e^2 \sin(Q_{11}-M) \right\} + B_{46} \left\{ \frac{1}{8}e^2 \sin(Q_{31}+M) - e \sin(Q_{31}+2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-20)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{di}{dt} \right)_5 = & A_5 \left[B_{54} \left\{ \left(1 + \frac{5}{2}e^2\right) \cos(Q_{12}+M) + 3e \cos(Q_{12}+2M) + \frac{53}{8}e^2 \cos(Q_{12}+3M) \right. \right. \\ & \left. + \frac{11}{8}B_{55}e^2 \cos(Q_{12}-M) + B_{56} \left\{ \frac{1}{8}e^2 \cos(Q_{32}+M) - e \cos(Q_{32}+2M) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(1 - \frac{11}{2}e^2\right) \cos(Q_{32}+3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-21)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{di}{dt} \right)_6 = & -A_6 \left[B_{64} \left\{ 3e \sin(Q_{13}+2M) + \frac{53}{8}e^2 \sin(Q_{13}+3M) \right\} \right. \\ & \left. - B_{65} \left\{ e \sin(Q_{13}+2M) - \left(1 - \frac{11}{2}e^2\right) \sin(Q_{13}+3M) - 5e \sin(Q_{13}+4M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-22)$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_1 = A_1 B_{14} \left\{ (1+2e^2) + 3e \cos M + \frac{1}{2}e \cos(Q_{20}+M) \right\} \quad (4-23)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_2 = & A_2 [B_{25} (6e \cos(Q_{02}+M) + 9e^2 \cos(Q_{02}+2M)) \\ & - B_{27} (e \cos(Q_{22}+M) - (2-4e^2) \cos(Q_{22}+2M) - 7e \cos(Q_{22}+3M))] \end{aligned} \quad (4-24)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_3 = & -A_3 \left[B_{35} \left\{ e \sin(Q_{10}) + \left(1 + \frac{5}{2}e^2\right) \sin(Q_{10}+M) + \frac{11}{8}e^2 \sin(Q_{10}-M) \right\} \right. \\ & \left. - \frac{1}{8}B_{36}e^2 \sin(Q_{30}+M) \right] \end{aligned} \quad (4-25)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_4 = & A_4 \left[B_{47} \left\{ e \cos(Q_{11}) + \left(1 + \frac{5}{2}e^2\right) \cos(Q_{11}+M) + 3e \cos(Q_{11}+2M) \right\} + B_{48} \left\{ e \cos(Q_{11}-) \right. \right. \\ & \left. + \frac{11}{8}e^2 \cos(Q_{11}-M) \right\} + B_{49} \left\{ \frac{1}{8}e^2 \cos(Q_{31}+M) - e \cos(Q_{31}+2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-26)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_5 = & A_5 \left[B_{57} \left\{ \left(1 + \frac{5}{2}e^2\right) \sin(Q_{12}+M) + 3e \sin(Q_{12}+2M) + \frac{53}{8}e^2 \sin(Q_{12}+3M) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{11}{8}B_{58}e^2 \sin(Q_{12}-M) + B_{59} \left\{ \frac{1}{8}e^2 \sin(Q_{32}+M) - e \sin(Q_{32}+2M) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(1 - \frac{11}{2}e^2\right) \sin(Q_{32}+3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-27)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{dt} \right)_6 = & -A_6 \left[B_{66} \left\{ 3e \cos(Q_{13}+2M) + \frac{53}{8}e^2 \cos(Q_{13}+3M) \right\} - B_{67} \left\{ e \cos(Q_{33}+2M) \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(1 - \frac{11}{2}e^2\right) \cos(Q_{33}+3M) - 5e \cos(Q_{33}+4M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-28)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_1 = & -A_1 \left[B_{15} \left\{ \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}e^2\right) + \left(\frac{3}{2e} - \frac{3}{4}e\right) \cos M \right\} - \left(\frac{1}{4e} - \frac{1}{8}e\right) B_{12} \cos(Q_{20}+M) \right. \\ & \left. - B_{16} \left\{ (1-2e^2) + 3e^2 + 3e \cos M + \frac{1}{2}e \cos(Q_{20}+M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (4-29)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_2 = & A_2 \left[B_{21} \left\{ \left(\frac{3}{e} - \frac{3}{2}e\right) \cos(Q_{02}+M) + \left(9 - \frac{9}{2}e^2\right) \cos(Q_{02}+2M) \right\} \right. \\ & \left. - B_{22} \left\{ \left(\frac{1}{2e} - \frac{1}{4}e\right) \cos(Q_{22}+M) + \left(5 - \frac{5}{2}e^2\right) \cos(Q_{22}+2M) - \left(\frac{7}{2e} - \frac{7}{4}e\right) \right. \right. \\ & \left. \left. \cos(Q_{22}-) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\times \cos(Q_{22}+3M)\Big\} - B_{27}\left\{3e \cos(Q_{02}+M) + \frac{9}{2}e^2 \cos(Q_{02}+2M)\right\} \\ + B_{28}\left\{\frac{1}{2}e \cos(Q_{22}+M) - (1-2e^2) \cos(Q_{22}+2M) - \frac{7}{2}e \cos(Q_{22}+3M)\right\} \quad (4-30)$$

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_3 = -A_3\left[B_{37}\left\{\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{2}e\right)\sin(Q_{10}) + (4-2e^2)\sin(Q_{10}+M) + \left(\frac{11}{4}-\frac{11}{8}e^2\right)\sin(Q_{10}-M)\right\} \right. \\ \left.+ B_{38}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}e^2\right)\sin(Q_{30}+M) + B_{39}\left\{e \sin(Q_{10}) + (1+2e^2)\sin(Q_{10}+M) \right.\right. \\ \left.\left.+ \frac{11}{8}e^2 \sin(Q_{10}-M)\right\} + \frac{1}{8}B_{310}e^2 \sin(Q_{30}+M)\right] \quad (4-31)$$

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_4 = -A_4\left[B_{41}\left\{\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{2}e\right)\cos(Q_{11}) + (4-2e^2)\cos(Q_{11}+M) + \left(\frac{3}{e}-\frac{3}{2}e\right)\cos(Q_{11}+2M)\right\} \right. \\ \left.+ B_{42}\left\{\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{2}e\right)\cos(Q_{11}-M) + \left(\frac{11}{4}-\frac{11}{8}e^2\right)\cos(Q_{11}-M)\right\} + B_{43}\left\{\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}e^2\right)\cos(Q_{31}+M) \right.\right. \\ \left.- \left(\frac{1}{e}-\frac{1}{2}e\right)\cos(Q_{31}+2M)\right\} + B_{410}\left\{e \cos(Q_{11}) + (1+2e^2)\cos(Q_{11}+M) \right. \\ \left.+ 3e \cos(Q_{11}+2M)\right\} + B_{411}\left\{e \cos(Q_{11}-M) + \frac{11}{8}e^2 \cos(Q_{11}-M)\right\} \\ \left.+ B_{412}\left\{\frac{1}{8}e^2 \cos(Q_{31}+M) - e \cos(Q_{31}+2M)\right\}\right] \quad (4-32)$$

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_5 = A_5\left[B_{51}\left\{(4-2e^2)\sin(Q_{12}+M) + \left(\frac{3}{e}-\frac{3}{2}e\right)\sin(Q_{12}+2M) + \left(\frac{53}{4}-\frac{53}{8}e^2\right)\sin(Q_{12}+3M)\right\} \right. \\ \left.+ B_{53}\left\{\frac{11}{4}-\frac{11}{8}e^2\right\}\sin(Q_{12}-M) + B_{55}\left\{\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}e^2\right)\sin(Q_{32}+M) \right.\right. \\ \left.- \left(\frac{1}{e}-\frac{1}{2}e\right)\sin(Q_{32}+2M) - (12-6e^2)\sin(Q_{32}+3M)\right\} + B_{510}\left\{(1+2e^2)\sin(Q_{12}+M) \right. \\ \left.+ 3e \sin(Q_{12}+2M) + \frac{53}{8}e^2 \sin(Q_{12}+3M)\right\} + \frac{11}{8}B_{511}e^2 \sin(Q_{12}-M) \\ \left.+ B_{512}\left\{\frac{1}{8}e^2 \sin(Q_{32}+M) - e \sin(Q_{32}+2M) + (1-6e^2)\sin(Q_{32}+3M)\right\}\right] \quad (4-33)$$

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_6 = A_6\left[B_{61}\left\{\left(\frac{3}{e}-\frac{3}{2}e\right)\cos(Q_{13}+2M) + \left(\frac{53}{4}-\frac{53}{8}e^2\right)\cos(Q_{13}+3M)\right\} \right. \\ \left.- B_{63}\left\{\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{2}e\right)\cos(Q_{13}+2M) + (12-6e^2)\cos(Q_{13}+3M) - \left(\frac{5}{e}-\frac{5}{2}e\right)\cos(Q_{33}+4M)\right\} \right. \\ \left.+ B_{65}\left\{2e \cos(Q_{13}+2M) + \frac{53}{8}e^2 \cos(Q_{13}+3M)\right\} - B_{69}\left\{e \cos(Q_{33}+2M) \right.\right. \\ \left.- (1-6e^2)\cos(Q_{33}+3M) - 5e \cos(Q_{33}+4M)\right\} \quad (4-34)$$

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_1 = A_1\left[B_{11}\left\{\left(\frac{3}{2}+6e^2\right) - \left(\frac{3}{2e}-\frac{21}{2}e\right)\cos M\right\} + B_{12}\left\{\left(\frac{1}{4e}-\frac{7}{4}e\right)\cos(Q_{20}+M) \right.\right. \\ \left.+ \frac{5}{64}e^2 \cos(Q_{20}-M)\right\} \quad (4-35)$$

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_2 = A_2\left[B_{21}\left\{\left(\frac{3}{e}-\frac{201}{8}e\right)\cos(Q_{02}+M) + (9-36e^2)\cos(Q_{02}+2M)\right\} \right. \\ \left.- B_{23}\left\{\left(\frac{1}{2e}-\frac{7}{2}e\right)\cos(Q_{22}+M) + (11-20e^2)\cos(Q_{22}+2M) \right.\right. \\ \left.- \left(\frac{7}{2e}-\frac{49}{2}e\right)\cos(Q_{22}+3M)\right\} \quad (4-36)$$

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_3 = -A_3\left[B_{31}\left\{\left(\frac{1}{e}-9e\right)\sin(Q_{10}) - (4+20e^2)\sin(Q_{10}+M) + \left(\frac{11}{4}-\frac{55}{4}e^2\right)\sin(Q_{10}-M)\right\} \right]$$

$$+B_{32}\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{4}e^2\right)\sin(Q_{30}+M)\Big] \quad (4-37)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dM}{dt}\right)_4 = & -A_4\left[B_{41}\left(\frac{1}{e}-9e\right)\cos(Q_{11})-(4+20e^2)\cos(Q_{11}+M)+\left(\frac{3}{e}-27e\right)\cos(Q_{11}+2M)\right] \\ & +B_{42}\left\{\frac{1}{e}-9e\right\}\cos(Q_{11})+\left(\frac{11}{4}-\frac{55}{4}e^2\right)\cos(Q_{11}-M) \\ & +B_{43}\left\{\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{4}e^2\right)\cos(Q_{31}+M)-\left(\frac{1}{e}-9e\right)\cos(Q_{31}+2M)\right\} \end{aligned} \quad (4-38)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dM}{dt}\right)_5 = & -A_5\left[B_{51}\left\{(4+20e^2)\cos(Q_{12}+M)-\left(\frac{3}{e}-27e\right)\cos(Q_{12}+2M)-\left(\frac{53}{4}-\frac{265}{4}e^2\right)\right.\right. \\ & \times\cos(Q_{12}+3M)\Big]-B_{52}\left(\frac{11}{4}-\frac{53}{4}e^2\right)\cos(Q_{12}-M)-B_{53}\left\{\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}e^2\right)\cos(Q_{32}+M)\right. \\ & \left.-\left(\frac{1}{e}-9e\right)\cos(Q_{32}+2M)-(20-60e^2)\cos(Q_{32}+3M)\right\} \end{aligned} \quad (4-39)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dM}{dt}\right)_6 = & A_6\left[B_{61}\left\{\left(\frac{3}{e}-27e\right)\cos(Q_{13}+2M)+\left(\frac{53}{4}-\frac{265}{4}e^2\right)\cos(Q_{13}+3M)\right\}\right. \\ & \left.-B_{63}\left\{\left(\frac{1}{e}-9e\right)\cos(Q_{33}+2M)+(20-60e^2)\cos(Q_{33}+3M)-\left(\frac{5}{e}-45e\right)\cos(Q_{33}+4M)\right\}\right] \end{aligned} \quad (4-40)$$

参考文献

$$Q_{02}=2\chi_{22}$$

$$Q_{10}=\omega$$

$$Q_{11}=\omega+\chi_{31}$$

$$Q_{11}^{-}=\omega-\chi_{31}$$

$$Q_{12}=\omega+2\chi_{32}$$

$$Q_{12}^{-}=\omega-2\chi_{32}$$

$$Q_{13}=\omega+3\chi_{33}$$

$$Q_{13}^{-}=\omega-3\chi_{33}$$

$$Q_{20}=2\omega$$

$$Q_{22}^{-}=2\omega-2\chi_{22}$$

$$Q_{30}=3\omega$$

$$Q_{31}=3\omega+\chi_{31}$$

$$Q_{31}^{-}=3\omega-\chi_{31}$$

$$Q_{32}=3\omega+2\chi_{32}$$

$$Q_{32}^{-}=3\omega-2\chi_{32}$$

$$Q_{33}=3\omega+3\chi_{33}$$

$$Q_{33}^{-}=3\omega-3\chi_{33}$$

$$A_1=-\frac{1}{4}\left(\frac{n}{a^2}\right)J_2^{(0)}R_0^2$$

$$A_2=-\frac{3}{8}\left(\frac{n}{a^2}\right)J_2^{(2)}R_0^2$$

$$A_3=-\frac{1}{32}\left(\frac{n}{a^3}\right)J_3^{(0)}R_0^3$$

$$A_4=-\frac{3}{64}\left(\frac{n}{a^3}\right)J_3^{(1)}R_0^3$$

$$A_5=-\frac{15}{32}\left(\frac{n}{a^3}\right)J_3^{(2)}R_0^3$$

$$A_6=-\frac{15}{32}\left(\frac{n}{a^3}\right)J_3^{(3)}R_0^3$$

$$B_{11}=1+3\cos 2i$$

$$B_{12}=3-3\cos 2i$$

$$B_{13}=\frac{3}{2}\sin 2i$$

$$B_{14}=6\cos i$$

$$B_{15}=1+3\cos 2i$$

$$B_{16}=3+3\cos 2i$$

$$B_{21}=1-\cos 2i$$

$$B_{22}=3+4\cos i+\cos 2i$$

$$B_{23}=3-4\cos i+\cos 2i$$

$$B_{24}=\frac{\cos i-1}{\sin i}(3+4\cos i+\cos 2i)$$

$$B_{25}=2\sin i$$

$$B_{26}=2\cos i$$

$$B_{27}=2+2\cos i$$

$$B_{28}=-2-4\cos i-2\cos 2i$$

$$B_{31}=3\sin i+15\sin 3i$$

$$B_{32}=15\sin i-5\sin 3i$$

$$B_{33}=6\cos i(3+5\cos 2i)$$

$$B_{34}=10\cos i(1-\cos 2i)$$

$$B_{35}=\frac{3}{\sin i}(\cos i+15\cos 3i)$$

$$B_{36}=\frac{15}{\sin i}(\cos i-\cos 3i)$$

$$\begin{aligned}
B_{37} &= 3 \sin i + 15 \sin 3i \\
B_{38} &= 15 \sin i - 5 \sin 3i \\
B_{39} &= -3 \cot i (\cos i + 15 \cos 3i) \\
B_{310} &= -15 \cot i (\cos i - \cos 3i) \\
\\
B_{41} &= 6 + \cos i + 10 \cos 2i + 15 \cos 3i \\
B_{42} &= 6 - \cos i + 10 \cos 2i - 15 \cos 3i \\
B_{43} &= 10 + 5 \cos i - 10 \cos 2i - 5 \cos 3i \\
B_{44} &= \frac{\cos i - 1}{\sin i} B_{41} \\
B_{45} &= \frac{\cos i + 1}{\sin i} B_{42} \\
B_{46} &= \frac{3 \cos i - 1}{\sin i} B_{43} \\
B_{47} &= 46 + 40 \cos i + 90 \cos 2i \\
B_{48} &= -46 + 40 \cos i - 90 \cos 2i \\
B_{49} &= -10 - 40 \cos i - 30 \cos 2i \\
B_{410} &= B_{47} \cos i \\
B_{411} &= B_{48} \cos i \\
B_{412} &= B_{49} \cos i \\
\\
B_{51} &= \sin i - 4 \sin 2i - 3 \sin 3i \\
B_{52} &= \sin i + 4 \sin 2i - 3 \sin 3i \\
B_{53} &= 5 \sin i + 4 \sin 2i + \sin 3i \\
B_{54} &= \frac{\cos i - 2}{\sin i} B_{51} \\
B_{55} &= \frac{\cos i + 2}{\sin i} B_{52} \\
B_{56} &= \frac{3 \cos i - 2}{\sin i} B_{53} \\
B_{57} &= \frac{1}{\sin i} (\cos i - 8 \cos 2i - 9 \cos 3i) \\
B_{58} &= \frac{1}{\sin i} (\cos i + 8 \cos 2i - 9 \cos 3i) \\
B_{59} &= \frac{1}{\sin i} (5 \cos i + 8 \cos 2i + 3 \cos 3i) \\
B_{510} &= -B_{57} \cos i \\
B_{511} &= -B_{58} \cos i \\
B_{512} &= -B_{59} \cos i \\
\\
B_{61} &= 6 + 9 \cos i - 6 \cos 2i - 9 \cos 3i \\
B_{62} &= 6 - 9 \cos i - 6 \cos 2i + 9 \cos 3i \\
B_{63} &= 10 + 13 \cos i + 6 \cos 2i + 3 \cos 3i \\
B_{64} &= \frac{\cos i - 3}{\sin i} B_{61} \\
B_{65} &= \frac{3 \cos i - 3}{\sin i} B_{63} \\
B_{66} &= -18 - 24 \cos i - 54 \cos 2i \\
B_{67} &= 22 - 24 \cos i + 18 \cos 2i
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{68} &= B_{66} \cos i \\
B_{69} &= B_{67} \cos i
\end{aligned}$$

5. Planetary equation の解

前節で求めた衛星の摂動を表わす運動方程式は非線型の連立常微分方程式となり、直接解くことができない。しかしこれらの方程式の変数のうち、時間 t を除いたすべての量は比較的ゆっくりと変動する。したがって次の様な近似解法が考えられる。

いま a_n を任意の軌道要素とすると planetary equation は

$$\frac{da_n}{dt} = f_n(a_k, t) \quad (k=1 \sim 6) \quad (5-1)$$

となる。いま a_n を次のように仮定する

$$a_n = a_{no} + \delta_1 a_{no} + \delta_2 a_{no} + \dots \quad (5-2)$$

ここで a_{no} は定数、 $\delta_1 a_{no}$, $\delta_2 a_{no}$, … はそれぞれ a_{no} に関する 1 次, 2 次, … の摂動を表わす。

(5-1) の右辺を Taylor 展開し、さらに左辺に (5-2) 式を代入すると

$$\begin{aligned}
&\frac{da_{no}}{dt} + \frac{d(\delta_1 a_{no})}{dt} + \frac{d(\delta_2 a_{no})}{dt} + \frac{d(\delta_3 a_{no})}{dt} + \dots \\
&= f_n(a_{ko}, t) + \sum_k \left(\frac{\partial f_n}{\partial a_k} \right)_{a_{ko}} \delta_1 a_{ko} \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \left(\frac{\partial^2 f}{\partial a_k \partial a_l} \right)_{a_{ko}} \delta_1 a_{ko} \delta_1 a_{lo} + \dots \quad (5-3)
\end{aligned}$$

ここで左辺の第一項は定数の微分であるから、両辺の次数を比較して

$$\frac{da_{no}}{dt} = 0 \quad (5-4)$$

$$\frac{d(\delta_1 a_{no})}{dt} = f_n(a_{ko}, t) \quad (5-5)$$

$$\frac{d(\delta_2 a_{no})}{dt} = \sum_k \left(\frac{\partial f_n}{\partial a_k} \right)_{a_{ko}} \delta_1 a_{ko} \quad (5-6)$$

$$\frac{d(\delta_3 a_{no})}{dt} = \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \left(\frac{\partial^2 f_n}{\partial a_k \partial a_l} \right)_{a_{ko}} \delta_1 a_{ko} \delta_1 a_{lo} \quad (5-7)$$

(5-4), (5-5), (5-6), (5-7) はそれぞれ 0 次, 1 次, 2 次, 3 次の摂動に関する方程式である。ところで前にも述べたように、一般に a_n はゆっくり変化するのでここでは一次の摂動だけを考える。(4-5)～(4-50) に与えられた planetary equation を t に関して積分すると 1 次の摂動は次のように求まる。なお静止軌道について考えているので、衛星の平均運動 n は地球の自転角速度 ν に等しいものとし、以下の計算はすべて ν を n に置き変えて行なった。

$$\delta a_1 = -\frac{a}{n} A_1 \left[3B_{11}e \cos M - \frac{1}{2} B_{12}e \cos(Q_{20} + M) \right] \quad (5-8)$$

$$\begin{aligned} \delta a_2 = & -\frac{a}{n} A_2 [B_{21} \{-6e \cos(Q_{02} + M) - 18e^2 \sin(Q_{02} + 2M) \cdot (nt)\} + B_{23} \{e \cos(Q_{22} + M) \\ & + (4 - 10e^2) \sin(Q_{22} + 2M) \cdot (nt) + 21e \cos(Q_{22} + 3M)\}] \end{aligned} \quad (5-9)$$

$$\delta a_3 = -\frac{a}{n} A_3 \left[B_{31} \left\{ (2 + 4e^2) \sin(Q_{10} + M) + \frac{11}{4} e^2 \sin(Q_{10} - M) \right\} + \frac{1}{4} B_{32} e^2 \sin(Q_{30} + M) \right] \quad (5-10)$$

$$\begin{aligned} \delta a_4 = & \frac{a}{n} A_4 \left[B_{41} \{(2 + 4e^2) \sin(Q_{11} + M) \cdot (nt) - 12e \cos(Q_{11} + 2M) - \frac{11}{4} B_{42} e^2 \sin(Q_{11} - M) \cdot (nt) \right. \\ & \left. + B_{43} \left\{ \frac{1}{4} e^2 \sin(Q_{31} + M) \cdot (nt) + 4e \cos(Q_{31} + 2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-11)$$

$$\begin{aligned} \delta a_5 = & \frac{a}{n} A_5 \left[B_{51} \left\{ -(2 + 4e^2) \sin(Q_{12} + M) + 12e \cos(Q_{12} + 2M) \cdot (nt) + \frac{159}{4} e^2 \sin(Q_{12} + 3M) \right\} \right. \\ & - \frac{11}{4} B_{52} e^2 \sin(Q_{12} - M) + B_{53} \left\{ -\frac{1}{4} e^2 \sin(Q_{32} + M) - 4e \cos(Q_{32} + 2M) \cdot (nt) \right. \\ & \left. \left. + (6 - 36e^2) \sin(Q_{32} + 3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-12)$$

$$\begin{aligned} \delta a_6 = & -\frac{a}{n} A_6 \left[B_{61} \left\{ 12e \cos(Q_{13} + 2M) + \frac{159}{4} e^2 \sin(Q_{13} + 3M) \cdot (nt) \right\} - B_{63} \{4e \cos(Q_{33} + 2M) \right. \\ & \left. - (6 - 36e^2) \sin(Q_{33} + 3M) \cdot (nt) + 20e \cos(Q_{33} + 4M)\} \right] \end{aligned} \quad (5-13)$$

$$\begin{aligned} \delta e_1 = & -\frac{A_1}{n} \left[B_{11} \left(3 + \frac{3}{8} e^2 \right) \cos M + B_{12} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} e^2 \right) \cos(Q_{20} + M) + \frac{1}{16} e^2 \cos(Q_{20} - M) \right\} \right] \quad (5-14) \\ \delta e^2 = & \frac{A_2}{n} \left[B_{21} \left\{ -\left(3 - \frac{3}{8} e^2 \right) \cos(Q_{02} + M) - 9e(Q_{02} + 2M) \cdot (nt) + \frac{159}{8} e^2 \cos(Q_{02} + 3M) \right\} \right. \\ & + B_{22} \left\{ -\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} e^2 \right) \cos(Q_{22} + M) + e \sin(Q_{22} + 2M) \cdot (nt) + \left(\frac{7}{2} - \frac{235}{16} e^2 \right) \cos(Q_{22} + 3M) \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{16} B_{23} e^2 \cos(Q_{22} - M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-15)$$

$$\begin{aligned} \delta e_3 = & \frac{A_3}{n} \left[B_{31} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{10}) \cdot (nt) + \frac{1}{2} e \sin(Q_{10} + M) - \frac{11}{4} e \sin(Q_{10} - M) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} B_{32} e \sin(Q_{30} + M) \right] \end{aligned} \quad (5-16)$$

$$\begin{aligned} \delta e_4 = & -\frac{A_4}{n} \left[B_{41} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{11}) + \frac{1}{2} e \sin(Q_{11} + M) \cdot (nt) + \left(3 + \frac{9}{2} e^2 \right) \cos(Q_{11} + 2M) \right\} \right. \\ & - B_{42} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{11} - M) - \frac{11}{4} e \sin(Q_{11} - M) \cdot (nt) \right\} + B_{43} \left\{ \frac{1}{4} e \sin(Q_{31} + M) \cdot (nt) \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{31} + 2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-17)$$

$$\begin{aligned} \delta e_5 = & -\frac{A_5}{n} \left[B_{51} \left\{ -\frac{1}{2} e \sin(Q_{12} + M) - \left(3 - \frac{9}{2} e^2 \right) \cos(Q_{12} + 2M) \cdot (nt) - \frac{53}{4} e \sin(Q_{12} + 3M) \right\} \right. \\ & + \frac{11}{4} B_{52} e \sin(Q_{12} - M) + B_{53} \left\{ -\frac{1}{4} e \sin(Q_{32} + M) - \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{32} + 2M) \cdot (nt) \right. \\ & \left. \left. + \frac{3}{2} e \sin(Q_{32} + 3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-18)$$

$$\begin{aligned} \delta e_6 = & -\frac{A_6}{n} \left[B_{61} \left\{ \left(3 - \frac{9}{2} e^2 \right) \cos(Q_{13} + 2M) + \frac{53}{4} e \sin(Q_{13} + 3M) \cdot (nt) \right\} + B_{63} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \right) \cos(Q_{33} + 2M) \right. \\ & \left. + \frac{3}{2} e \sin(Q_{33} + 3M) \cdot (nt) + \left(5 - \frac{25}{2} e^2 \right) \cos(Q_{33} + 4M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-19)$$

$$\delta i_1 = \frac{A_1}{n} B_{15} e \cos(Q_{20} + M) \quad (5-20)$$

$$\begin{aligned} \delta i_2 = & -\frac{A_2}{n} [B_{24} \{-e \cos(Q_{22} + M) + (2 - 4e^2) \sin(Q_{22} + 2M) \cdot (nt) - 7e \cos(Q_{22} + 3M)\} \\ & - B_{25} \{6e \cos(Q_{22} + M) - 9e^2 \sin(Q_{22} + 2M) \cdot (nt)\}] \end{aligned} \quad (5-21)$$

$$\begin{aligned} \delta i_3 = & -\frac{A_3}{n} \left[B_{33} \left\{ e \cos(Q_{10}) \cdot (nt) + \left(1 + \frac{5}{2} e^2\right) \sin(Q_{10} + M) - \frac{11}{8} e^2 \sin(Q_{10} - M) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{3}{8} B_{34} \sin(Q_{20} + M) \right] \end{aligned} \quad (5-22)$$

$$\begin{aligned} \delta i_4 = & \frac{A_4}{n} \left[B_{44} \left\{ e \cos(Q_{11}) + \left(1 + \frac{5}{2} e^2\right) \sin(Q_{11} + M) \cdot (nt) - 3e \cos(Q_{11} + 2M) \right\} + B_{45} \left\{ -e \cos(Q_{11}^-) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{11}{8} e^2 \sin(Q_{11}^- - M) \cdot (nt) \right\} + B_{46} \left\{ \frac{1}{8} e^2 \sin(Q_{31} + M) \cdot (nt) + e \cos(Q_{31} + 2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-23)$$

$$\begin{aligned} \delta i_5 = & \frac{A_5}{n} \left[B_{54} \left\{ -\left(1 + \frac{5}{2} e^2\right) \sin(Q_{12} + M) + 3e \cos(Q_{12} + 2M) \cdot (nt) + \frac{53}{8} e^2 \sin(Q_{12} + 3M) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{11}{8} B_{55} e^2 \sin(Q_{12}^- - M) + B_{56} \left\{ -\frac{1}{8} e^2 \sin(Q_{32} + M) - e \cos(Q_{32} + 2M) \cdot (nt) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(1 - \frac{11}{2} e^2\right) \sin(Q_{32} + 3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-24)$$

$$\begin{aligned} \delta i_6 = & -\frac{A_6}{n} \left[B_{64} \left\{ 3e \cos(Q_{13} + 2M) + \frac{53}{8} e^2 \cos(Q_{13} + 3M) \cdot (nt) \right\} - B_{65} \left\{ e \cos(Q_{33} + 2M) \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(1 - \frac{11}{2} e^2\right) \sin(Q_{33} + 3M) \cdot (nt) + 5e \cos(Q_{33} + 4M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-25)$$

$$\delta Q_1 = \frac{A_1}{n} B_{14} \left\{ (1 + 2e^2) \cdot (nt) + 3e \sin M + \frac{1}{2} e \cos(Q_{20} + M) \right\} \quad (5-26)$$

$$\begin{aligned} \delta Q_2 = & \frac{A_2}{n} [B_{26} \{-6e \sin(Q_{22} + M) + 9e^2 \cos(Q_{22} + 2M) \cdot (nt)\} + B_{27} \{e \sin(Q_{22} + M) \\ & + (2 - 4e^2) \cos(Q_{22} + 2M) \cdot (nt) + 7e \sin(Q_{22} + 3M)\}] \end{aligned} \quad (5-27)$$

$$\begin{aligned} \delta Q_3 = & \frac{A_3}{n} \left[B_{35} \left\{ -e \sin(Q_{10}) \cdot (nt) + \left(1 + \frac{5}{2} e^2\right) \cos(Q_{10} + M) - \frac{11}{8} e^2 \cos(Q_{10} - M) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{1}{8} B_{36} e^2 \cos(Q_{20} + M) \right] \end{aligned} \quad (5-28)$$

$$\begin{aligned} \delta Q_4 = & \frac{A_4}{n} \left[B_{47} \left\{ -e \sin(Q_{11}) + \left(1 + \frac{5}{2} e^2\right) \cos(Q_{11} + M) \cdot (nt) + 3e \cos(Q_{11} + 2M) \right\} + B_{48} \left\{ e \sin(Q_{11}^-) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{11}{8} e^2 \cos(Q_{11}^- - M) \cdot (nt) \right\} + B_{49} \left\{ \frac{1}{8} e^2 \cos(Q_{31} + M) \cdot (nt) - e \sin(Q_{31} + 2M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-29)$$

$$\begin{aligned} \delta Q_5 = & \frac{A_5}{n} \left[B_{57} \left\{ \left(1 + \frac{5}{2} e^2\right) \cos(Q_{12} + M) + 3e \sin(Q_{12} + 2M) \cdot (nt) - \frac{53}{8} e^2 \cos(Q_{12} + 3M) \right\} \right. \\ & \left. - \frac{11}{8} B_{58} e^2 \cos(Q_{12}^- - M) + B_{59} \left\{ \frac{1}{8} e^2 \cos(Q_{32} + M) - e \sin(Q_{32} + 2M) \cdot (nt) \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(1 - \frac{11}{2} e^2\right) \cos(Q_{32} + 3M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-30)$$

$$\begin{aligned} \delta Q_6 = & -\frac{A_6}{n} \left[B_{66} \left\{ -3e \sin(Q_{13} + 2M) + \frac{53}{8} e^2 \cos(Q_{13} + 3M) \cdot (nt) \right\} + B_{67} \left\{ e \sin(Q_{33} + 2M) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(1 - \frac{11}{2} e^2\right) \cos(Q_{33} + 3M) \cdot (nt) + 5e \sin(Q_{33} + 4M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-31)$$

$$\begin{aligned} \delta \omega_1 = & -\frac{A_1}{n} \left[B_{15} \left\{ \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4} e^2\right) (nt) + \left(\frac{3}{2e} - \frac{3}{4} e\right) \sin M \right\} - \left(\frac{1}{4e} - \frac{1}{8} e\right) B_{12} \sin(Q_{20} + M) \right. \\ & \left. - B_{16} \left\{ (1 + 2e^2) \cdot (nt) + 3e \sin M + \frac{1}{2} e \sin(Q_{20} + M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5-32)$$

$$\begin{aligned}\delta\omega_2 = & \frac{A_2}{n} \left[B_{21} \left\{ -\left(\frac{3}{e} - \frac{3}{2}e\right) \sin(Q_{02} + M) + \left(9 - \frac{9}{2}e^2\right) \cos(Q_{02} + 2M) \cdot (nt) \right\} - B_{22} \left\{ -\left(\frac{1}{2e} - \frac{1}{4}e\right) \sin(Q_{22} + M) \right. \right. \\ & + \left(5 - \frac{5}{2}e^2\right) \cos(Q_{22} + 2M) \cdot (nt) - \left(\frac{7}{2e} - \frac{7}{4}e\right) \sin(Q_{22} + 3M) \left. \right\} - B_{23} \left\{ -3e \sin(Q_{02} + M) \right. \\ & + \frac{9}{2}e^2 \cos(Q_{02} + 2M) \cdot (nt) \left. \right\} - B_{28} \left\{ \frac{1}{2}e \sin(Q_{22} + M) + (1 - 2e^2) \cos(Q_{22} + 2M) \cdot (nt) \right. \\ & \left. \left. + \frac{7}{2}e \sin(Q_{22} + 3M) \right\} \right] \quad (5-33)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta\omega_3 = & -\frac{A_3}{n} \left[B_{37} \left\{ \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{2}e\right) \sin(Q_{10}) \cdot (nt) - (4 - 2e^2) \cos(Q_{10} + M) + \left(\frac{11}{4} - \frac{11}{8}e^2\right) \cos(Q_{10} - M) \right\} \right. \\ & - B_{38} \left\{ \frac{1}{4} - \frac{1}{8}e^2 \right\} \cos(Q_{30} + M) + B_{39} \left\{ e \sin(Q_{10}) \cdot (nt) - (1 + 2e^2) \cos(Q_{10} + M) \right. \\ & \left. \left. + \frac{11}{8}e^2 \cos(Q_{10} - M) \right\} - \frac{1}{8}B_{310}e^2 \cos(Q_{30} + M) \right] \quad (5-34)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta\omega_4 = & -\frac{A_4}{n} \left[B_{41} \left\{ -\left(\frac{1}{e} - \frac{1}{2}e\right) \sin(Q_{11}) + (4 - 2e^2) \cos(Q_{11} + M) \cdot (nt) + \left(\frac{3}{e} - \frac{3}{2}e\right) \sin(Q_{11} + 2M) \right\} \right. \\ & - B_{42} \left\{ \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{2}e\right) \sin(Q_{11}^-) + \left(\frac{11}{4} - \frac{11}{8}e^2\right) \cos(Q_{11}^- - M) \cdot (nt) \right\} + B_{43} \left\{ \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}e^2\right) \cos(Q_{31} + M) \cdot (nt) \right. \\ & - \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{2}e\right) \sin(Q_{31} + 2M) \left. \right\} + B_{410} \left\{ -e \sin(Q_{11}) + (1 + 2e^2) \cos(Q_{11} + M) \cdot (nt) + 3e \sin(Q_{11} + 2M) \right\} \\ & + B_{411} \left\{ e \sin(Q_{11}^-) + \frac{11}{8}e^2 \cos(Q_{11}^- - M) \cdot (nt) \right\} + B_{413} \left\{ \frac{1}{8}e^2 \cos(Q_{31} + M) \cdot (nt) - e \sin(Q_{31} + 2M) \right\} \left. \right] \quad (5-35)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta\omega_5 = & \frac{A_5}{n} \left[B_{51} \left\{ (4 - 2e^2) \cos(Q_{12} + M) + \left(\frac{3}{e} - \frac{3}{2}e\right) \sin(Q_{12} + 2M) \cdot (nt) - \left(\frac{53}{4} - \frac{53}{8}e^2\right) \cos(Q_{12} + 3M) \right\} \right. \\ & - B_{52} \left\{ \frac{11}{4} - \frac{11}{8}e^2 \right\} \cos(Q_{12}^- - M) + B_{53} \left\{ \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}e^2\right) \cos(Q_{32} + M) - \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{2}e\right) \sin(Q_{32} + 2M) \cdot (nt) \right. \\ & \left. + (12 - 6e^2) \cos(Q_{32} + 3M) \right\} + B_{510} \left\{ (1 + 2e^2) \cos(Q_{12} + M) + 3e \sin(Q_{12} + 2M) \cdot (nt) \right. \\ & \left. - \frac{53}{8}e^2 \cos(Q_{12} + 2M) \right\} - \frac{11}{8}B_{511}e^2 \cos(Q_{12}^- - M) + B_{512} \left\{ \frac{1}{8}e^2 \cos(Q_{32} + M) \right. \\ & \left. - e \sin(Q_{32} + 2M) \cdot (nt) - (1 - 6e^2) \cos(Q_{32} + 3M) \right\} \left. \right] \quad (5-36)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta\omega_6 = & \frac{A_6}{n} \left[B_{61} \left\{ -\left(\frac{3}{e} - \frac{3}{2}e\right) \sin(Q_{13} + 2M) + \left(\frac{53}{4} - \frac{53}{8}e^2\right) \cos(Q_{13} + 3M) \cdot (nt) \right\} \right. \\ & - B_{63} \left\{ -\left(\frac{1}{e} - \frac{1}{2}e\right) \sin(Q_{33} + 2M) + (12 - 6e^2) \cos(Q_{33} + 3M) \cdot (nt) - \left(\frac{5}{e} - \frac{5}{2}e\right) \sin(Q_{33} + 4M) \right\} \\ & + B_{68} \left\{ -3e \sin(Q_{13} + 2M) + \frac{53}{8}e^2 \cos(Q_{13} + 3M) \cdot (nt) \right\} + B_{69} \left\{ e \sin(Q_{33} + 2M) \right. \\ & \left. + (1 - 6e^2) \cos(Q_{33} + 3M) \cdot (nt) + 5e \sin(Q_{33} + 4M) \right\} \left. \right] \quad (5-37)\end{aligned}$$

$$\delta M_1 = \frac{A_1}{n} \left[B_{11} \left\{ \left(\frac{3}{2} + 6e^2\right) \cdot (nt) - \left(\frac{3}{2e} - \frac{21}{2}e^2\right) \sin M \right\} + B_{12} \left\{ \left(\frac{1}{4e} - \frac{7}{4}e\right) \sin(Q_{20} + M) - \frac{5}{64} \sin(Q_{20} - M) \right\} \right] \quad (5-38)$$

$$\begin{aligned}\delta M_2 = & \frac{A_2}{n} \left[B_{21} \left\{ -\left(\frac{3}{e} - \frac{201}{8}e\right) \sin(Q_{02} + M) + (9 - 36e^2) \cos(Q_{02} + 2M) \cdot (nt) \right\} - B_{22} \left\{ -\frac{1}{2e} - \frac{7}{2}e \right\} \sin(Q_{22} + M) \right. \\ & \left. + (11 - 20e^2) \cos(Q_{22} + 2M) \cdot (nt) - \left(\frac{7}{2e} - \frac{49}{2}e\right) \sin(Q_{22} + 3M) \right\} \left. \right] \quad (5-39)\end{aligned}$$

$$\delta M_3 = -\frac{A_3}{n} \left[B_{31} \left\{ \left(\frac{1}{e} - 9e\right) \sin(Q_{10}) \cdot (nt) + (4 + 20e^2) \cos(Q_{10} + M) + \left(\frac{11}{4} - \frac{55}{4}e^2\right) \cos(Q_{10} - M) \right\} \right]$$

$$-B_{32}\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{4}e^2\right)\cos(Q_{30}+M)\Big] \quad (5-40)$$

$$\begin{aligned} \delta M_4 = & -\frac{A_4}{n}\left[B_{41}\left\{-\left(\frac{1}{e}-9e\right)\sin(Q_{11})-(4+20e^2)\cos(Q_{11}+M)\cdot(nt)+\left(\frac{3}{e}-27e\right)\sin(Q_{11}+2M)\right\}\right. \\ & +B_{42}\left\{\left(\frac{1}{e}-9e\right)\sin(Q_{11})+\left(\frac{11}{4}-\frac{55}{4}e^2\right)\cos(Q_{11}-M)\cdot(nt)\right\}+B_{43}\left\{\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{4}e^2\right)\cos(Q_{31}+M)\cdot(nt)\right. \\ & \left.\left.-\left(\frac{1}{e}-9e\right)\sin(Q_{31}+2M)\right\}\Big] \end{aligned} \quad (5-41)$$

$$\begin{aligned} \delta M_5 = & -\frac{A_5}{n}\left[B_{51}\left\{-(4+20e^2)\sin(Q_{12}+M)-\left(\frac{3}{e}-27e\right)\cos(Q_{12}+2M)\cdot(nt)-\left(\frac{53}{4}-\frac{265}{4}e^2\right)\sin(Q_{12}+3M)\right\}\right. \\ & -B_{52}\left(\frac{11}{4}-\frac{53}{4}e^2\right)\sin(Q_{12}-M)+B_{53}\left\{\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{4}e^2\right)\sin(Q_{32}+M)+\left(\frac{1}{e}-9e\right)\cos(Q_{32}+2M)\cdot(nt)\right. \\ & \left.\left.+(20-60e^2)\sin(Q_{32}+3M)\right\}\Big] \end{aligned} \quad (5-42)$$

$$\begin{aligned} \delta M_6 = & \frac{A_6}{n}\left[B_{61}\left\{-\left(\frac{3}{e}-27e\right)\sin(Q_{13}+2M)+\left(\frac{53}{4}-\frac{265}{4}e^2\right)\cos(Q_{13}+3M)\cdot(nt)\right\}+B_{63}\left\{\left(\frac{1}{e}-9e\right)\sin(Q_{33}\right. \\ & \left.+2M)-(20-60e^2)\cos(Q_{33}+3M)\cdot(nt)+\left(\frac{5}{e}-45e\right)\sin(Q_{33}+4M)\right\}\Big] \end{aligned} \quad (5-43)$$

以上の結果から、重力場のゆがみによって生じる軌道要素の変化はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta a &= \sum_{k=1}^6 \{(\delta a_k)_t - (\delta a_k)_{t_0}\} \\ \Delta e &= \sum_{k=1}^6 \{(\delta e_k)_t - (\delta e_k)_{t_0}\} \\ \Delta i &= \sum_{k=1}^6 \{(\delta i_k)_t - (\delta i_k)_{t_0}\} \\ \Delta \Omega &= \sum_{k=1}^6 \{(\delta \Omega_k)_t - (\delta \Omega_k)_{t_0}\} \\ \Delta \omega &= \sum_{k=1}^6 \{(\delta \omega_k)_t - (\delta \omega_k)_{t_0}\} \\ \Delta M &= \sum_{k=1}^6 \{(\delta M_k)_t - (\delta M_k)_{t_0}\} \end{aligned} \right\} \quad (5-44)$$

シミュレーションシステムにおけるこの計算過程は図4に示した。すなわち6章で説明する赤経一赤緯系または経度一緯度系で観測された衛星のデータは図5に示した座標変換(I)で軌道要素に変換され、地球の重力場における摂動が planetary equation によって計算される。そして再び図6に示した座標変換(II)によって赤経一赤緯系または経度一緯度系の座標に変換される。座標変換の計算は6章に示した、

6. 座 標 変 換

図5および6に示すような座標変換システムを構成した。図5は種々の入力データを軌道要素に変換するシステムであり、図6はシミュレーションシステムの出力データを種々の座標系の成分に変換するものである。座標系の関係は図7に、橢円軌道上の衛星の速度を図8にまた具体的な変換式は図9～図16に示した。

図11, 12, 13などの導出は多くの天体力学関係の文献^{(1), (2), (9), (10)}に詳しいし、その他も簡単な演算で求められるので、ここでは必要な説明だけにとどめる。

赤道面直交座標系

原点：地球中心

基準面：赤道面

座標軸： x 軸—春分点方向

y 軸—赤道面内で x 軸に直交

z 軸—原点を通って赤道面に垂直（自転軸）

軌道要素から (x, y, z) , $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ の導出（図12参照）において、離心近点離角 E , 真近点離角 f および $\cos E$, $\sin E$ は Bessel 関数 $J_s(se)$ を用い平均近点離角 M の級数で表わされているが、それらは實際には次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} J_1(x) &= \frac{x}{2}\left(1-\frac{x^2}{8}+\frac{x^4}{192}-\frac{x^6}{9216}+\dots\right) \\ J_2(x) &= \frac{x^2}{8}\left(1-\frac{x^2}{12}+\frac{x^4}{384}-\frac{x^6}{23040}+\dots\right) \\ J_3(x) &= \frac{x^3}{48}\left(1-\frac{x^2}{16}+\frac{x^4}{640}+\dots\right) \\ J_4(x) &= \frac{x^4}{384}\left(1-\frac{x^2}{20}+\frac{x^4}{960}-\dots\right) \\ J_5(x) &= \frac{x^5}{3840}\left(1-\frac{x^2}{24}+\dots\right) \\ J_6(x) &= \frac{x^6}{46080}\left(1-\frac{x^2}{28}+\dots\right) \\ J_7(x) &= \frac{x^7}{645120}(1-\dots) \end{aligned} \right\} \quad (6-1)$$

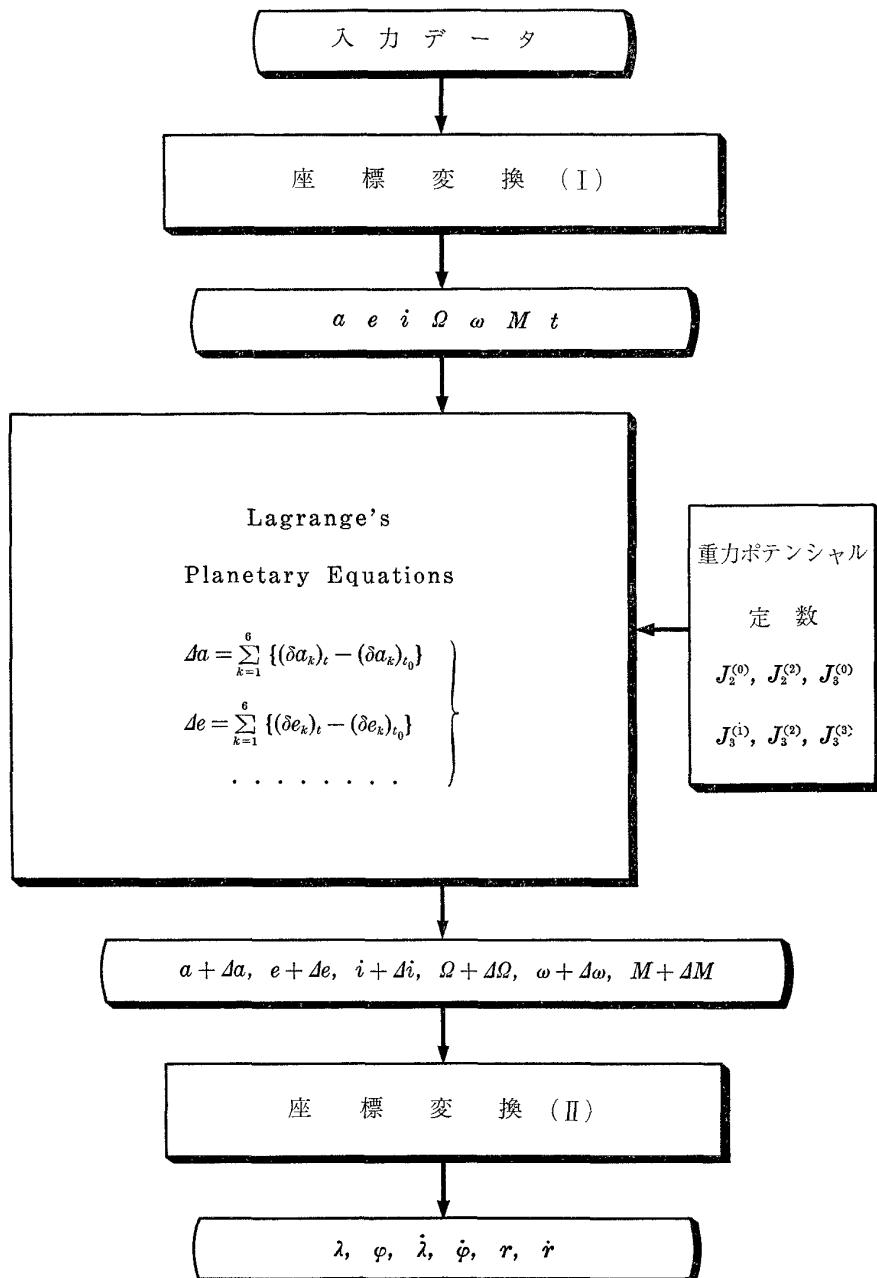


図 4 重力場のゆがみによる摂動の計算

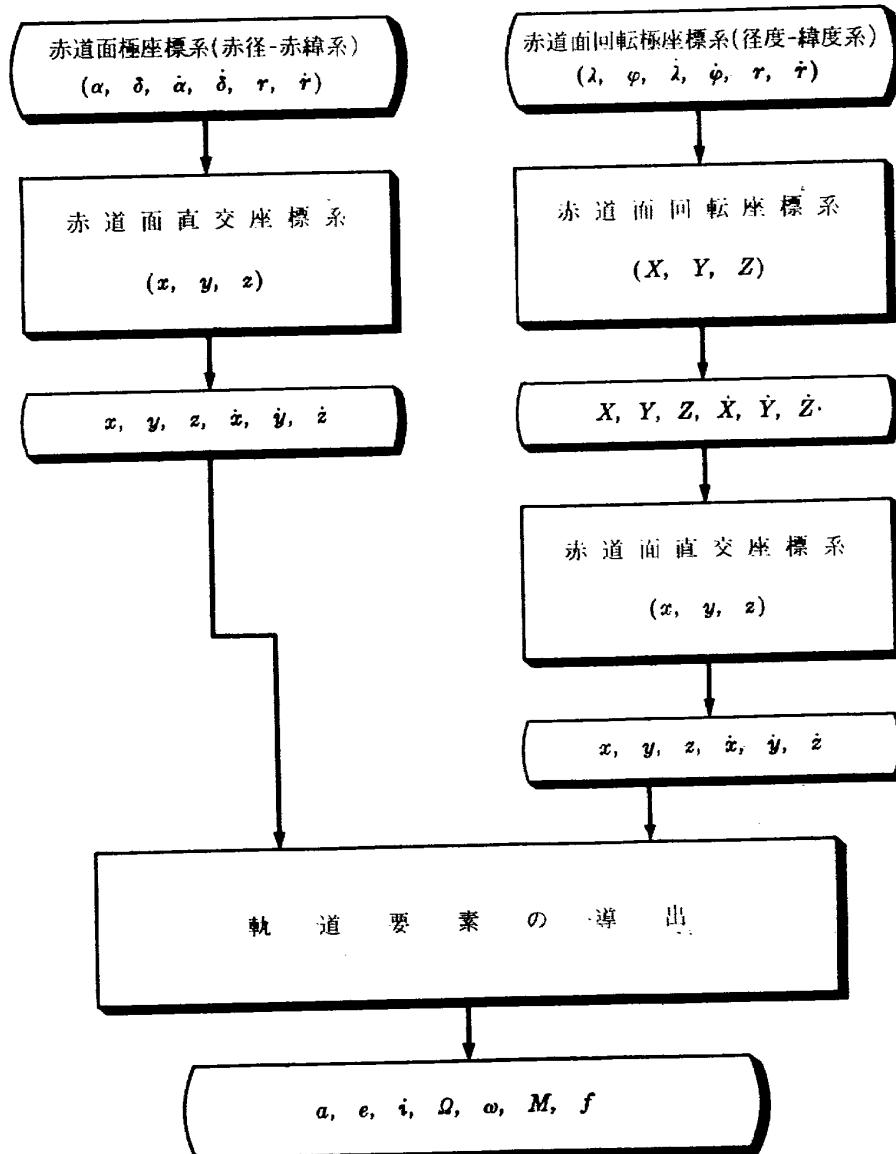


図 5 座標変換 (I) 各座標系の成分から軌道要素への変換

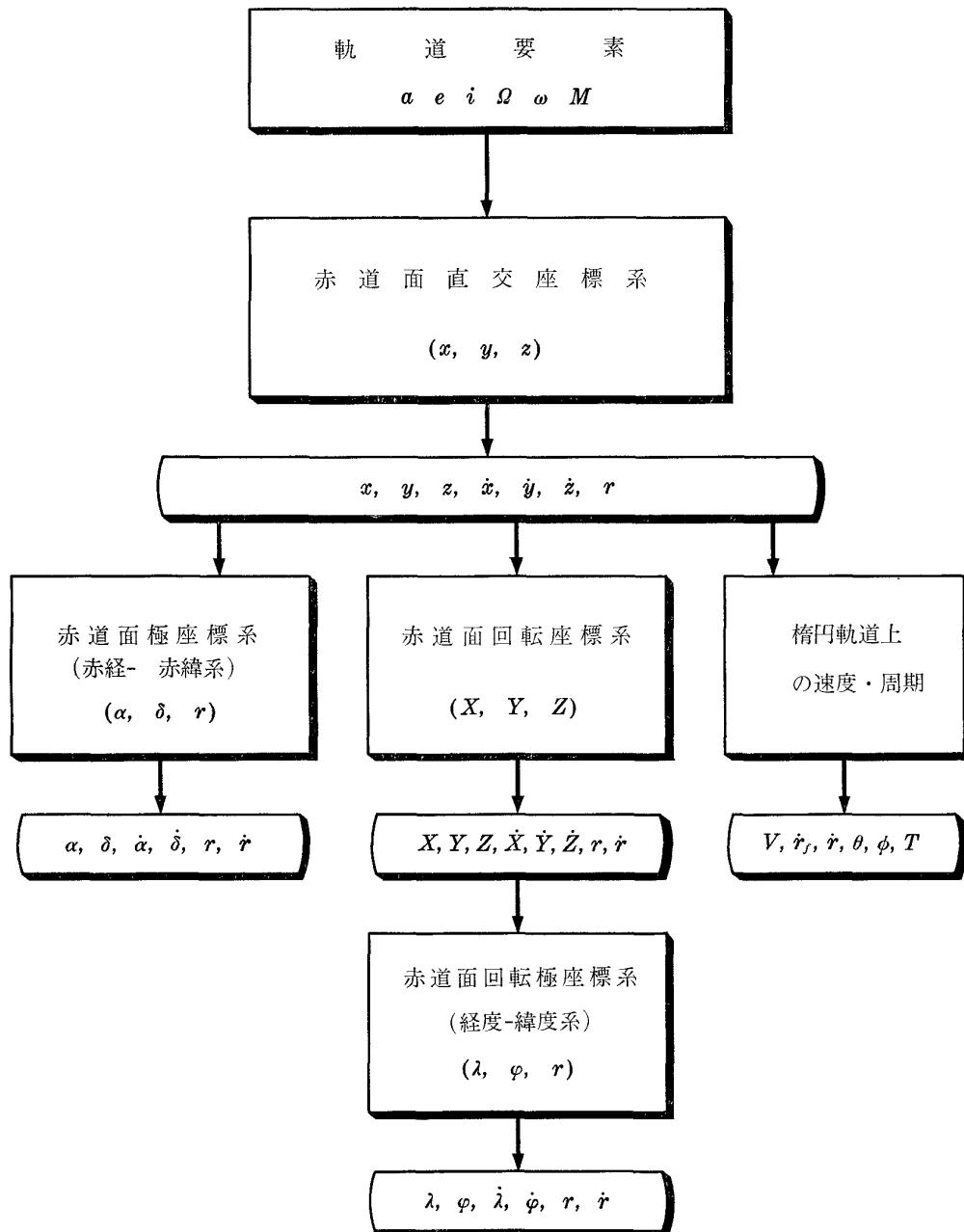


図 6 座標変換 (II) 軌道要素から各座標系の成分への変換

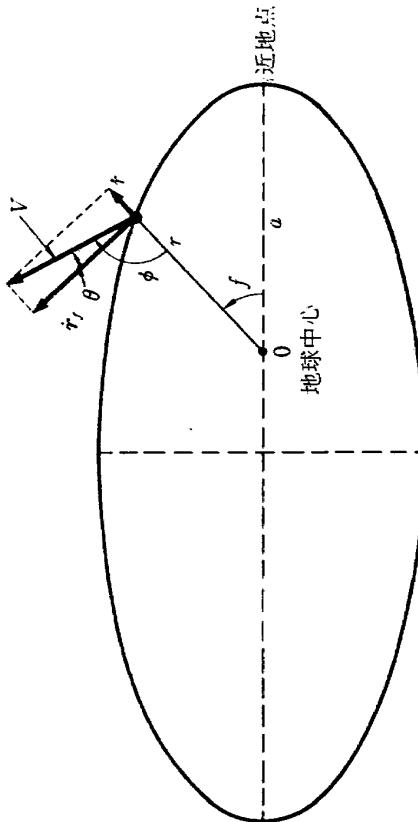


図 8 楕円軌道上の速度

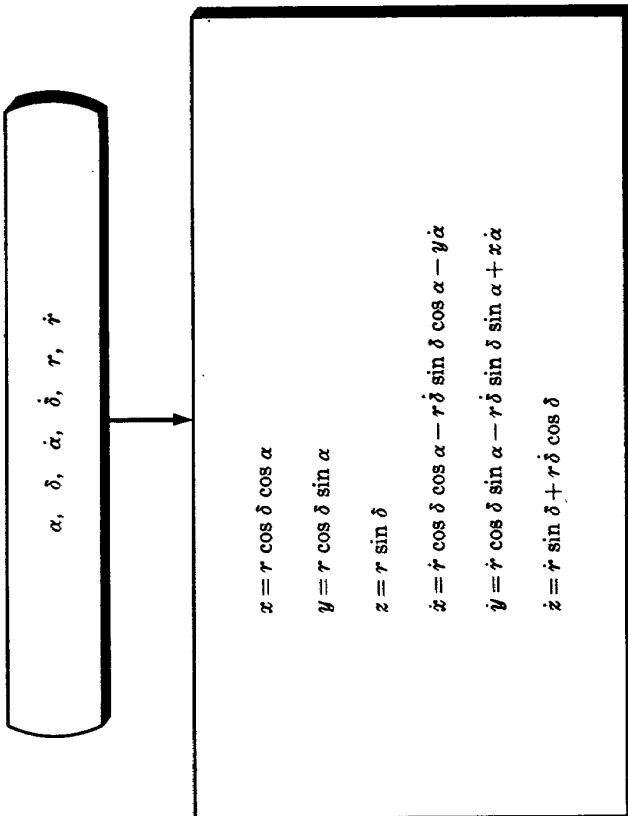
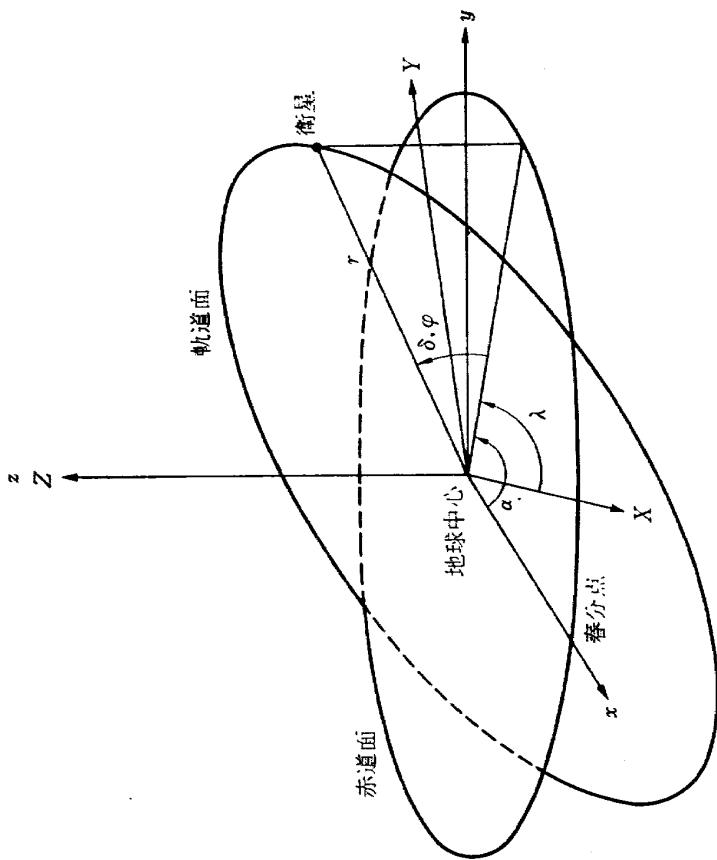


図 9 赤道面極座標系から赤道面直交座標系への変換



x, y, z 系：赤道面直交座標系
 X, Y, Z 系：赤道面回転座標系
 r, α, δ 系：赤道赤緯系
 r, λ, φ 系：経度緯度系

図 7 座標系の関係

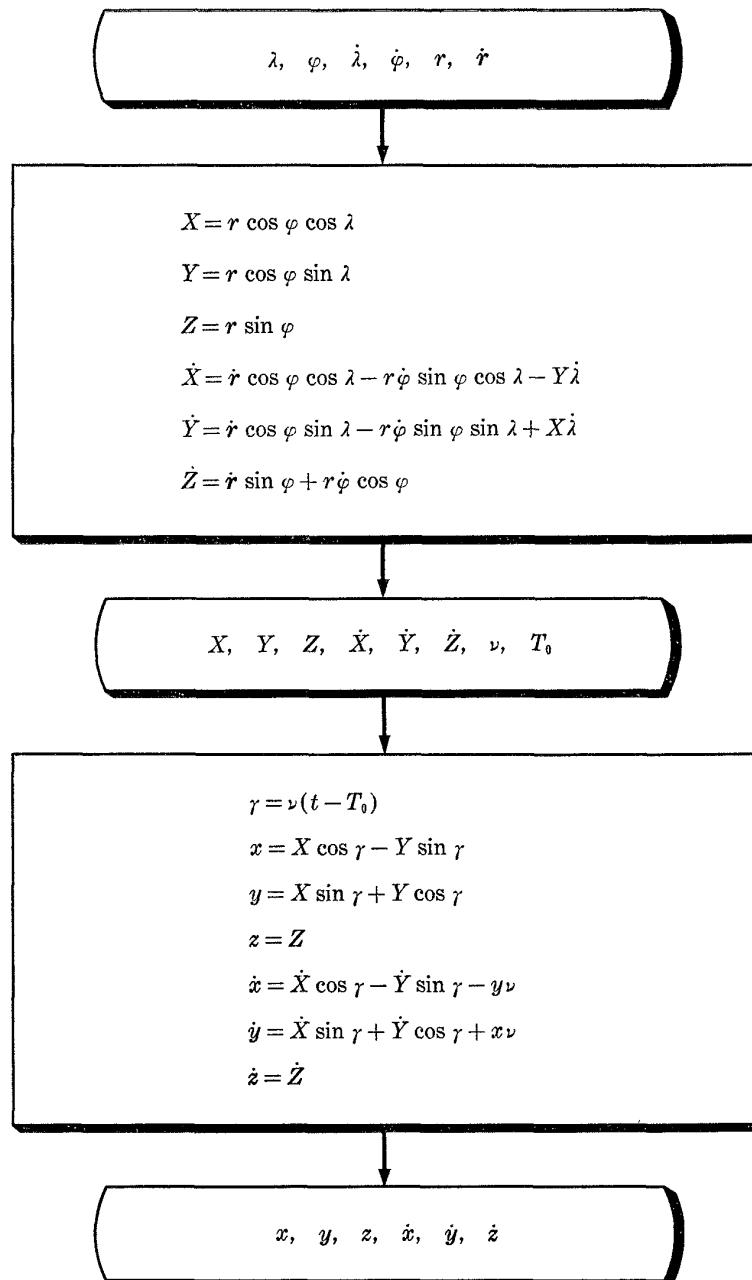


図 10 赤道面回転極座標系から赤道面回転座標系および
赤道面直交座標系への変換

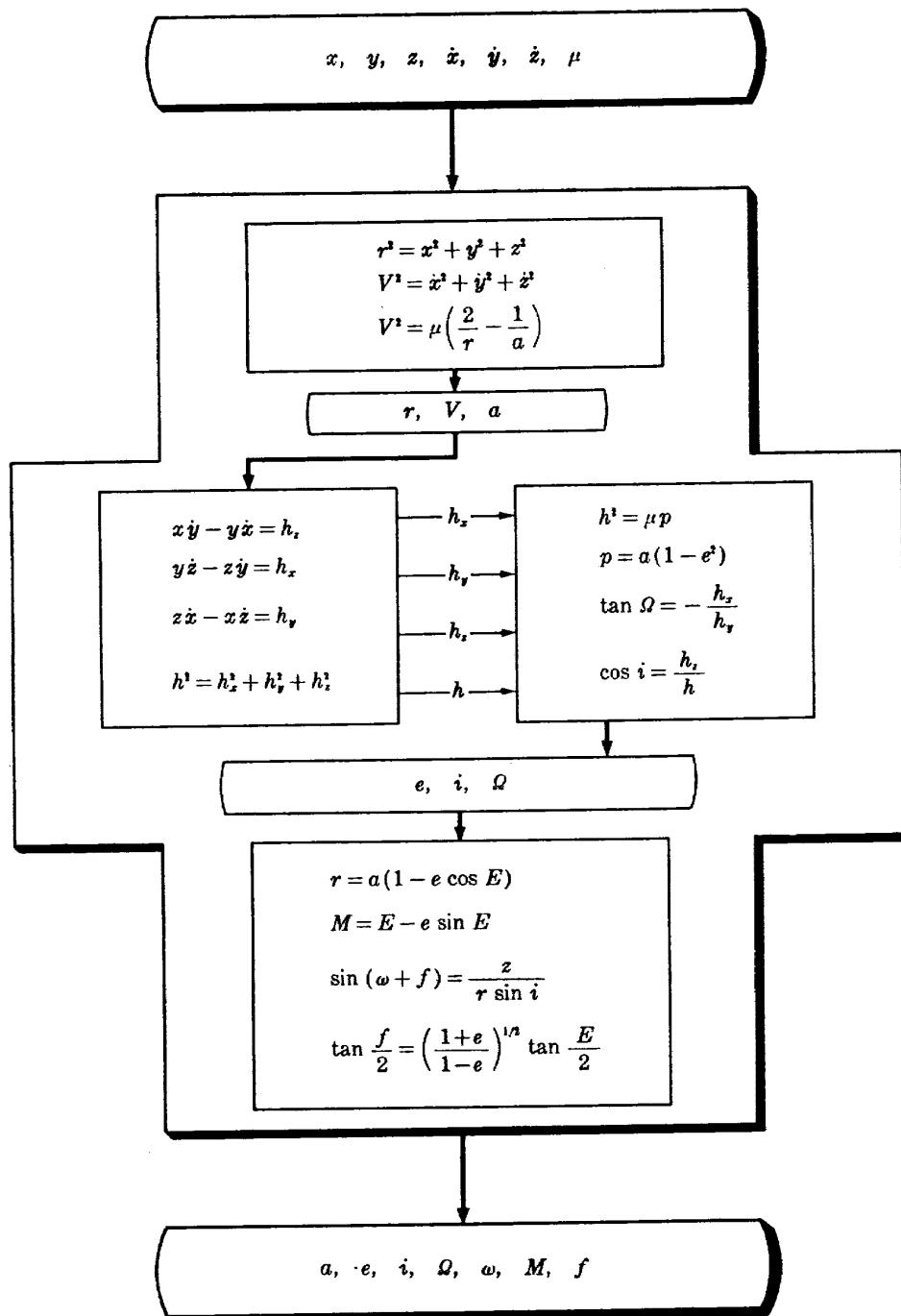


図 11 衛星の位置速度から軌道要素の導出

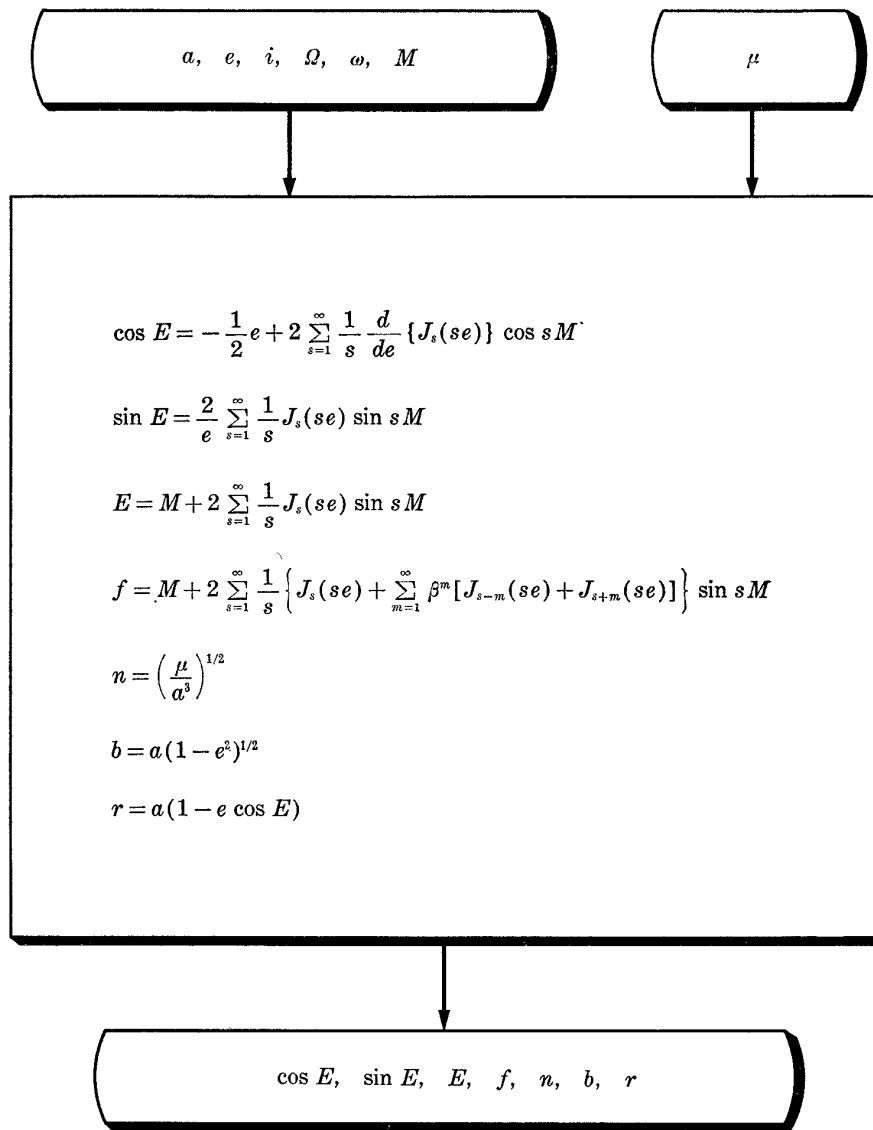


図 12 軌道要素から赤道面直交座標系への変換 (1)

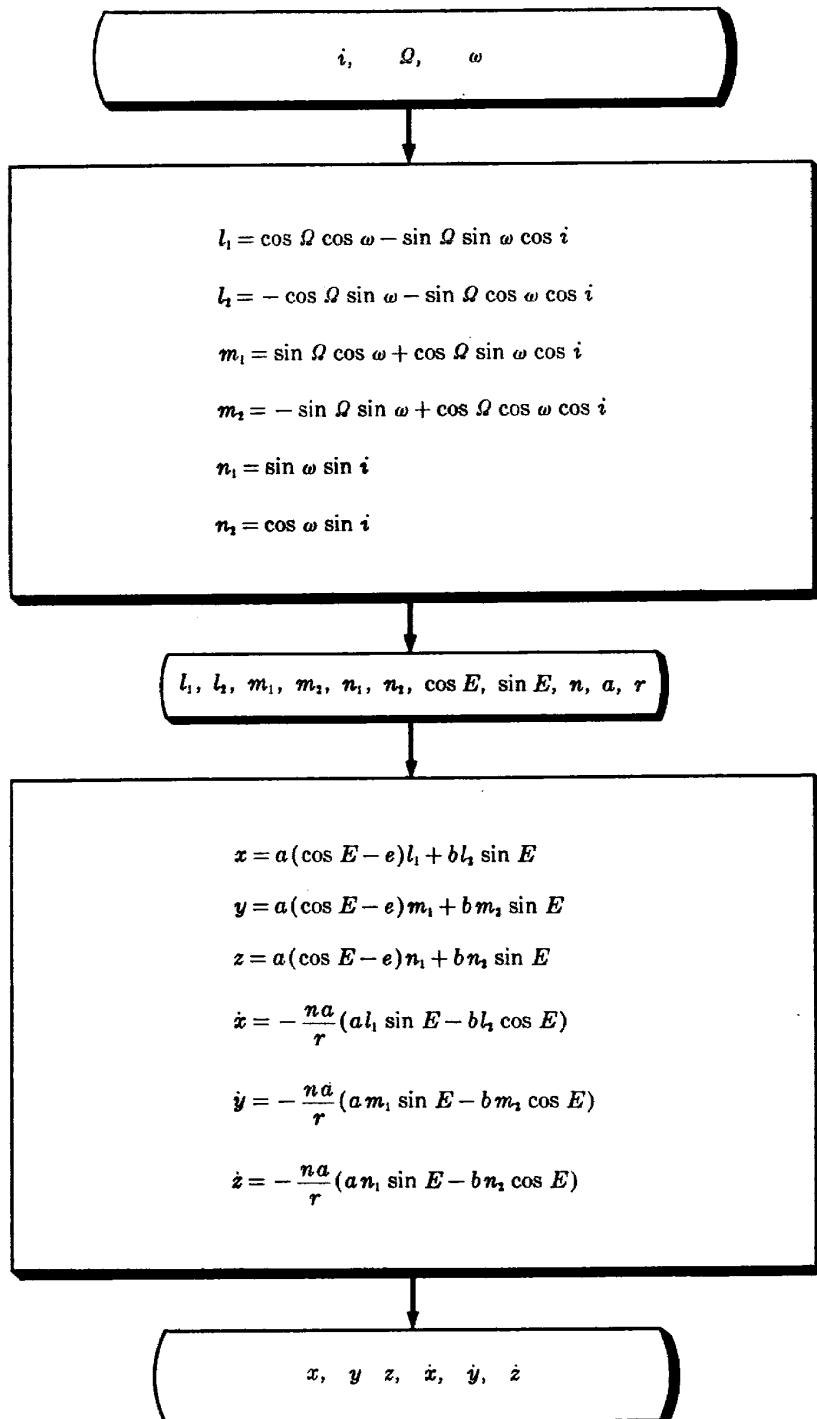


図 13 軌道要素から赤道面直交座標系への変換 (2)

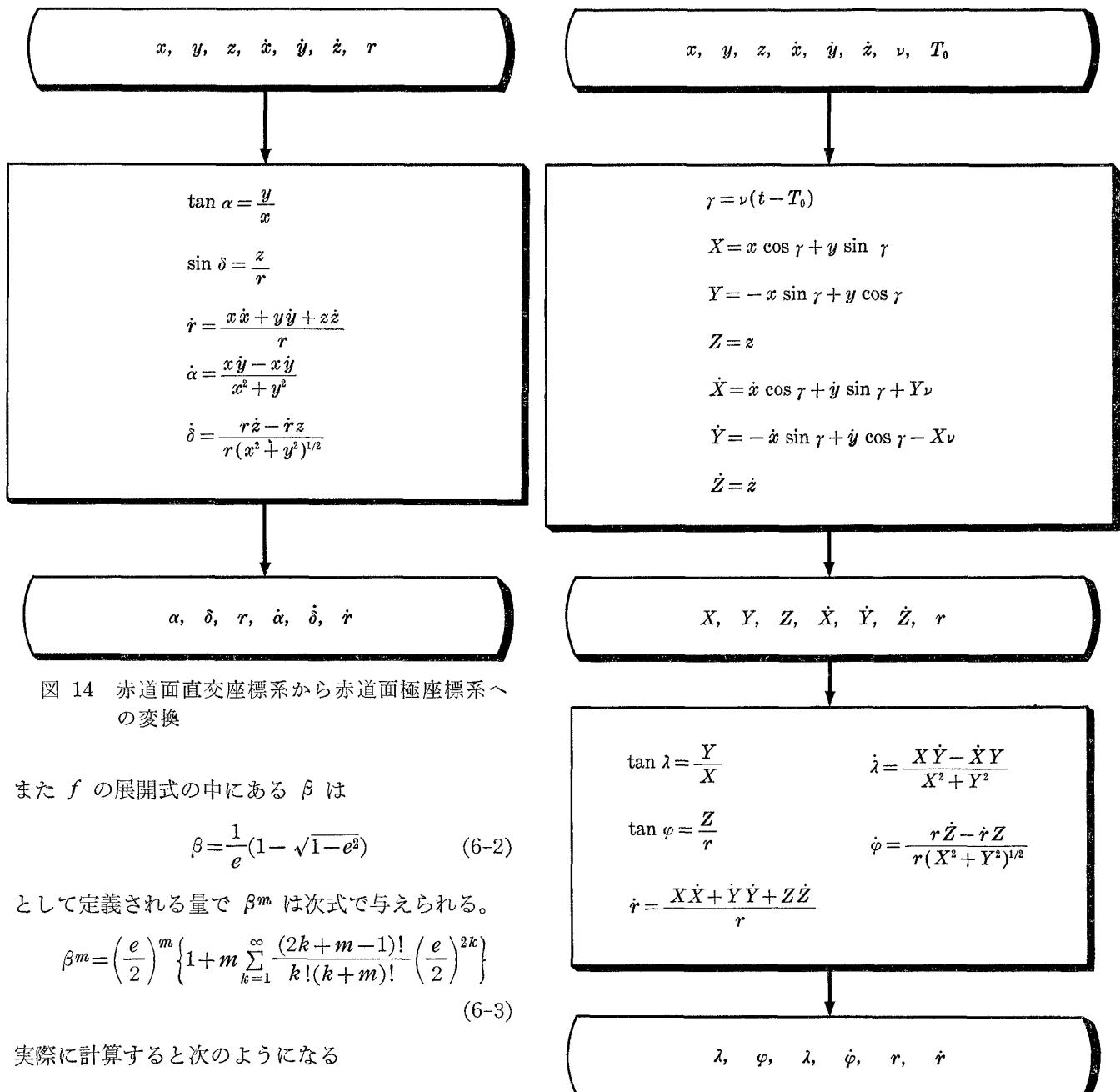


図 14 赤道面直交座標系から赤道面極座標系への変換

また f の展開式の中にある β は

$$\beta = \frac{1}{e} (1 - \sqrt{1-e^2}) \quad (6-2)$$

として定義される量で β^m は次式で与えられる。

$$\beta^m = \left(\frac{e}{2}\right)^m \left\{ 1 + m \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k+m-1)!}{k!(k+m)!} \left(\frac{e}{2}\right)^{2k} \right\} \quad (6-3)$$

実際に計算すると次のようになる

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{1}{2}e + \frac{1}{8}e^3 + \frac{1}{16}e^5 + \frac{5}{128}e^7 \\ \beta^2 &= \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{8}e^4 + \frac{5}{64}e^6 \\ \beta^3 &= \frac{1}{8}e^3 + \frac{3}{32}e^5 + \frac{9}{128}e^7 \\ \beta^4 &= \frac{1}{16}e^4 + \frac{1}{16}e^6 \\ \beta^5 &= \frac{1}{32}e^5 + \frac{5}{128}e^7 \\ \beta^6 &= \frac{1}{64}e^6 \\ \beta^7 &= \frac{1}{128}e^7 \end{aligned} \right\} \quad (6-4)$$

(6-1), (6-4) を用いて $\cos E, \sin E, E, f$ は次のようになる。

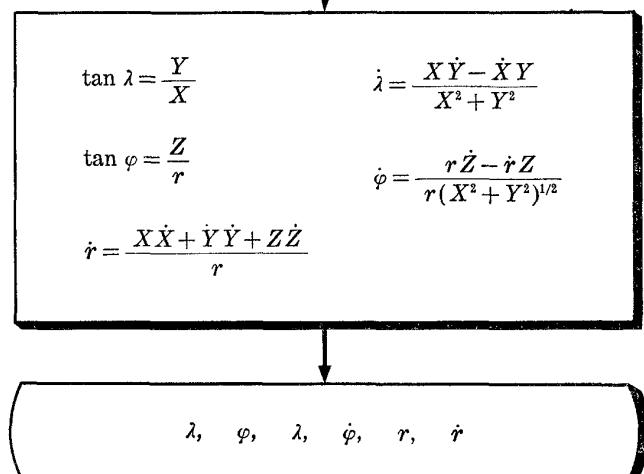


図 15 赤道面直交座標系から赤道面回転座標系および赤道面回転極座標への変換

$$\begin{aligned} \cos E &= -\frac{1}{2}e + \left(1 - \frac{3}{8}e^2 + \frac{5}{192}e^4\right) \cos M \\ &\quad + \left(\frac{1}{2}e - \frac{1}{3}e^3 + \frac{1}{16}e^5\right) \cos 2M \\ &\quad + \left(\frac{3}{8}e^2 - \frac{45}{128}e^4\right) \cos 3M \\ &\quad + \left(\frac{1}{3}e^3 - \frac{2}{5}e^5\right) \cos 4M + \frac{125}{384}e^4 \cos 5M \\ &\quad + \frac{27}{80}e^5 \cos 6M \end{aligned} \quad (6-5)$$

$$\begin{aligned} \sin E &= \left(1 - \frac{1}{8}e^2 + \frac{1}{192}e^4\right) \sin M \\ &\quad + \left(\frac{1}{2}e - \frac{1}{6}e^3 + \frac{1}{48}e^5\right) \sin 2M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(\frac{3}{8} e^3 - \frac{27}{128} e^4 \right) \sin 3M \\
 & + \left(\frac{1}{3} e^3 - \frac{4}{15} e^5 \right) \sin 4M + \frac{125}{384} e^4 \sin 5M \\
 & + \frac{27}{80} e^5 \sin 6M
 \end{aligned} \tag{6-6}$$

$$\begin{aligned}
 E = M & + \left(e - \frac{1}{8} e^3 + \frac{1}{192} e^5 \right) \sin M \\
 & + \left(\frac{1}{2} e^3 - \frac{1}{6} e^4 + \frac{1}{48} e^6 \right) \sin 2M \\
 & + \left(\frac{3}{8} e^3 - \frac{27}{128} e^5 \right) \sin 3M + \frac{1}{3} e^4 \sin 4M \\
 & + \frac{125}{384} e^5 \sin 5M
 \end{aligned} \tag{6-7}$$

$$\begin{aligned}
 f = M & + \left(2e - \frac{1}{4} e^3 + \frac{5}{96} e^5 \right) \sin M \\
 & + \left(\frac{5}{4} e^3 - \frac{11}{24} e^4 \right) \sin 2M + \left(\frac{13}{12} e^3 \right. \\
 & \left. - \frac{43}{64} e^5 \right) \sin 3M + \frac{103}{96} e^4 \sin 4M \\
 & + \frac{1097}{960} e^5 \sin 5M
 \end{aligned} \tag{6-8}$$

赤道面極座標系
原点: 地球中心
基準面: 赤道面
座標軸: r —動径
 α —赤経
 δ —赤緯

赤道面回転座標系
原点: 地球中心
基準面: 赤道面
座標軸: X 軸—赤道面内で本初子午線方向
 Y 軸—赤道面内で X 軸と直交する
 Z 軸—地球の自転軸方向

したがってこの座標系は Z 軸まわりに、地球の自転角速度 ν で回転する。なお t_0 は X 軸が春分点を通過する時刻にとる。

赤道面回転極座標系
原点: 地球中心
基準面: 赤道面
座標軸: r —動径
 λ —本初子午線を基準にした経度

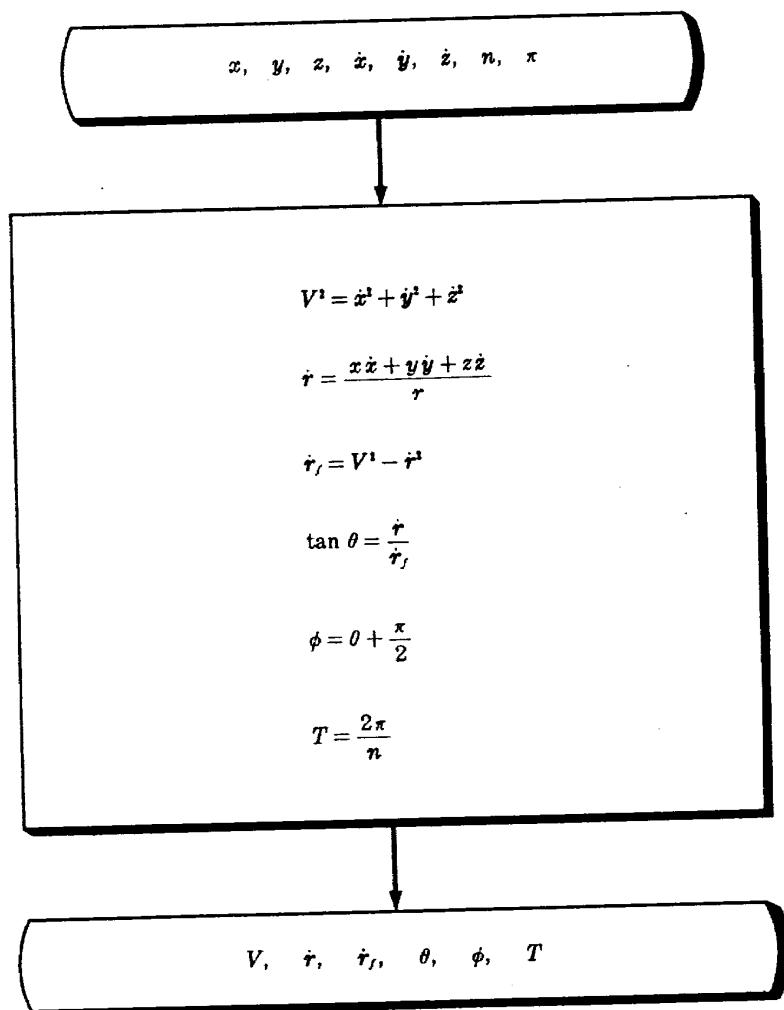


図 16 楕円軌道上の速度、周期

ϕ —赤道面と動径のなす角度（緯度）

7. シミュレーションシステムの検討

地球の重力場によって静止衛星が受ける摂動は式(5-44)のように求められたが、この結果がどの程度、実際の衛星の摂動をシミュレートできるか確かめるために表1に示した各定数を用いて Syncom II の場合について計算し、観測データと比較した。その結果は図17および図18に示した。実際に比較した軌道要素は a, e, i, Ω の4つであるが、このうち a と Ω に関しては計算値と観測値が非常によく一致している。また e と i に関しては差があるが、これは離心率 e は

表1 計算に用いた重力ポテンシャルの定数

$J_2^{(0)} = 1082.628 \times 10^{-6}$
$J_2^{(2)} = -1.70 \times 10^{-6}$
$J_3^{(0)} = -2.54 \times 10^{-6}$
$J_3^{(1)} = -1.90 \times 10^{-6}$
$J_3^{(2)} = -0.104 \times 10^{-6}$
$J_3^{(3)} = -1.57 \times 10^{-6}$
$\lambda_2^{(2)} = -19.0^\circ$
$\lambda_3^{(1)} = -7.3^\circ$
$\lambda_3^{(2)} = 20.9^\circ$
$\lambda_3^{(3)} = 21.4^\circ$
$R_0 = 6378.155 (\text{km})$
$\mu = 1.43496468 \times 10^8 (\text{km}^2/\text{min}^2)$

これらのデータは参考文献13~16による。
 $\lambda_n^{(m)}$ は本初子午線から西まわりを正とする。

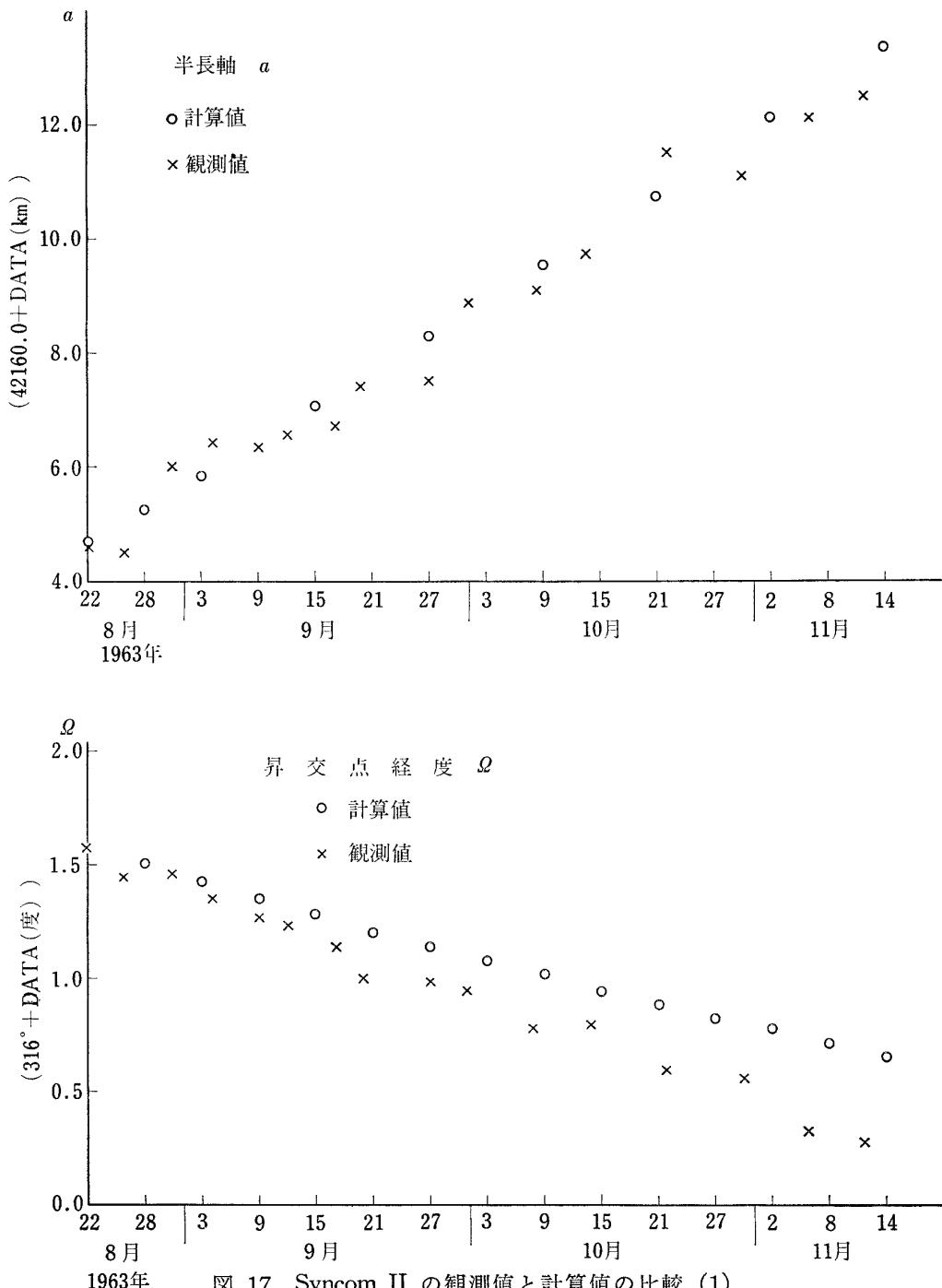


図17 Syncom II の観測値と計算値の比較(1)

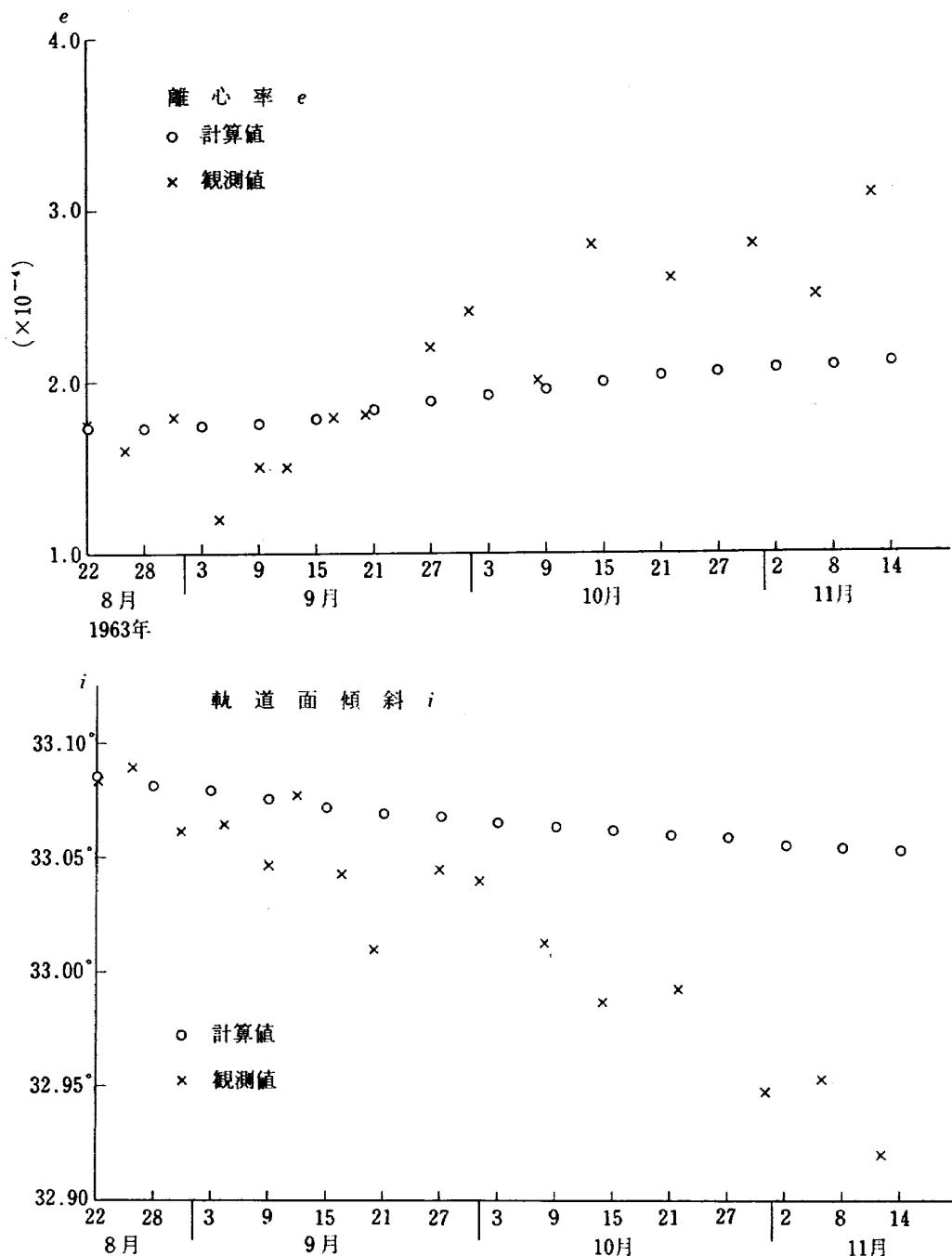


図 18 Syncom II の観測値と計算値の比較 (2)

太陽輻射によって、また軌道面傾斜は月と太陽の重力によって大きな影響を受けるが、ここではそれらの影響を考慮していないためであると考えられる。したがってこれらの比較から、(5-8)～(5-44)に定式化された重力場のひずみによる静止衛星の摂動の式は実際の衛星の運動を非常によくシミュレートしているといえる。なおここで用いた Syncom II のデータは参考文献(16)から引用した。

8. まとめ

静止衛星の軌道保持シミュレーションシステムの構成を行なうために、まず地球の重力場のゆがみによっ

て静止衛星が受ける摂動の定式化とディジタルシミュレーションのためのプログラムの作成を行なった。その内容を要約すると次のようになる。

1) 運動の定式化は Lagrange の planetary equation の一次近似積分によって軌道要素の変化を求めるという general perturbation 法によって行なった。これによって摂動関数を第 6 項まで考慮したにもかかわらず、計算時間が非常に少ない簡単な定式化ができた。

2) General perturbation 法を用いる際の最も困難な点は摂動の方程式を積分する際、摂動関数の級数展開が非常に複雑になることであるが、静止衛星の軌道保持という観点から、周期が 1 日未満の短周期成分は

不必要である、円軌道に近いものを対象とするので、離心率 e は 3 乗以上の項を無視できることを加味して、摂動関数の必要な成分だけを考慮することによって簡単に定式化を行なうことができた。

3) (5-8)～(5-43) 式でわかるように摂動を受けて変化した軌道要素の量が独立変数 t (実際は M) の関数として表わされた。したがって必要な瞬間の軌道要素が簡単に求められる。

4) この方法を用いて Syncrom II の摂動のシミュレーションを行なったが、図 (17)～(18) に示したように観測値に良く一致した。

5) Planetary equation によって軌道要素の変化が求まるが、実際には他の座標系から見た衛星の状態が必要になることを考えて、赤道面直交座標系、赤道面回転座標系および極座標系（赤経一赤緯系、経度一緯度系）と軌道要素の間の変換プログラムを加えた。

参考文献

1. A.E. Roy, "The Foundations of Astrodynamics." New York, Macmillan, 1965
2. W.M. Smart, "Celestial Mechanics." London, Longmans, Green and Co., 1953
3. T.E. Sterne, "An Introduction to Celestial Mechanics." Interscience Publishers, INC., 1960
4. F.R. Moulton, "An Introduction to Celestial Mechanics." The Macmillan Company, 1914
5. J.M.A. Danby, "Fundamentals of Celestial Mechanics." The Macmillan Company, 1962
6. J. Kovalevsky, "Introduction to Celestial Mechanics." D. Reidel Publishing Company, 1967
7. R.M.L. Baker and M.W. Makemson, "An Introduction to Astrodynamics." Second Edition, Academic Press, 1967
8. A. Cayley, "Tables of the Developments of Functions in the Theory of Elliptic Motion." Memoirs of the Royal Astronomical Society, Vol. XXIX, pp. 191, 1861
9. D. Brouwer and G.M. Clemence, "Methods of Celestial Mechanics." New York, Academic Press, 1961
10. G.A. Chebotarev, "Analytical and Numerical Methods of Celestial Mechanics." (Translated by Scripta Technica, Inc.), American Elsevier Publishing Company, 1967
11. H. Pollard, "Mathematical Introduction to Celestial Mechanics." Prentice-Hall, Inc., 1966
12. S.S. Dallas, "Prediction of the Position and Velocity of a Satellite After Many Revolution." JPL, TR-1267, 1970
13. Y. Kozai, "Revised Values for Coefficients of Zonal Spherical Harmonics in the Geopotential." Dynamics of Satellite, pp. 104, 1969
14. E.M. Gaposchkin, "Improved Values for the Tesselar Harmonics of the Geopotential and Station Coordinates." Dynamics of Satellite, 1969, pp. 109
15. H.G.L. Krause, "On a Consistent System of Astrodynamical Constants., NASA TN D-1642, 1963
16. C.A. Wagner, "Determination of the Ellipticity of the Earth's Equator from Observations on the Drift of the Syncrom II Satellite." NASA TN D-2759 1965

附録 1 $\left(\frac{a}{r}\right)^p \cos qf$ および $\left(\frac{a}{r}\right)^p \sin qf$ の級数展開

$$\left(\frac{a}{r}\right)^3 = \left(1 + \frac{3}{2}e^2\right) + \left(3e + \frac{27}{8}e^3\right) \cos M + \frac{9}{2}e^2 \cos 2M + \frac{53}{8}e^3 \cos 3M \quad (\text{A-1})$$

$$\left(\frac{a}{r}\right)^5 = (1+5e^2) + \left(5e + \frac{135}{8}e^3\right) \cos M + 10e^2 \cos 2M + \frac{145}{8}e^3 \quad (\text{A-2})$$

$$\left(\frac{a}{r}\right)^3 \cos 2f = \left(-\frac{1}{2}e + \frac{1}{12}e^3\right) \cos M + \left(1 - \frac{5}{2}e^2\right) \cos 2M + \left(\frac{7}{2}e - \frac{123}{16}e^3\right) \cos 3M + \frac{17}{2}e^2 \cos 4M + \frac{845}{48}e^3 \cos 5M \quad (\text{A-3})$$

$$\left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2f = \left(-\frac{1}{2}e + \frac{1}{24}e^3\right) \sin M + \left(1 - \frac{5}{2}e^2\right) \sin 2M + \left(\frac{7}{2}e - \frac{123}{16}e^3\right) \sin 3M + \frac{17}{2}e^2 \sin 4M + \frac{845}{48}e^3 \sin 5M \quad (\text{A-4})$$

$$\left(\frac{a}{r}\right)^4 \cos f = \left(e + \frac{5}{2}e^3\right) + \left(1 + \frac{27}{8}e^2\right) \cos M + \left(3e + \frac{14}{3}e^3\right) \cos 2M + \frac{53}{8}e^2 \cos 3M + \frac{77}{6}e^3 \cos 4M \quad (\text{A-5})$$

$$\left(\frac{a}{r}\right)^4 \sin f = \left(1 + \frac{5}{8}e^2\right) \sin M + \left(3e + \frac{5}{6}e^3\right) \sin 2M + \frac{53}{8}e^2 \sin 3M + \frac{77}{6}e^3 \sin 4M \quad (\text{A-6})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^4 \cos 3f &= \frac{1}{8}e^2 \cos M + \left(-e + \frac{5}{4}e^3\right) \cos 2M + (1-6e^2) \cos 3M + (5e-22e^3) \cos 4M \\ &\quad + \frac{127}{8}e^2 \cos 4M + \frac{163}{4}e^3 \cos 6M \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^4 \sin 3f &= \frac{1}{8}e^2 \sin M + \left(-e + \frac{5}{4}e^3\right) \sin 2M + (1-6e^2) \sin 3M + (5e-22e^3) \sin 4M \\ &\quad + \frac{127}{8}e^2 \sin 5M + \frac{163}{4}e^3 \sin 6M \end{aligned} \quad (\text{A-8})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^5 \cos 2f &= \frac{3}{4}e^2 + \left(\frac{1}{2}e + \frac{37}{12}e^3\right) \cos M + (1+e^2) \cos 2M + \left(\frac{9}{2}e - \frac{3}{16}e^3\right) \cos 3M \\ &\quad + \frac{53}{4}e^2 \cos 4M + \frac{1541}{48}e^3 \cos 5M \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^5 \sin 2f &= \left(\frac{1}{2}e + \frac{25}{24}e^3\right) \sin M + (1+e^2) \sin 2M + \left(\frac{9}{2}e - \frac{3}{16}e^3\right) \sin 3M + \frac{53}{4}e^2 \sin 4M + \frac{1541}{48}e^3 \sin 5M \end{aligned} \quad (\text{A-10})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^5 \cos 4f &= -\frac{1}{48}e^3 \cos M + \frac{1}{2}e^2 \cos 2M + \left(-\frac{3}{2}e + \frac{75}{16}e^3\right) \cos 3M + (1-11e^2) \cos 4M \\ &\quad + \left(\frac{13}{2}e - \frac{765}{16}e^3\right) \cos 5M + \frac{51}{2}e^2 \cos 6M + \frac{3751}{48}e^3 \cos 7M \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{r}\right)^5 \sin 4f &= -\frac{1}{48}e^3 \sin M + \frac{1}{2}e^2 \sin 2M + \left(-\frac{3}{2}e + \frac{75}{16}e^3\right) \sin 3M + (1-11e^2) \sin 4M \\ &\quad + \left(\frac{13}{2}e - \frac{765}{16}e^3\right) \sin 5M + \frac{51}{2}e^2 \sin 6M + \frac{3751}{48}e^3 \sin 7M \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

附録 2 摂動関数 R の軌道要素による表示

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{\mu J_2^{(0)} R_0^2}{8a^3} \left[(1+3 \cos 2i) \left\{ \left(1 + \frac{3}{2}e^2\right) + \left(3e + \frac{27}{8}e^3\right) \cos M + \frac{9}{2}e^2 \cos 2M + \frac{53}{8}e^3 \cos 3M \right\} \right. \\ &\quad \left. + 3(1-\cos 2i) \left\{ \left(-\frac{1}{2}e + \frac{1}{16}e^3\right) \cos(2\omega+M) + \frac{1}{48}e^3 \cos(2\omega-M) + \left(1 - \frac{5}{2}e^2\right) \cos(2\omega+2M) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{7}{2}e - \frac{123}{16}e^2\right) \cos(2\omega+3M) + \frac{17}{2}e^2 \cos(2\omega+4M) + \frac{845}{48}e^3 \cos(2\omega+5M) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

$$\begin{aligned}
R_2 = & -\frac{3\mu J_2^{(2)} R_0^3}{8a^3} \left[(1-\cos 2i) \left\{ (2+3e^2) \cos 2\chi_{22} + \left(3e + \frac{27}{8} e^3 \right) \cos (2\chi_{22} + M) + \left(3e + \frac{27}{8} e^3 \right) \cos (2\chi_{22} - M) \right. \right. \\
& + \frac{9}{2} e^2 \cos (2\chi_{22} + 2M) + \frac{9}{2} e^2 \cos (2\chi_{22} - 2M) + \frac{53}{8} e^3 \cos (2\chi_{22} + 3M) + \frac{53}{8} e^3 \cos (2\chi_{22} - 3M) \Big\} \\
& + (3+4 \cos i + \cos 2i) \left\{ \left(-\frac{1}{2} e + \frac{1}{16} e^3 \right) \cos (2\omega + 2\chi_{22} + M) + \frac{1}{48} e^3 \cos (2\omega + 2\chi_{22} - M) \right. \\
& + \left(1 - \frac{5}{2} e^2 \right) \cos (2\omega + 2\chi_{22} + 2M) + \left(\frac{7}{2} e - \frac{123}{16} e^3 \right) \cos (2\omega + 2\chi_{22} + 3M) + \frac{17}{2} e^2 \cos (2\omega + 2\chi_{22} + 4M) \\
& + \frac{845}{48} e^3 \cos (2\omega + 2\chi_{22} + 5M) \Big\} + (3-4 \cos i + \cos 2i) \left\{ \left(-\frac{1}{2} e + \frac{1}{16} e^3 \right) \cos (2\omega - 2\chi_{22} + M) \right. \\
& + \frac{1}{48} e^3 \cos (2\omega - 2\chi_{22} - M) + \left(1 - \frac{5}{2} e^2 \right) \cos (2\omega - 2\chi_{22} + 2M) + \left(\frac{7}{2} e - \frac{123}{16} e^3 \right) \cos (2\omega - 2\chi_{22} + 3M) \\
& \left. \left. + \frac{17}{2} e^2 \cos (2\omega - 2\chi_{22} + 4M) + \frac{845}{48} e^3 \cos (2\omega - 2\chi_{22} + 5M) \right\} \right] \quad (\text{A-14})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_3 = & \frac{\mu J_3^{(0)} R_0^3}{32a^4} \left[(3 \sin i + 15 \sin 3i) \left\{ \left(e + \frac{5}{2} e^3 \right) \sin \omega + (1+2e^2) \sin (\omega + M) + \frac{11}{8} e^2 \sin (\omega - M) \right. \right. \\
& + \left(3e + \frac{11}{4} e^3 \right) \sin (\omega + 2M) + \frac{23}{12} e^3 \sin (\omega - 2M) + \frac{53}{8} e^2 \sin (\omega + 3M) + \frac{77}{6} e^3 \sin (\omega + 4M) \Big\} \\
& + (15 \sin i - 5 \sin 3i) \left\{ \frac{1}{8} e^2 \sin (3\omega + M) - \left(e - \frac{5}{4} e^3 \right) \sin (3\omega + 2M) + (1-6e^2) \sin (3\omega + 3M) \right. \\
& \left. \left. + (5e - 22e^3) \sin (3\omega + 4M) + \frac{127}{8} e^2 \sin (3\omega + 5M) + \frac{163}{4} e^3 \sin (3\omega + 6M) \right\} \right] \quad (\text{A-15})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_4 = & \frac{3\mu J_3^{(1)} R_0^3}{64a^4} \left[(6 + \cos i + 10 \cos 2i + 15 \cos 3i) \left\{ \left(e + \frac{5}{2} e^3 \right) \cos (\omega + \chi_{31}) + (1+2e^2) \cos (\omega + \chi_{31} + M) \right. \right. \\
& + \frac{11}{8} e^2 \cos (\omega + \chi_{31} - M) + \left(3e + \frac{11}{4} e^3 \right) \cos (\omega + \chi_{31} + 2M) + \frac{23}{12} e^3 \cos (\omega + \chi_{31} - 2M) \\
& + \frac{53}{8} e^2 \cos (\omega + \chi_{31} + 3M) + \frac{77}{6} e^3 \cos (\omega + \chi_{31} + 4M) \Big\} + (6 - \cos i + 10 \cos 2i \\
& - 15 \cos 3i) \left\{ \left(e + \frac{5}{2} e^3 \right) \cos (\omega - \chi_{31}) + (1+2e^2) \cos (\omega - \chi_{31} + M) + \frac{11}{8} e^2 \cos (\omega - \chi_{31} - M) \right. \\
& + \left(3e + \frac{11}{4} e^3 \right) \cos (\omega - \chi_{31} + 2M) + \frac{23}{12} e^3 \cos (\omega - \chi_{31} - 2M) + \frac{53}{8} e^2 \cos (\omega - \chi_{31} + 3M) \\
& + \frac{77}{6} e^3 \cos (\omega - \chi_{31} + 4M) \Big\} + (10 + 5 \cos i + 10 \cos 2i - 5 \cos 3i) \left\{ \frac{1}{8} e^2 \cos (3\omega + \chi_{31} + M) \right. \\
& - \left(e - \frac{5}{4} e^3 \right) \cos (3\omega + \chi_{31} + 2M) + (1-6e^2) \cos (3\omega + \chi_{31} + 3M) + (5e - 22e^3) \cos (3\omega + \chi_{31} + 4M) \\
& + \frac{127}{8} e^2 \cos (3\omega + \chi_{31} + 5M) + \frac{163}{4} e^3 \cos (2\omega + \chi_{31} + 6M) \Big\} + (10 - 5 \cos i - 10 \cos 2i \\
& + 5 \cos 3i) \left\{ \frac{1}{8} e^2 \cos (3\omega - \chi_{31} + M) - \left(e - \frac{5}{4} e^3 \right) \cos (3\omega - \chi_{31} + 2M) + (1-6e^2) \cos (3\omega - \chi_{31} + 3M) \right. \\
& + (5e - 22e^3) \cos (3\omega - \chi_{31} + 4M) + \frac{127}{8} e^2 \cos (3\omega - \chi_{31} + 5M) + \frac{163}{4} e^3 \cos (3\omega - \chi_{31} + 6M) \Big\} \right] \quad (\text{A-16})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_5 = & -\frac{15\mu J_3^{(2)} R_0^3}{32a^4} \left[(\sin i - 4 \sin 2i - 3 \sin 3i) \left\{ \left(e + \frac{5}{2} e^3 \right) \sin (\omega + 2\chi_{32}) + (1+2e^2) \sin (\omega + 2\chi_{32} + M) \right. \right. \\
& + \frac{11}{8} e^2 \sin (\omega + 2\chi_{32} - M) + \left(3e + \frac{11}{4} e^3 \right) \sin (\omega + 2\chi_{32} + 2M) + \frac{23}{12} e^3 \sin (\omega + 2\chi_{32} - 2M) \\
& + \frac{53}{8} e^2 \sin (\omega + 2\chi_{32} + 3M) + \frac{77}{6} e^3 \sin (\omega + 2\chi_{32} + 4M) \Big\} + (\sin i + 4 \sin 2i - 3 \sin 3i) \left\{ \left(e + \frac{5}{2} e^3 \right) \sin (\omega - 2\chi_{32}) \right. \\
& + (1+2e^2) \sin (\omega - 2\chi_{32} + M) + \frac{11}{8} e^2 \sin (\omega - 2\chi_{32} - M) + \left(3e + \frac{11}{4} e^3 \right) \sin (\omega - 2\chi_{32} + 2M)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{32}{12} e^3 \sin(\omega - 2\chi_{32} - 2M) + \frac{53}{8} e^2 \sin(\omega - 2\chi_{32} + 3M) + \frac{77}{6} e^3 \sin(2\chi_{32} + 4M) \\
& + (5 \sin i + 4 \sin 2i + \sin 3i) \left\{ \frac{1}{8} e^2 \sin(3\omega + 2\chi_{32} + M) - \left(e - \frac{5}{4} e^3 \right) \sin(3\omega + 2\chi_{32} + 2M) \right. \\
& + (1 - 6e^2) \sin(3\omega + 2\chi_{32} + 3M) + (5e - 22e^3) \sin(3\omega + 2\chi_{32} + 4M) + \frac{127}{8} e^2 \sin(3\omega + 2\chi_{32} + 5M) \\
& \left. + \frac{163}{4} e^3 \sin(3\omega + 2\chi_{32} + 6M) \right\} + (5 \sin i - 4 \sin 2i + \sin 3i) \left\{ \frac{1}{8} e^2 \sin(3\omega - 2\chi_{32} + M) \right. \\
& - \left(e - \frac{5}{4} e^3 \right) \sin(3\omega - 2\chi_{32} + 2M) + (1 - 6e^2) \sin(3\omega - 2\chi_{32} + 3M) + (5e - 22e^3) \sin(3\omega - 2\chi_{32} + 4M) \\
& \left. + \frac{127}{8} e^2 \sin(3\omega - 2\chi_{32} + 5M) + \frac{163}{4} e^3 \sin(3\omega - 2\chi_{32} + 6M) \right\} \quad (A-17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_6 = & -\frac{45\mu J_3^{(3)} R_0^3}{96a^4} \left[(6 + 9 \cos i - 6 \cos 2i - 9 \cos 3i) \left\{ \left(e + \frac{5}{2} e^3 \right) \cos(\omega + 3\chi_{33}) + (1 + 2e^2) \cos(\omega + 3\chi_{33} + M) \right. \right. \\
& + \frac{11}{8} e^2 \cos(\omega + 3\chi_{33} - M) + \left(3e + \frac{11}{4} e^3 \right) \cos(\omega + 3\chi_{33} + 2M) + \frac{23}{12} e^3 \cos(\omega + 3\chi_{33} - 2M) \\
& + \frac{53}{8} e^2 \cos(\omega + 3\chi_{33} + 3M) + \frac{77}{6} e^3 \cos(\omega + 3\chi_{33} + 4M) \left. \right\} + (6 - 9 \cos i - 6 \cos 2i \\
& + 9 \cos 3i) \left\{ \left(e + \frac{5}{2} e^3 \right) \cos(\omega - 3\chi_{33}) + (1 + 2e^2) \cos(\omega - 3\chi_{33} + M) + \frac{11}{8} e^2 \cos(\omega - 3\chi_{33} - M) \right. \\
& + \left(3e + \frac{11}{4} e^3 \right) \cos(\omega - 3\chi_{33} + 2M) + \frac{23}{12} e^3 \cos(\omega - 3\chi_{33} - 2M) + \frac{53}{8} e^2 \cos(\omega - 3\chi_{33} + 3M) \\
& + \frac{77}{6} e^3 \cos(\omega - 3\chi_{33} + 4M) \left. \right\} + (10 + 13 \cos i + 6 \cos 2i + 3 \cos 3i) \left\{ \frac{1}{8} e^2 \cos(3\omega + 3\chi_{33} + M) \right. \\
& - \left(e - \frac{5}{4} e^3 \right) \cos(3\omega + 3\chi_{33} + 2M) + (1 - 6e^2) \cos(3\omega + 3\chi_{33} + 3M) + (5e - 22e^3) \cos(3\omega + 3\chi_{33} + 4M) \\
& + \frac{127}{8} e^2 \cos(3\omega + \chi_{33} + 5M) + \frac{163}{4} e^3 \cos(3\omega + 3\chi_{33} + 6M) \left. \right\} + (10 - 13 \cos i + 6 \cos 2i \\
& - 3 \cos 3i) \left\{ \frac{1}{8} e^2 \cos(3\omega - 3\chi_{33} + M) - \left(e - \frac{5}{4} e^3 \right) \cos(3\omega - 3\chi_{33} + 2M) + (1 - 6e^2) \cos(3\omega - 3\chi_{33} + 3M) \right. \\
& + (5e - 22e^3) \cos(3\omega - 3\chi_{33} + 4M) + \frac{127}{4} e^2 \cos(3\omega - 3\chi_{33} + 5M) + \frac{163}{4} e^3 \cos(3\omega - 3\chi_{33} + 6M) \left. \right\} \quad (A-18)
\end{aligned}$$

TM-188	自由飛行模型 FFM-10 の空力微係数における機体弹性変形の影響について	1970年11月	河崎俊夫, 河本巖 戸田勧
TM-189	燃料蒸発管に関する研究(III) 管内の燃料・空気二相流への熱伝達	1970年12月	田丸卓, 乙幡安雄 鈴木邦男
TM-191	大型電子計算機プログラム・ライブラリ	1970年12月	戸川隼人, 磯部俊夫
TM-192	極超音速風胴 M9 ノズル較正試験	1971年1月	長洲秀夫, 橋本登 穂積弘一, 松崎貴至
TM-194	航空機の STOL 性に関する一考察	1971年1月	田辺義一
TM-195	曲面壁上の噴流に対する噴出孔形状, 配列の効果について	1971年1月	西村英明, 白井弘 井上重雄, 三村富嗣雄
TM-196	NAL-16 H型ロケットの研究試作	1971年1月	宇宙研究グループ
TM-197	二次元煙風胴について	1971年1月	高橋宏, 戸田亘洋 白井正孝
TM-198	等高線を描かせるプログラム	1971年1月	磯部俊夫
TM-199	航空機用ヒーターの燃焼器の開発実験	1971年2月	堀内正司, 本間幸吉
TM-202	単発 STOL 実験機に関する研究 —テレメータ実験局の電界強度測定—	1971年6月	幸尾治朗, 小野孝次 矢沢健司, 塚野雄吉
TM-203	固体ロケットの比推力測定の標準化	1971年6月	五代富文, 岡部祐二郎 清水昭紀, 伊藤克弥 西村久男
TM-204	サーボ機構の過渡応用改善用ディジタル コントローラについて	1971年7月	小川鉱一, 島村正人(日本大学)
TM-205	自由飛行模型 FFM-10 の動安定微係数 の推定について	1971年7月	河崎俊夫, 河本巖

注: 欠番は配布先を限定したもの

航空宇宙技術研究所資料 206号

昭和46年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武藏野三鷹(0422)44-9171(代表)番182

印刷所 有限会社啓文堂松本印刷
東京都文京区水道2-7-5

