

UDC 620.172.225:  
621.454.3

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## TM-245

コンポジット固体ロケット推進薬のポアソン比測定

大竹邦彦・遠藤修司・種村利春

1973年8月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

既 刊 資 料

|        |   |          |   |
|--------|---|----------|---|
| TM-205 | 自由飛行模型 FFM-10 の動安定微係数の推定について                  | 1971年7月  | 河崎俊夫, 河本 巖  |
| TM-206 | 静止衛星の軌道保持シミュレーションシステムの構成 (I)<br>—地球の重力場による摂動— | 1971年8月  | 松島弘一  |
| TM-207 | 対称スピニング衛星用ニューテーション・ダンパの解析                     | 1971年9月  | 村上 力, 狼 嘉彰  |
| TM-208 | 薄板継手構造の強度についての実験<br>—接着およびリベット継手—             | 1971年11月 | 池田為治, 熊倉郁夫<br>竹内和之  |
| TM-209 | 試作接着面応力センサの較正試験                               | 1971年11月 | 大竹邦彦, 遠藤修司<br>野口義男  |
| TM-210 | 小型加速度計による風洞模型姿勢角の測定                           | 1971年12月 | 原 亘利  |
| TM-211 | 軽量ジェットブースト STOL の一検討                          | 1971年12月 | 西村博史  |
| TM-212 | 原動機部要素試験設備用消音装置の特性試験                          | 1972年1月  | 鳥崎忠雄, 小林 実  |
| TM-213 | フライングテストベッド空気系統試験                             | 1972年2月  | 田辺義一, 小暮泰之<br>川崎純男  |
| TM-214 | フライングテストベッド燃料系統試験                             | 1972年2月  | 田辺義一, 小暮泰之<br>川崎純男  |
| TM-216 | 安定板を有する固体ロケットの操舵要求軽減法                         | 1972年2月  | 大石 晃, 山中龍夫<br>冠 昭夫  |
| TM-217 | フライングテストベッド自動安定装置性能試験 (I)<br>—製作時性能試験—        | 1972年7月  | 小川敏雄, 甲斐忠夫<br>十河 弘, 増原 恢  |
| TM-218 | フライングテストベッド自動安定装置性能試験 (II)<br>—実験前性能試験—       | 1972年7月  | 小川敏雄, 甲斐忠夫<br>十河 弘, 増原 恢  |
| TM-219 | フライングテストベッド脚性能試験                              | 1972年5月  | 渋谷昭義, 川崎純男  |
| TM-220 | フライングテストベッドテレメータ性能試験                          | 1972年5月  | 小野幸一, 十河 弘<br>池上 博  |
| TM-221 | ロケット模型の動安定微係数の測定                              | 1972年5月  | 谷 根 喬, 高島一明<br>関 根 英夫, 中村正剛   |
| TM-223 | 自由飛行模型 FFM-10 の強度について                         | 1972年5月  | 河崎俊夫, 齋藤秀夫<br>境武敏, 多田保夫<br>林洋一, 戸田慎一<br>日下和夫, 越田慎一<br>築地恒夫, 中井暎一<br>森田甫之, 菊地孝男<br>高橋 実, 東久保正年 |
| TM-224 | フライングテストベッド油圧系統試験                             | 1972年5月  | 藤枝郭俊, 十河 弘<br>川崎純男, 中村公昭  |
| TM-225 | ストラップダウン方式の慣性機器誤差によって生ずる飛しょう径路誤差の一考察          | 1972年5月  | 大月正男, 新宮博<br>鈴木孝雄   |
| TM-226 | フライングテストベッド機体強度剛性試験                           | 1972年7月  | 渋谷昭義, 丸山 茂<br>川崎純男  |
| TM-227 | フライングテストベッド操縦系統試験                             | 1972年7月  | 藤枝郭俊, 牧野 健<br>川崎純男  |
| TM-228 | 航空用ガスタービンの高圧形燃焼器の予備実験                         | 1972年7月  | 鈴木邦男, 石井浅五郎   |
| TM-229 | 液体酸素中におけるころがり軸受の性能                            | 1972年7月  | 宮川行雄, 関 勝美  |
| TM-230 | 航空用ガスタービン燃焼器における排気制御の研究 (2)                   | 1972年7月  | 齋藤 隆, 鈴木邦男  |
| TM-231 | フライングテストベッド全機振動試験                             | 1972年8月  | 渋谷昭義, 岡田典秋<br>丸山 茂, 川崎純男  |

# コンポジット固体ロケット推進薬のポアソン比測定\*

大竹邦彦\*\*・遠藤修司\*\*・種村利春\*\*\*

## A Measurement of Poisson's Ratio of CTPB Composite Solid Propellant

By Kunihiro OHTAKE, Shuji ENDOH, Toshiharu TANEMURA

Poisson's ratio is one of the most important factors that have the effect on the accuracy of the stress analysis of the solid propellant grain. It is often assumed, however, that the propellant is incompressible. Therefore Poisson's ratio takes the value of one half, especially at low strain levels. In the present investigation, Poisson's ratio is evaluated experimentally by the photographic method. In the experiment, a special care is paid for the size and the marking of the test specimens. The errors of the measurement by the photographic method may be mainly raised from the following two; one depends on the projecting machine employed, and the other depends on the sharpness of the marks. The former is of inevitable nature. The latter is caused by the roughness of the propellant's surface, which is scarcely seen in rubber specimens. These errors can be canceled out by taking the average values. The experiment is conducted at the room temperature and at the strain rate of 0.03 mm/mm/min. The strains were calculated in accordance with the formula which defines the natural strains. Test results show that Poisson's ratio of the propellant has a value of  $0.47 \pm 0.01$  at the strain level up to 10%, and then the ratio decreases gradually because of the dewetting phenomena.

### 1. ま え が き

ポリブタジエンゴムをベースとするコンポジット固体ロケット推進薬（以下推進薬と記す）のポアソン比を写真法を用いて測定したので、その結果について報告を行なう。

はじめに従来の古典的な弾性解析の対象となる問題に比較し、推進薬の応力解析を特徴づける点、およびその中でポアソン比がどのような役割をはたすかを考えてみたい。

固体ロケットでは、通常細長い円筒状のケース（金属又は強化プラスチック）の中に推進薬が充てんしてある。推進薬中の熱応力や、内圧による応力・ひずみを解析する場合、これを完全な三次元モデルとして扱うこともあるが、実用上は計算精度と手間との兼ね合いで、端末部を軸対称、中心部を平面ひずみとして扱い、さらに全長を軸対称として  $L/D$  ( $L$ : 長さ,  $D$ : モータ直径) の効果を考慮するのが妥当である。有限

要素法の最近における発達は、このようなモデル化とあいまって、推進薬の複雑な形状による応力解析の困難さをほとんど解消したといわれてよい<sup>1),2),3)</sup>。

次に推進薬が粘弾性挙動を示す問題がある。このことは最近のいわゆる粘弾性解析発展の駆動力になってきたといわれてよいほどである<sup>5)</sup>。そして多くの粘弾性解析法が研究される一方、製造にともなう残留応力や、貯蔵時のクリープたわみ、あるいは発射時の内圧といった問題別に取り扱い法が考慮され、前二者については実用上、材料特性ごとに緩和弾性率の性質をくわしく調べることにより、解析法自体は弾性解析法でもある程度取扱える見通しが出て来た<sup>3),6)</sup>。

第三に材料のポアソン比が0.5に近いことが挙げられる。簡単のために厚肉円筒状推進薬の中心部熱応力を平面ひずみ状態として考えてみよう。図1はケースとの接着面における半径方向応力  $\sigma_r$  の計算値をあらわす。図にみるように、ポアソン比が0.5に近いところでは、推進薬の面積充てん率 (Loading Factor) が高いと、ポアソン比のわずかな差が、応力値に大きな差を生ずるのがわかる。これには平面ひずみという特殊条件が大きく影響していることもわかる。最近では大

\* 昭和47年11月14日受付

\*\* 機体第一部、宇宙研究グループ併任

\*\*\* 宇宙研究グループ

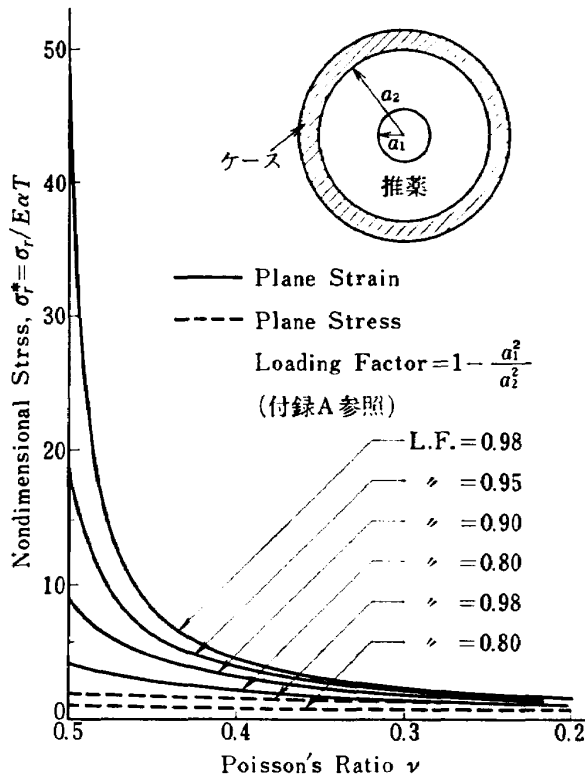


図1 ポアソン比による推進内熱応力の変化  
(外壁面での  $\sigma_r$ )

型ロケットでも充てん率 90% 程度はまれでなく、ことに上段を構成する球形ロケット等では 95% 以上の高充てん率も実用化されている。したがってこの値を精度よく求めることが、応力解析の結果を左右する最も大きな因子の一つであるといつてよい。ところが推進のベースとなるゴムが大変形に対してさえもほとんど非圧縮性と考えられるところから、推進もばくぜんとは非圧縮性と思われ、ポアソン比の値は厳密な測定の裏付けなしに放置されてきたきらいがある。そして有限要素法、特に変位法を用いて平面ひずみや軸対称の問題を解析しようとする非圧縮性 ( $\nu=0.5$ ) では困難をとまなうことから、推進ポアソン比に対する関心はもっぱら  $\nu=0.5$  の近傍でいかにして精度よく解析を行なうかに目がむけられてきた<sup>7),8)</sup>。

実際にポアソン比を扱った例を二、三挙げると、有限要素法による計算例として、文献 1) は  $\nu=0.447$  で解析を行ない、実際の推進には  $\nu=0.48$  を妥当としている。同じく文献 2) では  $\nu=0.45$  とし、さらに有限要素プログラムが  $\nu=0.4995$  まで使用可能だったと付け加えている。文献 3) は実験による応力測定と計算値との比較を行なって  $\nu=0.499$  でよい一致を得たと述べている。また文献 4) は体積変化率から

ポアソン比を測定し、微小ひずみ域では  $\nu=0.5$  と推定すると共に、その結果から 2~4% ひずみで推進の破壊を特徴づける dewetting\* が起ると述べている。これらの解析や測定には、問題のとらえ方や、推進の種別等の差もあり、いちがいに数値を論ずることは出来ないが、実際に応力解析を行なう立場からは、推進が非圧縮性であるか、ある程度圧縮性があるか考えるかは、計算精度の上できわめて重要であり、さらに dewetting の問題から推進破壊理論にも大きな影響がある。従来筆者らは経験的に推進の  $\nu=0.5$  には疑問をもっていた。ポリブタジエン系コンポジット推進の場合、バインダである CTPB ゴムと酸化剤の過塩素酸アンモン粒子との体積比は 1:2 ないし 1:3 とポアソン比が 0.3 程度の後者の方がずっと多い。縦弾性率は酸化剤の方が圧倒的に剛ではあるが、体積変化に対する抵抗も考え合せると、理論的にはポアソン比がゴム単独の場合より下がる可能性があり、さらに推進の製造過程は真空中とはいえ、その程度は 1~10 mmHg であり、バインダと粒子の間にもともと微細な空げきがないとはいえないので、引張ひずみを与えた時のそれらの役割も考えられる。従来筆者らは使用する推進のポアソン比を大ざっぱに 0.5~0.45 の程度と見積ってきたが、高充てん率のロケット推進の解析精度を高めるために、再び測定をおこなった。従来までの測定<sup>4),9)</sup>で小ひずみ範囲のポアソン比があいまいであることがこの問題の隘路になっていることを考慮し、その範囲でのポアソン比の値を精度よく求めることに主眼をおいた。

## 2. 試験方法

### 2.1 試験片

試験片材料はポリブタジエン系コンポジット推進薬である。その組成を表 1 に示す。別に写真法の精度チ

表 1 試験片用推進薬の組成

| 成 分   | 重量(%) |
|---|-------|
| 給合剤 CTPB (Carboxy terminated Polybutadiene) | 19    |
| 酸化剤 $\text{NH}_4\text{ClO}_4$               | 65    |
| 固体添加剤 Al 粉                                  | 16    |

キュア条件: 60°C で 7 日間

\* dewetting: バインダと酸化剤粒子とがはがれて、空げきが出来、局部的に破損すること。顕微鏡観察によって確認されている。

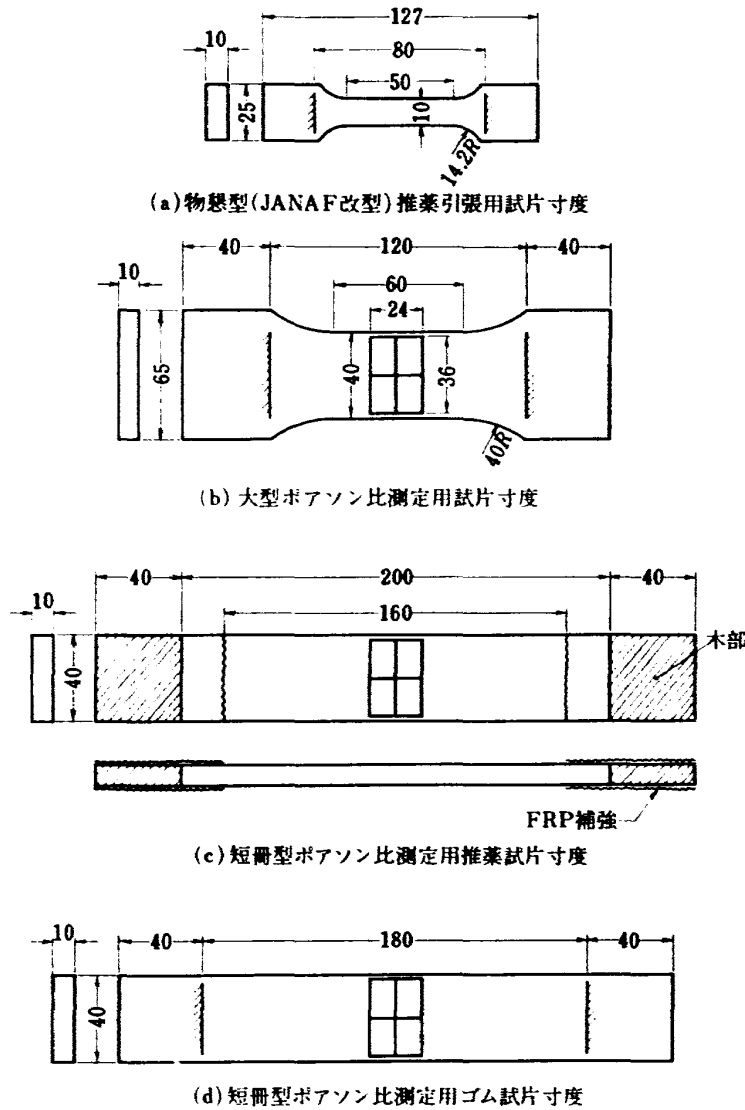


図 2 試験片の形状

エックの目的で、試験部寸法を合せたゴムの試験片も用意した。

試験片決定の factor は外形寸法、標点間距離及び、マーカーの種別である。従来は推薬の引張用に標準化された JANAF 型試験片（本邦では若干の変更を加えたものを物懇型と称している）をポアソン比測定にも転用することが多かった<sup>4),9)</sup>（図 2(a)）。筆者らの経験ではこれは幅が狭く、横方向の変位を精度よく測定するのが困難であった。そこで幅を2倍、4倍と広げて図 2(b) のような試験片を作り試してみた。ところが長さが短かく、又推薬がチャック部で圧壊しやすいために、チャッキングの影響が中央部のテストセクションまで及んでくるようであった。その影響を防ぐために、長さ 200 mm、幅 40 mm、厚さ 10 mm の短ざく型試験片を作り、その両端につかみ部として 40 mm 角の木片を接着した。接着部分ではのがれ（約

5% ひずみで生じた）を防ぐために、FRP コーティング補強を行なって完成した（図 2(c)）。平行部長さは 160 mm で、推薬表面はフライス加工してある。ゴム試料は全長 260 mm、チャック間 180 mm と若干長目にした。ゴムは圧壊することがないので、チャックのしめつけがききやすい。

写真による変形測定のため、試料中央部に 24 mm 長さ×36 mm 幅の格子をかき、その近傍にマーカーとして油絵具で微小な点をかき、その点の変位を測ることにした。測定上の主たる困難が横方向のちぢみ量の測定にあるので、縦より横を長くとったことが特徴である。マーカーはインキやきずで線を引いたり、あるいは粘着テープをはりつける方法も試みたが（図 3）、線を基準にすることは読み取りに誤差を生じやすいので、点のふちを基準にとった。完成した試験片の写真を図 4 に示す。

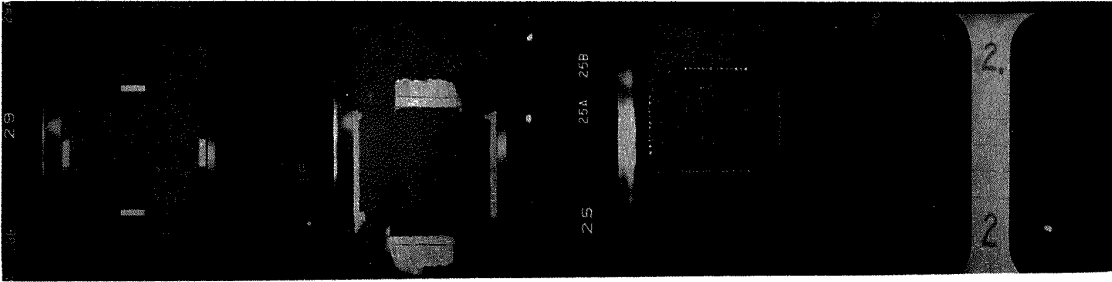


図 3 マーカーの種類, 左より

- (1) 粘着テープをはったもの
- (2) 推葉表面の絵具にきずをつけたもの
- (3) 表面に絵具で点を打ったもの (採用したもの)
- (4) 推葉表面にインキで線を引いたもの (試料は b)

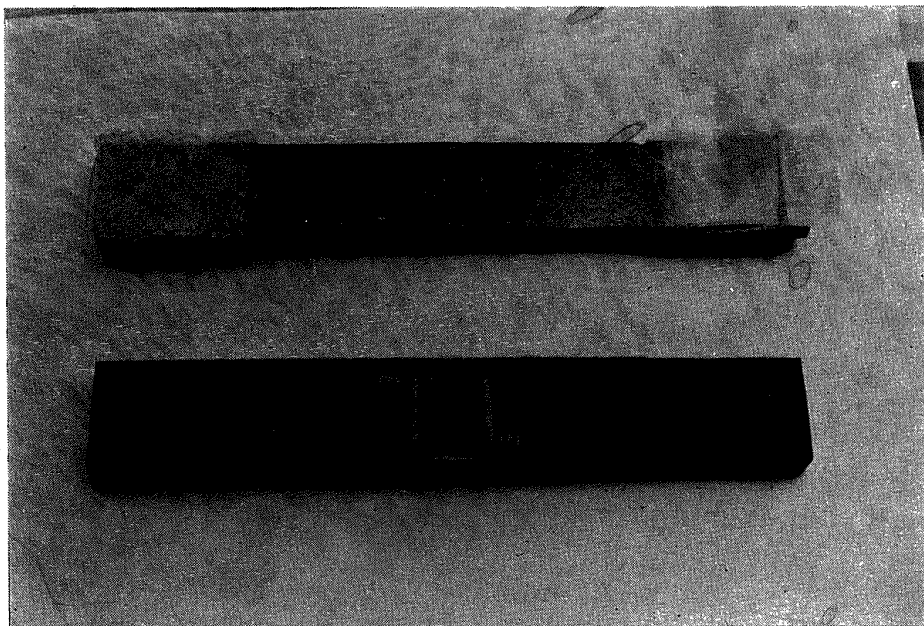


図 4 完成した試料 (上) 推葉 (下) ゴム

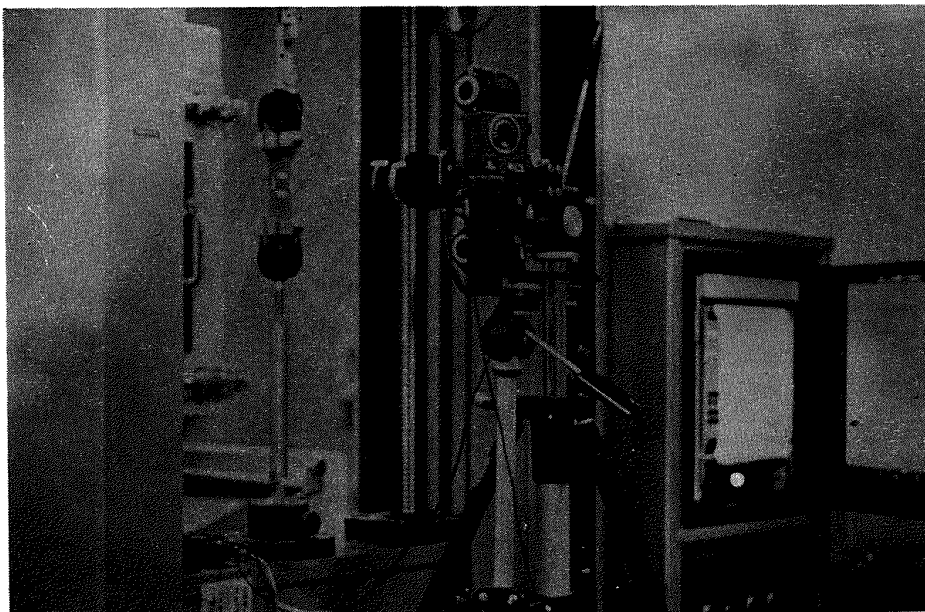


図 5 試験全景 オートグラフに試料を取付け, ストロボを用いて接写している

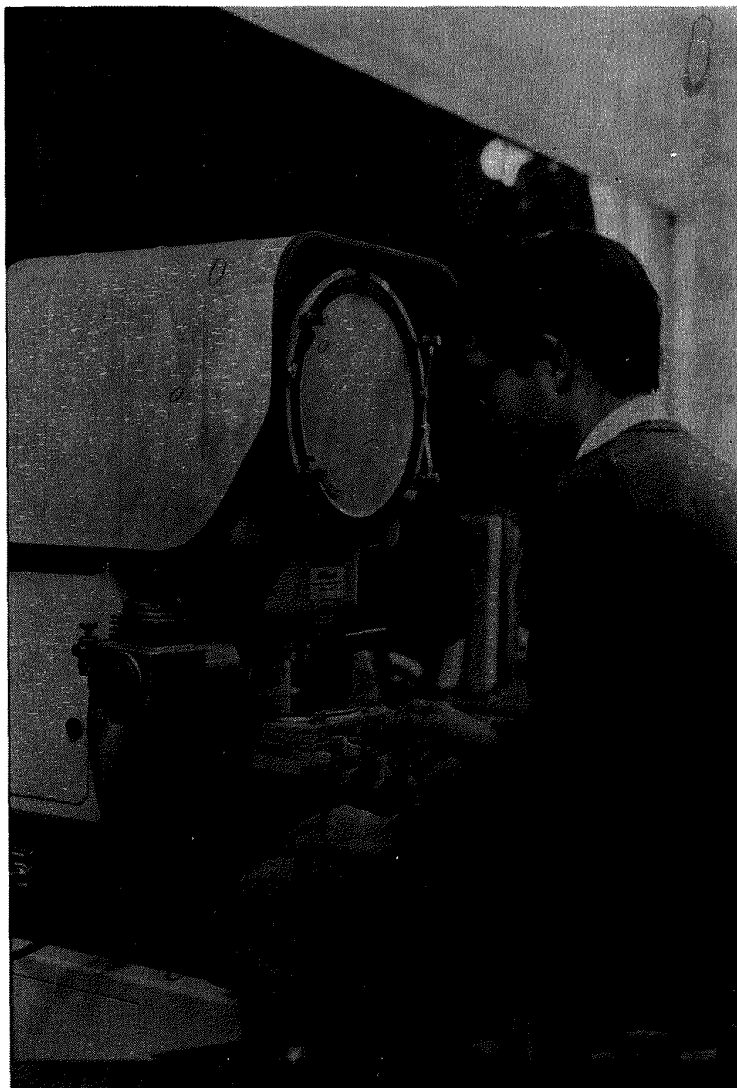


図 6 拡大投影機を用いて変形の読み取り

## 2.2 引張試験, 写真撮影及び変位の測定

試験片を 20°C 恒温室内に設置したインストロンタイプの万能型試験機島津オートグラフ 20T 型に取付け, 0.03 mm/mm/min のひずみ速度を与えるようにした。モータドライブ付 35 ミリカメラ (ニコン F) とタイムスイッチを連動させ, 40 秒間隔又は 20 秒間隔で自動撮影を行ない, 試験中カメラに手をふれることなく, 2% 及び 1% ひずみ毎にデータを得た。カメラはブレを防ぐために特別頑丈な三脚の上に固定し, 試験片の横幅が 24 mm の横画面一ぱいになるように, ベローズとマイクロレンズ (日本光学製 F=105 mm) を用いて近接撮影を行なった (図 5)。フィルムは読取拡大時の粒子の荒れを考慮して, ネオパン F を用いた。別にミニコピーフィルムも試したが, 荒れの点で特に利点がない反面, 推薬表面は露出条件がきわめて微妙で扱いにくかった。

現像画像はニコンの拡大撮影機で 20 倍に拡大し, 付属のマイクロメーターで 1/1000 mm の精度で変形した長さや幅を読取った (図 6)。

## 3. 測定データの処理

前述のように, 我々の関心はまず第一に微小ひずみ域でのポアソン比がいくらであるかに向けられる。ところが, 我々が実測するポアソン比は有限ひずみのものであるから, 微小ひずみでも有限ひずみでも, 例えば非圧縮性物体ではひずみの値によらず  $\nu=0.5$  となるような, 物質の本質的変化がなければ, ポアソン比に変化が起らない表示が望ましい。したがってここで我々は自然ひずみに対応する Henky 型のポアソン比を考えることにする。材料の伸び率を  $\lambda$  とすると, Henky 型の自然ひずみ  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon = \ln \lambda \quad (1)$$

ポアソン比は

$$\nu = -\frac{\epsilon_T}{\epsilon_L} = -\frac{\ln \lambda_T}{\ln \lambda_L} \quad (2)$$

ここで添字  $L$ ,  $T$  は長手及び幅方向をあらわす。

さらにポアソン比は各ひずみ増分に対して

$$\nu = -\frac{d \ln \lambda_T}{d \ln \lambda_L} \quad (3)$$

でも与えることが出来る (differential Henky)。

(2) 式にしたがって横軸に  $\ln \lambda_L$ , 縦軸に  $\ln \lambda_T$  をとりデータをプロットすると, ゴムの場合直線状にならぶ。その直線の原点からのずれは, 伸びなしでの測定データに含まれる誤差によるものと考えられる。したがって単純に (2) 式からポアソン比を出すのではなく, グラフの傾きをもってポアソン比としなければならない。これは (3) 式の平均値に相当するようになる。しかし, 伸びの小さい時のデータは大きい時のデータにくらべて必然的に精度がおちるので, 傾きが正確に (3) 式の平均値を与えていると考えることは問題がある。また傾きの測定にはポアソン比にして  $\pm 0.01$  程度の任意性がある。そこで若干手間はかか

るが, 各ひずみ増分に対する  $\nu$  の値を (3) 式にしたがって算出し, その平均値からポアソン比を決めた。その時, 伸びなしでは試験片に張りがないので誤差が大きめになることがさけられず, したがって最初の測定点 ( $\epsilon=0$ ) の付近は平均値にくらべておかしい値をとる場合が多く, そのような点は計算に際し除外した。

#### 4. 測定結果

20°C で引張速度 0.03 mm/mm/min で試料を引張った。真応力-自然ひずみ曲線はそれぞれ図 7(a), (b) のようになった。

##### 4.1 ゴム試料の測定

ゴム試料ののび率を対数プロットしたものを図 8 に示す。このグラフの傾きは前述のようにほとんど直線をなし, 得られたポアソン比は 3 本の平均で

$$\nu = 0.50$$

である。さらに同じデータから (3) 式にしたがって各ひずみ増分毎にポアソン比を算出した結果が図 9 であって, この平均値は

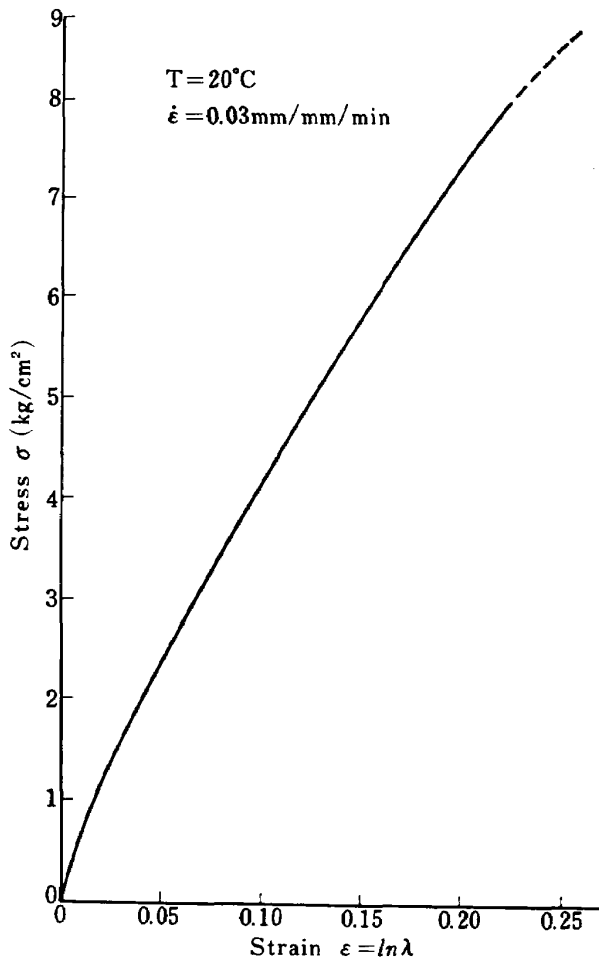


図 7(a) ゴムの単軸引張応力-ひずみ曲線

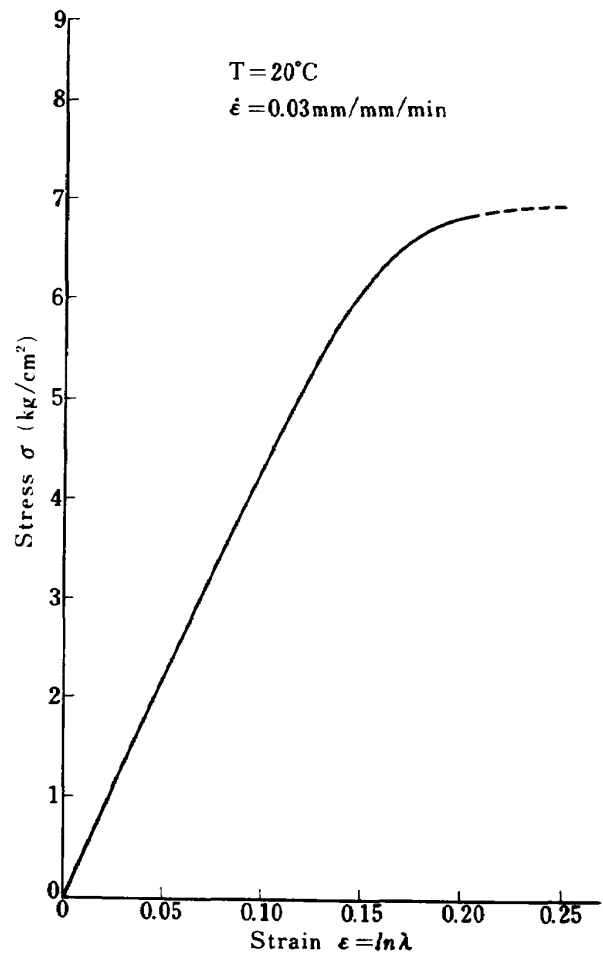


図 7(b) 推葉の単軸引張応力-ひずみ曲線



$\nu=0.497$

である。さらに図9によれば、ゴムのポアソン比は伸び率によってほとんど変化しないことがわかる。測定結果はゴムの非圧縮性の特徴をよくあらわし、測定法

は十分良いと考えられるが、さらにくわしく(3)式によって得られるポアソン比の誤差を考察する。

4.2 測定誤差

ゴム試料は約2%ひずみ毎に縦横の変形量を測定している。フィルム画面は実寸の約1/2であるから、1コマ毎ののびの量は

$$\frac{1}{2} \times 24 \times \frac{2}{100} = 240 \times 10^{-3}(\text{mm})$$

$\nu \approx 0.5$  を考慮するとちぢみの量は

$$\frac{1}{2} \times 36 \times \frac{2}{100} \times 0.5 = 180 \times 10^{-3}(\text{mm})$$

ところで測定マイクロメータの読取時に  $\pm 3 \times 10^{-3}$  mmの誤差をさけることが出来なかった。これはマーカ-の鮮明さというよりは、測定機側に原因するものが大で、読取の投影ガラス板上に引かれた測定基準線の太さのため、読取精度向上に限界があった。

マーカ-の読みを行なう際予想されるポアソン比の誤差は、縦2ヶ所、横2ヶ所、計4ヶ所の合計だから、

$$\left( \frac{3}{180} + \frac{3}{240} \right) \times 2 \approx 0.06$$

これはポアソン比の値にして約  $\pm 0.03$  に相当し、各コマ毎のひずみ増分に対するプロットでは、この範囲の変動はさげられないものと予想される。図9で各ひずみ増分に対するポアソン比変動をみるとほぼ平均値  $\pm 0.03$  の範囲(斜線部分)におさまっているから、今回行なった測定の系としては、きわめてよい結果と考えてよい。しかも図9で、ポアソン比の値は個々必ずしも独立でなく、一つ大きめの誤差があれば、その前後ではそれを打消す方向に誤差が出やすいから、その平均がよい値を与えることは十分期待出来る。

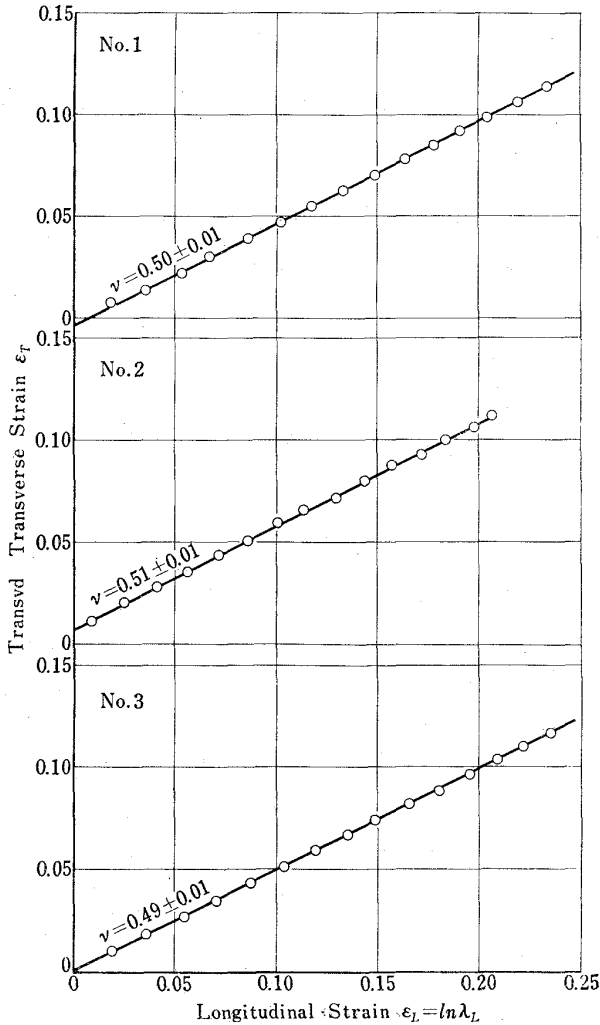


図8 ゴムの縦ひずみ対横ひずみ

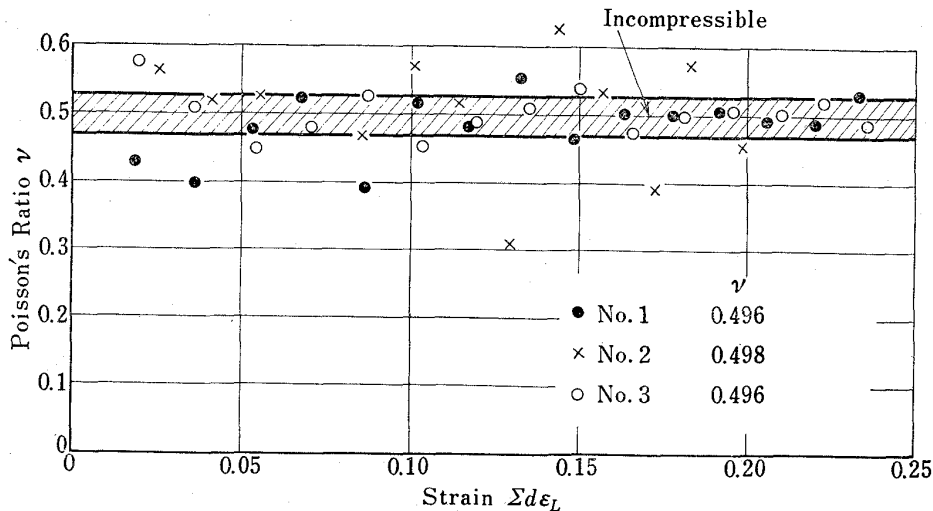


図9 ゴムの縦ひずみ増分対ポアソン比

4.3 推葉試料の測定

ゴム試料と同様にして推葉について測定した結果を図 10, 図 11 に示す。No. 1, No. 2 試料については 1% ひずみ増分毎に測定を行なったが, 図 11 では整理の都合上 2% 毎にプロットしてある。推葉のポアソン比測定にあたって, ゴムの場合と異なる重要な点は

(1) 推葉は表面がゴムのように滑らかでなく, 細かい凹凸があり, 絵具が若干にじむ傾向にあった。このため拡大読取時にマーカーの輪郭に鮮明さが欠け, 個々の測定値のばらつきが, ゴムの場合の 2 倍ほどになった (図 11 斜線参照)。

(2) 推葉は伸びひずみが大きくなると Dewetting を生じ, バインダと酸化剤粒子とが剥離し, 空孔を生じる。その結果材料が海绵状になり, ポアソン比も低下するとされている。Dewetting がポアソン比に影響を及ぼすひずみレベル ( $\epsilon_d$ ) は同じポリブタジエン系推葉でも, ゴムと固形粒子との割合によって大きく異なるが, 図 11 から本推葉の場合 No. 2 で  $\epsilon_d \approx 10\%$ , No. 1, No. 3 については  $\epsilon_d > 15\%$ , さらに試験片形状 (b) を用いて得られた図 12 のデータを参考にすれば, 大体  $\epsilon_d \approx 15\%$  であると考えてよい。小ひずみ範囲と  $\epsilon > \epsilon_d$  の範囲とでは推葉の内部機構が異なってくるので, ポアソン比の性質を異にし, 同一視して平均をとることは無意味であるので, 平均は  $\epsilon < \epsilon_d$  に対してとられた。図 10 の直線の傾きからは 3 本の平均で

$$\nu = 0.475$$

であり, さらに図 11 から平均値として

$$\nu = 0.472$$

が得られた。

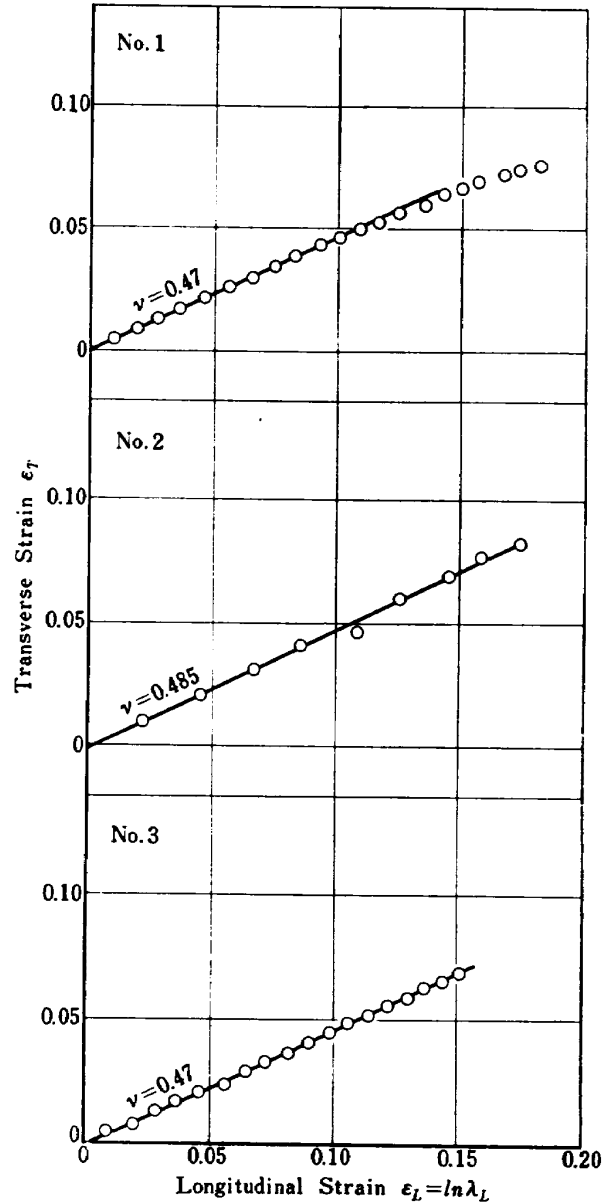


図 10 推葉の縦ひずみ対横ひずみ

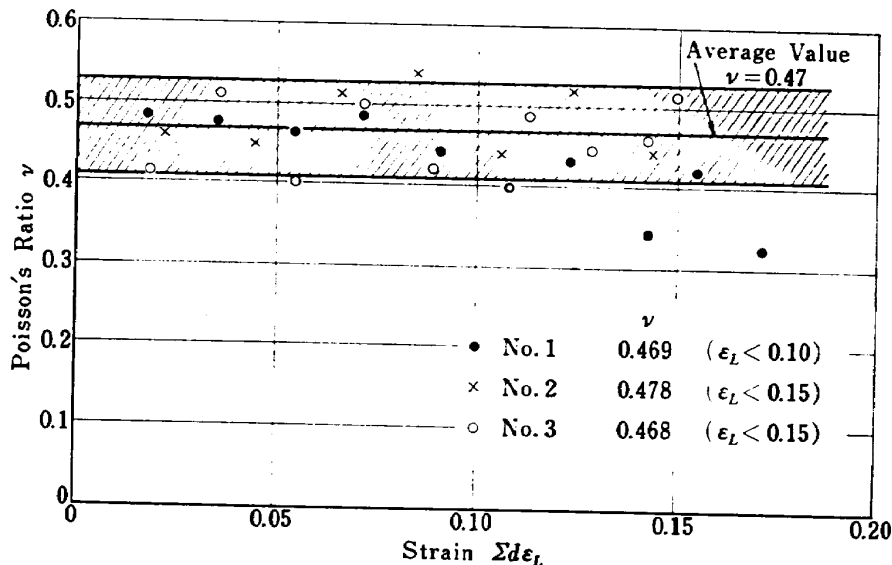


図 11 推葉の縦ひずみ増分対ポアソン比

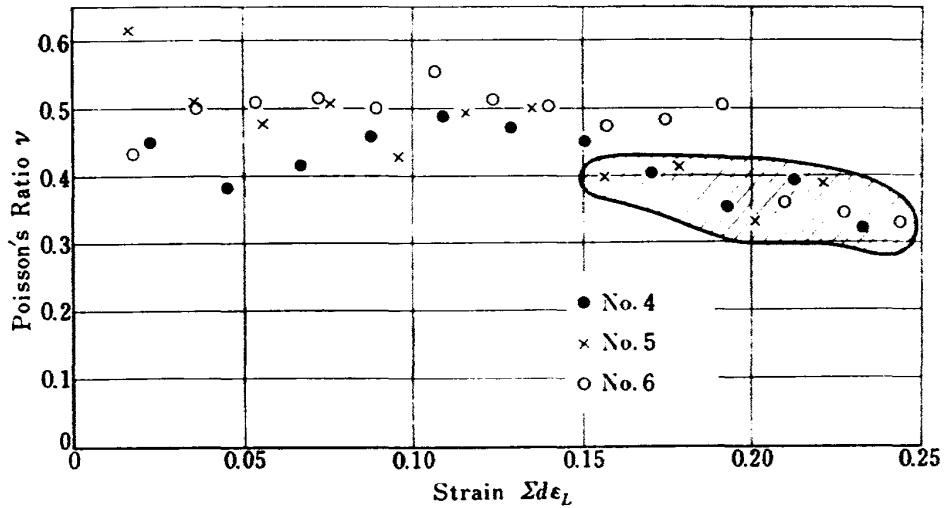


図 12 推薬：縦ひずみに対するポアソン比の Dewetting による低下(斜線部分)  
[試験片形状 図 2-b]

5. 今迄の測定結果の問題点

比較的小ひずみを扱ったポアソン比測定例として、文献 4) の Francis らの結果を図 13 に示す。本邦では河田らの測定結果<sup>9)</sup>があるが、小ひずみ域での測定に重点がないので省略する。文献 4) では図 2(a) とほぼ似た形状の試験片を用い、ダイヤルゲージによって幅と厚さを測定し、体積変化を求めてから

$$\nu = -\frac{\epsilon_{eT}}{\epsilon_{eL}} = \frac{1}{\epsilon_{eL}} \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_0} \right)^{1/3} (1 + \epsilon_{eL})^{-1/3} \right] \quad (4)$$

によってポアソン比を算出している。ここで式 (4) の  $\epsilon_e$  は工学ひずみ (Cauchy のひずみ),  $V_0$  及び  $V$  はそれぞれ変形前後の体積である。次のような諸点について筆者らの測定結果との差異を考えてみたい。

- (1) 測定誤差及び微小ひずみでの  $\nu$  の値
- (2) Dewetting とポアソン比との関係
- (3) Cauchy 型と Henky 型のポアソン比定義の問題  
文献 4) で測定誤差は、ひずみ量で 1%, 体積変化で 0.1% であったと述べている。筆者らは推薬の場合、ひずみで約 0.1% の測定精度を得ている。この差は試験片の形状やひずみ測定法に依存するところで、 $\nu=0.47$  であると、1% の引張ひずみ増分に対して、ほぼ 0.05% の体積変化を生ずる。したがって文献 4) では 5% 以下のひずみ域に対して体積変化率の測定信頼度はきわめて低いことになり、 $\epsilon=0$  での  $\nu=0.50$  には大きな疑問がある。

一方  $\epsilon=0$  で非圧縮性を仮定したため、有限ひずみ域でのポアソン比が非圧縮性の場合より落ちることを  $\epsilon=2\sim 4\%$  の低いひずみ域での dewetting 発生で説

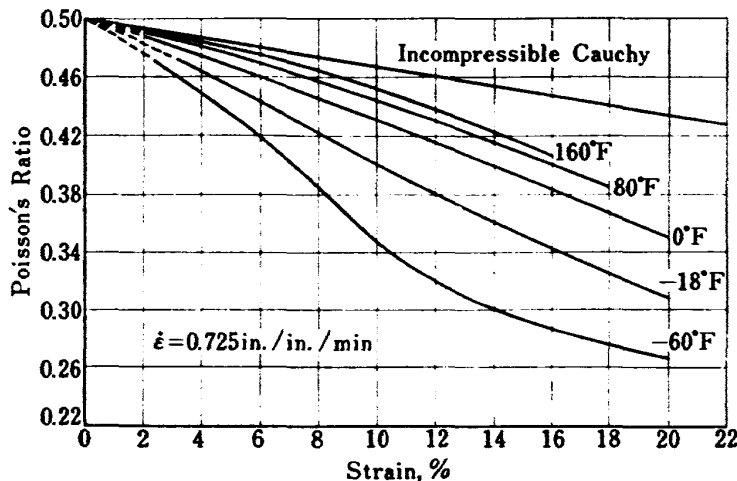


図 13 CTPB 推薬のポアソン比 (文献 (4) より)

表 2 文献 (4) の推薬の組成

| 成 分                           | 重量 (%) |
|-------------------------------|--------|
| 結合剤 CTPB                      | 14     |
| 酸化剤 $\text{NH}_4\text{ClO}_4$ | 72     |
| 固体添加剤 Al 粉                    | 14     |
| その他                           | 0.2    |

キュア条件: 70°Cで5日間

明しようとしている。この推薬の組成は表2に示すもので、筆者らのもの(表1)にくらべて若干 binder が少ないが、ほぼ似たものと考えられる。筆者らの測定によれば、dewetting が  $\nu$  の値に影響を及ぼすのは  $\epsilon=15\%$  の前後と大きな差がある。清水らは、筆者らと同一の推薬試料を、一度あるひずみレベル ( $\epsilon_p$ ) まで引張ったものを繰返し引張る試験法<sup>10)</sup>でエネルギーを考察し、1回目の引張で  $\epsilon_p \div 7\%$  及び  $\epsilon_p \div 15\%$  を与えると、パーズの引張にくらべて、2回目の引張時にひずみエネルギーに変化が起ることを観測している。後者 ( $\epsilon_p=15\%$ ) でのエネルギー変化は特に大きく、推薬強度にも大きな影響を及ぼしていることから、成長した dewetting が空孔を形成するようになり、その結果ポアソン比にも影響を与えるようになったと考えられる。前者では dewetting は開始するのであろうが、ポアソン比への影響は測定されなかった。文献4)では小ひずみ域での測定精度に問題があるにもかかわらず、前述のように  $\epsilon=2\sim 4\%$  での dewetting を推論しているのは問題がある。

ポアソン比の定義は、データ処理だけでなく、応力解析の考え方の本質に触れる問題である。これをポアソン比を求めるためのデータ処理の面からみると、工学ひずみによる(4)式の定義は  $\epsilon=0$  での測定誤差が図13の曲線を全体に縦方向に移動させる。一方これを図8, 10のように  $\epsilon_T$  対  $\epsilon_L$  でプロットしてもその傾きは当然一定とはならない。ひずみ増分に対して  $d\epsilon_T$  対  $d\epsilon_L$  の比としてあらわせば (differential Cauchy) 平均値を求めることが出来るが、これは極限として(3)式したがって図9, 11を考えることにほかならない。

工学ひずみであらわされるポアソン比は弾性学における他の物理量、たとえばヤング率  $E$  と同じく本来微小ひずみ(増分)に対して定義されているものである。Francis らはそれを承知の上で、大変形領域にまで線形弾性解析が拡張されている実情から、縦横の Cauchy ひずみの比としてのポアソン比を図13のよ

うに表示し、用いるのが妥当であるとのべているが、これは線形弾性解析を大変形に拡張したための誤差と、ポアソン比を大ひずみ増分に対して計算した誤差の両者が打消しあうことに楽観的期待をかけすぎていると考える。推薬内の各点でひずみに差があることは当然であるから、その場合の解釈や、計算法にも種々問題を生じよう。一方既にゴムのような大変形に対して、大変形解析理論、特に有限要素法では段階的に区切った小ひずみ増分に対し次々に計算を進めていく方法が提唱されている<sup>11)</sup>今日では、微小ひずみ増分に対するポアソン比が最も要求されている。

## 6. ま と め

推薬ポアソン比が推薬構造の応力解析及び破壊現象の解析に重要な因子であると考え、写真法を用いて測定した結果、次のような有益な結果を得た。

(1) 試験片形状及び標点間マーカの選択に工夫をこらした結果、ひずみの測定精度は 0.1% と従来にくらべ、きわめて良好な結果であった。

(2) 推薬ポアソン比を微小ひずみ増分に対して調べた結果、 $\nu=0.47$  と測定された。したがって推薬は引張の始めからわずかな体積増加がある。

(3) 上記ポアソン比の値は  $\epsilon=10\sim 15\%$  まで一定値を保った後、急激に低下する。これは dewetting が空孔形成にまで進んだ結果と考えられる。

今回の測定は 20°C,  $\dot{\epsilon}=0.03 \text{ mm/mm/min}$  という限られた条件にとどまった。推薬の出会い環境を考慮すると、温度、時間(ひずみ速度)との関連や、多軸応力、圧縮応力下でのポアソン比等、測定の困難さを解決していかねばならぬ問題も多い。ポアソン比に限らず、推薬の機械特性を複合則的観点から解析してみることも今後の課題として考えていきたい。

最後に本研究に対して有益なる御検討を下さった東大宇宙研 河田、植村両教授、及び当研究所の三本木、清水両技官をはじめとする皆様の御指導に感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) B.L. Black, J.M. Daly and L.D. Webb; Solid Propellant Grain Structural Analysis using the Direct Stiffness Method. AIAA Paper No. 65-176
- 2) F.A. Akyuz, E. Heer; Stress Analysis of Solid Propellant Rocket Motors JPLCIT TR 32-1253, 1968

- 3) W.H. Miller; Experimentally Measured Radial Bond Stresses in a Full Scale Motor. AIAA Paper 68-510
- 4) E.C. Francis, C.H. Carlton; Some Aspects of Nonlinear Mechanical Behavior of a Composite Propellant J. Spacecraft Vol. 6, No. 1 January 1969 pp. 65-69
- 5) M.L. Williams; Structural Analysis of Viscoelastic Materials AIAA J. Vol. 2, No. 5 May 1954 pp. 785-808
- 6) 大竹ほか; 固体ロケットモーターに発生する接着面熱応力の測定, 第15回宇宙科学技術講演集 1972. 2, pp. 97-100 及び CAS 研究報告 No. 15, 1972. 3
- 7) L.H. Herrmann; Elasticity Equations for Incompressible and Nearly Incompressible Materials by a Variational Theorem AIAA J. Vol. 3, No. 10, 1965, pp. 1896-1900
- 8) G.C.K. Yeh; A Comparison of Various Elasticity Formulations Valid for All Admissible Values of Poisson's Ratio, Astronautical Acta Vol. 14, No. 4, 1969 pp. 317-320
- 9) 河田, 井田, 本堂; 固体推進薬の単軸引張による力学物性測定について, 東京大学宇宙研究所報告 Vol. 4, No. 5, 1969. 10, pp. 506-520 及び推進薬シンポジウム前刷 1971. 11, pp. 26-30
- 10) 清水, 種村; 固体ロケット推進薬の破壊現象 (第2報, 繰返し伸張における物性, 強度の変化), 機械学会第50期全国大会前刷 720-9, 1972. 8, pp. 165-168
- 11) J.H. Argyris; "Continua and Discontinua" Matrix Methods in Structural Analysis AFFDL-TR-66-80 Wright Patterson Air Force Base December 1965, pp. 165-167
- 12) S. Timoshenko, J.N. Goodier; Theory of Elasticity, 2nd Ed. McGraw Hill p. 408

ここで添字  $r, \theta$  は半径方向及び周方向をあらわし, また  $\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) + E\alpha T$  である。

変位とひずみの関係は微小変位を考え, 軸対称性も考慮して

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (A-2)$$

平衡方程式は図 A-1 を考えて

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \quad (A-3)$$

(A-1), (A-2) より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu) \frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} + \nu\alpha T \right\} \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu) \frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} + \nu\alpha T \right\} \end{aligned} \right\} \quad (A-4)$$

これを (A-3) に代入して整理すると

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (A-5)$$

この式の一般解は

$$u = c_1 r + c_2 \frac{1}{r} \quad (A-6)$$

境界条件は次のようにとれる。

$$\left. \begin{aligned} r = a_2 \text{ で } u &= \alpha T a_2 \\ r = a_1 \text{ で } \sigma_r &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (A-7)$$

(A-7), (A-6) 及び (A-4) の第一式から

### 付録 A 推進薬断面の熱応力解析

外側をケースで拘束された推進薬が,  $T^\circ\text{C}$  一様に温度低下を受けた時の応力及びひずみを考える。線膨張係数  $\alpha$  はケースと推進薬との相対的な差で考える。推進薬はかなり長いとすると, 図1に示す中央断面は平面ひずみ状態に近似出来る。Timoshenko<sup>12)</sup> の教科書の一般解から求めることも可能であるが, ここでは焼ばめの問題と同じようにして扱ってみる。

応力とひずみとの関係は平面ひずみ ( $\epsilon_z = \alpha T$ ) であるから

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu)(\epsilon_r + \nu\alpha T) + \nu(\epsilon_\theta + \nu\alpha T) \right\} \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu)(\epsilon_\theta + \nu\alpha T) + \nu(\epsilon_r + \nu\alpha T) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (A-1)$$

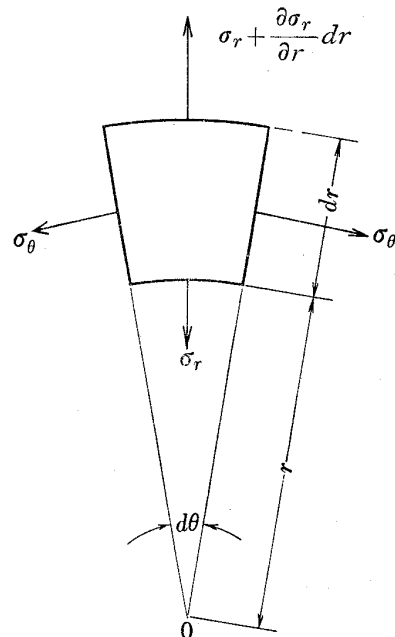


図 A-1 推進薬中の応力

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \left\{ 1 - \frac{1+\nu}{1 + \frac{a_2^2}{a_1^2}(1-2\nu)} \right\} \alpha T \\ c_2 &= \frac{1+\nu}{\frac{1}{a_2^2} + \frac{1-2\nu}{a_1^2}} \alpha T \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-8})$$

(A-8), (A-6) を (A-4) に代入して

$$\left( \begin{array}{c} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{array} \right) = E\alpha T \left\{ \frac{1}{(1-2\nu) + \frac{a_1^2}{a_2^2}} \mp \frac{1}{(1-2\nu)\frac{r^2}{a_1^2} + \frac{r^2}{a_2^2}} \right\} \quad (\text{A-9})$$

ここで  $\sigma_r$  は  $-$  を,  $\sigma_\theta$  は  $+$  をとるものとする。

(A-8), (A-6), (A-2) より

$$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{array} \right) = \left\{ 1 - \frac{1+\nu}{1 + \frac{a_2^2}{a_1^2}(1-2\nu)} \mp \frac{1+\nu}{\frac{r^2}{a_2^2} + \frac{r^2}{a_1^2}(1-2\nu)} \right\} \alpha T \quad (\text{A-10})$$

また平面応力の場合には応力-ひずみ関係は (A-1) の代りに

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1+\nu} \left\{ \varepsilon_r + \frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \right\} \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1+\nu} \left\{ \varepsilon_\theta + \frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-1})'$$

以下同じように計算を進めて

$$\left( \begin{array}{c} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{array} \right) = E\alpha T \left\{ \frac{1}{(1+\nu)\frac{a_1^2}{a_2^2} + (1-\nu)} \mp \frac{1}{(1+\nu)\frac{r^2}{a_2^2} + (1-\nu)\frac{r^2}{a_1^2}} \right\} \quad (\text{A-9})'$$

$$\left( \begin{array}{c} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{array} \right) = \left\{ \frac{1}{(1+\nu)\frac{a_1^2}{a_2^2} + (1-\nu)} \mp \frac{1}{(1+\nu)\frac{r^2}{a_2^2} + (1-\nu)\frac{r^2}{a_1^2}} \right\} (1-\nu)\alpha T \quad (\text{A-10})'$$

図 A-1 は  $r=a_2$  での  $\sigma_r$  の値を面積充てん率  $\left(=1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}\right)$  をパラメタに無次元プロットしたものである。又ひずみに関しては Timoshenko の教科書から計算すると、本解の場合とは熱ひずみ分だけ異なることに注意すべきである。破壊を考える場合本解の方が都合よいことに気づくであろう。

|        |                                    |          |                                  |
|--------|------------------------------------|----------|----------------------------------|
| TM-232 | フライングテストベッド電気系統試験                  | 1972年9月  | 甲斐忠夫, 十河 弘                       |
| TM-233 | フライングテストベッド空気タービン試験                | 1972年11月 | 宮本義人, 中村公昭<br>川崎純男, 東海林秀幸        |
| TM-234 | スピンドル燃焼試験設備による燃焼実験                 | 1972年10月 | 石井進一, 岡部祐二郎<br>山田晃, 新岡 嵩<br>三谷 徹 |
| TM-235 | 推進エンジン用空気取入口の予備実験<br>(続報)          | 1972年10月 | 近藤 博, 長谷川 聡                      |
| TM-236 | 大型低速風洞動的量データ処理設備                   | 1972年10月 | 桑野尚明                             |
| TM-237 | 大型低速風洞壁面効果補正要領                     | 1972年11月 | 佐藤淳造                             |
| TM-238 | 圧力測定的时间遅れにおよぼす圧力孔の影響               | 1972年11月 | 曾我 国男, 小野寺信幸                     |
| TM-239 | 突風風洞の気流測定について                      | 1973年4月  | 高橋 侖                             |
| TM-240 | 突風風洞での突風応答予備実験                     | 1973年5月  | 松下 洸, 西村博史                       |
| TM-241 | カーボン複合材の強度特性                       | 1973年6月  | 古田敏康, 野口義男<br>松嶋正道               |
| TM-243 | 推力 300 kg ジンバル液体ロケットエンジンの揺動特性 (II) | 1973年6月  | 榎崎哲二, 野溝国生<br>荻原裘千代, 吉原正一        |
| TM-244 | ジェットノズルの箱型模型実験                     | 1973年6月  | 坂口一, 近藤博<br>高森普, 岩下敬吾            |

注：欠番は配布先を限定したもの

---

## 航空宇宙技術研究所資料245号

昭和48年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)☎182

印刷所 株式会社 東京プレス  
東京都板橋区桜川 2~27~12

---

