

UDC 519.28:
629.783.05:
007.3

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-266

カルマンフィルターによる軌道および誘導誤差解析の
ためのシミュレーションプログラム

村田正秋・志甫徹・吉田正廣

1974年11月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

0. まえがき	1
1. 座標系・力学系	2
2. 誘導制御系	6
3. 観測系	9
4. カルマンフィルタに関する考察	11
5. 数値計算法に関する考察	14
6. プログラム設計に関する考察	17
7. あとがき	17
付録 シミュレーション・プログラム	
1. BASIC SUBROUTINES	19
2. APPLICATION PROGRAMS	49

カルマンフィルターによる軌道および誘導誤差 解析のためのシミュレーションプログラム*

村田正秋**・志南 徹**・吉田正廣**

Simulation Program for Rocket Trajectory and Guidance Error Analysis Using Kalman Filter

By Masaaki MURATA, Toru SHIHO
and Masahiro YOSHIDA

ABSTRACT

In this report we present one phase of a study on error analysis of space trajectories, that is to say, how to build an error analysis program based on the modern estimation theory. The proposed method plays an essential role in the post-flight evaluations of the GN&C system of a space vehicle, and is applicable as well to the mission planning phase.

The simulation program thus constructed has the following capabilities:

- (1) generating any guided trajectories, noisy radar tracking data and IMU outputs (by DATA GENERATOR), and
- (2) conducting sensitivity analysis and guidance error recovery with regard to almost all guidance parameters in the "consider" option as well as in the "solve-for" option (by TRAJECTORY RE-CONSTRUCTOR).

In the appendices, the basic subroutines and some of the application programs for space guidance are presented with the lists for user's information.

0. ま え が き

筆者らは過去数年にわたって制御を考慮した軌道推定の研究を行ってきた。¹⁾一方筆者のひとりには、誘導方程式の開発²⁾および最適軌道の研究³⁾にも関与した。これらの研究活動を通して、筆者らは誘導制御系の設計とその評価のためのプログラムの構造は如何を追求してきた。本報告はこの問題に対する筆者らの回答であり、理論展開としては Kalman-Bucy の推定理論を基礎にしている。また筆者らが作製した一通りのプログラムも公表した。プログラムでは、所要 incore メモリーを節約し、また計算時間を短縮するためにアルゴリズムおよびソフトウェアの設計に若干の工夫がなされている。もうひとつの特徴は、incore の割当てと coding を容易にするため殆

んど全体を通して 1 次元 ARRAY を採用している。

もとよりこのような大規模なシミュレーションプログラムは筆者らの手に余る部分があまにも多い。われわれが必要と認めながらも作製されていないプログラムも数多い。pre-flight phase における IMU の calibration プログラムはその 1 例である。また本報告では injection phase までに限定しているが同様の接近をして近い将来には interplanetary flight まで拡張する予定で現在検討中である。

本プログラムの特徴と使用上の注意を述べる。

- (1) GNT, GDT および GRT (これらの説明は第 4 節を参照) を任意に計算できる。尚 GNT の計算においては、われわれの興味は 2 段目以降の active な guidance phase があるので、空気力の効果は考慮されていない。しかし user は目的に応じてより高精度な軌道発生プログラムと置き換えることができ

* 昭和49年6月21日

** 計測部

る。

- (2) 雑音に乱されたレーダートラッキングデータおよびIMU出力をシミュレートできる。不規則雑音としては、任意に与えられた統計量をもつ白色雑音あるいは有色雑音を印加できる。
- (3) 殆んどすべての誘導パラメータ、例えばIMUハードウェア誤差、レーダーシステム誤差、重力ポテンシャル誤差等に関する感度解析あるいは飛翔後の実データに基づく誘導誤差解析が可能である。これはKalman-Bucyの推定理論に基づく統計的手法によって行っている。
- (4) アルゴリズムとして、塔載型誘導計算機が実際に行うのと同様のG&N計算をシミュレートできる。航法計算はstrapdown方式およびstable platform方式両方について可能である。また誘導計算はサターン型の3次元explicit IGM(Iterative Guidance Mode)によって行っている。制御系は殆んど理想的に機能するものと仮定されるが、まだ推力の大きさと方向(すなわち推力軸のミスアライメント)のfluctuationsは適当な不規則雑音を付加してシミュレートしている。
- (5) 附録として我々が開発し常時使用している一連の

プログラムをuserのためにリストとともに掲載した。

我々が新しく開発している実用的フィルターに関しては結果だけを報告している。その応用例に関しては別途報告する予定である。

1. 座標系・力学系

1.1 座標系

基本的な座標系を説明する。

(1) 基準座標系

平均北極方向に Z_I 軸、赤道面とLAUNCH MERIDIANとの交わりを X_I 軸とする地球中心の右手慣性座標系 $O_E-X_I Y_I Z_I$ を基準座標系に選び、以後この座標系をI座標系と呼ぶ。

(2) L座標系(Launch site coordinate)

図1に示すようにLaunch siteに原点 O_L を有し、その接平面上真東に Y_L 軸、真北に Z_L 軸、鉛直上方に X_L 軸の慣性座標系 $O_L-X_L Y_L Z_L$ をL座標系という。I座標系からL座標系への座標変換行列 C_{LI} は、

$$C_{LI} \triangleq \begin{pmatrix} \cos \phi_L & 0 & \sin \phi_L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi_L & 0 & \cos \phi_L \end{pmatrix} \quad (1)$$

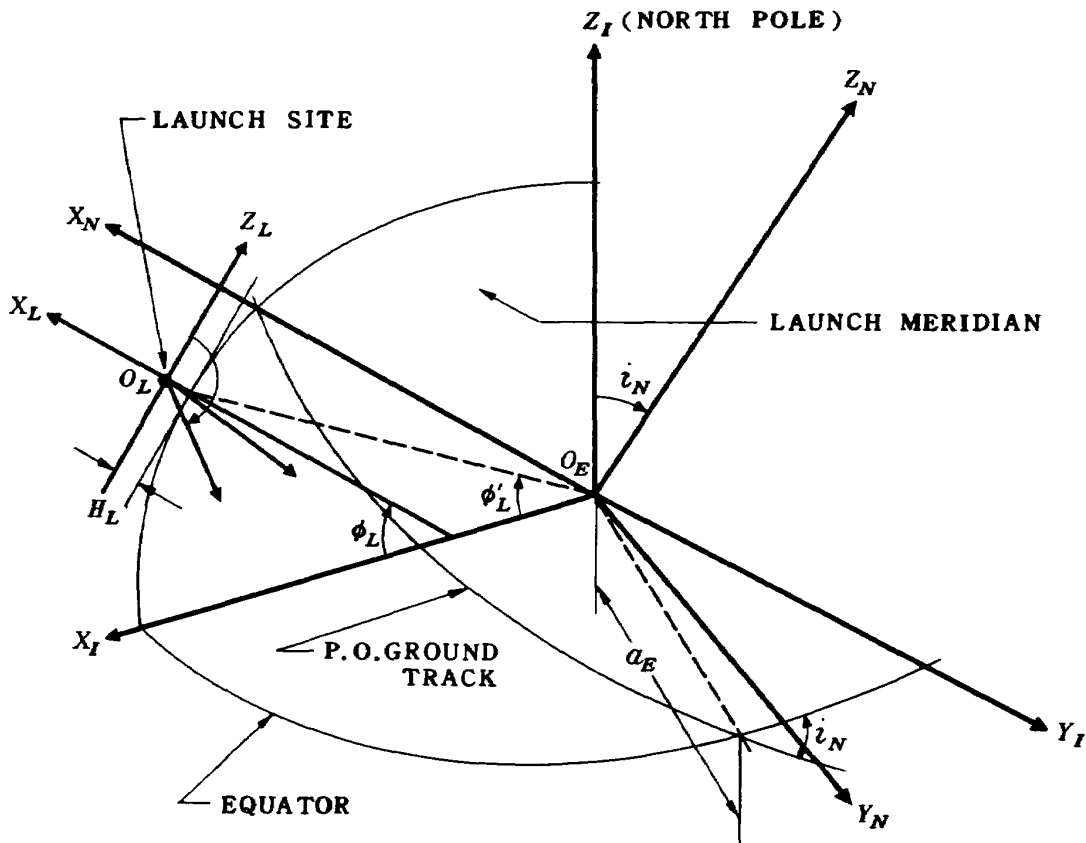


図1 座標系(その1)

で与えられる。ここで ϕ_L は O_L の測地的緯度 (geodetic latitude) であり、地理学的緯度 (geographic latitude) ϕ'_L とは、地球の離心率を e とすると

$$\tan \phi_L = \frac{\tan \phi'_L}{1 - e^2}$$

で結ばれている。 ϕ'_L を launch latitude ということもある。

(3) 航法座標系 (Navigation coordinate)

航法計算の基準となる慣性座標系である。ミッションの各 phase に応じて種々の座標系が用いられるが、特に injection phase まででは図 1 に示すように地球中心の parking orbit (P.O.) 面内で X_L 方向に X_N 軸、それに直交して Y_N 軸をもつ右手座標系 $O_E - X_N Y_N Z_N$ を使うと便利である。この座標系を N 座標系という。 L 座標系から N 座標系への座標変換行列 C_{NL} は、

$$C_{NL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \phi_L & \cos \phi_L \\ 0 & -\cos \phi_L & \sin \phi_L \end{pmatrix} \quad (2)$$

である。ここに ϕ_L は Z_L 方向から測った方位角 (Launch

azimuth) である。P.O. 面の傾斜 (inclination) を i_N とすると

$$\cos i_N = \sin \phi_L \cos \phi_L \quad (3)$$

が成り立つ。また L 座標系から N 座標系への座標変換行列 C_{NI} は、 $C_{NI} = C_{NL} \cdot C_{LI}$ から

$$C_{NI} = \begin{pmatrix} \cos \phi_L & 0 & \sin \phi_L \\ -\cos \phi_L \sin \phi_L & \sin \phi_L \cos \phi_L & \cos \phi_L \\ -\sin \phi_L \sin \phi_L & -\cos \phi_L & \sin \phi_L \cos \phi_L \end{pmatrix} \quad (4)$$

で与えられる。

(4) 回転座標系

図 2 に示すように、機体重心に原点 O_R を有し、飛翔体の運動とともに回転する座標系 $O_R - X_R Y_R Z_R$ でこれを R 座標系という。local horizon 面に対して、 Z_R 軸は垂直上方に、 Y_R 軸は面内であつP.O.面に平行にとる。

N 座標系から R 座標系への座標変換行列 C_{RN} は、

$$C_{RN} = \begin{pmatrix} \sin \phi \cos \phi & \sin \phi \sin \phi & -\cos \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \phi \cos \phi & \cos \phi \sin \phi & \sin \phi \end{pmatrix} \quad (5)$$

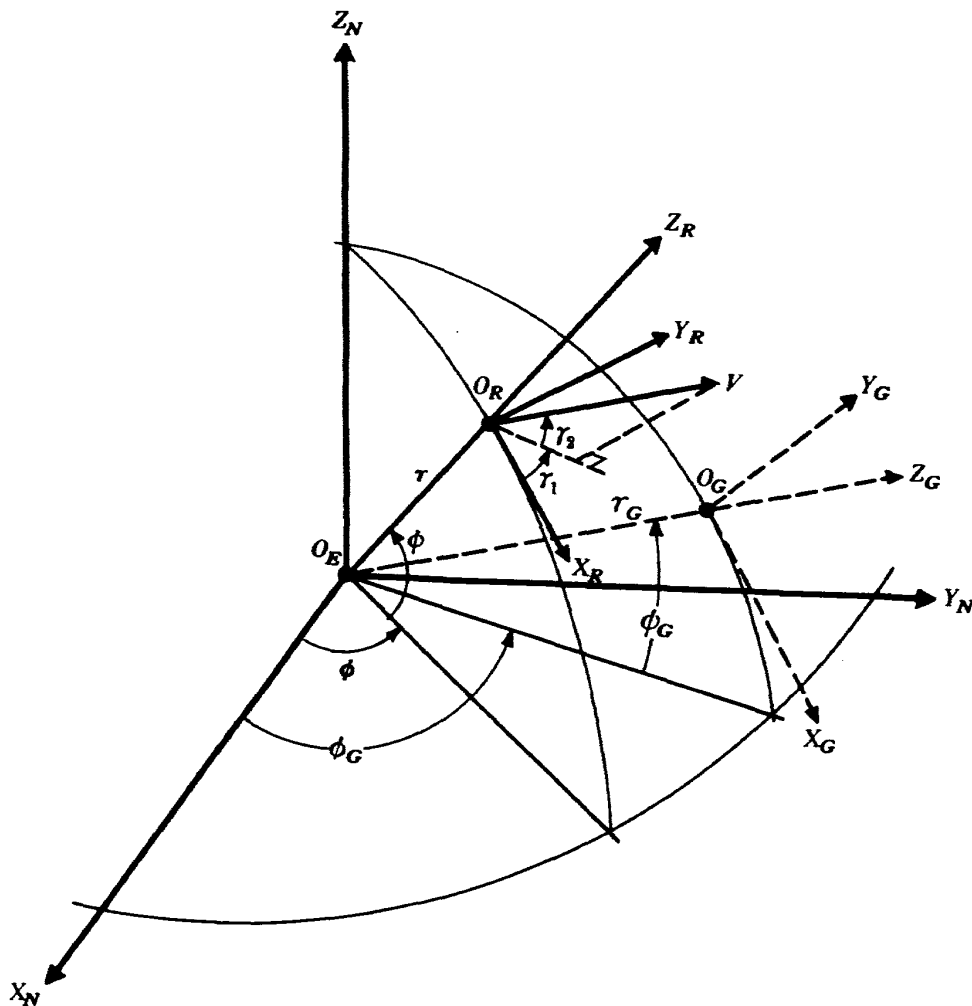


図 2 座標系 (その 2)

となる。ここに ϕ は range angle, ψ は cross-range angle である。したがって飛翔体の位置ベクトル \underline{r} , 速度ベクトル \underline{v} の R 座標系から N 座標系への変換は次式に従う。

$$\begin{aligned} \underline{r}_N &= C_{NR} \underline{r}_R \\ \underline{v}_N &= C_{NR} \underline{v}_R + \Omega_N C_{NR} \underline{r}_R \end{aligned} \quad (6)$$

ここで

$$\begin{aligned} \underline{r}_R &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{pmatrix}, & \underline{v}_R &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{r} \end{pmatrix} \\ \Omega_N &= \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\phi} & -\dot{\phi} \cos \phi \\ \dot{\phi} & 0 & -\dot{\phi} \sin \phi \\ \dot{\phi} \cos \phi & \dot{\phi} \sin \phi & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(5) 誘導座標系 (Guidance Coordinate)

誘導を行う基準慣性座標系 $O_G - X_G Y_G Z_G$ で G 座標系という。所望の injection (または stage separation) point O_G に原点を有し, 3 軸の設定は R 座標系と同様である。 N 座標系から G 座標系への座標変換行列は

$$C_{GN} = \begin{pmatrix} \sin \phi_G \cos \phi_G & \sin \phi_G \sin \phi_G & -\cos \phi_G \\ -\sin \phi_G & \cos \phi_G & 0 \\ \cos \phi_G \cos \phi_G & \cos \phi_G \sin \phi_G & \sin \phi_G \end{pmatrix} \quad (7)$$

となる。ここで ϕ_G , ψ_G はそれぞれ原点 O_G の N 座標系に関する range angle および cross-range angle である。

(6) 機体固定座標系 (Body fixed coordinate)

図 3 に示すように機体軸 (ロール軸) を Z_B , ヨー軸を

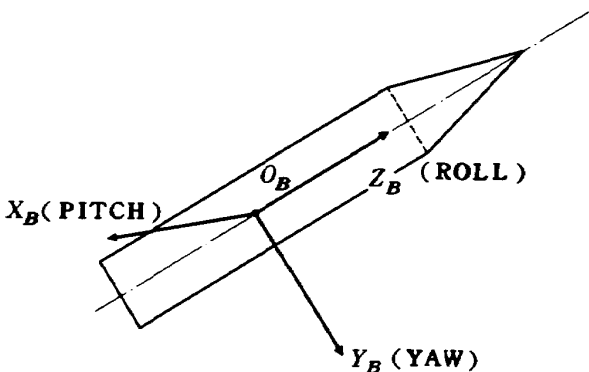


図 3 座標系 (その 3)

Y_B として機体に固定された座標系 $O_B - X_B Y_B Z_B$ を B 座標系という。 B 座標系から N 座標系 (または I 座標系) への座標変換行列 C_{NB} (または C_{IB}) は常微分方程式

$$\dot{C}_{NB}(t) = C_{NB}(t) [\underline{\omega} \times] \quad (8)$$

に従う。ここで $\underline{\omega} = (\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)'$ は機体の角速度ベクトルの B 座標での表現である。また一般に, 任意の 3 次元ベクトル $\underline{a} = (a_x \ a_y \ a_z)'$ に対して次式で定義される行

列を \underline{a} のつくる回転行列とよぶ。

$$[\underline{a} \times] = \begin{pmatrix} 0 & -a_x & a_y \\ a_x & 0 & -a_z \\ -a_y & a_z & 0 \end{pmatrix}$$

(7) 地球固定座標系 (Earth fixed coordinate)

地球に固定され, 自転とともに回転する座標系で打上げ瞬間には I 座標系に一致する回転座標系 $O_E - X_E Y_E Z_E$ を E 座標系という。 I 座標系から E 座標系への座標変換行列 C_{EI} は次式で与えられる。

$$C_{EI} = \begin{pmatrix} \cos \omega_E t & \sin \omega_E t & 0 \\ -\sin \omega_E t & \cos \omega_E t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで ω_E は地球の自転速度とする。

(8) レーダーサイト座標系

図 4 に示すようにレーダーサイトに原点 O_S をもち接平面内真東に X_S 軸, 真北方向に Y_S 軸および垂直上向きに Z_S 軸をとった地球固定の回転座標系 $O_S - X_S Y_S Z_S$ を S 座標系という。 E 座標系から S 座標系への座標変換行列 C_{SE} は次式で与えられる。

$$C_{SE} = \begin{pmatrix} -\sin \lambda_S & \cos \lambda_S & 0 \\ -\sin \phi_S \cos \lambda_S & -\sin \phi_S \sin \lambda_S & \cos \phi_S \\ \cos \phi_S \cos \lambda_S & \cos \phi_S \sin \lambda_S & \sin \phi_S \end{pmatrix} \quad (10)$$

ここに λ_S , ϕ_S はそれぞれレーダーサイトの, E 座標系の X_E 軸から測った経度および測地学的緯度とする。またレーダーサイトの E 座標系での位置ベクトル \underline{R}_E は

$$\underline{R}_E = \begin{pmatrix} G_1 \cos \phi_E \cos \lambda_E \\ G_1 \cos \phi_E \sin \lambda_E \\ G_2 \sin \phi_E \end{pmatrix} \quad (11)$$

ただし

$$G_1 = H_S + \frac{a_E}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi_E}}, \quad G_2 = H_S + \frac{a_E (1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi_E}}$$

ここで a_E は地球の平均赤道半径を, H_S はサイトの想定した規準回転楕円面からの垂直上向きの高さを表わし, また当然 $\phi_E = \phi_S$, $\lambda_E = \lambda_S$ である。

(9) IMU 計測座標系 (Instrumentation coordinate)

IMU, すなわち加速度計およびジャイロのそれぞれ出力軸および pendulum 軸 (スピン軸) のつくる規準的 (nominally) に直交する座標系を M 座標系という。また IMU が stable platform を構成する場合に platform 上の 3 個の加速度計の入力軸がつくる座標系を P 座標系という。(図 5)。

(10) 軌道座標系 (Trajectory coordinate)

適当な慣性座標系 (すなわち N 座標系または I 座標系) に関する飛翔体の位置ベクトル \underline{r} , 速度ベクトル \underline{v} を使

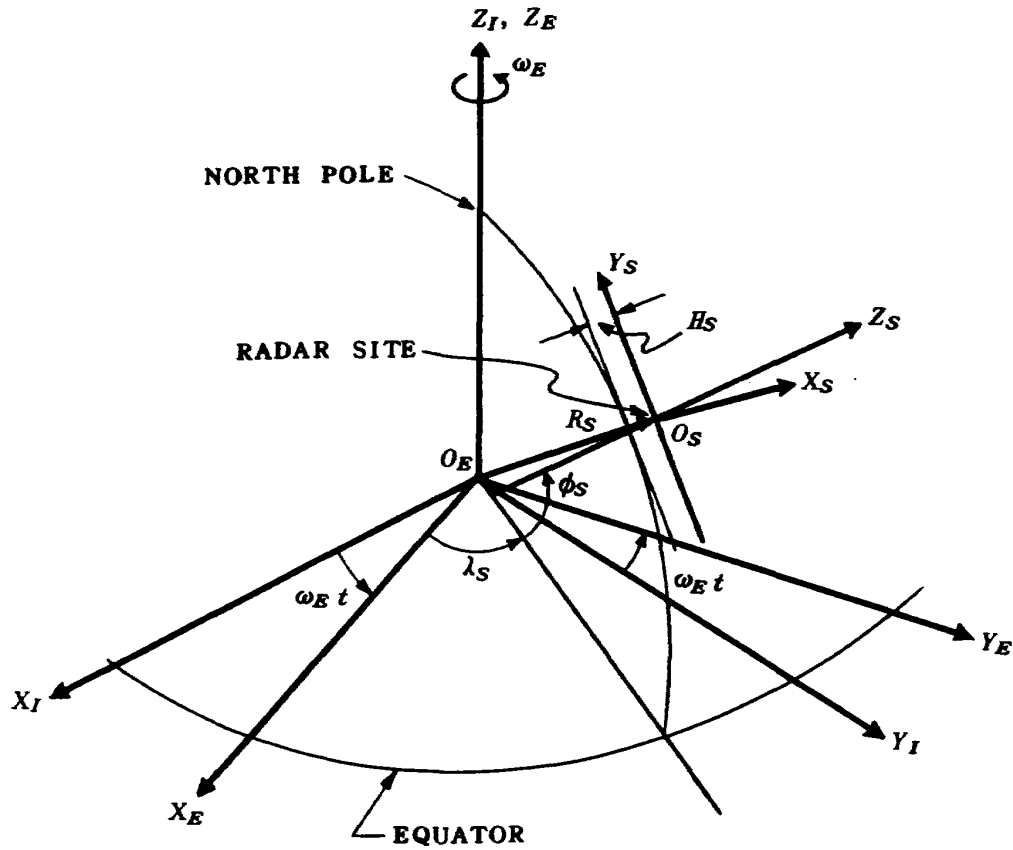


図4 座標系(その4)

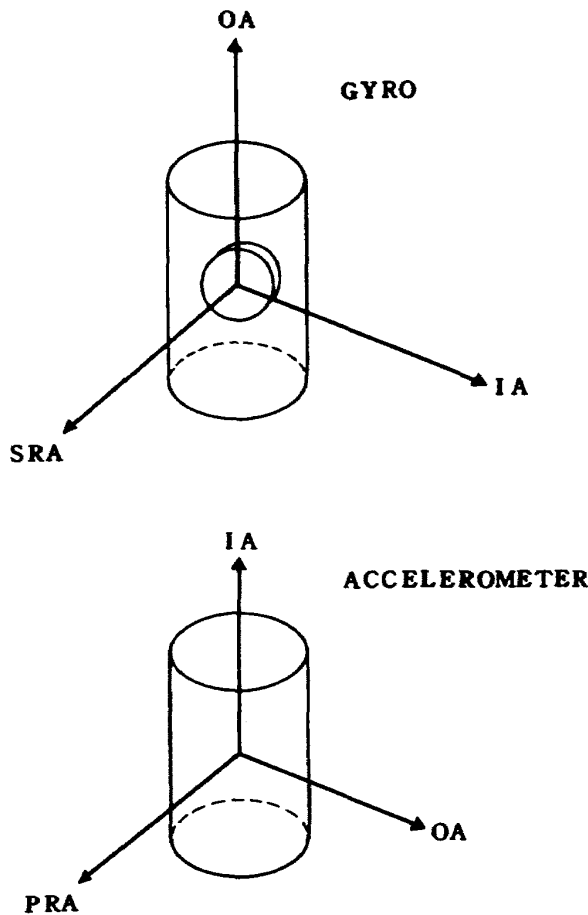


図5 座標系(その5)

って次のような直交座標系 $O_T - X_T Y_T Z_T$ を構成するとき、この座標系を T 座標系という。 T 座標系では地球の扁球性を無視するならば、 X_T が downrange 方向の、 Y_T が cross-range 方向の、 Z_T が高度方向の単位ベクトルを与える。従ってたとえば I 座標系から T 座標系への座標変換行列 C_{TI} は

$$C_{TI} = \begin{pmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{pmatrix} \tag{12}$$

で与えられる。とくに経路角 (flight path angle) を γ_T とすると

$$\cos \gamma_T = \frac{(\underline{v}, \underline{x}_T)}{\|\underline{v}\|} \tag{13}$$

が成り立つ。

以上10項目の座標系は本報告で基本的に重要な役割を演じる。目的によっては別の座標系も必要になるが誘導制御系のシンセシスおよびアナリシスを行う場合に最小限これだけは用意しておくべきであろう。

1.2 力学系

軌道発生 われわれのプログラムには多段大型ロケットの injection までの推力飛翔軌道を R 座標系において質点計算する軌道発生プログラムが補助的に用意されている。軌道発生は、目的に応じて2次元 (pitch

面)および3次元ともに計算可能である。その際 IMU 入出力をシミュレートするため、ロケットの角速度ベクトルを発生するプログラムも内含されている。

2. 誘導制御系

2.1 航法系

航法(Navigation)とは、IMU、レーダートラッキングあるいは光学的センサーの計測データに基づいて、飛行体の現時点における位置、速度および姿勢を決定することである。観測手段として何を用いるかに応じて当然航法計算のアルゴリズムは異なる。ここでは純慣性誘導の大型ロケットを想定して、IMU出力のみによる航法系について述べる。この場合航法計算の規準になる座標系の保持の仕方に応じて、stable platform方式とstrapdown方式のふたつがあることを既報告¹⁾の中でも説明した。

航法計算はN座標系で行うのが普通である。両方式に対する運動方程式はそれぞれ次式で記述される。

stable platform方式

$$\ddot{\underline{R}}_N = \underline{g}_N + C_{NP} C_{PM} \underline{a}_M \quad (14)$$

ただし \underline{a}_M : 非重力加速度 (M座標)

C_{NP} : P → N座標変換行列(一定)

C_{PM} : M → P座標変換行列*

\underline{R}_N : 位置ベクトル

\underline{v}_N : 速度ベクトル (= $\dot{\underline{R}}_N$)

\underline{g}_N : 重力加速度 (= $C_{NE} \underline{g}_E (R_E)$, 但し

$$\underline{R}_E = C_{EN} \underline{R}_N)$$

strapdown方式

$$\ddot{\underline{R}}_N = \underline{g}_N + C_{NB} C_{BM} \underline{a}_M \quad (15)$$

$$\dot{C}_{NB} = C_{NB} (\underline{\omega}_B \times), \quad \underline{\omega}_B = C_{BM} \underline{\omega}_M \quad (16)$$

ただし \underline{a}_M : 非重力加速度 (M座標)

$\underline{\omega}_M$: 角速度 (M座標)

C_{NB} : B → N座標変換行列

C_{BM} : M → B座標変換行列*

(14)式の \underline{a}_M はplatform上の加速度計によって計測される。(15)(16)式の \underline{a}_M , $\underline{\omega}_M$ はstrapdown package内の加速度計およびジャイロによって計測される。後述するようにジャイロは出力軸に垂直な方向の加速度にセンシティブで大きな誤差を誘起するので両packageはできるだけこれによる誤差を小さくするように構成される。その一般的に最適な配置は既報告¹⁾で説明した。

さて航法計算は、補正されたIMU出力に基づいて(14)

または(15)(16)を積分することにより行なわれる。得られた \underline{R}_N , \underline{v}_N が誘導系への入力になり、同時にstable platformのジンバル角、あるいは C_{NB} が制御系に機体の姿勢情報を与える。

われわれのシミュレーションプログラムに用意されている航法計算アルゴリズムを次に示そう。いま

$$\delta \underline{v}_M = \int_t^{t+\Delta t} \underline{a}_M dt$$

$$\delta \underline{\theta}_M = \int_t^{t+\delta t} \underline{\omega}_M dt$$

とする。また

$$\left. \begin{aligned} \underline{R}_N(t+\Delta t) &= \underline{R}_N(t) + \delta \underline{R}_N \Delta t \\ \underline{v}_N(t+\Delta t) &= \underline{v}_N(t) + \delta \underline{v}_N \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

とするとき、

stable platform方式

$$\left. \begin{aligned} \delta \underline{R}_N &= \underline{v}_N(t) + \frac{1}{2} [\underline{g}_N(t) \Delta t + C_{NP} C_{PM} \delta \underline{v}_M] \\ \delta \underline{v}_N &= \frac{1}{2} [\underline{g}_N(t) + \underline{g}_N(t+\Delta t)] + C_{NP} C_{PM} \delta \underline{v}_M \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

/Δt

strapdown方式

$$\left. \begin{aligned} \delta \underline{R}_N &= \underline{v}_N(t) + \frac{1}{2} [\underline{g}_N(t) \Delta t + \delta \underline{v}_N] \\ \delta \underline{v}_N &= \frac{1}{2} [\underline{g}_N(t) + \underline{g}_N(t+\Delta t)] + \delta \underline{v}_N / \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\delta \underline{v}_N = C_{NB} C_{BM} \delta \underline{v}_M \quad (20)$$

$$C_{NB}(t+\delta t) = C_{NB}(t) \cdot A \quad (21)$$

$$A = I + [\delta \underline{\theta}_B \times J + \frac{1}{2} (\delta \underline{\theta}_B \times)^2] \quad (22)$$

$$\delta \underline{\theta}_B = C_{BM} \delta \underline{\theta}_M \quad (23)$$

(17)式のupdateは、guidance cycleで行なえばよいが(21)式のupdateは正確に計算する必要があって、通常guidance cycle内で100回程度繰り返す。 \underline{g}_E はその第3項以降が $10^{-4}g$ 程度で加速度計の精度と合致することから航法計算のためには高々 J_2 を含む項まで考慮すれば充分である。本プログラムでは第1項のみ組み込まれている。

2.2 誘導制御系

われわれのシミュレーションプログラムにはサターン型の3次元explicit IGM(Iterative Guidance Mode)が用意されている。すなわちG座標系で所望のinjection(またはseparation)条件を指定すれば、それを終端条件として満足する最短時間(推力一定とすれば最少燃量)制御を実現するための推力指令角(steering command)を発生させることができる。IGMに関し

* C_{PM} および C_{BM} は規準的に直交し、しかも単位行列としてよい。

ては既に新田, 大坪, 松島および志甫による報告²⁾がある。

サターン型の IGM は, flat earth の仮定で変分法を使って得られる range angle free optimal steering であり次の 2 段階を経て決定される。

phase 1. range angle free & altitude free

すなわち速度にのみ拘束を課した最短時間制御でその最適解は定推力角 $\bar{\gamma}$ を与える。 $\bar{\gamma}$ に微小な補正角 δ を附加して, 終端でさらに与えられた位置 (高度) をも満足するような最短時間制御を新たに考える。即ち

phase 2. range angle free only

この最適解 δ は一般に次の linear-tangent steering law として知られている。

$$\tan \delta = A + B t \quad (24)$$

δ は微小ゆえ

$$\delta \sim A + B t$$

という近似が成り立ち, 最終的に準最適な推力角

$$\gamma = \bar{\gamma} + A + B t \quad (25)$$

を得る*。ここで $0 \leq t \leq T$ とし, $\bar{\gamma}$, A , B および T (time-to-go) の値は後に導かれるように終端拘束条

件および現時刻の位置および速度ベクトル (これらの諸値は IMU 出力に基づく航法計算により知られる) の関数として表現される。

以上に述べた手続きに従って, われわれのシミュレーションプログラムに用意されている 3 次元誘導方程式を説明する。

誘導方程式はできるだけ簡単な表現を得るために G 座標系で導かれる。飛翔体の運動を G 座標系で表現すると

$$\ddot{\underline{R}} = \underline{g}(\underline{R}) + \frac{F}{m} \underline{u} \quad (26)$$

$$\underline{u} = (\cos \alpha \sin \beta \quad \cos \alpha \cos \beta \quad \sin \alpha) \quad (27)$$

となる (図 6)。ここに

- \underline{R} : 位置ベクトル (m)
- $\underline{V} (= \dot{\underline{R}})$: 速度ベクトル (m/sec)
- $\underline{g}(\underline{R})$: 重力加速度 (m/sec)
- \underline{u} : 推力方向制御ベクトル
- α : ピッチ推力角 (rad)
- β : ヨー推力角 (rad)
- m : 飛翔体の質量 (Kg)
- F : 飛翔体の推力 (Kg・重)

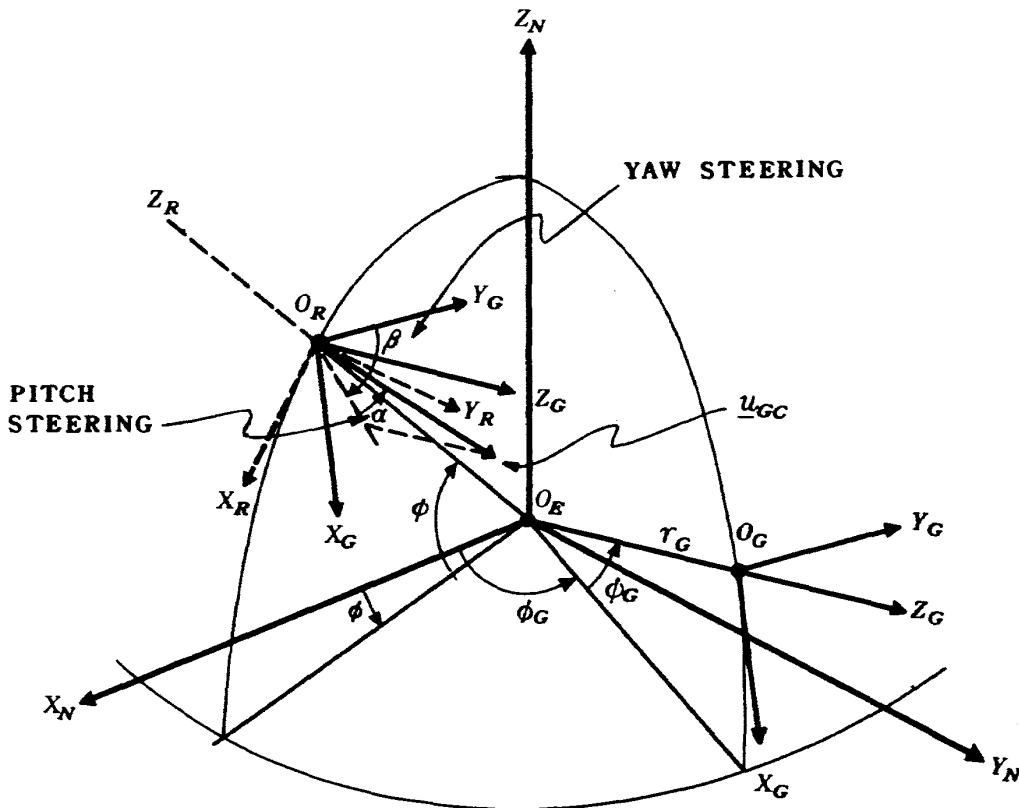


図 6 G 座標系における推力角

* 新田他による誘導方程式は phase 2. で $\int_0^T \delta^2 dt$ を最小にするものである。シミュレーションによって誘導可能領域が (25) の場合よりも拡張されたと報告している。

$$\dot{(\)} = \frac{d}{dt}; \quad 0 \leq t \leq T$$

通常誘導は飛翔体が空気抵抗の無視しうるに十分な高度に達してから開始されるので、運動方程式の非重力項としては(26)式のように推力加速度のみを考慮する。さらに \underline{u} の解析的表現を得るために、高度の F への影響を無視し、また $\underline{g}(R)$ は第1項まで採用し平均化する (average \underline{g} method)。

$$\underline{g}(R) = -\mu R / |R|^3 \quad (28)$$

$$\bar{\underline{g}} = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{g}(R) dt \quad (29)$$

以上の簡略化の後最適推力角 \underline{u}_{GC} を決める。まず phase 1. の最適解を $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$ (一定) として、(26)式を積分すると

$$\underline{V}(T) - \underline{V}(0) - \bar{\underline{g}} \cdot T = V_{ex} \tilde{\underline{u}} \int_0^T \frac{dt}{\tau - t} \quad (30)$$

ただし

V_{ex} : 排気速度 (m/sec)

τ : 質量/噴射率 (sec)

とする。(30)式を成分で書くと、

$$V_x(T) - V_x(0) - \bar{g}_x \cdot T = V_{ex} \cos \tilde{\alpha} \sin \tilde{\beta} \ln \frac{\tau}{\tau - T}$$

$$V_y(T) - V_y(0) - \bar{g}_y \cdot T = V_{ex} \cos \tilde{\alpha} \cos \tilde{\beta} \ln \frac{\tau}{\tau - T}$$

$$V_z(T) - V_z(0) - \bar{g}_z \cdot T = V_{ex} \sin \tilde{\alpha} \ln \frac{\tau}{\tau - T}$$

従って

$$\tan \tilde{\beta} = \frac{\Delta V_x}{\Delta V_y} \quad (31)$$

$$\tan \tilde{\alpha} = \frac{\Delta V_z}{(\Delta V_x^2 + \Delta V_y^2)^{1/2}} \quad (32)$$

により $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$ が計算される。ここで

$$\Delta \underline{V} = \underline{V}(T) - \underline{V}(0) - \bar{\underline{g}} \cdot T$$

は現時刻から推力切断までに得るべき速度増分ベクトルで、

$$\Delta V = |\Delta \underline{V}| = (\Delta V_x^2 + \Delta V_y^2 + \Delta V_z^2)^{1/2}$$

は velocity-to-be-gained と呼ばれ、後に T を決定する際重要になる。つきに phase 2. の最適解を

$$\alpha = \tilde{\alpha} + a + b t \quad (34)$$

$$\beta = \tilde{\beta} + c + d t \quad (35)$$

として、係数 a, b, c, d を飛翔体の現在位置および速度ベクトル、それに終端で課せられた拘束条件から決定する。すなわち(26)を2回積分して

$$\Delta \underline{V} = V_{ex} \int_0^T dt \frac{\underline{u}}{\tau - t} \quad (36)$$

$$\Delta \underline{R} = V_{ex} \int_0^T dT \int_0^T dt \frac{\underline{u}}{\tau - t} \quad (37)$$

を得る。ここで

$$\Delta \underline{R} = \underline{R}(T) - \underline{R}(0) - \underline{V}(0) \cdot T - \frac{1}{2} \bar{\underline{g}} \cdot T^2$$

と置いた。かくして

$$\Delta V_x = V_{ex} \int_0^T dt \frac{\sin \alpha}{\tau - t}$$

$$\Delta R_x = V_{ex} \int_0^T dT \int_0^T dt \frac{\sin \alpha}{\tau - t}$$

を連立的に解いて係数 a, b が定まり、

$$\Delta V_x = V_{ex} \int_0^T dt \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\tau - t}$$

$$\Delta R_x = V_{ex} \int_0^T dT \int_0^T dt \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\tau - t}$$

より係数 c, d が決定される。最終的に

$$a = -\tan \tilde{\alpha} + \left\{ \left[T^2 - T \left(\tau - \frac{1}{2} T \right) \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right] \cos \tilde{\alpha} \right\}^{-1} \times$$

$$\left\{ \frac{\Delta V_x}{V_{ex}} \left[T \left(\tau - \frac{1}{2} T \right) - \tau \left(\tau - T \right) \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right] - \right.$$

$$\left. \frac{\Delta R_x}{V_{ex}} \left[-T + \tau \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right] \right\} \quad (38)$$

$$c = -\tan \tilde{\beta} + a \tan \tilde{\beta} \tan \tilde{\alpha} + \left\{ \left[T^2 - T \left(\tau - \frac{1}{2} T \right) \ln \right. \right.$$

$$\left. \frac{\tau}{\tau - T} \right] \times \cos \tilde{\alpha} \cos \tilde{\beta} \right\}^{-1} \cdot \left\{ -\frac{\Delta R_x}{V_{ex}} \right.$$

$$\left[-T + \tau \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right] + \frac{\Delta V_x}{V_{ex}} \left[T \left(\tau - \frac{1}{2} T \right) \right.$$

$$\left. \left. - \tau \left(\tau - T \right) \ln \frac{\tau}{\tau - T} \right] \right\} \quad (39)$$

を得る。この際

$$\tilde{\alpha} \gg a + b t$$

$$\tilde{\beta} \gg c + d t$$

という近似を行ったが、これの妥当性はシミュレーションによっても確認されている。尚誘導計算は常に $t=0$ として行なわれるので、 b, d の解析解を得ておく必要はないから省略する。残る問題は time-to-go の T の決定である。それはロケットの T 時間の間に得る特性速度増分

$$\int_0^T \frac{F}{m} dt = V_{ex} \ln \frac{\tau}{\tau - T} \quad (40)$$

が(33)式で表わされる velocity-to-be-gained ΔV に等しい、ということから決定できる。すなわち T の関数

$$f(T) = V_{ex} \ln \frac{\tau}{\tau - T} - \Delta V$$

の零点が所望の T となるが $f(T)$ は超越関数ゆえ、 T の解析的表現は不可能である。そこで次の近似を行う。 T を近似解として、真値を $T + \delta T$ と書くと、近似的に

$$f(T) + \frac{df(T)}{dT} \delta T + \frac{1}{2} \frac{d^2f(T)}{dT^2} \delta T^2 = 0 \quad (41)$$

が成立する。したがって

$$\delta T = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (42)$$

ここで

$$2A = \frac{d^2f(T)}{dT^2} = \frac{V_{ex}}{(\tau - T)^3} + \frac{1}{\Delta V^3} \left\{ (\Delta V, \bar{g})^2 - \Delta V^2 |\bar{g}|^2 \right\}$$

$$B = \frac{df(T)}{dT} = \frac{V_{ex}}{\tau - T} + \frac{(\Delta V, \bar{g})}{\Delta V}$$

$$C = f(T)$$

と置いた。guidance cycle で時々刻々 T を δT だけ修正してゆけば急速に最適な T に収束してゆく。

このように導出せられた誘導方程式は G 座標系で表現されるので、実効上推力方向制御ベクトル \underline{u}_{GC} を R 座標系へ変換しなければならない。すなわち

$$\underline{u}_{RC} = C_{RN} \cdot C_{NG} \underline{u}_{GC} \quad (43)$$

ただし

$$\underline{u}_{RC} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 \cos \theta_1 \\ \cos \theta_2 \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 \end{bmatrix}$$

(43) 式を θ_1, θ_2 に関して解くと R 座標系での推力指令角が得られる。

推力制御系および姿勢制御系に関する詳細なソフトウェアは現時点では準備されていず、これらふたつの制御系は殆んど理想的に機能することが仮定されている。すなわち実効上は推力の大きさ、および推力軸のミスアライメントが一次のガウス・マルコフ性不規則雑音で fluctuate されると想定している。

3. 観測系誤差モデル

3.1 IMU 誤差モデル

慣性機器として、1 自由度ペンデュラム型加速度計 (Single-Degree-of-Freedom Pendulum type Accelerometer) および 1 自由度積分ジャイロ (Single-Degree-of-Freedom rate integrating Gyro) を使用するものとする。これらの入出力関係を表す数学的モデルは極めて複雑で一般には出力は入力のある非線型関数として無限個のパラメータを含むと考えられるが実効上は主要な誤差源として、次式を採用すれば充分であろう。即ち j -th 入力軸 ($j=x, y, z$) に対して、

加速度計

$$a_{mj} = a_j + \alpha_0 \Delta a_j + \alpha_1 \sum_{l=1}^3 E_{jl} a_l + \alpha_2 \underline{a}' K_{aj} \underline{a} + n_{aj} \quad (44)$$

但し a_{mj} : j -th 加速度計の出力 (m/sec²)

a_j : j -th 加速度計の入力 (m/sec²)

Δa_j : j -th 加速度計の定バイアス誤差 (m/sec²)

E_{jl} : E_{jl} ($j=l$) はスケールファクタ誤差

E_{jl} ($j \neq l$) は、入力軸のミスアライメント誤差 (rad)

$$K_{aj} = \begin{pmatrix} K_{11}^{(j)} & K_{12}^{(j)}/2 & K_{13}^{(j)}/2 \\ K_{12}^{(j)}/2 & K_{22}^{(j)} & K_{23}^{(j)}/2 \\ K_{13}^{(j)}/2 & K_{23}^{(j)}/2 & K_{33}^{(j)} \end{pmatrix}$$

: j -th 加速度計の入力自乗比例誤差係数 ($\mu g/g^2$)

n_{aj} : 量子化誤差および上記モデルで考慮されなかった誤差、例えば加速度の高次 (3 乗以上) 非線型誤差などを総合したもので本プログラムでは平均値 Δ 、分散 σ_{aj}^2 の正規性白色雑音として擬似される。

ジャイロ

$$\omega_{mj} = \omega_j + \beta_0 \Delta \omega_j + \beta_1 \sum_{l=1}^3 S_{jl} \omega_l + \beta_2 \underline{\omega}' K_{\omega j} \underline{\omega} + \gamma_1 (D_{I_j} D_{S_j} D_{O_j}) \underline{I}_j + \gamma_2 \underline{I}' D_{aj} \underline{I}_j + n_{\omega j} \quad (45)$$

但し

ω_{mj} : j -th ジャイロの出力 (rad/sec)

ω_j : j -th ジャイロの入力 (rad/sec)

$\Delta \omega_j$: j -th ジャイロの定バイアス誤差 (meru)

S_{jl} : j -th ジャイロの入力比例誤差係数

$$K_{\omega j} = \begin{pmatrix} K_{\omega 11}^{(j)} & K_{\omega 12}^{(j)} & K_{\omega 13}^{(j)} \\ K_{\omega 21}^{(j)} & K_{\omega 22}^{(j)} & K_{\omega 23}^{(j)} \\ K_{\omega 31}^{(j)} & K_{\omega 32}^{(j)} & K_{\omega 33}^{(j)} \end{pmatrix}$$

: j -th ジャイロの入力自乗比例誤差係数 (対称行列)

$D_{I_j} D_{S_j} D_{O_j}$: 加速度比例ドリフトレート (mass unbalance drift rate) の誤差係数。添字 I_j, S_j, O_j は j -th ジャイロの夫々入力軸、スピン軸、出力軸を表す (meru/g)

$$D_{aj} = \begin{pmatrix} D_{I1}^{(j)} & D_{IS}^{(j)} & D_{IO}^{(j)} \\ D_{S1}^{(j)} & D_{SS}^{(j)} & D_{SO}^{(j)} \\ D_{O1}^{(j)} & D_{OS}^{(j)} & D_{OO}^{(j)} \end{pmatrix}$$

j -th ジャイロの加速度自乗比例誤差 (anisotropic drift rate) の係数 (対称行列)
(meru/g^2)

n_{ω_j} ; n_{a_j} と同様に平均値 0, 分散 $\sigma_{\omega_j}^2$ の正規性白色雑音として擬似される。

ジャイロを既報告の最適構成に配置すれば, D_{O_j} , D_{ω_j} は常に 0 としてよく, またその時 f_j は次式で定義されることになる。

$$f_1 = \begin{bmatrix} a_{xB} \\ -a_{yB} \\ a_{zB} \end{bmatrix}, \quad f_2 = \begin{bmatrix} a_{xB} \\ a_{yB} \\ a_{zB} \end{bmatrix}, \quad f_3 = \begin{bmatrix} a_{xB} \\ -a_{xB} \\ a_{yB} \end{bmatrix}$$

なお (44), (45) 式で $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \tau_2$ は適当な規格化パラメータである。

3.2 レーダートラッキング誤差モデル

レーダーによるトラッキングデータは電波誘導では勿論のこと, 一般の誘導制御系の設計あるいは誘導誤差解析のために極めて重要な情報を提供する。通常ひとつのレーダーステーションでは図 7 に示すような 4 つの物理量, 即ち ρ (slant range), $\dot{\rho}$ (range-rate), A (azimuth) および E (elevation) に関する観測データが得られる。これらの物理量と飛翔体の状態ベクトルとの関係は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \|\rho\| \\ \dot{\rho} &= \frac{(\dot{\rho}, \rho)}{\rho} \\ E &= \sin^{-1} \left[\frac{(\rho, Z_S)}{\rho} \right], \quad \delta \leq E \leq \frac{\pi}{2} \\ A &= \tan^{-1} \left[\frac{(\rho, X_S)}{(\rho, Y_S)} \right], \quad |A| \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

但しレーダー観測は, 飛翔体が図 8 に示すトラッキング可能領域 ($E \geq \delta$, δ は観測できる最小の上下角) に在るときに限り可能である。

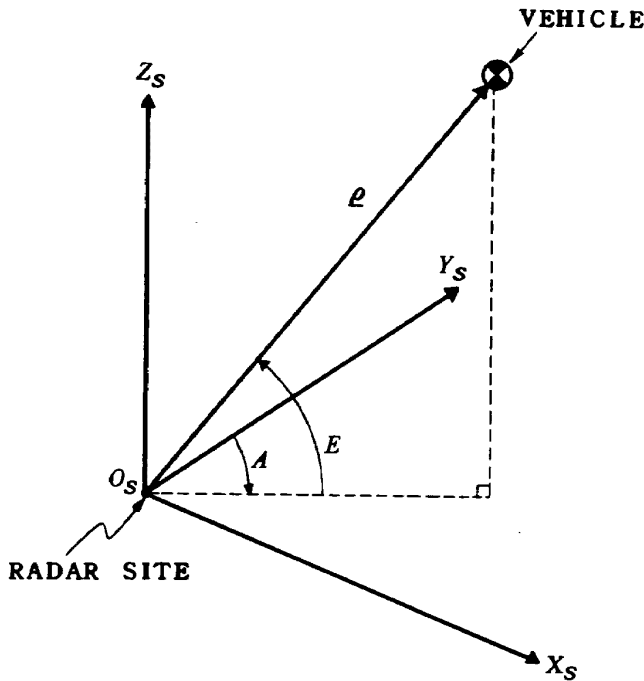


図 7 レーダートラッキング

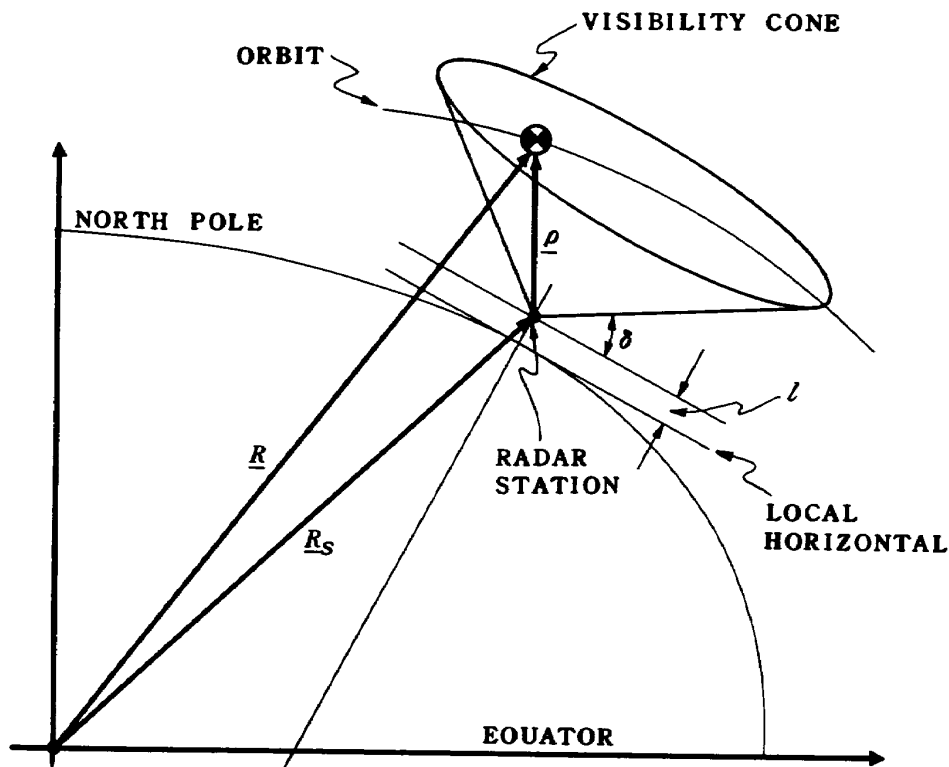


図 8 追跡可能領域

ここで

$$\rho = R_I - R_{SI}, \quad \dot{\rho} = \dot{R}_I - \dot{R}_{SI}$$

かつ R_{SI} はレーダーサイトの I 座標系での位置ベクトル

$$R_{SI} = C_{IE} R_{SE}$$

である。また記号 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを表わす。

(46)式がいわゆる error-free の完全観測の方程式であるが実際には各種の系統的 (systematic) 誤差および偶然 (random) 誤差に汚された観測データしか入手できない。系統的誤差としては timing, refraction, dynamic lag, nonorthogonality, constant bias および scale factor error 等が考えられるが、本プログラムでは constant bias と、range 観測における scale factor のみを主誤差源とみなし、残りは偶然誤差に繰り込む。勿論レーダーサイトの位置誤差、即ちサイトの経度 λ_S 、緯度 ϕ_S および高度 H_S の誤差は重要な誤差源となる。かくして本プログラムに用意されているレーダートラッキングの最終的な観測方程式は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{meas} &= \rho + \varepsilon\rho + \Delta\rho + n_\rho \\ \dot{\rho}_{meas} &= \dot{\rho} + \Delta\dot{\rho} + n_{\dot{\rho}} \\ E_{meas} &= E + \Delta E + n_E \\ A_{meas} &= A + \Delta A + n_A \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

ここで

ε : scale factor

$\Delta\rho, \Delta\dot{\rho}, \Delta E, \Delta A$: constant bias

$n(\cdot)$: random noise

$(\cdot)_{meas}$: measured quantity

トラッキングにおける不規則雑音 $\eta(\cdot)$ の power spectral density $S_{\eta(\cdot)}(\omega)$ を

$$S_{\eta(\cdot)}(\omega) = \frac{2\beta(\cdot)\sigma_{\eta(\cdot)}^2}{\beta(\cdot)^2 + \omega^2}, \quad \beta(\cdot) = \frac{1}{T(\cdot)} \quad (48)$$

と仮定しよう。但し $T(\cdot)$ は correlation time である。すなわち $\eta(\cdot)$ は次の 1 次の Gauss-Markov 過程に従う。

$$\frac{d}{dt} \eta(\cdot) + \beta(\cdot) \eta(\cdot) = \sqrt{2\beta(\cdot)} \zeta(\cdot) \quad (49)$$

ここで $\zeta(\cdot)$ は白色雑音でその power spectral density を

$$S_{\zeta(\cdot)}(\omega) = \sigma_{\eta(\cdot)}^2$$

とする。(49)式の離散形は

$$\eta(\cdot)(t_{j+1}) = e^{-\beta(\cdot)\Delta t_j} \eta(\cdot)(t_j) + n(\cdot)(t_j) \quad (50)$$

但し $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$, かつ $n(\cdot)(t_j)$ は平均 0, 分散 $\sigma_{\eta(\cdot)}^2 (1 - e^{-2\beta(\cdot)\Delta t_j})$ の白色雑音である。1 次の有色雑音の発生は (50) 式に従っている。

4. KALMAN-BUCY 推定理論とその応用

ある非線型な力学系および観測系の、基準軌道近傍に関する線型化方程式が次式に従うものとする。

$$d\underline{x}(t) = A(t)\underline{x}(t)dt + B(t)dt\underline{\mu} + \underline{\phi}(t)dt + G(t)d\underline{w}(t) \quad (51)$$

$$\underline{y}(t_k) = C(t_k)\underline{x}(t_k) + D(t_k)\underline{v} + \underline{v}(t_k) \quad (52)$$

ここで $\underline{x}(t)$: n 次元状態ベクトル

$A(t)$: $n \times n$ システム行列

$\underline{\mu}$: m_1 次元パラメータベクトル

$B(t)$: $n \times m_1$ 行列

$\underline{\phi}(t)$: n 次元 forcing ベクトル (既知)

$G(t)$: $n \times d$ noise intensity 行列

$\underline{w}(t)$: d 次元 Brownian motion ベクトル過程で $\varepsilon\{\underline{w}(t)\underline{w}'(t)\} = Q|t-\tau|$,

$$\varepsilon\{\underline{w}(t)\} = 0$$

$\underline{y}(t_k)$: l 次元観測値ベクトル

$C(t_k)$: $l \times n$ 観測感度行列

$D(t_k)$: $l \times m_2$ 行列

\underline{v} : m_2 次元パラメータベクトル

$\underline{v}(t_k)$: l 次元観測雑音ベクトル

t_k : 観測時刻

とする。(51)式は伊藤型の確率微分方程式であるが、これに対する離散的表現は $n \times n$ 遷移行列

$$\frac{d}{dt} \Phi(t, s) = A(t) \Phi(t, s) \quad (53)$$

$$\Phi(s, s) = I \quad (\text{単位行列})$$

を用いて厳密に次式で与えられる。

$$\underline{x}(t) = \Phi(t, s) \underline{x}(s) + B(s) \underline{\mu} + \underline{\phi}(s) + \underline{\xi}(s) \quad (54)$$

ただし $B(s) \triangleq \int_s^t d\alpha \Phi(t, \alpha) B(\alpha)$

$$\underline{\phi}(s) \triangleq \int_s^t d\alpha \Phi(t, \alpha) \underline{\phi}(\alpha)$$

$$\underline{\xi}(s) \triangleq \int_s^t \Phi(t, \alpha) G(\alpha) d\underline{w}(\alpha)$$

と置いた。また明らかに $\varepsilon\{\underline{\xi}(s)\} = 0$, かつ共分散行列は

$$E(s) = \int_s^t d\alpha \Phi(t, \alpha) G(\alpha) Q G(\alpha)' \Phi'(t, \alpha) \quad (55)$$

となる。既に TR-302 でも概説したように観測雑音ベクトル $\underline{v}(t_k)$ が理想的な白色雑音である場合には周知の KALMAN-BUCY フィルターがそのまま使える。その推定アルゴリズムを表 1 に示す。ただし簡単のために B

= D = 0 とする。即ちパラメータベクトル μ , ν はもともと $x(t)$ の中に繰り込まれているものとする。

表1 最適カルマンフィルターアルゴリズム

PREDICTION

$$\begin{aligned} \hat{x}_{j+1/j} &= \Phi_{j+1,j} \hat{x}_{j/j} + \phi_j \\ P_{j+1/j} &= \Phi_{j+1,j} P_{j/j} \Phi_{j+1,j}^T + \Sigma_j \end{aligned}$$

FILTERING

$$\begin{aligned} \hat{x}_{j+1/j+1} &= \hat{x}_{j+1/j} + K_{j+1} \tilde{y}_{j+1/j} \\ P_{j+1/j+1} &= P_{j+1/j} - K_{j+1} C_{j+1} P_{j+1/j} \\ \tilde{y}_{j+1/j} &= y_{j+1} - C_{j+1} \hat{x}_{j+1/j} \\ K_{j+1} &= P_{j+1/j} C_{j+1}^T (C_{j+1} P_{j+1/j} C_{j+1}^T + R_{j+1})^{-1} \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} \varepsilon\{\nu_{j+1}\} &= 0, \quad \varepsilon\{\nu_{j+1} \nu_{j+1}^T\} = R_{j+1} \\ \hat{x}_{k/j} &: \text{conditional mean with respect to the} \\ &\quad \text{set } \{y(t_1), \dots, y(t_j)\} \\ P_{k/j} &: \text{conditional covariance matrix} \end{aligned}$$

制御対象および観測系の、雑音の統計的性質まで含めた構造が既知の場合には、Table 1 に従って最適フィルターを設計できる。しかし殆んどすべての実問題に対してこのような場合は期待できないし、一方数学的モデルを精密にすればするだけ未知パラメータの数が増加し、計算時間および所要記憶容量とも増えることになる。また未知パラメータの中には推定の結果その不確定度が殆んど減少しないものがあって、これらのパラメータまで推定すべき状態ベクトルに繰り込むことは得策ではない。このような微小な影響しか持たないパラメータは無視するか、或いはあたかも偶然誤差のごとくにみなす考え方がありしばしば成功している。しかしこれは所謂“フィルターの発散 (divergence)” を誘起する危険があるのでここではパラメータの a priori な統計量、換言すればパラメータの事前確率分布を積極的に考慮して設計された実用的フィルターのプログラムも用意されている。この実用的フィルターの導出とその応用例に関しては別稿で報告する予定なのでそのアルゴリズムのみを示しておこう。即ち Table 2. では、ある非線型な力学系および観測系の線型化方程式の離散的表現をそれぞれ

$$x_{j+1} = A_j x_j + B_j \mu + \xi_j \tag{56}$$

$$y_{j+1} = C_{j+1} x_{j+1} + D_{j+1} \nu + \eta_{j+1} \tag{57}$$

$$\eta_{j+1} = L_j \nu_j + \zeta_j \tag{58}$$

とした場合の最小分散不偏推定を与える実用的フィルターが示されている。

表2 実用的カルマンフィルターアルゴリズム

PREDICTION

$$\begin{aligned} \hat{x}_{j+1/j} &= A_j x_{j/j} + B_j \varepsilon\{\mu\} \\ P_{j+1/j} &= A_j P_{j/j} A_j^T + B_j \varepsilon\{\tilde{\mu} \tilde{\mu}^T\} B_j^T \\ &\quad + Q_j + A_j M_{j/j} B_j^T + B_j M_{j/j}^T A_j^T \\ M_{j+1/j} &= A_j M_{j/j} + B_j \varepsilon\{\tilde{\mu} \tilde{\mu}^T\} \\ N_{j+1/j} &= A_j N_{j/j} + B_j \varepsilon\{\tilde{\mu} \tilde{\nu}^T\} \end{aligned}$$

FILTERING

$$\begin{aligned} \hat{x}_{j+1/j+1} &= \hat{x}_{j+1/j} + K_{j+1} \tilde{z}_{j+1/j} \\ P_{j+1/j+1} &= P_{j+1/j} - K_{j+1} X_{j+1}^T \\ M_{j+1/j+1} &= (I - K_{j+1} C_{j+1}) N_{j+1/j} + K_{j+1} C_j^* \\ &\quad M_{j/j} - K_{j+1} \tilde{D}_{j+1} \varepsilon\{\tilde{\nu} \tilde{\mu}^T\} \\ N_{j+1/j+1} &= (I - K_{j+1} C_{j+1}) N_{j+1/j} + K_{j+1} C_j^* \\ &\quad N_{j/j} - K_{j+1} \tilde{D}_{j+1} \varepsilon\{\tilde{\nu} \tilde{\nu}^T\} \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} K_{j+1} &= X_{j+1} Y_{j+1}^{-1} \\ X_{j+1} &= P_{j+1/j} C_{j+1}^T - (A_j P_{j/j} + B_j M_{j/j}^T) C_j^{*T} \\ &\quad + N_{j+1/j} \tilde{D}_{j+1}^T \\ Y_{j+1} &= C_{j+1} P_{j+1/j} C_{j+1}^T + R_j - C_{j+1} (A_j P_{j/j} \\ &\quad + B_j M_{j/j}^T) C_j^{*T} + C_{j+1} N_{j+1/j} \tilde{D}_{j+1}^T \\ &\quad + C_j^* P_{j/j} C_j^{*T} - C_j^* (A_j P_{j/j} + B_j M_{j/j}^T) \\ &\quad C_{j+1}^T - C_j^* N_{j/j} \tilde{D}_{j+1}^T + \tilde{D}_{j+1} N_{j+1/j}^T C_{j+1}^T \\ &\quad - \tilde{D}_{j+1} N_{j/j}^T C_j^{*T} + \tilde{D}_{j+1} \varepsilon\{\tilde{\nu} \tilde{\nu}^T\} \tilde{D}_{j+1}^T \end{aligned}$$

観測雑音 η_{j+1} は有色雑音に仮定されているので、BRYSON, JOHANSEN および HENRIKSON による MEASUREMENT DIFFERENCE 法を適用して

$$\begin{aligned} z_{j+1} &= y_{j+1} - L_j y_j \\ &= C_{j+1} x_{j+1} - C_j^* x_j + \tilde{D}_{j+1} \nu + \zeta_j \end{aligned} \tag{59}$$

によって観測系 (57) 式を白色化する。その時観測残差ベクトルは

$$\begin{aligned} \tilde{z}_{j+1/j} &= z_{j+1} - \hat{z}_{j+1/j} \\ &= C_{j+1} \tilde{x}_{j+1/j} - C_j^* \tilde{x}_{j/j} + \tilde{D}_{j+1} \tilde{\nu} \\ &\quad + \zeta_j \end{aligned} \tag{60}$$

となる。但し $\tilde{x}_{j/k} = x_j - \hat{x}_{j/k}$, $C_j^* = C_{j+1} - \tilde{C}_{j+1}$
 $\tilde{C}_{j+1} = C_{j+1} - L_j C_j$, $\tilde{D}_{j+1} = D_{j+1} - L_j D_j$, $\tilde{\mu} = \mu - \epsilon\{\mu\}$, $\tilde{\nu} = \nu - \epsilon\{\nu\}$ とし、さらに次の共分散行列を定義する。

$$\left. \begin{aligned} P_{j/k} &= \epsilon\{\tilde{x}_{j/k} \tilde{x}_{j/k}^T\} \\ M_{j/k} &= \epsilon\{\tilde{x}_{j/k} \tilde{\mu}^T\} \\ N_{j/k} &= \epsilon\{\tilde{x}_{j/k} \tilde{\nu}^T\} \end{aligned} \right\}$$

x を “solve-for” parameter (推定すべきパラメータ), μ および ν を “consider” parameter (フィルターの設計の段階でそれらの事前確率分布は考慮されるが実際には推定されないパラメータ) と呼ぶことが多い。

規準軌道

規準軌道の近傍で線型化できることを仮定した。規準軌道としては通常次の3つが利用できる。即ち(1) GNT (Guided Noninal Trajectory), (2) GDT (Guidance Derived Trajectory), (3) GRT (Guidance Reconstructed Trajectory), である。(2)は机上計算機がIMU出力に基づき航法計算してつくる軌道で純慣性誘導方式ではこの軌道に従って実際の誘導がなされる。(3)はIMUのtelemetryデータに基づき地上の大型計算機によって高精度な航法計算をして得られる軌道である。(1)は通常の標準軌道で各種誘導パラメータの基準値を用いて軌道計算される。原理的にはいずれの軌道を使ってもよいが、飛翔後の誘導誤差解析の目的では(3)のGRTが最適であることを既に報告した¹⁾

適用例

1例としてKalman-Bucyフィルターによる誘導誤差解析の目的でstrapdown方式を対象にして構成された状態方程式を説明しよう。はじめにIMU誤差の系統的誤差ベクトルによる表式を得ておく。即ち加速度計に対して、

$$\begin{aligned} \Delta a &= (\Delta a_x \ \Delta a_y \ \Delta a_z)^T \\ \underline{e}^{(j)} &= (E_{j1} \ E_{j2} \ E_{j3})^T \\ K_a^{(j)} &= (K_{a11}^{(j)} \ K_{a12}^{(j)} \ K_{a13}^{(j)} \ K_{a22}^{(j)} \ K_{a23}^{(j)} \ K_{a33}^{(j)}) \\ \text{但し } K_{a12}^{(j)} &\triangleq K_{a12}^{(j)} + K_{a21}^{(j)}, \ K_{a13}^{(j)} \triangleq K_{a13}^{(j)} + K_{a31}^{(j)}, \\ &K_{a23}^{(j)} \triangleq K_{a23}^{(j)} + K_{a32}^{(j)} \\ \underline{n}_a &= (n_{ax} \ n_{ay} \ n_{az})^T \end{aligned}$$

さらに

$$\underline{e}_a = \begin{bmatrix} e^{(1)} \\ e^{(2)} \\ e^{(3)} \end{bmatrix}, \quad K_a = \begin{bmatrix} K_a^{(1)} \\ K_a^{(2)} \\ K_a^{(3)} \end{bmatrix}$$

と置く。そのとき、(44)式は

$$\begin{aligned} \underline{a}_m &= \underline{a} + \alpha_0 \Delta \underline{a} + \alpha_1 \begin{bmatrix} \underline{a} \\ \underline{a} \\ \underline{a} \end{bmatrix} \underline{e} \\ &+ \begin{bmatrix} K_a \\ K_a \\ K_a \end{bmatrix} \underline{K}_a + \underline{n}_a \end{aligned} \quad (62)$$

と書ける。ここで

$$K_a = (a_1^2 \ a_1 a_2 \ a_1 a_3 \ a_2^2 \ a_2 a_3 \ a_3^2)$$

とする。同様にジャイロに対しても、

$$\Delta \omega = (\Delta \omega_x \ \Delta \omega_y \ \Delta \omega_z)^T$$

$$\underline{s}^{(j)} = (S_{j1} \ S_{j2} \ S_{j3})^T$$

$$\underline{K}_\omega^{(j)} = (K_{\omega11}^{(j)} \ K_{\omega12}^{(j)} \ K_{\omega13}^{(j)} \ K_{\omega22}^{(j)} \ K_{\omega23}^{(j)} \ K_{\omega33}^{(j)})^T$$

$$\text{但し } K_{\omega12}^{(j)} \triangleq K_{\omega12}^{(j)} + K_{\omega21}^{(j)}, \ K_{\omega13}^{(j)} \triangleq K_{\omega13}^{(j)} + K_{\omega31}^{(j)},$$

$$K_{\omega23}^{(j)} \triangleq K_{\omega23}^{(j)} + K_{\omega32}^{(j)}$$

$$\underline{n}_\omega = (n_{\omega_x} \ n_{\omega_y} \ n_{\omega_z})^T$$

$$\underline{d}_a^{(j)} = (D_{a11}^{(j)} \ D_{a1S}^{(j)} \ D_{a1O}^{(j)} \ D_{aSS}^{(j)} \ D_{aSO}^{(j)})^T$$

$$\text{但し } D_{a1S}^{(j)} \triangleq D_{a1S}^{(j)} + D_{aS1}^{(j)}, \ D_{a1O}^{(j)} \triangleq D_{a1O}^{(j)} + D_{aO1}^{(j)},$$

$$D_{aSO}^{(j)} = D_{aSO}^{(j)} + D_{aOS}^{(j)}$$

$$\underline{D}^{(j)} = (D_{Ij} \ D_{Sj})^T$$

$$\text{さらに } \underline{K}_\omega = \begin{bmatrix} K_\omega^{(1)} \\ K_\omega^{(2)} \\ K_\omega^{(3)} \end{bmatrix}, \quad \underline{s} = \begin{bmatrix} s^{(1)} \\ s^{(2)} \\ s^{(3)} \end{bmatrix}, \quad \underline{d}_a = \begin{bmatrix} d_a^{(1)} \\ d_a^{(2)} \\ d_a^{(3)} \end{bmatrix}$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} D^{(1)} \\ D^{(2)} \\ D^{(3)} \end{bmatrix}$$

と置く。そのとき(45)式は

$$\begin{aligned} \underline{\omega}_m &= \underline{\omega} + \beta_0 \Delta \underline{\omega} + \beta_1 \begin{bmatrix} \underline{\omega}' \\ \underline{\omega}' \\ \underline{\omega}' \end{bmatrix} \underline{s} \\ &+ \beta_2 \begin{bmatrix} K_\omega \\ K_\omega \\ K_\omega \end{bmatrix} + \gamma_1 \begin{bmatrix} f^{(1)} \\ f^{(2)} \\ f^{(3)} \end{bmatrix} \underline{D} \\ &+ \gamma_2 \begin{bmatrix} D_a^{(1)} \\ D_a^{(2)} \\ D_a^{(3)} \end{bmatrix} \underline{d}_a + \underline{n}_\omega \end{aligned} \quad (63)$$

ここで

$$K_\omega = (\omega_1^2 \ \omega_1 \omega_2 \ \omega_1 \omega_3 \ \omega_2^2 \ \omega_2 \omega_3 \ \omega_3^2)$$

$$\underline{f}^{(j)} = (f_{Ij} \ f_{Sj})^T$$

$$\underline{D}_a^{(j)} = (f_{Ij}^2 \ f_{Ij} f_{Sj} \ f_{Ij} f_{Oj} \ f_{Sj}^2 \ f_{Sj} f_{Oj})^T$$

とする。

以上の準備の後、先に述べたような適当な規準軌道およびパラメータの規準値からの deviation として、状態ベクトルを定義すると線型化方程式は次式で与えられることになる。

$$\frac{d}{dt} \delta \underline{x} = F(t) \delta \underline{x} + G(t) \underline{n} \quad (64)$$

ここで $\delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}^*$ かつ

$$\underline{n} = \begin{bmatrix} n_a \\ n_\omega \end{bmatrix}, \quad G(t) = \begin{bmatrix} -C \\ \vdots \\ -I \end{bmatrix}$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} I & \vdots \\ \frac{\partial g}{\partial R} & -C(\underline{a} \times) \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & -(\underline{w} \times) \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$F_{12} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial \underline{I}} & -\alpha_0 C & -\alpha_1 C \begin{pmatrix} \underline{a} \\ \underline{a}' \end{pmatrix} & -\alpha_2 C \begin{pmatrix} K_a \\ K_a \end{pmatrix} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\beta_0 I & -\beta_1 \begin{pmatrix} \underline{\omega}' \\ \underline{\omega}' \end{pmatrix} & -\beta_2 \begin{pmatrix} K_\omega \\ K_\omega \\ K_\omega \end{pmatrix} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\gamma_1 \begin{pmatrix} \underline{f}^{(1)} \\ \underline{f}^{(2)} \\ \underline{f}^{(3)} \end{pmatrix} & \vdots & -\gamma_2 \begin{pmatrix} D_a^{(1)} \\ D_a^{(2)} \\ D_a^{(3)} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (66)$$

- δR position
- δV velocity
- $\delta \theta$ attitude
- $\delta \underline{I}$ geopotential error
- $\delta(\Delta a)$ accelerometer systematic error
- $\delta \underline{e}$
- δK_a
- $\delta(\Delta \omega)$ gyro systematic error
- $\delta \underline{S}$
- δK_ω
- $\delta \underline{D}$
- $\delta \underline{d}_a$ radar system error
- $\delta \underline{T}$

(67)

- 注意 1. (65), (66) 式で各要素はすべて規準値をとる。
- 注意 2. F_{11} は (73) 式の $A_{11}(t)$ に同等である。stable platform に対する F_{12} の表限はここでは省略する。

注意 3. $\epsilon \{ \underline{n} \} = 0$, かつ

$$\epsilon \{ \underline{n} \} = \begin{bmatrix} \sigma_{a_x}^2 & & & & & \\ & \sigma_{a_y}^2 & & & & \\ & & \sigma_{a_z}^2 & & & \\ & & & \sigma_{\omega_x}^2 & & \\ & & & & \sigma_{\omega_y}^2 & \\ & & & & & \sigma_{\omega_z}^2 \end{bmatrix}$$

- 注意 4. かりに $\underline{I} = (\lambda_s \phi_s H_s \epsilon \Delta R \Delta E \Delta A)'$ (1ステーション)
 - $\underline{J} = (\mu J_2 a_s)'$
- とすると $\delta \underline{x}$ は概略 100 次元である。

5. 数値計算法に関する考察

Kalman-Bucy 理論による誘導制御系のシンセシスおよびアナリシスの計算には既に指摘されているように概略推定すべき状態ベクトル (solve-for parameter) の次元 n の 3 乗のオーダーで計算処理時間が増し、2 乗のオーダーで所要記憶容量が必要になってくる。そのため数値計算法とソフトウェアデザインには細心の注意を払わなければならない。後者については次節で考察することにして、本節では数値計算法に関する若干の工夫と注意について述べる。

(1) 計算処理時間の主要部分は、線型化方程式 (51) 式をカルマンサイクル $[t_j, t_{j+1}]$ 間で離散化するプロセスに在る。初めに遷移行列 $\Phi(t, s)$ の計算法を考える。(53) 式の解析解は

$$\Phi(t, s) = \exp \left(\int_s^t A(\tau) d\tau \right) \quad (69)$$

で与えられる。特に $A(t) = A$ (定行列) の場合厳密に

$$\Phi(t, s) = \exp \{ (t-s)A \} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t-s)^n A^n}{n!} \quad (70)$$

即ち

$$\Phi(t, s) \sim \sum_{n=0}^{m-1} \frac{(t-s)^n A^n}{n!} + O(|t-s|^m) \quad (71)$$

が成り立つ。(71) 式のように m 項まで考慮し、 $(m+1)$ 項以降を切り捨てた場合の Φ の近似をここでは以後 m 次近似と呼ぶことにする。従って次のことが言える。一般に $A(t)$ が時変の場合、 $|t-s|$ を充分小にして $A(t)$ を殆んど定数に見なし得るならば、(71) 式による m 次近

似の誤差は概略 $O(|t-s|^m)$ で評価される。この事実から我々は、カルマンサイクル $[t_j, t_{j+1}]$ の適当な sub-division (部分々割) $t_{j+1} = t_{j(N+1)} > t_{j(N)} > \dots > t_{j(1)} = t_j$ に関して、(71)式の近似を採用することが出来る。

純慣性誘導による飛翔体の運動の線型化方程式に対する $A(t)$ は次式で表現される。

$$A(t) = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cc|cc} \xleftarrow{n_s} & \xleftarrow{n_p} & & \\ \hline A_{11}(t) & A_{12}(t) & & \\ \hline 0 & 0 & & \\ \hline \end{array} \right] \begin{array}{c} \uparrow n_s \\ \downarrow n_p \end{array} \end{array}$$

但し $n_s + n_p = n$

で、状態ベクトル $x(t)$ の要素で、定パラメータの数を n_p とする。具体的には例えば strapdown 方式では $n_s = 9$ で

$$A_{11}(t) = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ \left(\frac{\partial g}{\partial R}\right)^* & 0 & -C^*[\underline{a}^* \times] \\ 0 & 0 & -[\underline{\omega}^* \times] \end{bmatrix} \quad (73)$$

となる。また stable platform 方式では $n_s = 6$ で

$$A_{11}(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \left(\frac{\partial g}{\partial R}\right)^* & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

である。ここで $(\cdot)^*$ は適当な規準軌道に関する値を示す。 $A_{12}(t)$ はパラメータの選択に依存して決まる。従って、この $A(t)$ に応ずる遷移行列は、

$$\Phi_{11}(t, s) = A_{11}(t) \Phi_{11}(t, s), \quad \Phi_{11}(s, s) = I \quad (75)$$

を用いて

$$\Phi(t, s) = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cc|cc} \xleftarrow{n_s} & \xleftarrow{n_p} & & \\ \hline \Phi_{11}(t, s) & \int_s^t \Phi_{11}(t, \tau) A_{12}(\tau) d\tau & & \\ \hline 0 & & & I \\ \hline \end{array} \right] \begin{array}{c} \uparrow n_s \\ \downarrow n_p \end{array} \end{array} \quad (76)$$

で与えられる。(76)式の計算には、 Φ_{11} の m 次近似式

$$\Phi_{11}(t_{j(p+1)}, t_{j(p)}) \sim \sum_{n=0}^{m-1} \frac{A_{11}^n(t_{j(p)})}{n!} (t_{j(p+1)} - t_{j(p)})^n \quad (77)$$

を使う。実効上は $A_{11}(t)$ の性質および N の大きさに応じて $m=1$ 又は 2 を用いる。また $\Phi_{12}(t, s)$ の計算は

$$\Phi_{12}(t, s) \sim \int_s^t \Phi_{11}(t, \tau) d\tau \cdot A_{12}(s) \quad (78)$$

による。

表3に Φ の計算アルゴリズムをまとめておく。

(51)式の離散形は

$$x(t_{j+1}) = A_j x_j + B_j u + \phi_j + \xi_j \quad (79)$$

で与えられることを4節で見た(54)式)。ここで新たに

$A_j \triangleq \Phi(t_{j+1}, t_j)$ と置いた。以下では B_j, ϕ_j および ξ_j の共分散行列 E_j の数値計算法について述べる。

いま区間 $[t_j, t_{j+1}]$ を $2m$ 等分して、それを

$$t_j = t_1 < t_2 < \dots < t_{2m} < t_{2m+1} = t_{j+1}$$

とする。従って分割幅 Δt_j は

$$2m \Delta t_j = t_{j+1} - t_j, \quad \text{i.e. } \Delta t_j = \frac{t_{j+1} - t_j}{2m}$$

となる。一般に、区間 $(t_1, t_2), (t_3, t_5), \dots,$

(t_{2m-1}, t_{2m-1}) にシンプソンの $\frac{1}{3}$ 則を使えば

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_{2m+1}} f(\alpha) d\alpha &\approx \frac{1}{3} \Delta t_j \{ f(t_1) + f(t_{2m+1}) \\ &+ 4 \underbrace{[f(t_2) + \dots + f(t_{2m})]}_m \} + 2 \underbrace{[f(t_3) + \dots \\ &+ f(t_{2m-1})]}_{m-1} \} \end{aligned} \quad (80)$$

となる。この近似誤差は $|f^{(4)}| \leq M$ として

$$\frac{(t_{j+1} - t_j)^5}{180 \cdot (2m)^4} M \quad (81)$$

で与えられる。 B_j, ϕ_j および E_j の数値積分は(80)式により精度よく遂行できる。なお E_j の計算は煩雑を避けるため台形公式を用いて

$$\begin{aligned} E_j &\sim \frac{t_{j+1} - t_j}{2} \left\{ \Phi(t_{j+1}, t_j) G(t_j) Q(t_j) G(t_j) \right. \\ &\quad \left. \Phi(t_{j+1}, t_j) + G(t_{j+1}) Q(t_{j+1}) G(t_{j+1}) \right\} \end{aligned} \quad (82)$$

によるのが得策である。

表3 遷移行列を計算するためのアルゴリズム

$$\Phi_{11}(t_{k+1}, t_k) = I + A_{11}(t_k) \delta t_k + \frac{1}{2} A_{11}^2(t_k) \delta t_k^2$$

$$\Phi_{12}(t_{k+1}, t_k) = \left(I + \frac{1}{2} A_{11}(t_k) \delta t_k + \frac{1}{6} A_{11}^2(t_k) \delta t_k^2 \right) A_{12}(t_k) \delta t_k$$

$$\Phi_{12}(t_{k+1}, t_k) = \left(I + \frac{1}{2} A_{11}(t_k) \delta t_k \right) A_{12}(t_k) \delta t_k$$

where $\delta t_k = t_{k+1} - t_k$

[2]次に、表1に示した最適カルマンフィルタの計算時間の短縮化を図ろう。[1]で n_p は状態ベクトル x の要素のうち、一定のパラメータ(即ちその時間微分は0)の数として定義された。さらに分割して

$$n_p = n_a + n_b$$

とする。ここで n_b は観測系の推定すべきパラメータ数とする。従って状態ベクトルを次のように分割して考える。

$$\underline{x} \triangleq \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{a} \\ \underline{b} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \uparrow n_s \\ \uparrow n_a \\ \uparrow n_b \end{matrix} \quad (83)$$

このとき対応する遷移行列は明らかに次式で与えられる。

$$\Phi(t, s) = \begin{bmatrix} \xrightarrow{n_s} & \xrightarrow{n_a} & \xrightarrow{n_b} \\ \Phi_{11}(t, s) & \Phi_{12}(t, s) & \\ \vdots & I & \\ \vdots & & I \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \uparrow n_s \\ \uparrow n_a \\ \uparrow n_b \end{matrix} \quad (84)$$

以上のような分割を使って表 1 に示した最適カルマンフィルターを書き下してみよう(表 4)。記述の便宜上ここでは update 前後の値を $(\cdot)^+$, $(\cdot)^-$ で表わす。また推定誤差 $\tilde{x}_{j/k} = x_j - \hat{x}_{j/k}$ の共分散行列 P も次のように分割しておく。

$$P_{j/k} = \varepsilon \{ \tilde{x}_{j/k} \tilde{x}_{j/k}^T \} = \begin{bmatrix} \xrightarrow{n_s} & \xrightarrow{n_a} & \xrightarrow{n_b} \\ P_{XX} & P_{XA} & P_{XB} \\ \vdots & P_{AX} & P_{AA} & P_{AB} \\ \vdots & P_{BX} & P_{BA} & P_{BB} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \uparrow n_s \\ \uparrow n_a \\ \uparrow n_b \end{matrix} \quad (85)$$

表 4 最適カルマンフィルターの部分行列による表現

PREDICTION

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(+)} &= \Phi_{11} \hat{x}^{(-)} + \Phi_{12} \hat{a}^{(-)} \\ \hat{a}^{(+)} &= \hat{a}^{(-)} \\ \hat{b}^{(+)} &= \hat{b}^{(-)} \\ P_{XX}^{(+)} &= \Phi_{11} (P_{XX}^{(-)} \Phi_{11}^T + P_{XA}^{(-)} \Phi_{12}^T) \\ &\quad + \Phi_{12} (P_{AX}^{(-)} \Phi_{11}^T + P_{AA}^{(-)} \Phi_{12}^T) + \Sigma_X \\ P_{XA}^{(+)} &= \Phi_{11} P_{XA}^{(-)} + \Phi_{12} P_{AA}^{(-)} \\ P_{XB}^{(+)} &= \Phi_{11} P_{XB}^{(-)} + \Phi_{12} P_{AB}^{(-)} \\ P_{AA}^{(+)} &= P_{AA}^{(-)} \\ P_{AB}^{(+)} &= P_{AB}^{(-)} \\ P_{BB}^{(+)} &= P_{BB}^{(-)} \end{aligned}$$

FILTERING

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(+)} &= \hat{x}^{(-)} + K_X \underline{v} \\ \hat{a}^{(+)} &= \hat{a}^{(-)} + K_A \underline{v} \\ \hat{b}^{(+)} &= \hat{b}^{(-)} + K_B \underline{v} \\ P_{XX}^{(+)} &= P_{XX}^{(-)} - K_X (H_X P_{XX}^{(-)} + H_B P_{XB}^{(-)T}) \\ P_{XA}^{(+)} &= P_{XA}^{(-)} - K_X (H_X P_{AX}^{(-)T} + H_B P_{AB}^{(-)T}) \\ P_{XB}^{(+)} &= P_{XB}^{(-)} - K_X (H_X P_{BX}^{(-)T} + H_B P_{BB}^{(-)}) \\ P_{AA}^{(+)} &= P_{AA}^{(-)} - K_A (H_X P_{AX}^{(-)T} + H_B P_{AB}^{(-)T}) \\ P_{AB}^{(+)} &= P_{AB}^{(-)} - K_A (H_X P_{BX}^{(-)T} + H_B P_{BB}^{(-)}) \\ P_{BB}^{(+)} &= P_{BB}^{(-)} - K_B (H_X P_{BX}^{(-)T} + H_B P_{BB}^{(-)}) \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} K_X &= (P_{XX}^{(-)} H_X^T + P_{XB}^{(-)} H_B^T) Y^{-1} \\ K_A &= (P_{AX}^{(-)} H_X^T + P_{AB}^{(-)} H_B^T) Y^{-1} \\ K_B &= (P_{BX}^{(-)} H_X^T + P_{BB}^{(-)} H_B^T) Y^{-1} \\ Y &= R + H_X (P_{XX}^{(-)} H_X^T + P_{XB}^{(-)} H_B^T) \\ &\quad + H_B (P_{BX}^{(-)} H_X^T + P_{BB}^{(-)} H_B^T) \\ H &= (H_X \ 0 \ H_B) \\ \underline{v} &= \text{innovation processes} \end{aligned}$$

明らかに prediction では \hat{x} , P_{XX} , P_{XA} , P_{XB} のみを update すればよく残りは計算する必要がない。また filtering においても約 2 割記憶容量と計算時間が節約されることになる。表 2 に示した実用的フィルターにおいてもこのような partitioned form を使う。

(3) カルマンアルゴリズムは、表 1 に示すように電子計算機によるデータ処理に適した構造になっているが、不幸なことにこのアルゴリズムは数値的に不安定である。即ち共分散行列 P の positive semidefinite symmetric (PSDS) 性が破れる場合に度々遭遇する。この欠点を防ぐために次の所謂安定化された (numerically stabilized) カルマンアルゴリズムが提案された (Joseph)。

$$P^{(+)} = (I - KH) P^{(-)} (I - KH)^T + KRK^T$$

従来のアルゴリズムに較べて、計算量が概略 2 倍になるという短所はあるものの suboptimal な状況下でカルマンフィルターを使う場合に適した有効なアルゴリズムである。

PSDS性を保証する他の手法として、共分散行列 P の Cholesky square root S を update してゆく、所謂 square root filtering 法がある。ここでは説明を省略するが文献 [4], [5] に詳しい。

* n 行 n 列の PSDS 行列 P に対して

$$P = SS^T$$

を満たす行列 S は一意には定まらないが、特に

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ S_{21} & S_{22} & & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix}$$

なる下三角行列に制限すると一意に決まる。この S を P の Cholesky square root と呼び、次の手続きによって簡単に計算される。

$$S_{ii} = \left(P_{ii} - \sum_{j=1}^{i-1} S_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad 1 \leq i \leq n$$

$$S_{ji} = \begin{cases} 0, & j < i \\ \frac{1}{S_{ii}} \left(P_{ji} - \sum_{k=1}^{i-1} S_{jk} S_{ik} \right), & i+1 \leq j < n \end{cases}$$

6. SOFTWARE DESIGN に関する考察

ここで報告するシミュレーションプログラムのようにならなければならない。特に限られた incore の電子計算機（例えば HITAC 5020 F の user's available memory は約 55 K words）では area の assignment に最も苦勞することは日常よく経験するところである。限られた usable memory を効率よく使うために、われわれのシミュレーションプログラムでは全体を 1 次元 ARRAY で統一している。即ちベクトルも行列も次の約束に従って同一視する。いま X を M 行 N 列の 2 次元 ARRAY とするとき、この行列 X の (i, j) 要素を 1 次元 ARRAY Y の $(i + M * (j - 1) + 4)$ 番目の要素に対応させる。この対応は one-to-one である。そして 1 次元 ARRAY Y の最初の 4 要素は行列 X の大きさを特徴づけるパラメータを入れる。即ち

$$Y(1) = M$$

$$Y(2) = N$$

$$Y(3) = M * N$$

$$Y(4) = M * N + 4$$

として、 $Y(5)$ 以降に X の要素が記憶させる。 $Y(3)$ は X の全要素数、 $Y(4)$ は Y の実際の長さを表わす。また特に M 次元ベクトルは、 M 行 1 列の行列と考える。その結果行列およびベクトルを含むすべての線型演算は一通りのサブルーチンを用意すれば実行できる。換言すれば行列用、ベクトル用と区別して作製する必要はない*。このような着想を基盤にすれば、サブルーチンの引数を減少させられるばかりか、ソフトウェアの設計上 memo-

ry assignment が容易、かつ EQUIVALENCE による結合が簡単というメリットもある。

* 例えば行列同志の積 AB 、および行列 A とベクトル b の積は、付録 A の L-1 のサブルーチン "MULT" を使っていずれも

CALL MULT (C, A, B)

によって計算される。勿論 MULT を呼ぶ前に A, B は適切に定義されているものとする。同様に同じ大きさの行列 A, B の 1 次結合 $pA + qB$ (p, q はスカラー) および同じ次元のベクトル a, b の 1 次結合 $pa + qb$ は、付録 A の L-2 のサブルーチン "ADD" を使っていずれも

CALL ADD (C, P, A, Q, B)

によって計算される。

さらにまた MULT, ADD のごとく頻繁に使用するサブルーチンは、FORTRAN によるよりも HISAP でコーディングする方がはるかに実行時間の短縮になる。実際 80 次元の正方行列に対して、1 回当りの平均実行時間を HITAC 5020 F により調べてみると次に示すように FORTRAN でコーディングされたサブルーチンが HISAP によるものに比べて、MULT で約 4 倍、ADD で約 3 倍かかるという著しい結果が得られた。われわれのシミュ

サブルーチン名	HISAP	FORTRAN	割合
MULT	14.8 秒	58.6 秒	3.95
ADD	0.2 秒	0.6 秒	3

レーションプログラムにおいても HISAP によるサブルーチンを採用した結果、計算時間を約 $1/2$ 乃至 $1/3$ に短縮することができた。

付録 A にわれわれのプログラムに用意されている基本的なサブルーチン群を、付録 B に応用プログラムの 1 部を説明する。

7. あとがき

われわれは過去数年間にわたって、推定論を応用した誘導制御系の設計と評価に関する研究を行ってきた。その間にわれわれが研究開発したり、あるいは必要上やむをえなく作製したプログラムが膨大な量に達した。この報告ではその中から特に統計的な誘導誤差解析の手法とそのシミュレーションプログラムを重点的に解説した。ロケット軌道の高精度シミュレーションプログラムと併用することによって、殆んどすべてのミッションに対する injection phase までの (pre-flight または post-flight の) 誘導誤差解析が可能になる。

終りに本研究を進めてゆく過程で極めて多くの方々か

ら有益なご教示を得た。とりわけ計算研究室磯部俊夫技官にはサブルーチンをHI SAPでコーディングしなおして頂いた他、プログラミング技術に関して得る処が多かった。これらの方に筆者らは深甚なる謝意を表す。

なお附録に示したプログラムは、HITAC 5020 Fでテスト済みであることを附記しておく。

参考文献

- 1) 村田正秋：Kalman-Bucy フィルターによる誘導誤差の推定，航技研 TR-302，1972年10月
- 2) 新田慶治ほか：宇宙飛翔体の直接式最適誘導法，航技研 TR-161，1968年8月
- 3) 志甫徹：一般化Newton-Raphson法の計算機容量問題に対する改良最適化アルゴリズム，航技研 TR-249，1971年10月
- 4) G.J. Bierman; A comparison of Discrete Linear Filtering Algorithms, IEEE vol. AES-9, No. 1, January 1973.
- 5) P.G. Kaminski, A.E. Bryson, Jr., S.F. Schmidt; Discrete Square Root Filtering: A Survey of Current Techniques, IEEE vol. AC-16, No. 6, December 1971.

附録A BASIC SUBROUTINES

ここでは、SPACE GUIDANCE のための基本的なサブルーチンを説明し、併せて利用者のためにリストも呈示する。初めに付録Bにも共通する注意を述べる。

- 注1. 原則として2倍精度計算とする。
- 注2. 原則として引数の順序は出力値を初めに、入力値を続けてその次に書く。
- 注3. 物理定数、規格化定数などの不変データがそのサブルーチンに必要なならば、
 DATA / ... / ... /
 の形式で組み込んでおく。
- 注4. 以下の説明では初めにサブルーチンのデッキ名を、続いて(1)計算目的・適用条件、(2)呼び方 (CALLING SEQUENCE)、(3)引数 (ARGUMENT LIST)、(4)使用サブルーチン、(5)プログラムリスト、が述べられている。
- 注5. デッキ名の前のL-, F-, E-はサブルーチンがそれぞれ線型計算、関数発生およびその他

に属することを示す。

注6. 記号は本文に用いた記号に準ずる。

L-1 "MULT"

- (1) 目的
 任意の行列 A , B の積

$$C = AB$$

 を計算する。

- (2) 呼び方

$$\text{CALL MULT}(C, A, B)$$

- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
C	(関係なし)	結果 C	$M \times L$
A	行列 A	(不変)	$M \times N$
B	行列 B	(不変)	$N \times L$

- (4) 使用サブルーチン
 なし
- (5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST MUL

```

CMULT      HARP      64
SUBROUTINE MULT(C,A,B)
DIMENSION C(1),A(1),B(1)
C(1)=A(1)
C(2)=B(2)
II=A(1)+0.01
JJ=B(2)+0.01
KK=A(2)+0.01
C(3)=II*JJ
C(4)=C(3)+4.0
DO 1 I=1,II
DO 1 J=1,JJ
IJ=I+II*(J-1)+4
C(IJ)=0.0
DO 2 K=1,KK
IK=I+II*(K-1)+4
KJ=K+KK*(J-1)+4
2 C(IJ)=C(IJ)+A(IK)*B(KJ)
1 CONTINUE
RETURN
END
  
```

```

MULT 005
MULT 020
MULT 030
MULT 040
MULT 050
MULT 060
MULT 070
MULT 080
MULT 090
MULT 100
MULT 110
MULT 120
MULT 130
MULT 140
MULT 150
MULT 160
MULT 170
MULT 180
MULT 190
MULT 200
  
```

L-2 "ADD"

(1) 目的

任意の行列 X , Y の和

$$Z = aX + bY$$

を計算する。ただし a , b はスカラー。

(2) 呼び方

CALL ADD (Z, A, X, B, Y)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
Z	(関係なし)	結果 Z'	$M \times N$
A	スカラー a	(不変)	—
X	行列 X	(不変)	$M \times N$
B	スカラー b	(不変)	—
Y	行列 Y	(不変)	$M \times N$

備考

CALL ADD(X, A, X, B, Y) という使い方もできる。

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST ADD

```

CADD          HARP  DECK                      ADD 0010
WORD LENGTH 64 BITS                          ADD 0020
SUBROUTINE ADD(Z,A,X,B,Y)                   ADD 0030
DIMENSION Z(1),X(1),Y(1)                   ADD 0040
DO 1 I=1,4                                   ADD 0050
1 Z(I)=X(I)                                  ADD 0060
  II=Z(1)+0.01                               ADD 0080
  JJ=Z(2)+0.01                               ADD 0090
DO 2 I=1,II                                  ADD 0100
DO 2 J=1,JJ                                  ADD 0110
  IJ=I+II*(J-1)+4                          ADD 0120
2 Z(IJ)=A*X(IJ)+B*Y(IJ)                   ADD 0130
RETURN                                       ADD 0140
END                                          ADD 0150

```

L-3 "MULTP"

(1) 目的

任意の行列 A , B に対して

$$C = AB^T$$

を計算する。

(2) 呼び方

CALL MULTP (C, A, B)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
C	(関係なし)	結果 C	$M \times M$
A	行列 A	(不変)	$M \times N$
B	行列 B	(不変)	$M \times N$

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST MULTP

```

CMULTP      HARP      DECK
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE MULTP(C, A, B)
DIMENSION C(1), A(1), B(1)
C(1)=A(1)
C(2)=B(1)
II=A(1)+0.01
JJ=A(2)+0.01
KK=B(1)+0.01
C(3)=II*KK
C(4)=C(3)+4.01
DO 1 I=1, II
DO 1 K=1, KK
IK=I+II*(K-1)+4
C(IK)=0.0
DO 2 L=1, JJ
IL=I+II*(L-1)+4
KL=K+KK*(L-1)+4
2 C(IK)=C(IK)+A(IL)*B(KL)
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

MULTP 010
MULTP 020
MULTP 030
MULTP 040
MULTP 050
MULTP 060
MULTP 070
MULTP 080
MULTP 090
MULTP 100
MULTP 110
MULTP 120
MULTP 130
MULTP 140
MULTP 150
MULTP 160
MULTP 170
MULTP 180
MULTP 190
MULTP 200
MULTP 210
MULTP 220

```

L-4 "TRANSP"

(1) 目的

行列 A の転置行列

$$B = A^T$$

を計算する。

(2) 呼び方

CALL TRANSP (B, A)

(3) 引数

HARP 5020 COMPILED LIST TRANSP

引数名	実行前	実行後	次元
B	(関係なし)	結果 B	$N \times M$
A	行列 A	(不変)	$M \times N$

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

```

CTRANSF      HARP      DECK
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE TRANSP(B,A)
DIMENSTON B(1),A(1)
DO 1 I=1,4
1 B(I)=A(I)
  B(1)=A(2)
  B(2)=A(1)
  II=B(1)+0.01
  JJ=B(2)+0.01
  DO 2 I=1,II
  DO 2 J=1,JJ
  IJ=I+II*(J-1)+4
  JI=J+JJ*(I-1)+4
2 B(IJ)=A(JI)
RETURN
END

```

```

TRAN0010
TRAN0020
TRAN0030
TRAN0040
TRAN0050
TRAN0060
TRAN0070
TRAN0080
TRAN0090
TRAN0100
TRAN0110
TRAN0120
TRAN0130
TRAN0140
TRAN0150
TRAN0160
TRAN0170

```

L-5 "MAKE"

(1) 目的

行列を転送 (transfer) する

$$B = A$$

(2) 呼び方

CALL MAKE (B, A)

(3) 引数

HARP 5020 COMPILED LIST MAKE

引数名	実行前	実行後	次元
B	(関係なし)	結果 B	$M \times N$
A	行列 A	(不変)	$M \times N$

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

```

CMAKE      HARP      DECK
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE MAKE(B,A)
DIMENSION B(1),A(1)
DO 1 I=1,4
1 B(I)=A(I)
  II=B(1)+0.01
  JJ=B(2)+0.01
  DO 2 I=1,II
  DO 2 J=1,JJ
  IJ=I+II*(J-1)+4
2 B(IJ)=A(IJ)
RETURN
END

```

```

MAKE0010
MAKE0020
MAKE0030
MAKE0040
MAKE0050
MAKE0060
MAKE0070
MAKE0080
MAKE0090
MAKE0100
MAKE0110
MAKE0120
MAKE0130
MAKE0140

```


L-6 "SET"

(1) 目的

行列をクリア (clear) する

$A = 0$ (零行列)

(2) 呼び方

CALL SET (A)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
A	(関係なし)	結果 A	$M \times N$

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST SET

```

CSET          HARP  DECK          SET 0010
WORD LENGTH 64 EITS          SET 0020
SUBROUTINE SET(A)          SET 0030
DIMENSION A(1)          SET 0040
II=A(1)+0.01          SET 0050
JJ=A(2)+0.01          SET 0060
DO 1 I=1, II          SET 0070
DO 1 J=1, JJ          SET 0080
IJ=I+II*(J-1)+4          SET 0090
1 A(IJ)=0.0          SET 0100
RETURN          SET 0110
END          SET 0120

```

L-7 "UNIT"

(1) 目的

単位行列を発生する

(2) 呼び方

CALL UNIT (E)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
E	(関係なし)	結果 E'	$M \times M$

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST UNIT

```

CUNIT          HARP  DECK          UNIT0010
WORD LENGTH 64 BITS          UNIT0020
SUBROUTINE UNIT(E)          UNIT0030
DIMENSION E(1)          UNIT0040
II=E(1)+0.01          UNIT0050
DO 1 I=1, II          UNIT0060
DO 1 J=1, II          UNIT0070
IJ=I+II*(J-1)+4          UNIT0080
E(IJ)=0.0          UNIT0090
1 IF(I.EQ.J) E(IJ)=1.0          UNIT0100
RETURN          UNIT0110
END          UNIT0120

```

L-8 "SSUM"

(1) 目的

任意の行列 A , B に対して

$$C = AB^T + BA^T$$

を計算する。

(2) 呼び方

CALL SSUM(C, A, B)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
C	(関係なし)	結果 C'	M×M
A	行列 A	(不変)	M×N
B	行列 B	(不変)	M×N

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST SSUM

```

CSSUM      HARP      64
SUBROUTINE SSUM(C, A, B)
DIMENSION C(1), A(1), B(1)
II=A(1)+0.01
JJ=A(2)+0.01
C(1)=II
C(2)=II
C(3)=II**2
C(4)=C(3)+4.0
DO 1 I=1, II
DO 1 J=1, II
IJ=I+II*(J-1)+4
C(IJ)=0.0
DO 2 K=1, JJ
IK=I+II*(K-1)+4
JK=J+II*(K-1)+4
2 C(IJ)=C(IJ)+A(IK)*B(JK)+B(IK)*A(JK)
1 CONTINUE
RETURN
END
SSUM 110
SSUM 120
SSUM 130
SSUM 140
SSUM 150
SSUM 160
SSUM 170
SSUM 180
SSUM 190
SSUM 200
SSUM 210
SSUM 220
SSUM 230
SSUM 240
SSUM 250
SSUM 260
SSUM 270
SSUM 280
SSUM 290
SSUM 295

```

L-9 "MATINV"

(1) 目的

行列 A の逆行列, あるいは連立一次方程式

$$A \underline{x} = \underline{b}$$

の解を計算する。 A の次元は 50 以下。

(2) 呼び方

CALL MATINV (A, B, M, D)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
A	係数行列 A	逆行列 A^{-1}	$M \times M$
B	ベクトル \underline{b}	解 \underline{x}	$M \times 1$
M	(関係なし)	(不変)	——
D	(関係なし)	行列式 $ A $	——

備考

$M = 0$ ならば逆行列のみ計算

$M \neq 0$ ならば逆行列および解を計算

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST MINV

```

CMINV      HARP      64                                MINV 010
WORD LENGTH 64 EITS
SUBROUTINE MATINV(A, B, M, D)                          MINV 020
DIMENSTON A(1), B(1)                                  MINV 030
DIMENSTON IPIVOT(50), INDEX(50, 2), FIVOT(50)         MINV 040
EQUIVA ENCE ( IROW, JROW ), ( ICOLUM, JOOLUM ),      MINV 050
    ( AMAX, T, SWAP )
D=1.0                                                  MINV 060
N=A(1)+0.01                                           MINV 070
DO 20 J=1, N                                          MINV 080
20 IPIVOT(J)=0                                         MINV 090
DO 55 I=1, N                                          MINV 100
AMAX=0.0                                              MINV 110
DO 105 J=1, N                                         MINV 120
IF(IPIVOT(J).EQ.1) GO TO 105                          MINV 130
DO 100 K=1, N                                         MINV 140
IF(IPIVOT(K)-1) 80, 100, 740                          MINV 150
80 JK=J+N*(K-1)+4                                     MINV 160
IF(ABS(AMAX).GE.ABS(A(JK))) GO TO 100                 MINV 170
IROW=J                                                MINV 180
ICOLUM=K                                              MINV 190
AMAX=A(JK)                                            MINV 200
100 CONTINUE                                          MINV 210
105 CONTINUE                                          MINV 220
IPIVOT(ICOLUM)=IPIVOT(ICOLUM)+1                      MINV 230
IF(IROW.EQ.ICOLUM) GO TO 260                          MINV 240
D=-D                                                  MINV 250
DO 200 L=1, N                                         MINV 260
IRL=IROW+N*(L-1)+4                                   MINV 270
ICL=ICOLUM+N*(L-1)+4                                 MINV 280
SWAP=A(IRL)                                           MINV 290
A(IRL)=A(ICL)                                         MINV 300
200 A(ICL)=SWAP                                        MINV 310
IF(M.EQ.0) GO TO 260                                  MINV 320
IR=IROW+4                                             MINV 340
IC=ICOLUM+4                                           MINV 350
SWAP=B(IR)                                            MINV 360
B(IR)=B(IC)                                           MINV 370

```

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST MINV

	B(IC)=SWAP	MINV 380
260	INDEX(I,1)=IROW	MINV 390
	INDEX(I,2)=ICOLUM	MINV 400
	IC=ICOLUM+N*(ICOLUM-1)+4	MINV 410
	PIVOT(T)=A(IC)	MINV 420
	D=D*PIVOT(I)	MINV 430
	A(IC)=1.0	MINV 440
	DO 350 L=1,N	MINV 450
	IL=ICOLUM+N*(I-1)+4	MINV 460
350	A(IL)=A(IL)/PIVOT(T)	MINV 470
	IF(M.EQ.0) GO TO 380	MINV 480
	IC=ICOLUM+4	MINV 490
	B(IC)=B(IC)/PIVOT(I)	MINV 500
380	DO 550 L1=1,N	MINV 510
	IF(L1.EQ.ICOLUM) GO TO 550	MINV 520
	L1=L1+N*(ICOLUM-1)+4	MINV 530
	T=A(L1)	MINV 540
	A(L1)=0.0	MINV 550
	DO 450 L=1,N	MINV 560
	LL=L1+N*(L-1)+4	MINV 570
	IL=ICOLUM+N*(L-1)+4	MINV 580
450	A(LL)=A(LL)-A(IL)*T	MINV 590
	IF(M.EQ.0) GO TO 550	MINV 600
	L=L1+4	MINV 610
	IC=ICOLUM+4	MINV 620
	B(L)=B(L)-B(IC)*T	MINV 630
550	CONTINUE	MINV 640
550	CONTINUE	MINV 650
	DO 710 I=1,N	MINV 660
	L=N+1-I	MINV 670
	IF(INDEX(L,1).EQ.INDEX(L,2)) GO TO 710	MINV 680
	JROW=INDEX(L,1)	MINV 690
	JCOLUM=INDEX(L,2)	MINV 700
	DO 700 K=1,N	MINV 710
	KJ=K+N*(JROW-1)+4	MINV 720
	KJC=K+N*(JCOLUM-1)+4	MINV 730
	SWAP=A(KJ)	MINV 740
	A(KJ)=A(KJC)	MINV 750
700	A(KJC)=SWAP	MINV 760
710	CONTINUE	MINV 770
740	RETURN	MINV 780
	END	MINV 790

L-10 "TRACE"

- (1) 目的
正方形行列 A のトレース (trace) を計算する
- (2) 呼び方
CALL TRACE (S, A)
- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
S	(関係なし)	結果 S'	—
A	行列 A	(不変)	$N \times N$

- (4) 使用サブルーチン
なし
- (5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TRACE

```

CTRACE      HARP      64
SUBROUTINE TRACE(S,A)
DIMENSION A(1)
II=A(1)+0.01
S=0.0
DO 1 I=1,II
JJ=I+II*(I-1)+4
1 S=S+A(JJ)
RETURN
END
TRAC 10
TRAC 20
TRAC 30
TRAC 40
TRAC 50
TRAC 60
TRAC 70
TRAC 80
TRAC 90
TRAC 100

```

L-11 "MAKES"

- (1) 目的
スカラー a と行列 X の積
 $Y = aX$
を計算する。

- (2) 呼び方
CALL MAKES (Y, A, X)
- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
Y	(関係なし)	結果 Y'	$M \times N$
A	スカラー a	(不変)	—
X	行列 X	(不変)	$M \times N$

備考

CALL MAKES (X, A, X) という使い方もできる。

- (4) 使用サブルーチン
なし
- (5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST MAKES

```

CMAKES      HARP      64
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE MAKES(Y,A,X)
DIMENSION Y(1),X(1)
DO 1 I=1,4
1 Y(I)=X(I)
II=X(1)+0.01
JJ=X(2)+0.01
DO 2 I=1,II
DO 2 J=1,JJ
IJ=I+II*(J-1)+4
2 Y(IJ)=A*X(IJ)
RETURN
END
MAKES010
MAKES005
MAKES020
MAKES030
MAKES040
MAKES050
MAKES060
MAKES070
MAKES080
MAKES090
MAKES100
MAKES110
MAKES120
MAKES130

```

L-12 "RMAT"

(1) 目的

3次元ベクトル w のつくる回転行列 R を発生する。

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -w_3 & w_1 \\ w_3 & 0 & -w_2 \\ -w_1 & w_2 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 呼び方

CALL RMAT (R, W)

HARP 5020 COMPILED LIST RMAT

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
R	(関係なし)	結果 R'	3×3
W	ベクトル w	(不変)	3×1

(4) 使用サブルーチン

SET, LET

(5) リスト

```
CRMAT      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE RMAT(R,W)
DIMENSION R(1),W(1)
CALL LET(R,3,3)
CALL SET(R)
R(6)=W(7)
R(7)=-W(6)
R(8)=-W(7)
R(10)=W(5)
R(11)=W(6)
R(12)=-W(5)
RETURN
END
```

```
RMAT 010
RMAT 020
RMAT 030
RMAT 040
RMAT 050
RMAT 060
RMAT 070
RMAT 080
RMAT 090
RMAT 100
RMAT 110
RMAT 120
RMAT 130
RMAT 140
```

L-13 "INNERP"

(1) 目的

N次元ベクトル a , b の内積

$$c = (a, b)$$

を計算する。

(2) 呼び方

CALL INNERP (C, A, B)

HARP 5020 COMPILED LIST INNERP

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
C	(関係なし)	結果 c	—
A	ベクトル a	(不変)	N×1
B	ベクトル b	(不変)	N×1

(4) 使用サブルーチン

```
CINNERP    HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE INNERP(C,A,B)
DIMENSION A(1),B(1)
C=0.0
DO 1 I=1,3
1 C=C+A(I+4)*B(I+4)
RETURN
END
```

```
INNE 010
INNE 020
INNE 030
INNE 040
INNE 050
INNE 060
INNE 070
INNE 080
INNE 090
```

L-14 "OUTERP"

(1) 目的

3次元ベクトル a , b の外積

$$c = a \times b$$

を計算する。

(2) 呼び方

CALL OUTERP (C, A, B)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
C	(関係なし)	結果 c	3×1
A	ベクトル a	(不変)	3×1
B	ベクトル b	(不変)	3×1

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST OUTERP

```

COUTERP      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE OUTERP(C, A, B)
DIMENSION C(1), A(1), B(1)
C(1)=3
C(2)=1
C(3)=3
C(4)=7
C(5)=A(6)*B(7)-E(6)*A(7)
C(6)=A(7)*B(5)-A(5)*B(7)
C(7)=A(5)*B(6)-E(5)*A(6)
RETURN
END

```

```

OUTE 010
OUTE 020
OUTE 030
OUTE 040
OUTE 050
OUTE 060
OUTE 070
OUTE 080
OUTE 090
OUTE 100
OUTE 110
OUTE 120
OUTE 130

```

L-15 "VNORM"

(1) 目的

N次元ベクトル v のユークリッドノルム $\|v\|$ を計算する。

(2) 呼び方

CALL VNORM (VN, V)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
VN	(関係なし)	結果 $\ v\ $	—
V	ベクトル v	(不変)	$N \times 1$

(4) 使用サブルーチン

INNERP,

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST VNORM

```

CVNORM      HARP
WORD LENGTH 64 EITS
SUBROUTINE VNORM(VN, V)
DIMENSION V(1)
CALL INNERP(C, V, V)
VN=DSGRT(C)
RETURN
END

```

```

VNOR 010
VNOR 020
VNOR 030
VNOR 040
VNOR 050
VNOR 060
VNOR 070
VNOR 080

```

L-16 "VUNIT"

(1) 目的

N 次元ベクトル \underline{v} を規格化 (normalize) する。

(2) 呼び方

CALL VUNIT (VU, V)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
VU	(関係なし)	結果 VU'	$N \times 1$
V	ベクトル \underline{v}	(不変)	$N \times 1$

(4) 使用サブルーチン

VNORM

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST VUNIT

```

CVUNIT      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE VUNIT(VU,V)
DIMENSION VU(1),V(1)
DO 1 I=1,4
1 VU(I)=V(I)
CALL VNORM(VN,V)
II=VU(3)+0.01
DO 2 I=1,II
2 VU(I+4)=V(I+4)/VN
RETURN
END

```

```

VUNI 010
VUNI 020
VUNI 030
VUNI 040
VUNI 050
VUNI 060
VUNI 070
VUNI 080
VUNI 090
VUNI 100
VUNI 110
VUNI 120

```


L-17 "MULT3"

(1) 目的

行列 A , B に対して, 積

$$C = A B A^T$$

を直接に計算する。

(2) 呼び方

CALL MULT3 (C, A, B)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
C	(関係なし)	結果 C'	$M \times M$
A	行列 A	(不変)	$M \times N$
B	行列 B	(不変)	$N \times N$

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST MULT3

```

CMULT3      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE MULT3(C, A, B)
DIMENSION C(1), A(1), B(1)
M=A(1)+0.01
N=A(2)+0.01
C(1)=M
C(2)=M
C(3)=M**2
C(4)=C(3)+4.0
DO 1 I=1, M
DO 1 J=1, M
IJ=I+M*(J-1)+4
C(IJ)=0.0
DO 2 K=1, N
DO 2 L=1, N
KL=K+N*(L-1)+4
IK=I+M*(K-1)+4
JL=J+M*(L-1)+4
2 C(IJ)=C(IJ)+B(KL)*A(IK)*A(JL)
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

MULT3010
MULT3020
MULT3030
MULT3040
MULT3050
MULT3060
MULT3070
MULT3080
MULT3090
MULT3100
MULT3110
MULT3120
MULT3130
MULT3140
MULT3150
MULT3160
MULT3170
MULT3180
MULT3190
MULT3200
MULT3210
MULT3220
MULT3230

```

F-1 "TTI"

(1) 目的

I 座標系から T 座標系への座標変換行列の発生

(2) 呼び方

CALL TTI (CTI, FPA, R, V)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
CTI	(関係なし)	変換行列	3×3
FPA	(関係なし)	γ_T (rad)	—
R	位置ベクトル r	(不変)	3×1
V	速度ベクトル v	(不変)	3×1

(4) 使用サブルーチン

VUNIT, OUTERP, VNORM, INNERP

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TTI

```

CTTI      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE TTI (CTI, FPA, R, V)
DIMENSION ZT(7), YT(7), XT(7), CTI(1), R(1), V(1)
CALL VUNIT(ZT, R)
CALL OUTERP(YT, R, V)
CALL VUNIT(YT, YT)
CALL OUTERP(XT, YT, ZT)
CTI(1)=3
CTI(2)=3
CTI(3)=9
CTI(4)=13
DO 1 J=1, 3
  J1=3*J+2
  J2=J1+1
  J3=J2+1
  CTI(J1)=XT(J+4)
  CTI(J2)=YT(J+4)
1 CTI(J3)=ZT(J+4)
CALL VNORM(VN, V)
CALL INNERP(A, V, XT)
A=A/VN
CALL INNERP(B, R, V)
A=DSQRT(1, 0-A**2)
B=DSIGN(A, B)
FPA=DATAN2(B, A)
RETURN
END
TTI 010
TTI 020
TTI 030
TTI 040
TTI 070
TTI 080
TTI 100
TTI 110
TTI 120
TTI 130
TTI 140
TTI 150
TTI 160
TTI 170
TTI 180
TTI 190
TTI 200
TTI 210
TTI 225
TTI 235
TTI 245
TTI 255
TTI 265
TTI 275
TTI 285
TTI 295

```

F-2 "TEI"

- (1) 目的
I座標系からE座標系への座標変換行列の発生
- (2) 呼び方
CALL TEI (CEI, TIME)
- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
CEI	(関係なし)	変換行列	3×3
TIME	t	(不変)	—

(4) 使用サブルーチン

SET

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TEI

```

CTEI      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE TEI(CEI, TIME)
DIMENSION CEI(1)
DATA/OMEGA/7.292115E-5/
CEI(1)=3
CEI(2)=3
CEI(3)=9
CEI(4)=13
A=OMEGA*TIME
CS=DCOS(A)
SN=DSIN(A)
CALL SET(CEI)
CEI(5)=CS
CEI(6)=-SN
CEI(8)=SN
CEI(9)=CS
CEI(13)=1.0
RETURN
END
TEI 010
TEI 020
TEI 030
TEI 040
TEI 045
TEI 050
TEI 060
TEI 070
TEI 080
TEI 085
TEI 090
TEI 100
TEI 110
TEI 120
TEI 130
TEI 140
TEI 150
TEI 160
TEI 170
TEI 180

```

F-3 "TSE"

(1) 目的

E 座標系から S 座標系への座標変換行列の発生、およびレーダーサイトの位置ベクトル(E 座標)の計算

(2) 呼び方

CALL TSE(CSE, RE, HS, GLON, GLAT)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
CSE	(関係なし)	変換行列	3×3
RE	(関係なし)	位置ベクトル	3×1
HS	H_S	(不変)	—
GLON	λ_S (deg)	(不変)	—
GLAT	ϕ_S (deg)	(不変)	—

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TSE

```

CTSE      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE TSE(CSE, RE, HS, GLON, GLAT)
DIMENSION CSE(1), R E(1)
DATA/AE, EC, DR/0.0637816490E8, 0.003352329, 57.295779578/
DOUBLE PRECISION LON, LAT
LON=GLON/DR
LAT=GLAT/DR
A=DTAN(LAT)
E=1.0-EC**2
B=DSQRT(E**2+A**2)
SLA=A/B
CLA=E/B
SLO=DSIN(LON)
CLO=DCOS(LON)
CSE(1)=3
CSE(2)=3
CSE(3)=9
CSE(4)=13
CSE(5)=-SLO
CSE(6)=-SLA*CLO
CSE(7)=CLA*CLO
CSE(8)=CLO
CSE(9)=-SLA*SLO
CSE(10)=CLA*SLO
CSE(11)=0.0
CSE(12)=CLA
CSE(13)=SLA
A=1.0-(EC*SLA)**2
A=DSQRT(A)
G1=HS+AE/A
G2=HS+AE*E/A
RE(1)=3
RE(2)=1
RE(3)=3
RE(4)=7
RE(5)=G1*CLA*CLO
RE(6)=G1*CLA*SLO
RE(7)=G2*SLA
RETURN
END
TSE 010
TSE 020
TSE 030
TSE 040
TSE 050
TSE 060
TSE 070
TSE 080
TSE 090
TSE 100
TSE 110
TSE 120
TSE 130
TSE 140
TSE 150
TSE 160
TSE 170
TSE 180
TSE 190
TSE 200
TSE 210
TSE 220
TSE 230
TSE 240
TSE 250
TSE 260
TSE 270
TSE 280
TSE 290
TSE 300
TSE 310
TSE 320
TSE 330
TSE 340
TSE 350
TSE 360
TSE 370
TSE 380
TSE 390
TSE 400
TSE 410

```

F-4 "TLI"

(1) 目的

I座標系からL座標系への座標変換行列の発生

(2) 呼び方

CALL TLI (CLI, GLL)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
CLI	(関係なし)	変換行列	3×3
GLL	ϕ_L (deg)	(不変)	—

(4) 使用サブルーチン

SET

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TLI

```

CTLI          HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE TLI (CLI, GLL)
DIMENSION CLI (1)
DATA /EC, DR / 0.003352329, 57.295779578 /
E=1.0-EC**2
G=GLL /DR
A=DTAN(G)
B=DSQRT(E**2+A**2)
SLA=A/B
CLA=E/B
CLI (1)=3
CLI (2)=3
CLI (3)=9
CLI (4)=13
CALL SET (CLI)
CLI (5)=CLA
CLI (7)=-SLA
CLI (9)=1.0
CLI (11)=SLA
CLI (13)=CLA
RETURN
END

```

```

TLI 010
TLI 020
TLI 030
TLI 040
TLI 050
TLI 060
TLI 065
TLI 070
TLI 080
TLI 090
TLI 100
TLI 110
TLI 120
TLI 130
TLI 140
TLI 150
TLI 160
TLI 170
TLI 180
TLI 190
TLI 200
TLI 210
TLI 220

```

F-5 " TNL "

- (1) 目的
L座標系からN座標系への座標変換行列の発生
- (2) 呼び方
CALL TNL (CNL, LA)
- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
CNL	(関係なし)	変換行列	3×3
LA	ϕ_L (deg)	(不変)	—

- (4) 使用サブルーチン
SET
- (5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TNL

```

CTNL          HARP
WORD LENGTH 64 EITS
SUBROUTINE TNL(CNL, LA)
DIMENSION CNL(1)
DOUBLE PRECISION LA
DATA/DR/57.295779578/
RA=LA/DR
CNL(1)=3
CNL(2)=3
CNL(3)=9
CNL(4)=13
CALL SET(CNL)
CNL(5)=1.0
CNL(9)=DSIN(RA)
CNL(10)=-DCOS(RA)
CNL(12)=-CNL(10)
CNL(13)=CNL(9)
RETURN
END
TNL 010
TNL 020
TNL 030
TNL 040
TNL 050
TNL 060
TNL 070
TNL 090
TNL 100
TNL 110
TNL 120
TNL 130
TNL 140
TNL 150
TNL 160
TNL 170
TNL 180
TNL 230
TNL 240
    
```

F-6 " TNI "

- (1) 目的
I座標系からN座標系への座標変換行列の発生
- (2) 呼び方
CALL TNI (CNI, GLL, LA)
- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
CNI	(関係なし)	変換行列	3×3
GLL	ϕ'_L (deg)	(不変)	—
LA	ϕ_L (deg)	(不変)	—

- (4) 使用サブルーチン
TLI, TNL, MULT
- (5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TNI

```

CTNI          HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE TNI(CNI, GLL, LA)
DIMENSION CNI(1), CLI(13), CNL(13)
DOUBLE PRECISION LA
CALL TLI(CLI, GLL)
CALL TNL(CNL, LA)
CALL MULT(CNI, CNL, CLI)
RETURN
END
TNI 010
TNI 020
TNI 030
TNI 040
TNI 050
TNI 060
TNI 070
TNI 080
TNI 090
TNI 100
    
```

F-7 "TRN"

(1) 目的

R 座標系から N 座標系への座標変換行列の発生、および状態ベクトルの変換

(2) 呼び方

CALL TRN (CRN, RN, VN, RA, DRA, DCRA, R, V)

(3) 引数

(4) 使用サブルーチン

SET, TRANSP, RMAT, MULT, ADD

(5) リスト

引数名	実行前	実行後	次元
CRN	(関係なし)	変換行列	3×3
RN	(関係なし)	ε_N	3×1
VN	(関係なし)	ϱ_N	3×1
RA	ϕ (rad)	(不変)	—
DRA	$\dot{\phi}$ (rad/sec)	(不変)	—
CRA	ϕ (rad)	(不変)	—
DCRA	$\dot{\phi}$ (rad/sec)	(不変)	—
R	r	(不変)	—
V	\dot{r}	(不変)	—

HARP 5020 COMPILED LIST TRN

```

CTRN      HARP                                TRN 010
WORD LENGTH 64 BITS                          TRN 020
SUBROUTINE TRN(CRN, RN, VN, RA, DRA, CRA, DCRA, R, V) TRN 030
DIMENSION CRN(1), RN(1), VN(1), RR(7), VR(7), CNR(13), A(13), W(7) TRN 040
SR=DSIN(RA)                                  TRN 050
CR=DCOS(RA)                                  TRN 060
SC=DSIN(CRA)                                  TRN 070
CC=DCOS(CRA)                                  TRN 080
CRN(1)=3                                       TRN 090
RR(1)=3                                       TRN 005
RR(2)=1                                       TRN 015
VR(1)=3                                       TRN 025
VR(2)=1                                       TRN 035
CALL SET(RR)                                  TRN 045
CALL SET(VR)                                  TRN 055
RR(7)=R                                       TRN 065
VR(7)=V                                       TRN 075
CRN(2)=3                                       TRN 100
CRN(3)=9                                       TRN 110
CRN(4)=13                                      TRN 120
CRN(5)=SC*CR                                  TRN 130
CRN(6)=-SR                                    TRN 140
CRN(7)=CC*CR                                  TRN 150
CRN(8)=SC*SR                                  TRN 160
CRN(9)=CR                                       TRN 170
CRN(10)=CC*SR                                  TRN 180
CRN(11)=-CC                                    TRN 190
CRN(12)=0.0                                    TRN 200
CRN(13)=SC                                       TRN 210
CALL TRANSP(CNR, CRN)                          TRN 220
W(1)=3                                         TRN 230
W(2)=1                                         TRN 240
W(3)=3                                         TRN 250
W(4)=7                                         TRN 260
W(5)=DCRA*SR                                  TRN 270
W(6)=DCRA*CR                                  TRN 280
W(7)=DRA                                       TRN 290
CALL RMAT(A, W)                                TRN 300
CALL MULT(RN, CNR, RR)                         TRN 310
CALL MULT(VN, CNR, VR)                         TRN 320
CALL MULT(W, CNR, RR)                          TRN 330
CALL MULT(CNR, A, W)                           TRN 340
CALL ADD(VN, 1.0, VN, 1.0, CNR)                TRN 350
RETURN                                         TRN 360
END                                             TRN 370

```

F-8 " TGN "

(1) 目的

N 座標系から G 座標系への座標変換行列の発生

(2) 呼び方

CALL TGN (CGN, GRA, GCRA)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
CGN	(関係なし)	変換行列	3×3
GRA	ϕ_G (deg)	(不変)	—
GCRA	ϕ_G (deg)	(不変)	—

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST TGN

CTGN

```

HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE TGN(CG N, GRA, GCRA)
DIMENSION CGN(1)
DATA/DR/57.295779578/
PG=GCRA/DR
FG=GRA/DR
SP=DSIN(PG)
CP=DCOS(PG)
SF=DSIN(FG)
CF=DCOS(FG)
CGN(1)=3
CGN(2)=3
CGN(3)=9
CGN(4)=13
CGN(5)=SP*CF
CGN(6)=-SF
CGN(7)=CP*CF
CGN(8)=SP*SF
CGN(9)=CF
CGN(10)=CP*SF
CGN(11)=-CP
CGN(12)=0.0
CGN(13)=SP
RETURN
END

```

```

TGN 010
TGN 020
TGN 030
TGN 040
TGN 050
TGN 060
TGN 070
TGN 080
TGN 090
TGN 100
TGN 110
TGN 120
TGN 130
TGN 140
TGN 150
TGN 160
TGN 170
TGN 180
TGN 190
TGN 200
TGN 210
TGN 220
TGN 230
TGN 240
TGN 250
TGN 260

```

F-9 " RNORM "

(1) 目的

任意の平均値 μ と分散 σ^2 を持つGauss型乱数を発生させるものである。発生方法としてはBox-Mullerの変換式を用いる。すなわち、 $[0, 1]$ の一様乱数 x_1, x_2 の2個を用いて

$$z_1 = (-2 \log x_1)^{1/2} \cos 2\pi x_2$$

$$z_2 = (-2 \log x_1)^{1/2} \sin 2\pi x_2$$

なる変換により2個の独立な正規乱数($\mu = 0, \sigma^2 = 1$)を発生させる。さらに指定した平均値 μ を分散 σ^2 を与えるために

$$y_i = \mu + \sigma z_i \quad (i = 1, 2)$$

の変換を行なう。

(2) 呼び方

CALL RNORM (RNOR, RI 1, RI 2, ICY, RMEAN, RSIGM, N)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
RNOR		発生乱数の格納	N
RI1	一様乱数のための初期値	回目のCALLのための初期値	—
RI2			—
ICY	出力サイクル	(不変)	—
RMEAN	平均値	(不変)	—
RSIGM	標準偏差	(不変)	—
N	乱数の個数	(不変)	—

備考1 引数RI1, RI2, ICYは, このサブルーチン内で一様乱数発生サブルーチンRNUNIFを使用

用するために必要な引数である。

備考2 RSIGMは標準偏差 σ を入力データとするもので, 分散 σ^2 と混同しないよう注意が必要である。

備考3 RMEAN=0.0, RSIGM=1.0と指定すれば $N(0, 1^2)$ の分布の正規乱数が得られる。

備考4 必要な Gauss 型乱数の個数Nは偶数で指定しなければならない。これは変換式の性質上, 一様乱数を偶数個必要とするためである。

(4) 使用サブルーチン

RNUNIF

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST RNM

```

CRNM      HARP
WORD LENGTH 64 BITS                                RNM 010
SUBROUTINE RNORM(RNOR,RI1,RI2,ICY,RMEAN,RSIGM,    RNM 020
  NUM)
C**** GAUSSIAN RANDOM NOISE OR NORMAL RANDOM NOISE  RNM 030
  GENERATOR
C      RI1,RI2 = INITIAL REAL NUMBER                RNM 040
C      ON AND AFTER SECOND CALL, RI1,RI2 ARE REWRITTEN RNM 050
  AUTOMATICALLY
C      ICY = OUTPUT CYCLE INDEX FOR YRUN            RNM 060
C      RMEAN = MEAN VALUE                            RNM 070
C      RSIGM = STANDARD DEVIATION                    RNM 080
C      NUM = NUMBER OF GAUSSIAN RANDOM NOISE (EVEN  RNM 090
  NUMBER)
C      RNOR(I) = STORAGE FOR GAUSSIAN RANDOM NOISE RNM 100
C
  DIMENSION RNOR(NUM)                               RNM 110
  IND=0                                              RNM 120
  CALL RNUNIF(RI1,RI2,ICY,NUM,RNOR)                 RNM 130
  DO 100 I=1,NUM                                     RNM 140
  IF(IND.EQ.1) GO TO 200                             RNM 150
  R1=RNOR(I)                                         RNM 160
  R2=RNOR(I+1)                                       RNM 170
  X1=-2.0* DLOG(R1)                                   RNM 180
  X1=DSQRT(X1)                                        RNM 190
  X2=R2*6.283185307179586                             RNM 200
  Z1=X1*DCOS(X2)                                     RNM 210
  Z2=X1*DSIN(X2)                                     RNM 220
  Z1=Z1*RSIGM +RMEAN                                 RNM 230
  Z2=Z2*RSIGM +RMEAN                                 RNM 240
  RNOR(I)=Z1                                          RNM 250
  IND=1                                              RNM 260
  GO TO 100                                          RNM 270
200 RNOR(I)=Z2                                       RNM 280
  IND=0                                              RNM 290
100 CONTINUE                                         RNM 300
  RETURN                                             RNM 310
  END                                               RNM 320

```

F-10 "RNUNIF"

(1) 目的

区間〔0, 1〕の一樣乱数(矩形乱数)を発生させることを目的とする。発生方法としてはFibonacci 数列

$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$$

を利用する。プログラム上は x_{n+2} の値が1.0を越した場合は1.0を差引き、常に〔0, 1〕の範囲の値を発生するようにしてある。

(2) 呼び方

CALL RNUNIF (RUNN, RI 1, RI 2, ICY, N)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
RUNN		発生乱数の格納	N
RI 1	初期値	次回のCALLのための初期値	—
RI 2			—
ICY	出力のサイクル	(不変)	—
N	乱数の個数	(不変)	—

備考1 初期値RI 1, RI 2には、たとえば円周率 π

HARP 5020 COMPILED LIST RUM

CRUM HARP

WORD LENGTH 64 BITS

SUBROUTINE RNUNIF(RUNN,RI 1,RI 2,ICY,NUM)

RUN 000

C**** UNIFORM RANDOM NOISE GENERATOR (0,1)

C RI 1,RI 2 = INITIAL REAL NUMBER

C ICY = OUTPUT CYCLE INDEX

C NUM = NECESSARY NUMBERS OF UNIFORM RANDOM NOISE

C RUNN = STORAGE FOR RANDOM NOISE

C ADJUSTABLE DIMENSION

C ON AND AFTER SECOND CALL,RI 1,RI 2 ARE REWRITTEN AUTOMATICALLY

C

DIMENSION RUNN(NUM)

XN1=RI 1

RUN 010

XN2=RI 2

RUN 015

DO 10 I=1,NUM

RUN 020

J=1

RUN 025

20 XN3=XN2+XN1

RUN 030

25 IF(XN3.LE.1.0) GO TO 30

RUN 035

XN3=XN3-1.0

RUN 040

GO TO 25

RUN 045

30 XN1=XN2

RUN 050

XN2=XN3

RUN 055

IF(J.EQ.ICY) GO TO 40

RUN 060

J=J+1

RUN 065

GO TO 20

RUN 070

40 RUNN(I)=XN2

RUN 075

10 CONTINUE

RUN 080

RI 1=XN1

RUN 085

RI 2=XN2

RUN 090

RETURN

RUN 095

END

RUN 100

とか自然対数の底 e などのような値を利用するとよい。2回目以降のCALLの際はサブルーチンの中で初期値が自動的に置換えられるから、初期値は第1回のCALLの時だけ与えればよい。

備考2 引数ICYは出力のサイクルを指定する引数で、

ICY=1のときはFibonacci 数列そのものである。

ICY=n, ($n \geq 2$)のときはFibonacci 数列を n 番

目毎に、すなわち $n-1$ 個おきにサンプリングして

取出して来ることを意味する。

備考3 ICY=1の場合に、発生した乱数10,000個に

対し、 χ^2 検定を利用して頻度検定、継次検定、ポー

カー検定、およびギャップ検定の4種の検定を行な

った結果、Fibonacci 数列によって発生させるもの

は有意水準5%、すなわち信頼係数95%で一樣乱数

とみなしうると判定された。

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

F-11 "RCNG"

(1) 目的

スペクトル密度が

$$\frac{2\beta\sigma^2}{\beta^2+\omega^2}, \quad \beta = \frac{1}{T}$$

で与えられる有色雑音を発生する(3.2参照)。

(2) 呼び方

CALL RCNG (RCN, TC, SIGMA, SI, RI1,
RI2)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
RCN	旧有色雑音	新有色雑音	—
TC	T (秒)	(不変)	—
SIGMA	σ	(不変)	—
SI	サンプル間隔(秒)	(不変)	—
RI1	一様乱数のた めの初期値	次のCALLの ための初期値	—
RI2			—

(4) 使用サブルーチン

RNORM

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST RONG

```

CRCNG      HARP  DECK                                RONG05
            WORD LENGTH 64 BITS                      RONG10
            SUBROUTINE RONG(RCN, TO, SIGMA, SI)       RONG15
C**** GENERATION OF RANDOM COLORED NOISE WITH GIVEN STATISTICS RONG20
C RCN      = COLORED NOISE (NEWLY REPLACED)         RONG25
C TC       = CORRELATION TIME                       RONG30
C SIGMA    = STADARD DEVIATION                     RONG35
C SI       = SAMPLING INTERVAL                     RONG40
            DIMENSION WN(2)                          RONG45
            DATA P, Q/3.141592653590, 2.718281828459/ RONG50
            ALPH=1.0/TO                              RONG55
            A1=DEXP(-ALPH*SI)                       RONG60
            A2=A1**2                                 RONG65
            SA=SIGMA*DSQRT(1.0-A2)                 RONG70
            CALL RNORM(P, Q, 1, 0.0, SA, 2, WN)      RONG75
            RCN=A1*RCN+WN(2)                        RONG80
            RETURN                                    RONG85
            END                                       RONG90

```

E-1 "MATVEC"

(1) 目的

2次元配列で与えられた M 行 N 列の行列 A を 1次元配列の行列 B に変換する (またはその逆)。

(2) 呼び方

CALL MATVEC (A, II, JJ, B, IND)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
A	行列 A	(不変)	$M \times N$
II	行数 M	(不変)	—
JJ	列数 N	(不変)	—
B	(関係なし)	結果 B'	$M \times N$
IND	(関係なし)	(不変)	—

備考

- 1° $IND < 0$ (負整数) の場合に上記表に従う。
 2° $IND \geq 0$ (非負整数) とすると, 1次元配列の行列 B が 2次元配列の行列 A に変換される。その場合も B は不変である。

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST MATVEC

```

CMATVEC      HARP      64
SUBROUTINE MATVEC(A, II, JJ, B, IND)
DIMENSION A(1, 1), B(1)
IF(IND) 1, 2, 2
1  II=B(1)+0.01
  JJ=B(2)+0.01
  DO 10 I=1, II
  DO 10 J=1, JJ
  IJ=I+II*(J-1)+4
10 A(I, J)=B(IJ)
   GO TO 30
2  B(1)=II
  B(2)=JJ
  B(3)=II*JJ
  B(4)=B(3)+4.0
  DO 20 I=1, II
  DO 20 J=1, JJ
  IJ=I+II*(J-1)+4
20 B(IJ)=A(I, J)
30 RETURN
END
  
```

```

MATV 010
MATV 020
MATV 030
MATV 040
MATV 050
MATV 060
MATV 070
MATV 080
MATV 090
MATV 100
MATV 110
MATV 120
MATV 130
MATV 140
MATV 150
MATV 160
MATV 170
MATV 180
MATV 190
MATV 200
MATV 210
  
```

E-2 "LET"

- (1) 目的
1次元配列の行列の構造を指定する
- (2) 呼び方
CALL LET (A, M, N)
- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
A	(関係なし)	結果 A'	$M \times N$
M	行数	(不変)	—
N	列数	(不変)	—

備考

- この結果, $A(1)=M$, $A(2)=N$, $A(3)=M \times N$, $A(4)=M \times N + 4$ となり, $A(5)$ 以降は修正を受けない。
- (4) 使用サブルーチン
なし
- (5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST LET

```
CLET      HARP
          WORD LENGTH 64 EITS
          SUBROUTINE LET(A, M, N)
          DIMENSION A(1)
          A(1)=M
          A(2)=N
          A(3)=M*N
          A(4)=M*N+4
          RETURN
          END
```

```
LET 010
LET 020
LET 030
LET 040
LET 050
LET 060
LET 070
LET 080
LET 090
LET 100
```

E-3 "LOAD"

- (1) 目的
1次元配列の行列 A の (I, J) 要素を B とする (あるいはその逆)。

- (2) 呼び方

CALL LOAD (A, I, J, B, IND)

- (3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
A	行列 A	(不変)	$M \times N$
I	I 行	(不変)	—
J	J 列	(不変)	—
B	(関係なし)	結果 B'	—
IND	負整数	(不変)	—

備考

- $0 \leq IND$ (非負整数) ならば, スカラー B が A の (I, J) 要素に記憶される。
- (4) 使用サブルーチン
なし
- (5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST LOAD

CLOAD	HARP DECK	LOAD0010
	WORD LENGTH 64 BITS	LOAD0020
	SUBROUTINE LOAD(A, I, J, B, IND)	LOAD0030
	DIMENSION A(1)	LOAD0040
	II=A(1)+0.01	LOAD0050
	IJ=I+II*(J-1)+4	LOAD0060
	IF(IND) 1, 2, 2	LOAD0070
2	A(IJ)=B	LOAD0080
	GO TO 3	LOAD0090
1	B=A(IJ)	LOAD0100
3	RETURN	LOAD0110
	END	LOAD0120

E-4 "MPRINT"

(1) 目的

1次元配列のM行N列の行列Aをプリントする。

(2) 呼び方

CALL MPRINT(A)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
A	行列 A	(不変)	M×N

(4) 使用サブルーチン

なし

(5) リスト

HARP 5020 COMPILED LIST MPRINT

```

CMPRINT      HARP
WORD LENGTH 64 BITS
SUBROUTINE MPRINT(A)
DIMENSION A(1)
INTEGER KJ(6),FM(4)
100 FORMAT(1H1,10X,6(5X,16,7X)/)
200 FORMAT(4X,16)
FM(1)=5H(1H+,
FM(3)=5HX,E15
FM(4)=5H.8)
II=A(1)+0.01
JJ=A(2)+0.01
IF(JJ.LT.6) GO TO 20
C=JJ
C=C/6.0+0.01
L1=IDINT(C)
L2=JJ-6*L1
DO 1 L=1,L1
J1=6*L-5
J2=J1+5
DO 2 K=1,6
2 KJ(K)=J1+K-1
WRITE(6,100) (KJ(K),K=1,6)
DO 3 I=1,II
WRITE(6,200) I
M=0
DO 4 J=J1,J2
M=M+1
MM=13+18*(M-1)
IJ=I+II*(J-1)+4
FM(2)=IBTOD(MM)
WRITE(6,FM) A(IJ)
4 CONTINUE
3 CONTINUE
1 CONTINUE
IF(L2.EQ.0) GO TO 10
J1=JJ-L2+1
DO 5 K=1,L2
5 KJ(K)=6*L1+K
WRITE(6,100) (KJ(K),K=1,L2)
DO 6 I=1,II
WRITE(6,200) I
M=0
DO 7 J=J1,JJ
M=M+1
MPRI 010
MPRI 020
MPRI 030
MPRI 040
MPRI 050
MPRI 180
MPRI 210
MPRI 260
MPRI 280
MPRI 290
MPRI 060
MPRI 070
MPRI 500
MPRI 080
MPRI 090
MPRI 100
MPRI 110
MPRI 120
MPRI 130
MPRI 140
MPRI 150
MPRI 160
MPRI 170
MPRI 190
MPRI 200
MPRI 220
MPRI 230
MPRI 240
MPRI 245
MPRI 250
MPRI 270
MPRI 300
MPRI 310
MPRI 320
MPRI 330
MPRI 340
MPRI 350
MPRI 360
MPRI 370
MPRI 380
MPRI 390
MPRI 400
MPRI 405
MPRI 410
MPRI 420

```

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST MPRINT

MM=13+18*(M-1)	MPRI 430
FM(2)=IBTOD(MM)	MPRI 440
IJ=I+II*(J-1)+4	MPRI 450
7 WRITE(6,FM) A(IJ)	MPRI 460
6 CONTINUE	MPRI 470
GO TO 10	MPRI 510
20 CONTINUE	MPRI 520
DO 11 K=1, JJ	MPRI 530
11 KJ(K)=K	MPRI 540
WRITE(6,100) (KJ(K),K=1, JJ)	MPRI 550
DO 8 I=1, II	MPRI 560
WRITE(6,200) I	MPRI 570
M=0	MPRI 580
DO 9 J=1, JJ	MPRI 590
M=M+1	MPRI 600
MM=13+18*(M-1)	MPRI 610
FM(2)=IBTOD(MM)	MPRI 620
IJ=I+II*(J-1)+4	MPRI 630
9 WRITE(6,FM) A(IJ)	MPRI 640
8 CONTINUE	MPRI 650
10 RETURN	MPRI 480
END	MPRI 490

E-5 "RKG"

(1) 目的

独立変数を x とすると n 次元ベクトル y に関する

$$\frac{dy}{dx} = f(y, x)$$

$$y(x_0) = \eta$$

というベクトル常微分方程式 (すなわち連立 n 元常微分方程式) の初期値問題を解くことを目的とする。

ここでは丸め誤差の累積の自動修正という利点を持つ

Runge-Kutta-Gill 法を用いる。すなわち、

$$y_0 = \eta, \quad q_{0,1} = 0$$

$$h_n = x_{n+1} - x_n$$

$$k_1 = h_n f(y_n, x_n)$$

$$r_1 = \frac{1}{2} k_1 - q_{n,1}$$

$$s = y_n$$

$$y_{n,1} = y_n + r_1$$

$$r'_1 = y_{n,1} - s$$

$$q_{n,2} = q_{n,1} + 3r'_1 - \frac{1}{2} k_1$$

$$k_2 = h_n f(y_{n,1}, x_n + \frac{h_n}{2})$$

$$r_2 = (1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) (k_2 - q_{n,2})$$

$$s = y_{n,1}$$

$$y_{n,2} = y_{n,1} + r_2$$

$$r'_2 = y_{n,2} - s$$

$$q_{n,3} = q_{n,2} + 3r'_2 - (1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) k_2$$

$$k_3 = h_n f(y_{n,2}, x_n + \frac{h_n}{2})$$

$$r_3 = (1 + \frac{1}{\sqrt{2}}) (k_3 - q_{n,3})$$

$$s = y_{n,2}$$

$$y_{n,3} = y_{n,2} + r_3$$

$$r'_3 = y_{n,3} - s$$

$$q_{n,4} = q_{n,3} + 3r'_3 - (1 + \frac{1}{\sqrt{2}}) k_3$$

$$k_4 = h_n f(y_{n,3}, x_n + h_n)$$

$$r_4 = \frac{1}{6} (k_4 - 2q_{n,4})$$

$$s = y_{n,3}$$

$$y_{n+1} = y_{n,3} + r_4$$

$$r'_4 = y_{n+1} - s$$

$$q_{n+1,1} = q_{n,4} + 3r'_4 - \frac{1}{2} k_4$$

上式で s が関与している部分は一見冗長のようにであるが、ここに丸め誤差の累積を避けるための仕掛けが含まれている。その理論的根拠については伊理、松谷の論文* および Gill の原論文** を参照して頂きたい。

精しいことは上述の文献にゆずるとして、簡単に説明すれば、 r , k , g は x , y に比べると小さく、一般に h の程度の数であり、 r を y に加える時に r の下の方の桁が丸められるので、そのとき生じた丸め誤差の分だけ値の変化を受けた g を用いて g の計算を行なう必要があるということである。

* 伊理正夫, 松谷泰行: Runge-Kutta-Gill 法について, 情報処理, Vol.8, No.2, pp.103~107, 1967.

** S.Gill: A Process for the Step-by-Step Integration of Differential Equations in an Automatic Digital Computing Machine., Proc. of the Cambridge Phil. Soc. Vol.47 (1951), pp.96~108.

備考1 上式群中で \underline{g} はベクトル表示をしているが、プログラム上では作業用の場所 S 一つでよい。

備考2 独立変数は x にしてあるが、これは時間 t であってもしつつかえない。本報告では独立変数を時間 t に取ることが多いので、プログラムでは x の代わりに t を用いている。

備考3 Runge-Kutta-Gill 法の公式は上述の通りであるが、プログラム上、問題に応じて変化する部分は微分方程式の右辺 $f(y_n, x_n)$ を計算する部分である。

(2) 呼び方

HARP 5020 COMPILED LIST RKG

```
CRKG      HARP
          WORD LENGTH 64 BITS
          SUBROUTINE RKG(YS,FS,NE,HK,T)
          DIMENSION YS(1),FS(1),Q(100)
          DATA/J/0/
          IF(J) 15,5,15
          5 DO 10 I=1,NE
          10 Q(I)=0.000
             B1=1.0D0
             B2=2.0D0
             B3=3.0D0
             B4=B1/B2
             B5=DSQRT(B4)
             B6=B1-B5
             B7=B1+B5
             B8=6.0
             J=1
          15 CALL DAUX(YS,FS,T)
             DO 30 I=1,NE
             AK=HK*FS(I)
             QI=Q(I)
```

CALL RKG(YS,FS,N,HK,T)

(3) 引数

引数名	実行前	実行後	次元
YS	変数($t=t_n$)	変数($t=t_{n+1}$)	N
FS			N
N	変数の数	(不変)	—
HK	積分刻み巾	(不変)	—
T	独立変数(時間 t_n)	t_{n+1}	—

備考4 このRKGサブルーチンの変数の数の制限は一応100としてあるが、プログラム中の作業用配列の次元を100以上に変更すれば変数の制限を拡げることができる。

(4) 使用サブルーチン

DAUX(YS,FS,T)

備考5 サブルーチンDAUXは微分方程式の右辺を計算するためのもので、与えられた方程式に応じて各自が作らなければならない。

DAUXの引数で、YS, Tはそれぞれ変数 y と独立変数 x (このプログラムでは時間 t)であり、FSは変数のそれぞれに対応する方程式の右辺の値を格納するもので、次元はYSと同じくNである。

(5) リスト

```
RKG 020
RKG 025
RKG 030
RKG 035
RKG 040
RKG 045
RKG 050
RKG 055
RKG 060
RKG 080
RKG 085
RKG 090
```

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST RKG

	RY=B4*AK-QI	RKG 095
	SS=YS(I)	RKGM 1
	YS(I)=SS+RY	RKGM 2
	RY=YS(I)-SS	RKGM 3
	Q(I)=QI+B3*RY-34*AK	RKG 100
30	CONTINUE	RKG 110
	T=T+B4*HK	RKG 115
	CALL DAUX (YS,FS,T)	
	DO 40 I=1,NE	RKG 130
	AK=HK*FS(I)	RKG 135
	QI=Q(I)	RKG 140
	RY=B6*(AK-QI)	RKG 145
	SS=YS(I)	RKGM 1
	YS(I)=SS+RY	RKGM 2
	RY=YS(I)-SS	RKGM 3
	Q(I)=QI+B3*RY-36*AK	RKG 150
40	CONTINUE	RKG 160
	CALL DAUX (YS,FS,T)	
	DO 50 I=1,NE	RKG 170
	AK=HK*FS(I)	RKG 175
	QI=Q(I)	RKG 180
	RY=B7*(AK-QI)	RKG 185
	SS=YS(I)	RKGM 1
	YS(I)=SS+RY	RKGM 2
	RY=YS(I)-SS	RKGM 3
	Q(I)=QI+B3*RY-B7*AK	RKG 190
50	CONTINUE	RKG 200
	T=T+B4*HK	RKG 205
	CALL DAUX (YS,FS,T)	
	DO 60 I=1,NE	RKG 220
	AK=HK*FS(I)	RKG 225
	QI=Q(I)	RKG 230
	RY=(AK-B2*QI)/B8	RKG 235
	SS=YS(I)	RKGM 1
	YS(I)=SS+RY	RKGM 2
	RY=YS(I)-SS	RKGM 3
	Q(I)=QI+B3*RY-B4*AK	RKG 240
60	CONTINUE	RKG 250
	IF ACCUMULATOR OVERFLOW 100,200	RKGN
100	WRITE(6,900)	RKGN
900	FORMAT(1H0,30H(**** YRKG OVERFLOW *****))	RKGN
	STOP	RKGN
200	RETURN	RKGN
	END	

附録B 応用プログラム

ここでは、誘導制御系の設計と評価のための標準的な応用プログラムを解説する。ここで述べるシミュレーションプログラムは大別してふたつの部分から構成されており、その概要は次のようである。

DATA GENERATOR

GNT, GDTおよびGRTの計算, 不規則雑音に汚されたIMUおよび電波追跡データのシミュレーション。

RECONSTRUCTOR

機能的にさらに次の3部分に分割する。

(1) INPUT PROCESSOR

DATA GENERATORによってシミュレートされたIMUデータ, トラッキングデータおよびGRT等は通常数本の磁テープに格納されている。これら各種データに必要なPRE-CROCESSINGを施し, 次段階のLINEAR ESTIMATORへの入力のデータ構造として適切なる再編集を行う。

(2) LINEAR ESTIMATOR

カルマンフィルタに基づき, 軌道再編成および各種誘導パラメータの推定を行う。

(3) OUTPUT PROCESSOR

主として推定結果および観測残差の図式化を行う。

ここでは紙数の都合で軌道, IMUデータおよびトラッキングデータのシミュレーションプログラム, そしてカルマンフィルタによって軌道および誘導パラメータを推定するプログラムを紹介することにし, GRTおよび遷移行列を計算するプログラムは省略している。本論にその概要を説明しているので使用者は容易にプログラム化できるが必要ならば著者らに照会されたい。

1. 軌道, IMUデータおよびトラッキングデータの発生プログラム

メインプログラム

NE ; 状態ベクトルの次元 (19)
 HH ; 刻み巾 (sec)
 TF ; 積分時間 (sec)
 C1 ; 発射点高度 (m)
 C2 ; 発射点経度 (deg)
 C3 ; 発射点緯度 (deg)
 C4 ; 方位角 (deg)

C5 ; 上下角 (deg)
 RI ; 位置ベクトル (I座標)
 VI ; 速度ベクトル (I座標)
 CIB ; 方向余弦行列 (I座標)
 X(1) ; 高度 (m)
 X(2) ; 速度 (m/sec)
 X(3) ; 径路角 (rad)
 X(4) ; レンジ角 (rad)
 X(5)~X(13) ; CIB
 X(14)~X(16) ; RI
 X(17)~X(19) ; VI
 TIME ; 飛翔時間 (sec)
 R1 ; レンジ観測におけるランダムノイズの1σ値
 R2 ; レンジ観測におけるスケールファクタ
 R3 ; レンジ観測におけるバイアス (m)
 E1 ; 上下角観測におけるランダムノイズの1σ値 (rad)
 E2 ; 上下角観測におけるスケールファクタ
 E3 ; 上下角観測におけるバイアス (rad)
 A1 ; 方位角観測におけるランダムノイズの1σ値 (rad)
 A2 ; 方位角観測におけるスケールファクタ
 A3 ; 方位角観測におけるバイアス (rad)
 H1 ; ステーション高度 (m)
 H2 ; ステーション経度 (deg)
 H3 ; ステーション緯度 (deg)
 T1 ; レンジ観測におけるランダムノイズのコリレーションタイム (sec)
 T2 ; 上下角観測におけるランダムノイズのコリレーションタイム (sec)
 T3 ; 方位角観測におけるランダムノイズのコリレーションタイム (sec)
 SI ; サンプリング間隔 (sec)
 INDEX = 1 ; ノイズフリー
 2 ; 白色雑音
 3 ; 有色雑音 (1次マルコフ過程)
 CTE ; 座標変換行列
 RAM ; レンジ観測値 (m)
 ELM ; 上下角観測値 (rad)
 AZM ; 方位角観測値 (rad)
 A ; 推力加速度ベクトル (m/sec²)
 AM ; 加速度計出力ベクトル (m/sec²)
 W ; 回転角速度ベクトル (rad/sec)
 WM ; ジャイロ出力ベクトル (rad/sec)

備考1. このプログラムはSS-3ヴィークルをモデルにして、その推力飛翔軌道とランダムノイズに乱されたIMUおよびレーダートラッキングデータを発生するものである。本プログラムでひとつのステーションにおけるトラッキングデータをシミュレートできるが、サブルーチン“TTE”および“NRTD”を繰り返し使用することによって任意に与えられたステーションをシミュレートできる。

備考2. サブルーチン“IMU”において慣性機器の各種ハードウェアの誤差パラメータは適当に規格化した後DATA/…/…/…/ という形式で与えている。パラメータの規準値は APOLLO IMU に拠っている。

備考3. 本プログラムで発生した軌道、IMUデータお

よびトラッキングデータは磁気テープに格納した後GRT、遷移行列等のオフライン計算を経て軌道を再構成し、誘導誤差を分離するために後述するプログラム“RECON-STRUCTOR”にかけられる。

備考4. メインプログラムのRUNには次のサブプログラムが必要である。

RADAR : $\rho, \dot{\rho}, E, A$ の真値の計算

NRTD : レーダー観測データの発生

IMU : IMU出力の計算

THRUST : 推力制御系の模擬

DAUX : RKGにおける f の計算

INITIA : 初期条件の計算

GRAV : 重力加速度の計算

HARP 5020 COMPILED LIST

	WORD LENGTH 64 BITS	TRAJ 040
C		TRAJ 045
C	SPACE TRAJECTORY, NOISY IMU AND RADAR TRACKING DATA SIMULATION	TRAJ 050
C	THIS PROGRAM NEEDS THE FOLLOWING SUBROUTINES:	TRAJ 055
	INITIA, VNORM, TTE,	
C	NRTD, RKG, DAUX, RNORM, RMAT, GRAV, THRUST, ATTITU, IMU	TRAJ 056
C		TRAJ 060
	DIMENSION RI (7), VI (7), CIB (13), X (19), F (19), C (3,3)	TRAJ 070
	DIMENSION CTE (13), RTE (7)	TRAJ 075
	COMMON/IMU/A (3), W (3), AM (3), WM (3), D (12,100)	TRAJ 080
10	FORMAT (6E10.3)	TRAJ 100
20	FORMAT (I10)	TRAJ 105
4	FORMAT (1H0, 5X, 17HFLIGHT TIME , 17HSLANT RANGE , 17HVELOCIT	TRAJ 310
	1Y , 17HPATH ANGLE , 17HRANGE ANGLE	TRAJ 320
6	FORMAT (5X, F10.2, 7X, 4 (E15.8, 2X) /)	TRAJ 340
8	FORMAT (10X, 8HPOSITION, 12X, 8HVELOCITY, 22X, 8HATTITUDE)	TRAJ 400
9	FORMAT (5X, 5 (E15.8, 5X))	TRAJ 420
30	FORMAT (5X, 10HRANGE , E15.8, 10HELEVATION, E15.8, 10HAZIMUTH , 1E15.8,)	TRAJ 425
	READ (5, 20) NE	TRAJ 106
	READ (5, 20) INDEX	TRAJ 107
	READ (5, 10) HH, TF	TRAJ 090
	READ (5, 10) R1, R2, R3, E1, E2, E3	TRAJ 111
	READ (5, 10) A1, A2, A3, T1, T2, T3	TRAJ 112
	READ (5, 10) H1, H2, H3	TRAJ 113
	READ (5, 10) C1, C2, C3, C4, C5	TRAJ 110
	CALL INITIA (RI, VI, CIB, C1, C2, C3, C4, C5)	TRAJ 120
	DO 1 I=1, 3	TRAJ 130
	X (I+13)=RI (I+4)	TRAJ 140
	X (I+16)=VI (I+4)	TRAJ 150
	DO 5 J=1, 3	TRAJ 160
	IJ=I+3*(J-1)+4	TRAJ 170

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST

5	X(IJ)=CIB(IJ)	TRAJ	180
1	CONTINUE	TRAJ	190
	CALL VNORM(X(1),RI)	TRAJ	200
	CALL VNORM(X(2),VI)	TRAJ	210
	X(3)=0.0	TRAJ	220
	X(4)=0.0	TRAJ	230
	J=0	TRAJ	240
	SI=1	TRAJ	245
999	J=J+1	TRAJ	250
	TIME=J-1	TRAJ	260
	TIME=HH*TIME	TRAJ	270
	JJ=MOD(J,100)	TRAJ	280
	IF(JJ-1) 2,3,2	TRAJ	290
3	WRITE(6,4)	TRAJ	300
	WRITE(6,6) TIME,(X(I),I=1,4)	TRAJ	330
	DO 7 I=1,3	TRAJ	350
	DO 7 K=1,3	TRAJ	360
	IK=I+3*(K-1)+4	TRAJ	370
7	C(I,K)=X(IK)	TRAJ	380
	WRITE(6,8)	TRAJ	390
	WRITE(6,9) (X(I+13),X(I+16),(C(I,J)	TRAJ	410
	I=1,3)		
	CALL TTE(CTE,RTE,G1,G2,G1F,G2F,H1,H2,H3)	TRAJ	421
	CALL NRTD(RAM,ELM,AZM,TIME,OTE,RTE,X(13),X(16),R1,	TRAJ	422
	R2,R3,E1,E2,E3		
	1,A1,A2,A3,T1,T2,T3,SI,INDEX)	TRAJ	423
	WRITE(6,30) RAM,ELM,AZM	TRAJ	424
2	CONTINUE	TRAJ	430
	CALL RKG(X,F,NE,HH,TIME)	TRAJ	440
	IF(TIME-TE) 999,999,99	TRAJ	450
99	STOP	TRAJ	460
	END	TRAJ	470

HARP 5020 COMPILED LIST NRTD

CNRTD	HARP	NRTD 010
	WORD LENGTH 64 BITS	NRTD 020
	SUBROUTINE NRTD(RAM, ELM, AZM, TIME, CTE, RTE, RI,	NRTD 030
	VI, SR, SFR, BR, SE, SFE,	
	1BE, SA, SFA, BA, TCR, TCE, TCA, SI, INDEX)	NRTD 040
	DIMENSION CTE(1), RTE(1), RI(1), VI(1), WN(2)	NRTD 050
	DATA/P, Q/3.141592653590, 2.718281828459/	NRTD 060
	DATA/J/0/	NRTD 065
	CALL RADAR(RA, EL, AZ, TIME, CTE, RI, VI)	NRTD 070
	GO TO (1, 2, 3), INDEX	NRTD 080
1	RN=0.0	NRTD 090
	EN=0.0	NRTD 100
	AN=0.0	NRTD 110
	GO TO 10	NRTD 120
2	CALL RNORM(P, Q, 1, 0.0, SR, 2, WN)	NRTD 130
	RN=WN(2)	NRTD 140
	CALL RNORM(P, Q, 1, 0.0, SE, 2, WN)	NRTD 150
	EN=WN(2)	NRTD 160
	CALL RNORM(P, Q, 1, 0.0, SA, 2, WN)	NRTD 170
	AN=WN(2)	NRTD 180
	GO TO 10	NRTD 190
3	IF(J) 100, 200, 100	NRTD 200
200	CALL RNORM(P, Q, 1, 0.0, SR, 2, WN)	NRTD 210
	RN=WN(2)	NRTD 220
	CALL RNORM(P, Q, 1, 0.0, SE, 2, WN)	NRTD 230
	EN=WN(2)	NRTD 240
	CALL RNORM(P, Q, 1, 0.0, SA, 2, WN)	NRTD 250
	AN=WN(2)	NRTD 260
	J=1	NRTD 270
100	CALL RCNG(RN, TCR, SR, SI)	NRTD 280
	CALL RCNG(EN, TCE, SE, SI)	NRTD 290
	CALL RCNG(AN, TCA, SA, SI)	NRTD 300
10	RAM=RA*(1.0+SFR)+BR+RN	NRTD 310
	ELM=EL*(1.0+SFE)+BE+EN	NRTD 320
	AZM=AZ*(1.0+SFA)+BA+AN	NRTD 330
	RETURN	NRTD 340
	END	NRTD 350

HARP 5020 COMPILED LIST RADAR

CRADAR	HARP	RADA 010
	WORD LENGTH 64 BITS	RADA 020
	SUBROUTINE RADAR(RA, EL, AZ, TIME, CTE, RI, VI)	RADA 030
	DIMENSION CTE(1), RI(1), VI(1)	RADA 040
	DIMENSION CEI(13), RE(7), RT(7)	RADA 050
	DATA/P, EP, EQ/3.141592653590, 1.0, 1.0E-8/	RADA 060
	DATA/RMAX, EMIN/5.0, 0.0872664626/	RADA 070
	CALL TEI(CEI, TIME)	RADA 080
	CALL MULT(RE, CEI, RI)	RADA 090
	CALL ADD(RE, 1.0, RE, -1.0, RTE)	RADA 100
	CALL MULT(RT, CTE, RE)	RADA 110
	CALL VNORM(RA, RT)	RADA 120
	R=RT(5)**2+RT(6)**2	RADA 130
	SNE=RT(7)/RA	RADA 140
	Q=DABS(SNE-1.0)	RADA 150
	IF(Q-EQ) 5, 5, 6	RADA 160
5	EL=0.5*P	RADA 170
	GO TO 7	RADA 180
6	CSE=DSQRT(1.0-SNE**2)	RADA 190
	EL=DATAN(SNE/CSE)	RADA 200
7	IF(RT(6)-EP) 1, 2, 2	RADA 210
2	AZ=DATAN(RT(5)/RT(6))	RADA 220
	GO TO 10	RADA 230
1	IF(RT(6)+EP) 3, 3, 4	RADA 240
3	AZ=DATAN(RT(5)/RT(6))+DSIGN(P, RT(5))	RADA 250
	GO TO 10	RADA 260
4	AZ=DSIGN(0.5*P, RT(5))	RADA 270
10	CONTINUE	RADA 280
	IF(R-RMAX) 51, 61, 61	RADA 290
51	WRITE(6, 70)	RADA 320
70	FORMAT(2X, 45HAZIMUTH VALUE IS NOT AVAILABLE (WARNING ONLY))	RADA 330
61	IF(EL-EMIN) 50, 60, 60	RADA 340
50	WRITE(6, 55)	RADA 360
55	FORMAT(2X, 47ELEVATION VALUE IS NOT AVAILABLE (WARNING ONLY))	RADA 370
60	RETURN	RADA 380
	END	RADA 390

HARP 5020 COMPILED LIST IMU

CIMU	HARP DECK	IMU	010
	WORD LENGTH 64 BITS	IMU	020
	SUBROUTINE IMU(AM,WM,A,W)	IMU	030
C	IMU I/O ERROR SIMULATION PROGRAM		
C	PROGRAMED BY M.MURATA, NAL, OCTOBER 1, 1973		
	DIMENSION AM(1),WM(1),A(1),W(1)	IMU	040
	DIMENSION ASF(3,3),ASS(3,3,3),AB(3),ARS(3),	IMU	050
	GSF(3,3),GB(3),GSS(3,3,3),DI(3),DS(3),ASSD		
1	(3,3,3),GRS(3),WN(4),F(3,3)	IMU	060
	DATA/A0,A1,A2/9.8E-4,1.0E-6,1.0E-6/	IMU	070
	DATA/B0,B1,B2,G1,G2/0.727E-7,1.0E-9,0E-9,	IMU	080
	1.0E-9,7.42E-9,7.57E-10/		
	DATA/RN1,RN2/3.141592653590,2.718281828459/	IMU	090
	DATA/GSF/100.0,10.0,10.0,10.0,100.0,10.0,	IMU	100
	10.0,10.0,100.0/		
	DATA/GSS/10.0,1.0,1.0,1.0,10.0,1.0,1.0,1.0,	IMU	110
	10.0,10.0,1.0,1.0,		
1	1.0,10.0,1.0,1.0,1.0,10.0,10.0,1.0,1.0,1.0,	IMU	120
2	10.0,1.0,1.0,1.0,10.0/	IMU	130
	DATA/GB/5.0,0.5.0/	IMU	140
	DATA/DI,DS/15.0,15.0,15.0,15.0,15.0,15.0/	IMU	150
	DATA/ASSD/2.0,0.5,0.5,0.5,2.0,0.5,0.5,0.5,	IMU	160
1	2.0,0.5,0.5,0.5,2.0,0.5,0.5,0.5,0.0,2.0,	IMU	170
	0.5,0.5,0.5,0.0/		
	DATA/JJ/1/	IMU	180
	DATA/ASF/100.0,50.0,50.0,50.0,100.0,50.0,	IMU	190
	50.0,50.0,100.0/		
	DATA/ASS/10.0,1.0,1.0,1.0,10.0,1.0,1.0,1.0,	IMU	200
	10.0,10.0,1.0,1.0,		
1	1.0,10.0,1.0,1.0,1.0,10.0,10.0,1.0,1.0,1.0,	IMU	210
2	10.0,1.0,1.0,1.0,10.0/	IMU	220
	DATA/AB/2.0,2.0,2.0/	IMU	230
	DO 1 I=1,3	IMU	240
	ARS(I)=A0	IMU	250
	GRS(I)=B0	IMU	260
1	CONTINUE	IMU	270
	DO 2 J=1,3	IMU	280
	CALL RNORM(RN1,RN2,1,0.0,ARS(J),2,WN)	IMU	290
	AM(J)=A(J)+A0*AB(J)+WN(2)	IMU	300
	CALL RNORM(RN1,RN2,1,0.0,GRS(J),2,WN)	IMU	310
	WM(J)=W(J)+B0*GB(J)+WN(2)	IMU	320
	DO 3 L=1,3	IMU	330
	AM(J)=AM(J)+A1*ASF(J,L)*A(L)	IMU	340
	WM(J)=WM(J)+B1*GSF(J,L)*W(L)	IMU	350
3	CONTINUE	IMU	360
	DO 4 M=1,3	IMU	370
	DO 5 N=1,3	IMU	380
	AM(J)=AM(J)+A2*ASS(M,N,J)*A(M)*A(N)	IMU	390
5	WM(J)=WM(J)+B2*GSS(M,N,J)*W(M)*W(N)	IMU	400
4	CONTINUE	IMU	410
2	CONTINUE	IMU	420
	F(1,1)=A(1)	IMU	430
	F(2,1)=-A(2)	IMU	440
	F(1,2)=A(2)	IMU	450
	F(2,2)=A(1)	IMU	460

HARP 5020 COMPILED LIST IMU

	F(1,3)=A(3)	IMU 470
	F(2,3)=-A(1)	IMU 480
	F(3,1)=A(3)	IMU 490
	F(3,2)=A(3)	IMU 500
	F(3,3)=A(2)	IMU 510
	DO 6 J=1,3	IMU 520
	WM(J)=WM(J)+G1*(DI(J)*F(1,J)+DS(J)*F(2,J))	IMU 530
	DO 7 M=1,3	IMU 540
	DO 8 N=1,3	IMU 550
8	WM(J)=WM(J)+G2*ASSD(M,N,J)*F(M,J)*F(N,J)	IMU 560
7	CONTINUE	IMU 570
6	CONTINUE	IMU 580
	IF(JJ-1) 10,9,10	IMU 590
9	CONTINUE	IMU 600
	PRINT 20	IMU 610
20	FORMAT(10X,39H***** LIST OF IMU HARDWARE ERRORS *****)	IMU 620
	PRINT 30,GSF,GSS,GB,DI,DS,ASSD,GRS	IMU 630
30	FORMAT(20X,3(E15.8,5X))	IMU 640
	PRINT 40,ASF,ASS,AB,ARS	IMU 650
40	FORMAT(20X,3(E15.8,5X))	IMU 660
10	JJ=JJ+1	IMU 670
	RETURN	IMU 680
	END	IMU 690

HARP 5020 COMPILED LIST THRUST

CTHRUST	HARP	THRU 010
	WORD LENGTH 64 BITS	THRU 020
	SUBROUTINE THRUST(AT,AD,TAB)	THRU 030
	DIMENSION AT(1),AD(1),SU(4),TC(4),WN(4),A(4)	THRU 040
	DATA/J,R,S/0,3.141592653590,2.718281828459/	THRU 050
	DATA/SU,TC/0.002,0.002,0.002,0.0025,200.0,200.0,200.0,200.0/	THRU 060
C		THRU 070
C	THRUST CONTROL FLUCTUATION BY RANDOM DRIFTS	THRU 080
C		THRU 090
	IF(J) 1,2,1	THRU 100
2	DO 3 I=1,4	THRU 110
	CALL RNORM(R,S,1,0,0,SU(I),2,WN)	THRU 120
	A(I)=WN(2)	THRU 130
3	CONTINUE	THRU 140
	J=1	THRU 150
1	DO 4 I=1,4	THRU 160
4	CALL RCNG(A(I),TC(I),SU(I),0.0025)	THRU 170
	AT(1)=TAB*(1.0+A(4))*(AD(1)+A(2)*AD(3)-A(3)*AD(2))	THRU 180
	AT(2)=TAB*(1.0+A(4))*(AD(2)+A(3)*AD(1)-A(1)*AD(3))	THRU 190
	AT(3)=TAB*(1.0+A(4))*(AD(3)+A(1)*AD(2)-A(2)*AD(1))	THRU 200
	RETURN	THRU 210
	END	THRU 220

HARP 5020 COMPILED LIST DAUX

CDAUX	HARP DECK	DAUX 000
	WORD LENGTH 64 BITS	DAUX 010
	SUBROUTINE DAUX(YS,FS,T)	DAUX 020
	DOUBLE PRECISION MU	DAUX 030
	DIMENSION YS(1),FS(1)	DAUX 040
	DIMENSION U(6),FM(6),THETA(16),TA(16),TS(6)	DAUX 050
	DIMENSION G(7),R(7),B(13),UC(7)	DAUX 060
	COMMON/IMJ/A(3),W(3),AM(3),WM(3),D(12,100)	DAUX 070
	DATA/G(1),G(2),G(3),G(4)/3.0,1.0,3.0,7.0/	DAUX 080
	DATA/U,FM/284.999,0.0,284.996,0.0,290.0,0.0,173172.0,38293.0,	DAUX 090
1	27672.0,6817.0,4754.0,1414.0/	DAUX 100
	DATA/TA/0.0,15.0,143.80,162.00,192.00,222.00,252.00,282.00,312.00,	DAUX 110
1	342.00,352.30,372.30,392.30,412.30,412.50,1000.00/	DAUX 120
	DATA/THETA/90.000,90.000,21.005,18.637,14.612,10.499,6.361,2.279,	DAUX 130
1	-1.649,-5.298,-6.476,-8.685,-10.785,-12.780,0.000,0.000/	DAUX 140
	DATA/MU,DR,G0/0.0398603068E+16,57.295779578,9.8/	DAUX 150
	DATA/TS/0.0,143.870,144.000,342.120,343.0,536.72/	DAUX 160
	DATA/TBO/412.0/	DAUX 170
	DATA/JJ,LJ/1,0/	DAUX 180
	IF(T-TBO) 1000,20,20	DAUX 190
1000	CONTINUE	DAUX 200
	DO 1 I=1,5	DAUX 210
	II=I+1	DAUX 220
	S=(T-TS(I))*(T-TS(II))	DAUX 230
	IF(S) 2,2,1	DAUX 240
1	CONTINUE	DAUX 250
2	CONTINUE	DAUX 260
	DM=(FM(I)-FM(II))/(TS(I)-TS(II))	DAUX 270
	GO TO 21	DAUX 280
20	DM=0.0	DAUX 290
	I=5	DAUX 300
	FMM=FMM	DAUX 310
	GO TO 30	DAUX 320
21	CONTINUE	DAUX 330
	FMM=FM(I)+DM*(T-TS(I))	DAUX 340
30	CONTINUE	DAUX 350
	TAB=-U(I)*GO*DM/FMM	DAUX 360
	DO 3 I=1,15	DAUX 370
	II=I+1	DAUX 380
	S=(T-TA(I))*(T-TA(II))	DAUX 390
	IF(S) 4,4,3	DAUX 400
3	CONTINUE	DAUX 410
4	CONTINUE	DAUX 420
	DTH=(THETA(II)-THETA(I))/(TA(II)-TA(I))	DAUX 430
	SK=THETA(I)*DTH*(T-TA(I))	DAUX 440
	TH=SK/DR	DAUX 450
	ALPH=TH-YS(3)	DAUX 460
	CAL=DCOS(ALPH)	DAUX 470
	SAL=DSIN(ALPH)	DAUX 480
	CGA=DCOS(YS(3))	DAUX 490
	SGA=DSIN(YS(3))	DAUX 500
	FS(1)=YS(2)*SGA	DAUX 510
	FS(2)=TAB*CAL-MU*SGA/YS(1)/YS(1)	DAUX 520
	FS(3)=TAB*SAL/YS(2)-MU*CGA/YS(2)/YS(1)/YS(1)+YS(2)	DAUX 530
	*CGA/YS(1)	

```

(続き)  HARP 5020  COMPILED LIST  DAUX

      FS(4)=YS(2)*CGA/YS(1)          DAUX 540
      WD=DTH/DR-FS(4)                DAUX 550
      CALL ATTITU(W,WD)               DAUX 560
      DO 10 I=1,3                     DAUX 570
10     G(I+4)=W(I)                    DAUX 580
      CALL RMAT(B,G)                  DAUX 590
      DO 6 I=1,3                       DAUX 600
      DO 6 J=1,3                       DAUX 610
      IJ=I+3*(J-1)                    DAUX 620
      FS(IJ+4)=0.0                     DAUX 630
      DO 7 K=1,3                       DAUX 640
      IK=I+3*(K-1)                     DAUX 650
      KJ=K+3*(J-1)+4                  DAUX 660
7     FS(IJ+4)=FS(IJ+4)+YS(IK+4)*B(KJ) DAUX 670
6     CONTINUE                         DAUX 680
      DO 5 I=1,3                       DAUX 690
      FS(I+13)=YS(I+16)                DAUX 700
5     R(I)=YS(I+13)                    DAUX 710
      CALL GRAVIT(G,R)                 DAUX 720
C                                     DAUX 730
C   UC = THRUST CONTROL VECTOR        DAUX 740
C                                     DAUX 750
      UC(1)=0.0                         DAUX 760
      UC(2)=0.0                         DAUX 770
      UC(3)=1.0                         DAUX 780
      CALL THRUST(A,UC,TAB)             DAUX 790
      DO 8 I=1,3                       DAUX 800
      FS(I+16)=G(I+4)                  DAUX 810
      DO 9 J=1,3                       DAUX 820
      IJ=I+3*(J-1)                    DAUX 830
9     FS(I+16)=FS(I+16)+YS(IJ+4)*A(J) DAUX 840
8     CONTINUE                         DAUX 850
      KK=MOD(JJ,4)                     DAUX 860
      IF(KK-1) 100,200,100             DAUX 870
200    CALL IMU(AM,WM,A,W)             DAUX 880
      LJ=LJ+1                           DAUX 890
      DO 300 L=1,3                      DAUX 900
      D(L,LJ)=AM(L)                    DAUX 910
      D(L+3,LJ)=A(L)                   DAUX 920
      D(L+6,LJ)=WM(L)                  DAUX 930
300    D(L+9,LJ)=W(L)                  DAUX 940
      IF(LJ-100) 55,60,55              DAUX 950
60     LJ=0                             DAUX 960
      PRINT 34                          DAUX 970
34     FORMAT(10X,20HACCEL MEASURED      ,20HACCEL ACTUAL      ,
120HANGUL MEASURED      ,20HANGUL ACTUAL      )
      PRINT 33,((D(L,1),D(L+3,1),D(L+6,1),D(L+9,1)),L=1,3)
33     FORMAT(1H ,10X,4(E15.8,5X))      DAUX 010
      ALPH=DR*ALPH                      DAUX 020
      WRITE(2) D,YS,FS,TAB,FMM,WD,DTH,SK,ALPH DAUX 030
55     CONTINUE                         DAUX 040
100    JJ=JJ+1                          DAUX 050
      RETURN                             DAUX 060
      END                                DAUX 070

```

HARP 5020 COMPILED LIST INITIAL

CINITIAL	HARP	INIT 010
	WORD LENGTH 64 BITS	INIT 020
	SUBROUTINE INITIA(R, V, C, LH, LON, GLA, A, E)	INIT 030
	DIMENSION R(1), V(1), C(1)	INIT 040
	DIMENSION D(13), H(13)	INIT 050
	DOUBLE PRECISION LH, LON	INIT 060
	DATA/RE, EC, OMEGA, DR/0.0637816490E8, 0.003352329, 7.292115E-	INIT 070
	1 5, 57.295779578/	INIT 080
	LON=LON/DR	INIT 090
	GLA=GLA/DR	INIT 100
	TNG=DSIN(GLA)/OCOS(GLA)	INIT 110
	X=1.0-EC**2	INIT 120
	DLA=DATAN2(TNG, X)	INIT 130
	SD=DSIN(DLA)	INIT 140
	CD=DCOS(DLA)	INIT 150
	SL=DSIN(LON)	INIT 160
	CL=DCOS(LON)	INIT 170
	B=1.0-(EC*SD)**2	INIT 180
	B=DSQRT(B)	INIT 190
	G1=LH+RE/B	INIT 200
	G2=LH+RE*X/B	INIT 210
	CALL LET(R, 3, 1)	INIT 220
	CALL LET(V, 3, 1)	INIT 230
	CALL LET(C, 3, 3)	INIT 240
	R(5)=G1*CD*CL	INIT 250
	R(6)=G1*CD*SL	INIT 260
	R(7)=G2*SD	INIT 270
	V(5)=-OMEGA*R(6)	INIT 280
	V(6)=OMEGA*R(5)	INIT 290
	V(7)=0.0	INIT 300
	A=A/DR	INIT 310
	E=E/DR	INIT 320
	CA=DCOS(A)	INIT 330
	SA=DSIN(A)	INIT 340
	SE=DSIN(E)	INIT 350
	CE=DCOS(E)	INIT 360
	D(5)=CA	INIT 370
	D(6)=SA*SE	INIT 380
	D(7)=CE*SA	INIT 390
	D(8)=-SA	INIT 400
	D(9)=SE*CA	INIT 410
	D(10)=CE*CA	INIT 420
	D(11)=0.0	INIT 430
	D(12)=-CE	INIT 440
	D(13)=SE	INIT 450
	CALL LET(H, 3, 3)	INIT 460
	CALL SET(H)	INIT 470
	SF=DSIN(DLA)	INIT 480
	CF=DCOS(DLA)	INIT 490
	H(8)=1.0	INIT 500
	H(6)=-SF	INIT 510
	H(12)=CF	INIT 520
	H(7)=CF	INIT 530
	H(13)=SF	INIT 540
	CALL LET(D, 3, 3)	INIT 550

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST INITIAL

CALL MULT(C,D,H)	INIT 560
CALL TRANSP(D,C)	INIT 570
CALL MAKE(C,D)	INIT 580
PRINT 10	INIT 590
10 FORMAT(5X,38HINITIAL VALUES IN INERTIAL COORDINATE)	INIT 600
PRINT 20	INIT 610
20 FORMAT(10X,15HPOSITION VECTOR,/)	INIT 620
CALL MPRINT(R)	INIT 630
PRINT 30	INIT 640
30 FORMAT(10X,15HVELOCITY VECTOR,/)	INIT 650
CALL MPRINT(V)	INIT 660
PRINT 40	INIT 670
40 FORMAT(10X,16HDIRECTION MATRIX,/)	INIT 680
CALL MPRINT(C)	INIT 690
RETURN	INIT 700
END	INIT 710

HARP 5020 COMPILED LIST GRAVITY

CGRAVITY HARP	GRAV 110
SUBROUTINE GRAN(G,R)	GRAV 120
DIMENSION G(1),R(1),U(3),B(3)	GRAV 130
DOUBLE PRECISION MU,J2	GRAV 150
DATA/MU,J2,A/398606.4E9,1082.32E-6,6371043.0/	GRAV 140
CALL MAKE(G,R)	GRAV 160
RA2=R(5)**2+R(6)**2+R(7)**2	GRAV 170
RA1=DSQRT(RA2)	GRAV 180
DO 1 J=1,3	GRAV 190
1 U(J)=R(J+4)/RA1	GRAV 200
C1=(A/RA1)**2	GRAV 210
C2=-MU/RA2	GRAV 220
B(1)=1.0+1.5*J2*C1*(1.0-5.0*U(3)**2)	GRAV 230
B(2)=B(1)	GRAV 240
B(3)=1.0+1.5*J2*C1*(3.0-5.0*U(3)**2)	GRAV 250
DO 2 J=1,3	GRAV 260
2 G(J+4)=C2*B(J)*U(J)	GRAV 270
RETURN	GRAV 280
END	GRAV 290

2. カルマンフィルターによる軌道および誘導パラメータの推定プログラム

メインプログラムに入る前に以下のオフライン計算が必要である。

(1) 各ステーションのトラッキングデータはカルマンフィルタールーチンへの入力として適切なデータ構造に変換されていなければならない。即ちメインプログラムの

READ(4) T, YM, YMM, HXX, HBB, DY において, GRTに関する観測残差ベクトル $DY(I, J)$ と観測感度行列 $HXX(M, J)$, $HBB(N, J)$ が磁気テープに格納されていなければならない。ここで

J : 各ステーションに ASSIGN された番号

T : 観測時間

$YM(I, J)$: 観測値

$YMM(I, J)$: GRTに関する観測規準値

$DY(I, J)$: $YM(I, J) - YMM(I, J)$

$HXX(M, J)$: H_x

$HBB(N, J)$: H_B

(2) カルマンサイクル間の遷移行列が磁気テープに格納されていなければならない。即ちメインプログラムの

READ(2) XJ, YJ, QJ

において

$$XJ : \phi_{11}(t_{j+1}, t_j) \quad (76) \text{ 式}$$

$$YJ : \phi_{12}(t_{j+1}, t_j) \quad (76) \text{ 式}$$

$$QJ : \Sigma(t_j) \quad (82) \text{ 式}$$

が計算されていなければならない。

メインプログラム

NN : 飛翔体の位置・速度および姿勢を規定するベクトルの次元。STABLE PLATFORM 方式の場合, $NN=6$, STRAPDOWN方式の場合 $NN=9$ 。

NA : IMUハードウェアの系統的誤差ベクトルの次元。

NBK : K 番目のステーションにおける系統的観測誤差ベクトルの次元 ($K=1, 2$)。

NMK : K 番目のステーションにおける観測ベクトルの次元。

JF : 計算終了時のステップ数

$JB(K)$: K 番目のステーションの観測開始時のステップ数

PX, PA, PB : それぞれ飛翔体の状態ベクトル, IMUハードウェア誤差ベクトル, およびステーション誤差ベクトルの初期推定誤差の 1σ 値。

RS : 観測ランダムノイズの 1σ 値。

備考1. メインプログラムのRUNKは次のサブプログラムが必要である。

$PRED$: カルマンサイクル間の予測値を計算

$KALFIL$: カルマンフィルターにより観測データを加工処理する。

HARP 5020 COMPILED LIST

C		EST 0000
C	TRAJECTORY RECONSTRUCTION AND GUIDANCE ERROR ANALYSIS PROGRAM	EST 0010
C	BY CONVENTIONAL T(OPTIMAL) KALMAN FILTERING METHOD	EST 0020
C		EST 0030
	WORD LENGTH 64 BITS	EST 0040
	DRUM DIMENSION D(10000)	EST 0050
	DIMENSION HXX(31,2),HBB(25,2)	EST 0060
	DIMENSION DBB(260),DAB(1300),DXB(150),DB(20)	EST 0070
	DIMENSION PBB(260),PAB(1300),PXB(150)	EST 0080
	DIMENSION PXX(85),PXA(740),PAA(6600),EX(13),EA(85),EB(20),DZ(12)	EST 0090
	DIMENSION PX(9),PA(81),PB(14)	EST 0100
	DIMENSION R(70),HX(80),HB(120),RS(8)	EST 0110
	DIMENSION XJ(85),YJ(740),QJ(85)	EST 0120
	DIMENSION JB(2)	EST 0130
	COMMON/RADAR/ DY(3,5),YM(3,5),YMM(3,5)	EST 0140
	COMMON/KALF/FF(10000)	EST 0150
	COMMON/PRED/DA(1000)	EST 0160
	EQUIVALENCE (FF(1),DBB(1)),(FF(400),DAB(1)),(FF(4000),DXB(1))	EST 0170
	1,(FF(5000),DB(1))	EST 0180
	EQUIVALENCE (PA(1),DA(1)),(PX(1),DA(100)),(PB(1),DA(200)),(RS(1)	EST 0190
	1,DA(300))	EST 0200
	DATA/DR/57.29577951308232/	EST 0220
10	FORMAT(4I10)	EST 0230
15	FORMAT(2I10)	EST 0240
20	FORMAT(8E10.3)	EST 0250
30	FORMAT(3I10)	EST 0260
60	FORMAT(2X,6(E15.8,3X))	EST 0270
85	FORMAT(1H0,5X,5HTIME=,F10.2/)	EST 0280
760	FORMAT(1H,3(5X,E15.8))	EST 0290
	READ(5,10) NN,NA,NB1,NB2	EST 0300
	READ(5,15) NM1,NM2	EST 0310
	READ(5,30) JF,JB	EST 0320
	NM=NM1+NM2	EST 0330
	NB=NB1+NB2	EST 0340
	READ(5,20) (PX(I),I=1,NN)	EST 0350
	READ(5,20) (PA(I),I=1,NA)	EST 0360
	READ(5,20) (PB(I),I=1,NB)	EST 0370
	READ(5,20) (RS(K),K=1,NM)	EST 0380
	CALL LET(HX,NM,NN)	EST 0390
	CALL SET(HX)	EST 0400
	CALL LET(HB,NM,NB)	EST 0410
	CALL SET(HB)	EST 0420
	CALL LET(PXX,NN,NN)	EST 0430
	CALL LET(PXA,NN,NA)	EST 0440
	CALL LET(PXB,NN,NB)	EST 0450
	CALL LET(PAA,NA,NA)	EST 0460
	CALL LET(PAB,NA,NB)	EST 0470
	CALL LET(PBB,NB,NB)	EST 0480
	CALL LET(EX,NN,1)	EST 0490
	CALL LET(EA,NA,1)	EST 0500
	CALL LET(EB,NB,1)	EST 0510
	CALL LET(DZ,NM,1)	EST 0520
	CALL MAKE(XJ,PXX)	EST 0530
	CALL MAKE(YJ,PXA)	EST 0540
	CALL MAKE(QJ,PXX)	EST 0550

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST

CALL SET(PXA)	EST 0560
CALL SET(PXB)	EST 0570
CALL SET(PAB)	EST 0580
CALL SET(PXX)	EST 0590
CALL SET(PAA)	EST 0600
CALL SET(PBB)	EST 0610
DO 1 I=1,NN	EST 0620
II=I+NN*(I-1)+4	EST 0630
1 PXX(II)=PX(I)**2	EST 0640
DO 2 I=1,NA	EST 0650
II=I+NA*(I-1)+4	EST 0660
2 PAA(II)=PA(I)**2	EST 0670
DO 3 I=1,NB	EST 0680
II=I+NB*(I-1)+4	EST 0690
3 PBB(II)=PB(I)**2	EST 0700
CALL LET(R,NM,NM)	EST 0710
CALL SET(R)	EST 0720
DO 4 I=1,NM	EST 0730
II=I+NM*(I-1)+4	EST 0740
4 R(II)=RS(I)**2	EST 0750
J=0	EST 0820
999 J=J+1	EST 0830
T=J-1	EST 0840
PRINT 85,T	EST 0850
DO 21 I=1,NB	EST 0860
II=I+NB*(I-1)+4	EST 0870
21 PB(I)=PBB(II)	EST 0880
DO 22 I=1,NA	EST 0890
II=I+NA*(I-1)+4	EST 0900
22 PA(I)=PAA(II)	EST 0910
DO 23 I=1,NN	EST 0920
II=I+NN*(I-1)+4	EST 0930
23 PX(I)=PXX(II)	EST 0940
WRITE(6,60)(PX(I),I=1,NN)	EST 0950
WRITE(6,60)(PA(I),I=1,NA)	EST 0960
WRITE(6,60)(PB(I),I=1,NB)	EST 0970
WRITE(6,60)(EX(I),I=5,NN+4)	EST 0980
WRITE(6,60)(EA(I),I=5,NA+4)	EST 0990
WRITE(6,60)(EB(I),I=5,NB+4)	EST 1000
KK=DZ(4)+0.01	EST 1010
PRINT 760,(DZ(K),K=5,KK)	EST 1020
READ(4)T,YM,YMM,HXX,HBB,DY	EST 1110
IF(J-JB(1))92,93,93	EST 1120
93 IF(J-JB(2))94,95,95	EST 1130
95 CONTINUE	EST 1140
CALL SET(HX)	EST 1150
DO 51 N=1,NN	EST 1160
DO 52 M=1,NM1	EST 1170
MJ=M+NM*(N-1)+4	EST 1180
MN=M+NM1*(N-1)+4	EST 1190
52 HX(MJ)=HXX(MN,1)	EST 1200
N1=NM1+1	EST 1210
DO 53 M=N1,NM	EST 1220
MJ=M-NM1+NM2*(N-1)+4	EST 1230
MN=M+NM*(N-1)+4	EST 1240

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST

53	HX(MN)=HXX(MJ, 2)	EST 1250
51	CONTINUE	EST 1260
	CALL SET(HB)	EST 1270
	DO 54 M=1, NM1	EST 1280
	DO 54 N=1, NB1	EST 1290
	MN=M+NM1*(N-1)+4	EST 1300
	MJ=M+NM*(N-1)+4	EST 1310
54	HB(MJ)=HBB(MN, 1)	EST 1320
	N2=NB1+1	EST 1330
	DO 55 M=N1, NM	EST 1340
	DO 55 N=N2, NB	EST 1350
	MJ=M-NM1+NM2*(N-NB1-1)+4	EST 1360
	MN=M+NM*(N-1)+4	EST 1370
55	HB(MN)=HBB(MJ, 2)	EST 1380
	DO 56 I=1, NM1	EST 1390
56	DZ(I+4)=DY(I, 1)/DR	EST 1400
	II=4+NM1	EST 1410
	DO 57 I=1, NM2	EST 1420
	I1=I+II	EST 1430
57	DZ(I1)=DY(I, 2)/DR	EST 1440
	GO TO 99	EST 1450
94	CONTINUE	EST 1460
	DO 61 K=1, NM1	EST 1470
61	DZ(K+4)=DY(K, 1)/DR	EST 1480
	DO 62 K=1, NM1	EST 1490
	DO 62 L=1, NB1	EST 1500
	KL=K+NM1*(L-1)+4	EST 1510
	KK=K+NM*(L-1)+4	EST 1520
62	HB(KK)=HBB(KL, 1)	EST 1530
	DO 63 K=1, NM1	EST 1540
	DO 63 L=1, NN	EST 1550
	KK=K+NM*(L-1)+4	EST 1560
	KL=K+NM1*(L-1)+4	EST 1570
63	HX(KK)=HXX(KL, 1)	EST 1580
99	CONTINUE	EST 1590
	CALL KALFIL(PXX, PXA, PXB, PAA, PAB, PBB, EX, EA, EB, R, DZ, HX, HB)	EST 1600
	IF(J-421) 150, 160, 150	EST 1610
160	CALL MPRINT(PXX)	EST 1620
	CALL MPRINT(PXA)	EST 1630
	CALL MPRINT(PXB)	EST 1640
	CALL MPRINT(PAA)	EST 1650
	CALL MPRINT(PAB)	EST 1660
	CALL MPRINT(PBB)	EST 1670
	CALL MPRINT(EX)	EST 1680
	CALL MPRINT(EA)	EST 1690
	CALL MPRINT(EB)	EST 1700
	CALL MPRINT(DZ)	EST 1710
150	CONTINUE	EST 1720
92	CONTINUE	EST 1730
	IF(J-JF) 990, 1000, 1000	EST 1740
990	READ(2) XJ, YJ, QJ	EST 1800
	CALL PRED(PXX, PXA, PXB, PAA, PAB, PBB, EX, EA, EB, XJ, YJ, QJ)	EST 1810
	GO TO 999	EST 1830
1000	STOP	EST 1840
	END	EST 1850

HARP 5020 COMPILED LIST PREDICT

CPREDICT	HARP	PRED 110
	SUBROUTINE PRED(PXX,PXA,PXE,FAA,PAB,PBE,EX,EA,EB,XJ,YJ,QJ)	PRED 120
	DIMENSION PXX(1),PXA(1),PAA(1),EX(1),EA(1),XJ(1),YJ(1),GJ(1),	PRED 130
	1PXB(1),PAB(1),PBB(1),EB(1)	PRED 135
	DIMENSION A(85),B(740)	PRED 140
C	N IS LESS THAN 9	PRED 160
C	NA IS LESS THAN 81	PRED 170
C	NB IS LESS THAN 7	PRED 180
	COMMON/PRED/DA(1000)	PRED 190
	EQUIVALENCE (B(1),DA(1)),(A(1),DA(801))	PRED 195
	CALL MULT(A ,XJ,EX)	PRED 200
	CALL MULT(EX,YJ,EA)	PRED 210
	CALL ADD(EX,1.0,EX,1.0,A)	PRED 220
C		PRED 230
	CALL MULTP(A,PXX,XJ)	PRED 240
	CALL MULTP(B,PXA,YJ)	PRED 250
	CALL ADD(A,1.0, A,1.0,B)	PRED 260
C	COMPUTE PXA	PRED 270
	CALL MULT(B,XJ,PXA)	PRED 280
	CALL MULT(PXA,YJ,PAA)	PRED 290
	CALL ADD(PXA,1.0,PXA,1.0,B)	PRED 300
C	COMPUTE PXB	PRED 310
	CALL MULT(B,XJ,PXB)	PRED 320
	CALL MULT(PXB,YJ,PAB)	PRED 330
	CALL ADD(PXB,1.0,PXB,1.0,B)	PRED 340
C	COMPUTE PXX	PRED 350
	CALL MULT(PXX,XJ,A)	PRED 360
	CALL MULTP(B ,YJ,PXA)	PRED 370
	CALL ADD(PXX,1.0,PXX,1.0,B)	PRED 380
	CALL ADD(PXX,1.0,PXX,1.0,QJ)	PRED 390
	RETURN	PRED 400
	END	PRED 410

HARP 5020 COMPILED LIST KALFIL

```

CKALFIL      HARP      64                                KALF  10
SUBROUTINE KALFIL(PXX,PXA,PXB,PAA,PAB,PBB,EX,EA,EB,R,DZ,HX,HB) KALF  20
DIMENSION PXX(1),PXA(1),PXB(1),PAA(1),PAB(1),PBB(1),EX(1),EA(1), KALF  30
1 EB(1),R(1),DZ(1),HX(1),HB(1)                                KALF  40
DIMENSION C(85),A(68),DT(6565),DA(76),DM(76),DC(655),DN(655),DD ***** 10
1 (132),DP(132),DJ(76),DK(655),DL(132),GM(8,8)              ***** 20
COMMON/KALF/FF(10000)                                        ***** 30
EQUIVALENCE (FF(1),DT(1)),(FF(6566),DC(1)),(FF(7221),DN(1)),(FF ***** 40
1 (7876),DK(1)),(FF(8531),DD(1)),(FF(8663),DP(1)),(FF(8795),DL(1)), ***** 50
2 (FF(8927),C(1)),(FF(9012),A(1)),(FF(9080),DA(1)),(FF(9156),DM(1)), ***** 60
3 (FF(9232),DJ(1))                                          ***** 70
C      C(MAX(N,A,B,R*R)+4),A(R*R+4),DT(MAX(N**2,N*A,N*B,A*B,      00
C      A*A,B*B)+4),DA(R*N+4),DM(R*N+4),DC(R*A+4),DN(R*A+4),DD(R*B  10
C      +4),DP(R*B+4),DJ(N*R+4),DK(A*R+4),DL(B*R+4),GM(R,R)      20
C      COMPUTE MEASUREMENT RESIDUAL                            KALF 125
CALL MULT(DA,HX,EX)                                          KALF 130
CALL MULT(DM,HB,EB)                                          KALF 140
CALL ADD(DZ,1.0,DZ,-1.0,DA)                                  KALF 150
CALL ADD(DZ,1.0,DZ,-1.0,DM)                                  KALF 160
C                                                                KALF 165
CALL MULT(DA,HX,PXX)                                          KALF 170
CALL MULTP(DM,HB,PXB)                                         KALF 180
CALL ADD(DA,1.0,DA,1.0,DM)                                    KALF 190
C                                                                KALF 195
CALL MULT(DC,HX,PXA)                                          KALF 200
CALL MULTP(DN,HB,PAB)                                         KALF 210
CALL ADD(DC,1.0,DC,1.0,DN)                                    KALF 220
C                                                                KALF 225
CALL MULT(DD,HX,PXB)                                          KALF 230
CALL MULT(DP,HB,PBB)                                          KALF 240
CALL ADD(DD,1.0,DD,1.0,DP)                                    KALF 250
C                                                                KALF 255
CALL MULTP(C,HX,DA)                                           KALF 260
CALL MULTP(A,HB,DD)                                           KALF 270
CALL ADD(C,1.0,C,1.0,A)                                       KALF 280
C                                                                KALF 285
CALL MAKE(A,R)                                                 KALF 290
CALL ADD(C,1.0,C,1.0,A)                                       KALF 300
C                                                                KALF 305
II=C(1)+0.01                                                  KALF 310
DO 1 I=1,II                                                    KALF 320
DO 1 J=1,II                                                    KALF 330
IJ=I+II*(J-1)+4                                              KALF 340
1 GM(I,J)=C(IJ)                                               KALF 350
CALL MATINV(GM,II,C,0,DET,II)                                  KALF 360
DO 2 I=1,II                                                    KALF 370
DO 2 J=1,II                                                    KALF 380
IJ=I+II*(J-1)+4                                              KALF 390
2 A(IJ)=GM(I,J)                                               KALF 400
C                                                                KALF 405
CALL TRANSP(DJ,DA)                                             KALF 410
CALL TRANSP(DK,DC)                                             KALF 420
CALL TRANSP(DL,DD)                                             KALF 430
C                                                                KALF 435
C      COMPUTE KALMAN GAIN MATRIX                              KALF 440

```

(続き) HARP 5020 COMPILED LIST KALFIL

C	CALL MULT(DM, DJ, A)	KALF 445
	CALL MULT(DP, DL, A)	KALF 450
	CALL MULT(DN, DK, A)	KALF 460
C		KALF 470
	CALL MULT(DT, DM, DA)	KALF 475
	CALL ADD(PXX, 1.0, PXX, -1.0, DT)	KALF 480
	CALL MULT(DT, DM, DC)	KALF 490
	CALL ADD(PXA, 1.0, PXA, -1.0, DT)	KALF 500
	CALL MJLT(DT, DM, DD)	KALF 510
	CALL ADD(PXB, 1.0, PXB, -1.0, DT)	KALF 520
	CALL MULT(DT, DN, DC)	KALF 530
	CALL ADD(PAA, 1.0, PAA, -1.0, DT)	KALF 540
	CALL MULT(DT, DN, DD)	KALF 550
	CALL ADD(PAB, 1.0, PAB, -1.0, DT)	KALF 560
	CALL MULT(DT, DP, DD)	KALF 570
	CALL ADD(PBB, 1.0, PBB, -1.0, DT)	KALF 580
C		KALF 590
C	UPDATE ESTIMATE	KALF 595
C		KALF 600
	CALL MULT(C, DM, DZ)	KALF 605
	CALL ADD(EX, 1.0, EX, 1.0, C)	KALF 610
	CALL MULT(C, DN, DZ)	KALF 620
	CALL ADD(EA, 1.0, EA, 1.0, C)	KALF 630
	CALL MULT(C, DP, DZ)	KALF 640
	CALL ADD(EB, 1.0, EB, 1.0, C)	KALF 650
C		KALF 660
	RETURN	KALF 665
	END	KALF 670
		KALF 680

航空宇宙技術研究所資料 266号

昭和 49 年 11 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町 1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山 4-1-7(羽田ビル)
