

ブロック構造型直交格子と IB 法を用いた LEE コード構築

福島裕馬（東北大院），佐々木大輔（東北大工），中橋和博（東北大工）

Code Development of Linearized Euler Equation on Block-Structured Cartesian Mesh Combined with Immersed Boundary Method

by

Yuuma Fukushima, Daisuke Sasaki and Kazuhiro Nakahashi (Tohoku University)

ABSTRACT

Recently, noise of airplane has been lowered due to the improvement of each component. However, regulations of airport noise are just the same getting stringent, and thus the attention is currently focused on noise analyses for the further noise reduction. Among them, this study focuses the acoustic analysis using the Linearized Euler Equation (LEE). LEE is often calculated on multi-block structured or unstructured mesh. However, mesh generation around complicated geometries takes time on structured mesh and cost of high order calculation gets larger on unstructured mesh. In this study, a LEE code for aeroacoustic analysis is developed on block structured Cartesian mesh of Building-Cube Method (BCM). BCM has several advantages over structured or unstructured mesh: quick mesh generation for complicated geometries, easy application of high order scheme, high efficiency in calculation, and easy parallelization of process. To make an accurate calculation, the Immersed Boundary Method is implemented for wall boundary treatment and high order Lagrange interpolation is implemented at the Cube boundary for data exchange. At outer boundary, buffer zone boundary condition is implemented. This code is validated through acoustics scattering problems around cylinders and the Root Mean Square Error (RMSE) and Maximum error of calculations are compared. In results, presented method shows high accuracy even if the objects are complicated triple cylinders and the effectivity was verified.

1. 背景及び目的

近年、高バイパス比エンジンの採用などによって航空機から発生する騒音は低下している。その一方で、空港付近の騒音規制は厳しくなっており、更なる低騒音化に向けた騒音解析の研究はより重要になっている。音響場の数値解析の中で、圧縮性オイラー方程式を音波成分に対して線形化した線形オイラー方程式(Linearized Euler Equation, LEE)を用いた解析法は、広く用いられている。Curle の式を用いた解析¹⁾と比較して、解析対象が一様な流れ場の領域に限定されず、物体近傍での回折や反射も取り入れた音波の予測に適している。

これまでの LEE を用いた実形状の解析や最適化は、主に構造格子、非構造格子によって行われている^{2,3)}。しかし、実際の複雑形状を取り扱う際には、従来の構造格子、非構造格子を用いた手法ではそれぞれ課題がある。構造格子を用いた解析では、物体形状に沿った格子を配置するために物体適合性に優れているが、航空機全機形状やさらに複雑な形状周りに格子を配置するには膨大な時間を要し、実用的ではない。非構造格子による解析は複雑形状を扱うのに優れているが、一般に空間精度が低く、高次精度解法では格子点当たりの計算コストが大きくなってしまふ。そこで本研究では、単純な直交格子を用いた解析に着目した。直交格子による解析では、空間を直交に分割するという簡便さのために複雑形状を容易に扱うことができる。また、空間高次精度化が容易、計算効率が高いという利点もある。直交格子による解析の問題は、壁面表現が階段状となることによる誤差である。本研究では、その問題を局所細分化格子、及び境界埋め込み法(Immersed Boundary Method, IBM)を用いて解決する。

直交格子を用いた解析は、階段状近似による影響をできるだけ小さくするために、物体近傍に細かい格子を必要とする。しかし、等間隔格子や不等間隔格子において高密度な格子を用いると、細かい格子点が不必要な遠方にまで配置される。そこで本研究では、中橋の提案したブロック型直交格子法(Building-Cube Method, BCM)⁴⁾を参考に、Multi-size Mesh を用いた局所細分化格子による解析を行う。これにより、物体から離れた領域においては必要十分な粗さの格子を用いる一方で、物体近傍にはより細かく細分化された格子を用いることで、格子点の増加を抑えながら階段状

近似による誤差を抑制できる。また、局所細分化格子のみでは、物体近傍をどれほど細かく細分化しても、表面に関しては階段状近似の影響は残ってしまうために、より高精度な壁面の取り扱いが望ましい。加えて、陽解法による解析では最小格子幅によって time step が決定してしまう。これらのことより、精度良い解析を実用的な細かさで行う必要がある。そこで、本研究では IBM による物体表現を用いる。IBM は、直交格子において精度よく物体を表現するために提案されたもので、本研究では Ghost Cell と Image Point を用いたものを適用する。

本研究の目的は、複雑形状においても容易に解析のできる LEE コードの開発である。それを実現するために、BCM のブロック型直交格子と壁境界条件として IBM を用いる。検証計算として、曲率形状を持つ円柱周りの音波散乱問題を解析することによって格子細分化の効果とその適用範囲を確認する。また、本手法の有用性を示すために計算手法の違いによって発生する誤差を比較する。

2. 計算手法

2.1 支配方程式

LEE の二次元での表記を式(1)~(4)に示す。実際の LEE の計算では、流れ場の平均成分 Q_0 と音源 S を与えて、変動成分 Q' の時間発展を計算する。したがって、実問題を計算する際には対象とする物体周りの流れ場を先に計算する必要がある。

$$\frac{\partial Q'}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + H = S \quad (1)$$

$$Q' = \begin{bmatrix} \rho' \\ u' \\ v' \\ p' \end{bmatrix}, Q_0 = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ u_0 \\ v_0 \\ p_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$E = \begin{bmatrix} \rho_0 u' + \rho' u_0 \\ u_0 u' + \frac{p'}{\rho_0} \\ u_0 v' \\ u_0 p' + \gamma p_0 u' \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho_0 v' + \rho' v_0 \\ v_0 u' \\ v_0 v' + \frac{p'}{\rho_0} \\ v_0 p' + \gamma p_0 v' \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ u' \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} - \nabla v_0 \right) + \frac{1}{(\rho_0)^2} \left(\rho' \frac{\partial p_0}{\partial x} + p' \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \right) \\ v' \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} - \nabla v_0 \right) + \frac{1}{(\rho_0)^2} \left(\rho' \frac{\partial p_0}{\partial y} + p' \frac{\partial \rho_0}{\partial y} \right) \\ (\gamma - 1) [p' \nabla v_0 - \bar{v}' \nabla p_0] \end{bmatrix} \quad (4)$$

この支配方程式の中で、空間微分には7つの stencil を用いる4次精度の有限差分スキームであるDRP (Dispersion Relation Preserving)スキーム⁵⁾を用いた。また、後述するCube境界や物体境界からの非物理的な振動を取り除くために4次精度のDamperを各iterationで適用している。時間積分には6段階4次精度のLDDRK (Low Dissipation Dispersion Runge-Kutta)⁶⁾を用いた。

2. 2 計算アルゴリズム

計算格子は以下の手順によって作成される。まず図1のように、計算領域はCubeと呼ばれる2ⁿ倍の大きさの違いを持つ正方形領域で分割される。そして、それぞれのCubeは図2のように各軸方向同数の正方形Cell(格子点)で分割され、計算はCubeごとに行われる。この方法は、すべてのCubeが同数のCellを含んでいるので、並列計算の際の負荷に偏りがなく並列化効率に優れている。また、1つのCubeは隣り合うCubeと重なり合ったGhost Cellを3つ保持している。このCellの存在により、7つの stencil を使う4次のDRPスキームを1つのCube全体に簡単に適用することができる。格子が細分化される際には、1つのCubeが4つに分割され、それぞれ分割された領域は別々のCubeとして等間隔のCellが配置される。この際、隣り合うCubeの大きさの違いが最大でも2倍になるようにスムージングされる。

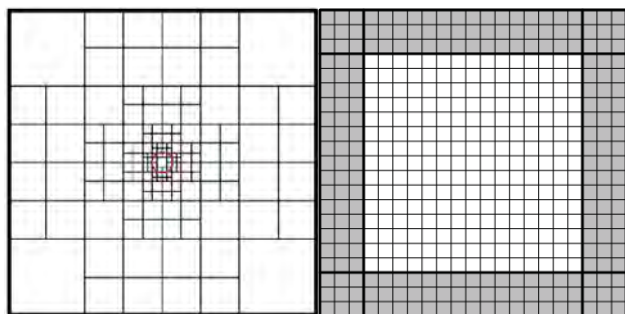


図1 計算領域

図2 Cubeの構成 (15×15Cell, 3Ghost Cell)

2. 3 Cube境界

大きさの違うCubeの境界では、格子点が繋がっていないために、補間によって情報を交換する必要がある。簡単な方法として、大きいCubeから小さいCubeへ補間する際には、1つのCellが持っている物理量をそのまま小さいCubeのGhost Cellの物理量として用いる0次精度補間がある。また、小さいCubeから大きいCubeへ補間する際には、大きいCubeのGhost Cellに重なる小さいCubeのCell4つの平均値を用いる1次精度補間がある。しかし、これら低次精度の補間では物理量分布は連続にはならないのでCube境界において非物理的な反射や減衰が起ってしまう、音波などの比較的振幅の小さい擾乱を扱うにはこの非物理的な影響が大きくなる。これを防ぐために、本研究では高次の多項式補間法であるLagrange補間を用いた⁷⁾。これは、式(5)~(7)に示す距離の重み関数を用いて補間を行うものである。

$$Q_{target}(x_{target}, y_{target}) = \sum_{j,k} Q_{surround}(x_j, y_k) w_j(x_{target}) w_k(y_{target}) \quad (5)$$

$$w_j(x_{target}) = \prod_{i \neq j} \frac{(x_{target} - x_i)}{(x_j - x_i)} \quad (6)$$

$$w_k(y_{target}) = \prod_{i \neq k} \frac{(y_{target} - y_i)}{(y_k - y_i)} \quad (7)$$

図3は小さいCubeから大きいCubeへの補間を示している。補間を行うGhost Cellは1列に対して3つであるが、ルンゲ現象を抑えるため、補間に用いる stencil が対称となるようにCube境界に最も近いCellは2×2点での補間、その他2つは4×4点での補間を行う。図4は大きいCubeから小さいCubeへの補間を示しているが、こちらはGhost Cell 2列分の補間点に対して大きいCubeの3×3点の同じCellの物理量を用いた補間を行う。

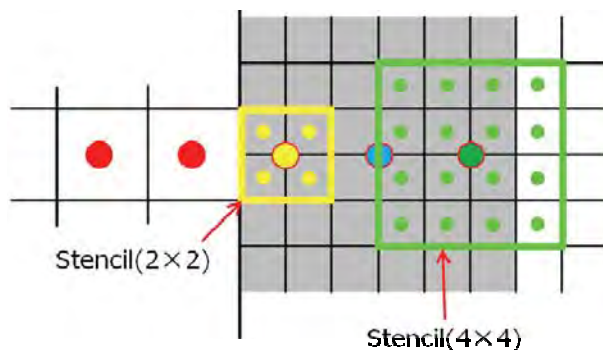


図3 小さいCubeから大きいCubeへの補間

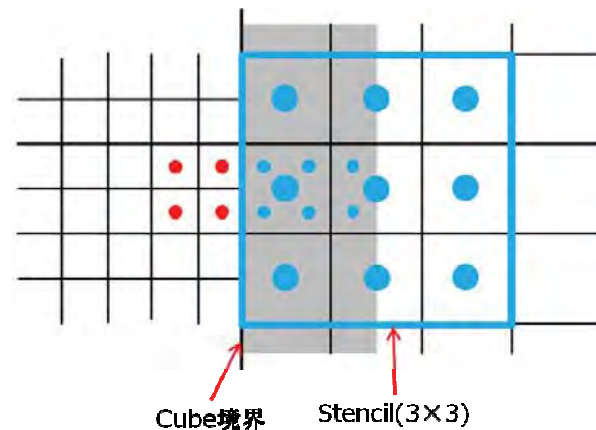


図4 大きいCubeから小さいCubeへの補間

2. 4 吸収境界

本研究では、外部へ向かう音波の反射を防ぐために、外部境界付近に吸収領域を設定する方法を用いる。吸収境界ではBuffer Zone境界条件⁸⁾を計算解に陽的に適用する。Buffer Zone境界条件は、計算領域の外部境界付近に吸収領域を設定し、吸収領域の長さとその内部境界からの位置情報によって振幅を特定の値に減衰させるというものである。減衰係数の最大値は最小格子幅と音速によって決定し、外部境界で最大値、吸収領域開始位置で0となる。本研究では、減衰係数の急激な変化による不必要な反射を防ぐために減衰係数を2次関数として滑らかに変化させている。吸収領域内で適用する式を式(8)~(11)に示す。

$$Q^{(n+1)} = \overline{Q^{(n+1)}} - \sigma \left(\overline{Q^{(n+1)}} - Q_{target} \right) \quad (8)$$

$$\sigma(x) = \sigma_{\max} \left| 1 - \frac{x-L}{L} \right|^\beta \quad (9)$$

$$\sigma(y) = \sigma_{\max} \left| 1 - \frac{y-L}{L} \right|^\beta \quad (10)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{2\bar{c}}{\Delta x}, \beta=2 \quad (11)$$

ここで、 $Q^{(n+1)}$ は iteration ごと の 解、 $Q^{(n)}$ は 減 衰 後 の 解、 Q_{target} は 解 を 減 衰 さ せ る 目 標 と なる 値 で あ る が、LEE の 計 算 で は 0 と なる。 $\sigma(x), \sigma(y)$ は それ ぞ れ x 軸 方 向、y 軸 方 向 の 減 衰 係 数、 L は 吸 収 領 域 幅、 x, y は Buffer Zone の 内 部 境 界 か ら の 距 離 で あ る。 吸 収 領 域 の 大 き さ を 決 定 す る 際 に は 図 5 に 示 す よ う に、外 部 境 界 に 接 す る Cube の 中 で 最 も 小 さ い Cube の 幅 を 基 準 と し て 計 算 を 行 う。

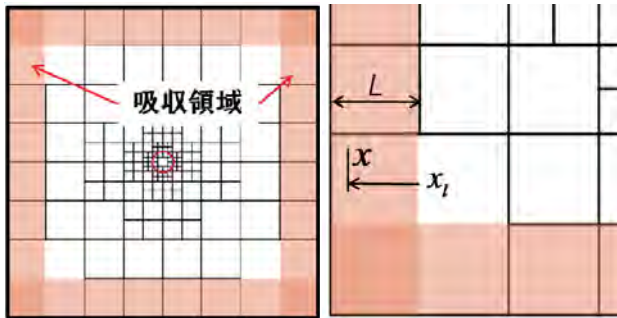


図5 吸収境界位置と左下領域の拡大図

2. 5 Immersed Boundary Method

本研究において用いる IBM は Ghost Cell と Image Point を 用 いた も の⁹⁾ で あ る。 図 6 に、Ghost Cell と Image Point、補 間 参 照 点 の 位 置 関 係 を 示 す。 こ こ で、 $q_1 \sim q_4$ は それ ぞ れ の 参 照 点 に お け る 物 理 量、 q_{IP} は Image Point で の 物 理 量 で あ る。 ま ず、物 体 形 状 を 入 力、各 Cell が 物 体 の 内 部 か 外 部 か を 判 別 す る。 こ の 際、Cell 中 心 が 物 体 の 外 部 に 位 置 し な い Cell を 内 部 Cell と す る。 そ の 物 体 内 部 の 一 つ 目 の Cell を Ghost Cell と し て 用 い る。 そ し て、Ghost Cell か ら 物 体 表 面 の 法 線 方 向 の、最 小 Cell の 1.5 倍 の 長 さ の 位 置 に Image Point を 定 義 す る。 こ こ で、Image Point を 囲 む 4 つ の 参 照 点 か ら の 物 理 量 q_{IP} へ の 補 間 の 際 に Ghost Cell 自 身 が 補 間 参 照 点 と なる の を 防 ぐ た め、Cell の 対 角 線 の 長 さ で あ る、最 小 Cell の $\sqrt{2}$ 倍 以 上 の 位 置 と し て い る。 最 後 に、物 体 表 面 垂 直 方 向 の 速 度 ベ ク ト ル が 0 で あ り、圧 力 が ノ イ マ ン 条 件 を 満 た す よ う に q_{IP} を 用 い て Ghost Cell の 値 を 決 定 す る。 Image Point へ の 補 間 は Image Point を 囲 む 2×2 の 4 点 を 用 い て 式(12) に よ る 線 形 補 間 を 行 う。 式(12) に お い て、 x, y は、参 照 点 1 を 基 準 と し た Image Point へ の 座 標 方 向 の 距 離、 $a_1 \sim a_3$ は 補 間 係 数 で あ る。

$$\begin{cases} q_{IP} = q_1 + df(x, y) \\ df(x, y) = a_1x + a_2y + a_3xy \\ df^2 = q_2 - q_1 \\ df^3 = q_4 - q_1 \\ df^4 = q_4 - q_1 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} dx & 0 & 0 \\ 0 & dy & 0 \\ dx & dy & dx dy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} df_2 \\ df_3 \\ df_4 \end{bmatrix}$$

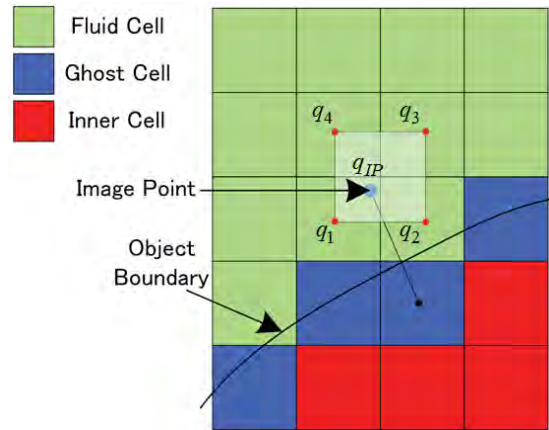


図6 IB Method

3. 結果および考察

3. 1 一円柱による音波散乱計算

検証計算として、一円柱周りの音波散乱の計算を行った。これは Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems¹⁰⁾ で 取 り 挙 げ ら れ た 課 題 で あ る。 具 体 的 な 内 容 は、二 次 元 平 面 の 原 点 に 航 空 機 の 胴 体 を 模 擬 し た 直 径 $1D$ の 円 柱 が あ り、座 標 $(4D, 0)$ の 位 置 に プロペラ から 発 生 す る 音 を 模 擬 し た 単 極 子 音 源 が あ る。 実 際 の プロペラ 騒 音 は 単 極 子 音 源 で は な い が、曲 率 を 持 つ 物 体 に よ る 反 射 波 の 正 確 な 計 算 に 加 え て、音 源 か ら の 波 と 反 射 波 の 干 渉 が 捕 ら え ら れ る か を 検 証 す る の に 適 し た 問 題 で あ る。 本 課 題 に は 放 射 音 の 指 向 性 分 布 に つ い て 解 析 解 が 存 在 し、厳 密 な 比 較 を 行 う こ と が 可 能。 入 力 は 式(13)、(14) に 示 す 単 極 子 ガ ウ ス 分 布 入 力 を 圧 力 項 に 加 え る。

$$S = A \exp \left[-\ln 2 \left(\frac{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2}{b^2} \right) \right] \sin 8\pi t \quad (13)$$

$$(x_s, y_s) = (4, 0), A = 1, b = 0.2 \quad (14)$$

本課題について、三種類の格子を用いた解析を行い、格子細分化の効果と適用範囲を検証した。表1に計算に用いた格子情報を示す。また、図7に基準となる Base Mesh と、物体周りに1回、2回の細分化を行った Fine Mesh1、2の物体境界、Cube境界、吸収領域を表示したものを示す。1つのCubeに含まれるCellはすべての条件において $125 \times 125 = 15,625$ である。計算領域は円柱の直径 D を基準として吸収領域も含めて $20D \times 20D$ の領域を用いた。例として Base Mesh を 見 る と、計 算 領 域 は 8×8 の 同 じ 大 き さ の Cube で 表 現 さ れ て お り、総 格 子 点 数 は 100 万 点 と な っ て い る。こ の 格 子 に お け る 最 小 格 子 幅 は 一 様 に $2.0 \times 10^{-2}D$ で あ り、Point Per Wavelength (PPW) = 12.5 と な っ て い る た め、計 算 領 域 全 体 で 波 長 $\lambda = 0.25$ の 波 を 解 像 す る の に 十 分 な 格 子 と な っ て い る。外 部 境 界 に 接 し て い る Cube は 全 領 域 で Buffer Zone 境 界 条 件 が 実 装 さ れ て い る た め、125Cell の 吸 収 領 域 と な っ て い る。

表1 格子情報(一円柱)

	Δd	Number of Cubes	Number of computational Cells
c1_Base	0.020D	64	1,000,000
c1_Fine1	0.010D	76	1,187,500
c1_Fine2	0.005D	88	1,375,000

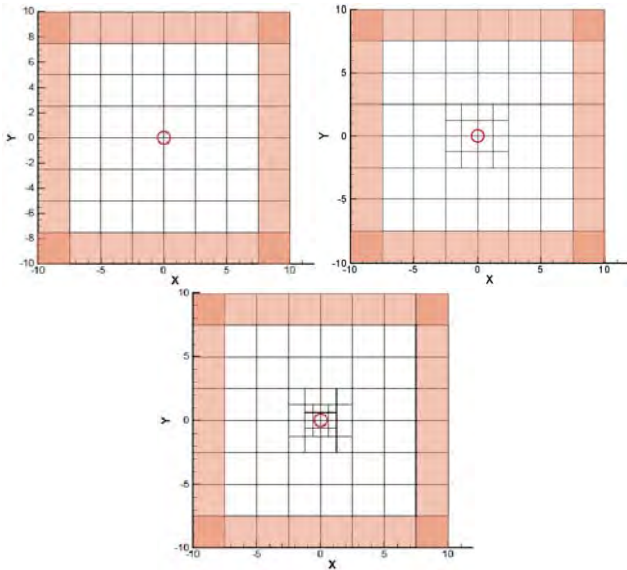


図7 一円柱周りの Cube 配置 (左上:Base, 右上:Fine1, 下:Fine2)

計算結果として図 8 に一円柱周りの瞬時圧力変動分布を示す。図を見ると、音源からの音波が円柱によって散乱され、干渉波が周りに伝搬していることが分かる。また外部境界付近では、吸収領域によって音波が減衰されていることが確認できる。図中において黒線は Cube 境界を示しているが、圧力変動が境界を越えて連続的に伝搬していることも確認できる。図 9 には、原点から $r=5D$ の位置での放射音強度

$$D(\theta) = \overline{rp^2} \tag{15}$$

を音源方向から反時計回りに $90 \sim 180 \text{deg}$ の位置でサンプリングしたものを示す。圧力の二乗平均を計算する際は、120 周期分計算し、周期解の得られる最後の 4 周期分の値を積分した平均値を用いた。

図 9 を見ると、Base Mesh における計算では全体的に解析解に対して低い値を示しており、 100deg 付近においては解析解との一致が見られるが 130deg , 155deg 付近においてはずれが顕著に見られる。このずれは円柱周りの格子を細分化するにつれて改善され、最小格子幅が $5.0 \times 10^{-3}D$ である Fine Mesh2 による計算では解析解と一致した。この計算結果から、本計算手法では物体の代表長さに対して最小格子幅 $5.0 \times 10^{-3}D$ 程度を用いれば物体を適切に表現でき、IBM による物体表現と合わせて階段状近似による誤差を極力抑えられることが分かった。

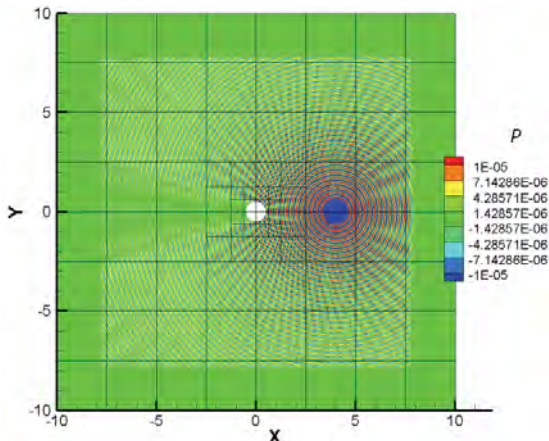


図8 一円柱周りの圧力分布(Fine2)

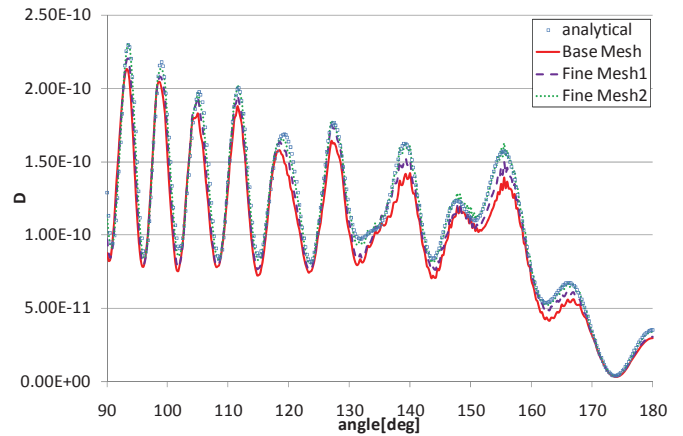


図9 一円柱周りの放射音強度分布

この結果を基にして、本研究において適用した手法の誤差に与える影響を調べる。Fine Mesh2 での解析を基準として、吸収層の厚さ、Cube 境界における Lagrange 補間の有無、物体境界における IBM の有無について計算結果の誤差を比較した。ここで、Lagrange 補間を用いない場合には 0 次精度、1 次精度の補間を行い、IBM を用いない場合には Ghost Cell 近傍の流体 Cell の物理量の平均値を用いて Ghost Cell の物理量を決定した。計算条件は検証計算における Fine Mesh2 による計算と同様であり、変更した部分とそのときの誤差を表 2 に示す。L は外部境界に接する Cube の大きさを基準とした吸収層の厚さを示しており、 $L=1.0$ は外部境界に接する Cube をそのまま吸収境界としているので 125Cell の吸収層となっている。同じように、 $L=0.5$ は 64Cell、 $L=1.5$ は 190Cell の吸収層となっている。また、誤差の二乗平均平方根(Root Mean Square Error, RMSE)、最大誤差については解析解に対する百分率により表記している。表 2 を見ると、吸収層の厚さが増加するに従い、RMSE、最大誤差共に減少していることが分かる。これは、吸収層が大きくなることにより、外部に向かう波が吸収層内で反射を起さずに減衰されているためである。また、Lagrange 補間を行わない場合、IBM を適用しない場合には総じて誤差が大きくなる傾向にあり、IBM を用いなかった場合には最大誤差が 40%ほどになった。図 10 に、Lagrange 補間を適用しなかった場合、IBM を適用しなかった場合の計算結果について、解析解との比較を示す。この図を見ると、Lagrange 補間を適用しない場合には波形は乱れないが、全体として振幅が小さくなっていることが分かる。そして、IBM を適用しない場合、解の傾向は捉えているものの、波形は大きく乱れていることが分かる。これらの結果から、本研究において適用した手法が音響解析において有用であることが確かめられた。

表2 計算手法による誤差の比較(一円柱)

L	Lag.	IBM	RMSE[%]	Max. Error[%]
0.5	○	○	7.97	25.35
1.0	○	○	3.69	12.36
1.5	○	○	3.28	7.35
1.0	—	○	11.95	33.57
1.0	○	—	11.84	40.59

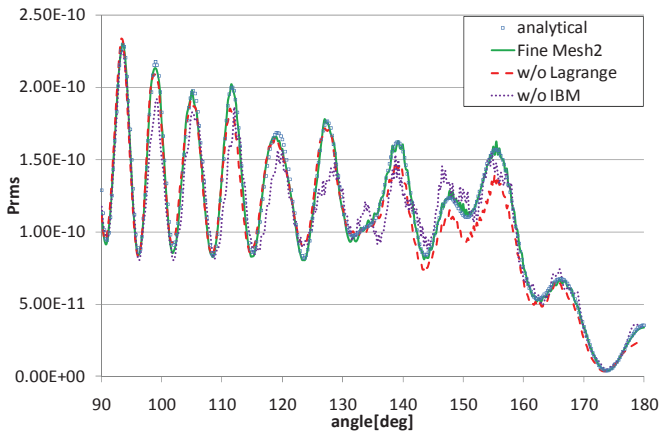


図10 異なる計算手法における解の比較

3. 2 三円柱による音波散乱計算

一円柱における検証計算の結果を参考に、三円柱周りの音波散乱問題を解析する。これは Fourth Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems の課題である。音源は原点にあり、座標(-3D,0)に直径 1D の円と (3D,4D), (3D,-4D)の位置に直径 0.75D の円がある。物体が複数存在する場合には、単体の場合に比べて反射波が複雑に干渉しあう。本研究の目的は、この問題のように複数の物体が存在する複雑な場合においても正確に解を得ることである。式(16)に入力条件を示す。

$$(x_s, y_s) = (0, 0), A = 0.4, b = 0.2 \quad (16)$$

一円柱での解析では、物体周りの格子を $5.0 \times 10^3 D$ まで細分化した格子が最も良い結果を示したので、三円柱の計算では、同様にそれぞれの円柱周りの最小格子幅を $5.0 \times 10^3 D$ とした格子を用いて、円柱表面、または計算領域内の y 軸上における圧力二乗平均値を計算し、計算手法による誤差の比較を行った。二乗平均を計算する際は、120 周期分計算し、周期解が得られるようになった最後の 4 周期分の値を用いて計算した。表 3 に、基準として用いた格子 (Fine Mesh) の格子情報を示す。図 11 に用いた計算格子の物体境界、Cube 境界と吸収領域を表示したものを示す。

表 3 格子情報(三円柱)

	Δd	Number of Cubes	Number of computational Cells
c3 Fine	0.0050D	136	2,125,000

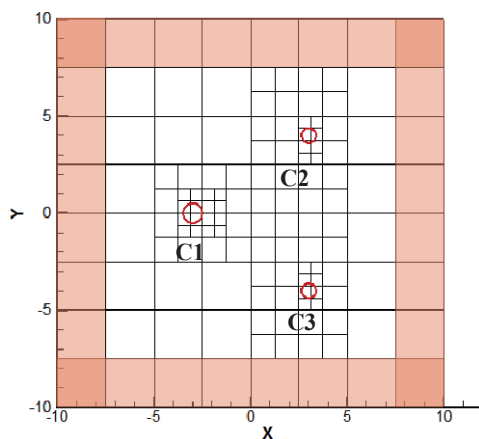


図11 3円柱周りの Cube 配置(Fine)

計算結果として、計算領域全体における圧力二乗平均値分布を図 12 に示す。図 12 を見ると、音源点からの音波が

三円柱によって散乱され、干渉波がより複雑になっていることが確認できる。また、このような複雑な物理量場においても Cube 境界では物理量の変動が滑らかに伝わっていることも確認できる。

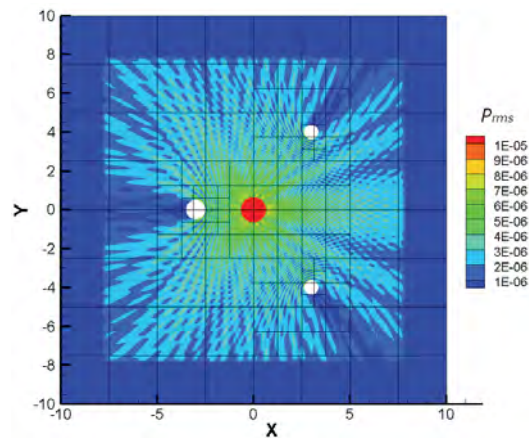


図12 三円柱周りの圧力二乗平均値分布

解析解からの誤差の比較を表 4, 5 に示す。ここで、C1, C2 は図 11 におけるそれぞれの円柱表面、Y=0 は計算領域内の y 軸上における値である。また、図 13, 14 は円柱表面における計算結果、図 15 は y 軸上の $x=-2.5 \sim -0.5$ での値を示している。図 13, 14 における横軸の角度は x 軸正方向を 0deg.として反時計回りの角度である。表 4, 5 を見ると、それぞれの誤差は吸収層の厚さによっては大きく変化しなかった。これは、一円柱の場合には比較的吸収層に近い位置での解をサンプリング対象としているのに対して、三円柱の場合では、比較的中心的な値を対象としているため、吸収層から反射した細かな振動が円柱表面に達するまでに Damper によって取り除かれているためと考えられる。これに対して、Lagrange 補間を用いない場合、IBM を用いない場合については明確に誤差が大きくなっている。図 13 を見ると、Lagrange 補間を用いない場合には、円柱表面の音源点側において圧力が小さくなっており、IB 法を用いない場合にはピーク位置がずれていることが分かる。図 14 においても同様の傾向が見られ、Lagrange 補間を用いない場合、音源側である 210deg.付近の表面圧力が明確に小さくなっている。そして、IBM を用いない場合には 300deg.付近で値のずれが見られる。y 軸上での値を見ると、RMSE はそれほど高くないが最大誤差が 100%を超えて大きくなっている。これは図 15 の $x=-2.3$ 辺りの、干渉による大きく減衰した振幅を捉えきれていないことによる。最も誤差の小さい結果は、Lagrange 補間、IBM を用いて、吸収層の厚さ L が 1.0 よりも大きい場合である。

表 4 計算手法による RMSE の比較(三円柱)

L	Lag.	IBM	RMSE[%]		
			C1	C2	Y=0
0.5	○	○	1.59	2.25	7.01
1.0	○	○	1.49	2.00	7.12
1.5	○	○	1.53	1.98	6.99
1.0	—	○	8.67	8.65	11.12
1.0	○	—	13.71	15.23	16.28

表 5 計算手法による最大誤差の比較(三円柱)

L	Lag.	IBM	Max. Error[%]		
			C1	C2	Y=0
0.5	○	○	7.59	21.94	149.77
1.0	○	○	7.03	18.55	165.30

1.5	○	○	7.55	18.26	147.91
1.0	—	○	26.03	77.80	178.75
1.0	○	—	28.60	25.91	355.87

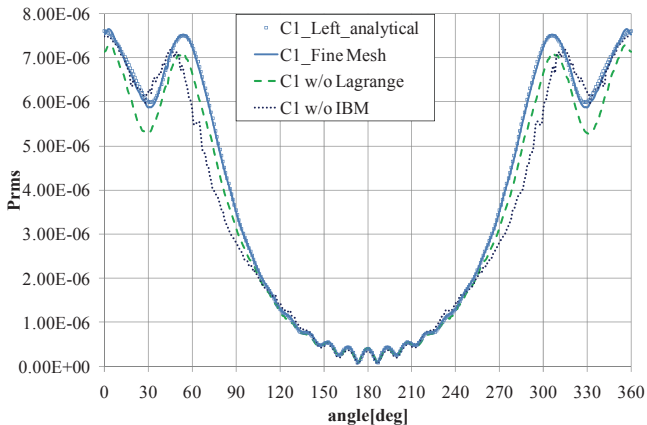


図 13 円柱 C1 表面の圧力二乗平均値分布

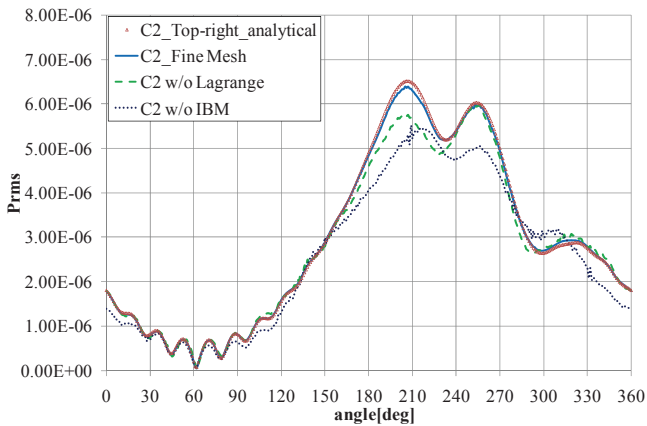


図 14 円柱 C2 表面の圧力二乗平均値分布

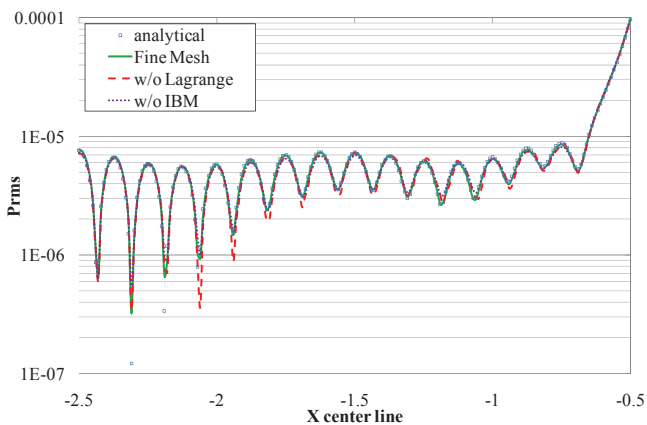


図 15 y 軸上での圧力二乗平均値分布(x=-2.5~-0.5)

4. 結論

複雑形状に対しても容易に音響場を解析できるツールとして、ブロック型直交格子と IBM を組み合わせた LEE コードを構築した。物体の階段状近似による誤差を格子細分化により抑制することを目的に、局所細分化格子を用いた解析を行い、その適用範囲と計算手法による誤差の比較を行った。検証計算として行った一円柱周りの音波散乱問題では、物体付近の格子を細分化することによって、階段状近似による誤差を抑えることができ、解析解との定量的な一致が確認できた。具体的には代表長さ D に対して最小格子幅が $5.0 \times 10^{-3}D$ 程度の細かさの格子を用いれば、正確

な解が得られることが分かった。次に、本手法の有用性を検証するために、3つの境界条件についての誤差計算を行った。その結果、吸収層の厚さについては 125Cell 分以上を用いれば、外部境界からの反射の影響をほぼなくすることができることが分かった。また、本研究において用いた Lagrange 補間による Cube 境界での情報交換、IBM を用いた壁面表現の有用性を確認した。解析解との誤差が最も小さい場合、RMSE が 3.28%、最大誤差が 7.35% となった。

複雑形状周りの解析として、三円柱周りの解析を行った結果、近傍場での複雑な干渉現象や表面圧力が解析解と一致し、複雑形状での解析においても本手法の有用性が確認できた。誤差の比較においては、最も誤差の小さかった場合、円柱 C1 については RMSE が 1.49%、最大誤差が 7.03%、円柱 C2 については RMSE が 1.98%、最大誤差が 18.26%、計算領域内の y 軸上での分布に対しては RMSE が 6.99%、最大誤差が 147.91% となった。

謝辞

本研究は科研費(21226018)の交付を受けたものである。また、本研究の計算は東北大学流体科学研究所未来流体情報創造センターのスカラ並列計算システムを用いて行った。

参考文献

- 1) 恩田博, 佐々木大輔, 中橋和博, 村山光宏, 山本一臣, 横川謙 “Building-Cube 法を用いた JAXA 主脚モデルの詳細部品の流体解析,” 第 24 回数値流体力学シンポジウム講演論文集(USB), 横浜, 2010 年 12 月.
- 2) Chiba, K., Imamura, T., Amemiya, K. and Yamamoto, K., “Design Optimization of Shielding Effect for Aircraft Engine Noise,” *Journal of Environment and Engineering*, vol. 2, pp. 567-577, 2007.
- 3) Kamatsuchi, T., “Computational Aeroacoustic Analysis around an Airfoil Using Linearized Euler Equations,” *Journal of Japan Society of Fluid Mechanics*, vol. 23, pp. 285-294, 2004-08-25 2004.
- 4) Nakahashi, K. and Kim, L-S., “High-Density Mesh Flow Computations by Building-Cube Method,” *Computational Fluid Dynamics 2004*, edited by C. Groth and D.W.Zingg, Springer, pp.121-126 (2006)
- 5) Tam, C. K. W., “Recent advances in computational aeroacoustics,” *Fluid dynamics research*, vol. 38, pp. 591-615, 2006-11-01 2006.
- 6) Berland, J., Bogey, C. and Bailly, C., “Low-dissipation and low-dispersion fourth-order Runge-Kutta algorithm,” *Computers and Fluids*, vol. 35, pp. 1459-1463, 2006.
- 7) Ishida, T., Kawai, S. and Nakahashi, K., “A high-resolution method for flow simulations on block-structured Cartesian meshes,” *The Sixth International Conference on Computational Fluid Dynamics*, July 12-16, 2010. St. Petersburg, Russia.
- 8) Richards, S. K., Zhang, X., Chen, X. X. and Nelson, P. A., “The evaluation of non-reflecting boundary conditions for duct coomputation,” *Jounrnal of Sound and Vibration*, vol. 270, pp. 539-557, 2004.
- 9) Mittal, R., Dong, H., Bozkurttas, M., Najjar, F. M., Vargas, A., von Lebbecke, A., “A versatile shape interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries,” *Journal of Computational Physics*. 227(2008) 4827-4825.
- 10) Tam, C. K. W. and Hardin, J. C., (eds.): “Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems,” NASA Conference Publication 3352, 1997.