

弱電離プラズマ流制御における印加磁場配位の影響に関する数値解析

永田 靖典 (東京大学), 大津 広敬 (龍谷大学), 山田 和彦, 安部 隆士 (JAXA)

Influence of Magnetic Configuration on Weakly-ionized Plasma Flow Control

by

Yasunori Nagata (University of Tokyo), Hirotaka Otsu (Ryukoku University),
Kazuhiko Yamada and Takashi Abe (JAXA)

Abstract

In the electrodynamic flow control, a weakly-ionized plasma flow behind the strong shock wave is controlled by the applied magnetic field around a reentry vehicle. According to the experimental measurement with an arc-jet wind tunnel, the electrodynamic effect is influenced by the magnetic configuration. In this study, the numerical MHD simulation was performed to investigate the influence of the inclination angle and the intensity of the magnetic field. The present results show that the circulation region is generated around a body when the magnetic field intensity exceeds a threshold value. The manner of the variation of the aerodynamic force associated with the magnetic field inclination strongly depends on the magnetic field intensity because the circulation region causes the drastic change of the flow field and electromagnetic field.

1 背景

大気突入機のような極超音速で飛行する飛行体にとって空力加熱から機体を保護することは非常に重要な問題である。現在このような加熱に対する防御法としては、耐熱タイルやアブレータ、断熱材を用いた方法が実用化されているが、これらは大気突入時の厳しい加熱環境に曝されることで破損や損耗が起き、繰り返し使用することが難しく、運用コスト増大の一因として考えられている。

極超音速で飛行する機体の空力加熱を低減させる方法として、印加磁場を用いて流れ場を変化させる方法が提案されている¹⁾。高速で飛行する機体の前方には強い衝撃波が発生し、衝撃層内の気体が高温となることで、解離や電離反応が起こり、弱電離プラズマ状態となる。弱電離プラズマ流は導電性を持ち、機体周りに発生させた磁場と相互作用させることで電磁力が発生する。Fig. 1はその概念図であり、 V がプラズマ流の速度ベクトル、 B は印加される磁場ベクトル、 J は導電性流体が磁場中を運動することで誘起される電流、 $J \times B$ は誘導電流と印加磁場によって流体に作用する Lorentz 力である。衝撃層内に電磁力が作用することで衝撃層が拡大し、流れ場が変化することで加熱量低減につながると期待されている。また、プラズマ流に作用する電磁力の反作用が機体に働くことで抗力が増加すると考えられている。

これまでの研究では、磁極が機軸方向を向いている場合を主な対象として研究が行われてきたが、磁極の向きを変えることで模型に作用する力や加熱量が変わることがアーク風洞を用いた実

験により近年報告されている²⁾。また、CFD 計算の結果として、磁極を傾けた際に機体周りに電場が発生し、この電場は印加磁場効果を弱め、機体に作用する力を見積もる上で重要であることがわかっている^{3,4)}。

本研究では、印加磁場を用いた弱電離プラズマ流制御に関して、磁極の向きとともに磁場強度を変化させた場合について球頭円柱周りの3次元CFD計算を実施し、流れ場や電磁場、物体に作用する空気力への影響について検討を行った。

2 解法

2.1 計算モデル

印加磁場効果によって流れ場は非軸対称となるため、支配方程式として電磁場の影響を考慮した3次元 Navier-Stokes 方程式を用い、これは、

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho V \\ E_t \end{bmatrix} + \nabla \cdot (F + F_v) = \begin{bmatrix} 0 \\ J \times B \\ J \cdot E \end{bmatrix} \quad (1)$$

で表される。ここで、 t は時間、 ρ は密度、 V は速度ベクトル、 E_t は全エネルギー、 F, F_v はそれぞれ対流項と粘性項、 J は電流密度ベクトル、 B は磁束密度ベクトル、 E は電場ベクトルである。気体は理想気体であると仮定し、理想気体の状態方程式を用いた。

電磁場に関する Maxwell 方程式は、

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \times H - \frac{\partial D}{\partial t} = J \quad (3)$$

$$\nabla \cdot D = \rho_c \quad (4)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (5)$$

で表される。ここで、 H は磁場ベクトル、 D は電束密度ベクトルであり、 $D = \epsilon E$ 、 $B = \mu H$ の関係がある。なお、 ρ_c は電荷密度、 ϵ は誘電率、 μ は透磁率である。本研究では、流体と電磁場の連成問題として、以下の仮定を用いた。

- 流体は電的中性 $\rho_c = 0$
- 電磁波に代表される高周波の現象は考慮せず、変位電流による影響を無視 $\frac{\partial D}{\partial t} \approx 0$
- 磁気 Reynolds 数 R_m は 1 に比べ小さく、誘導磁場による影響は無視 $\frac{\partial B}{\partial t} \approx 0$

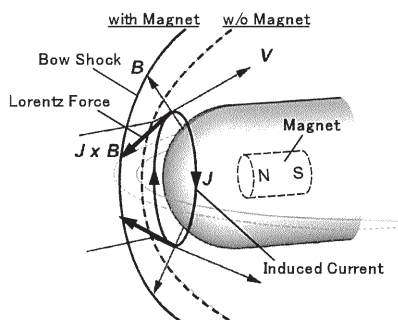


Fig. 1 Schematic view of the electrodynamic flow control.

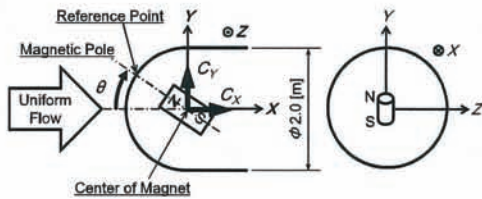


Fig. 2 Computational model.

これらの仮定を用いると、式(2)~(5)は、

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (7)$$

と簡略化される。式(7)は電流の保存式である。また、電場ベクトル \mathbf{E} は電位ポテンシャル ϕ を用いて、

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \quad (8)$$

で定義される。一方、一般化された Ohm の法則は、

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (9)$$

で表される。本研究では、Hall 効果およびイオン・スリップは考慮していない。ここで、 σ は導電率であり、温度 T に比例するとして次式から与えた⁵⁾。

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{T}{T_{max}} \right)^2 \quad (10)$$

式(7)~(9)より、電位ポテンシャル ϕ に関する Poisson 方程式

$$\nabla \cdot [\sigma(-\nabla\phi + \mathbf{V} \times \mathbf{B})] = 0 \quad (11)$$

が得られる。適当な境界条件を用いてこれを解くことにより、形成される電場を見積もることができる。

2.2 計算手法

支配方程式の離散化には有限体積法を用いた。対流項の評価には Lax-Friedrich スキームを用い、MUSCL 法により空間 2 次精度とした。粘性項の評価には 2 次精度中心差分を用いた。時間積分には Euler 陽解法を用い、定常解までの収束を早めるために局所時間刻み法を用いた。電位ポテンシャルに関する Poisson 方程式には Gauss-Seidel 法を用いた。

2.3 計算条件

計算対象は Fig. 2 に示すような半径 1 [m] の球頭円柱物体であり、壁面境界条件には、滑り無し、等温 ($T_w = 300$ [K])、絶縁壁 ($\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$) 条件を用いた。ここで、 \mathbf{n} は壁に垂直な単位ベクトルである。磁場はダイポール磁場を仮定し、これは

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{3\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{m}) - r^2 \mathbf{m}}{r^5} \right] \quad (12)$$

で表される。ここで、 μ_0 は真空中透磁率、 \mathbf{m} はダイポールモーメント、 \mathbf{r} はダイポール中心を中心とした位置ベクトルである。ダイポール中心は球頭の中心点に置き、この点を原点とする。X 軸は機軸方向とし、磁極の向きを変えるためにダイポールモーメント \mathbf{m} は X-Y 平面内で回転させ、X-Y 平面に垂直方向を Z 軸とした。機軸と磁極との成す角 θ は 0~90 [deg.] の範囲で計算を行った。磁場強度は、磁極と球頭表面の交点を基準点 (reference point) とし、この点における磁場強度 B_{ref} について 0~0.75 [T] の範囲で変化させた。

Table 1 Numerical condition.

Mach number	21.8
Reynolds number	3.58×10^4
Velocity	6500 [m/s]
Angle of Attack	0 [deg.]
Density	8.60×10^{-5} [kg/m ³]
Pressure	5.42 [Pa]
Temperature	220 [K]
Gas Constant	286 [J/(kg·K)]
Specific Heat Ratio	1.41

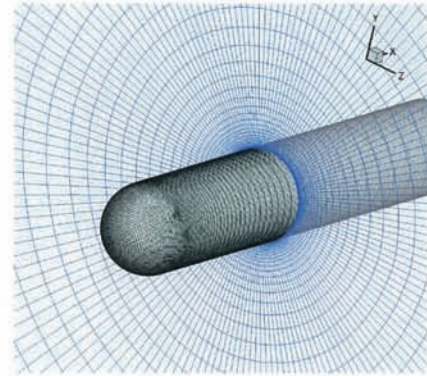


Fig. 3 Computational grid.

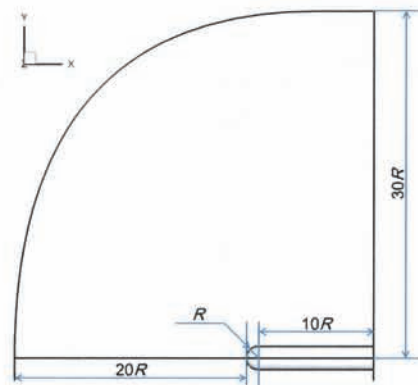


Fig. 4 Computational domain.

気流条件は高度 69 [km] において対気速度 6500 [m/s] である地球大気突入飛行を想定し、Table 1 に示す条件を用いた。この条件下での導電率の見積もりから、 T_{max} を 25000 [K]、 σ_0 を 250 [S/m] とした。

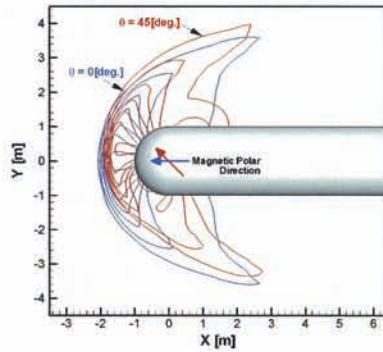
Fig. 3 に使用した計算格子を示す。壁面上の格子点数は約 10700 点、壁から垂直方向には 49 点とり、総格子点数は約 52 万点である。壁近傍の最小格子間隔は物体半径の 1/1000 とした。無限遠での電位ポテンシャルは 0 [V] としており、この境界の影響が現われないよう計算領域は十分広い領域を確保する必要がある。そこで、Fig. 4 に示すように衝撃層に比べ十分広い領域を計算領域とした。

3 計算結果

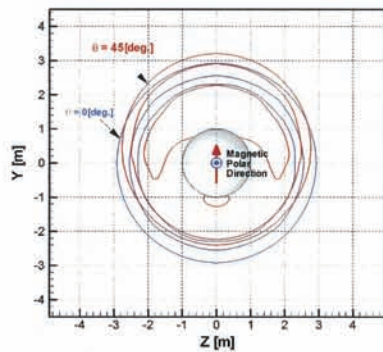
3.1 衝撃層への影響

まず、磁極の向きを変えた場合の流れ場への影響について述べる。

Figs. 5,6 は、X-Y 平面上および Y-Z 平面上 ($X = 0$) の圧力分布について磁極の向き $\theta = 0$ と 45 [deg.] の比較、 $\theta = 0$ と 90 [deg.] の比較をそれぞれ示している。磁場強度 B_{ref} はともに 0.50 [T] である。 $\theta = 0$ [deg.] の場合、流れ場は X 軸に対して軸対称となる

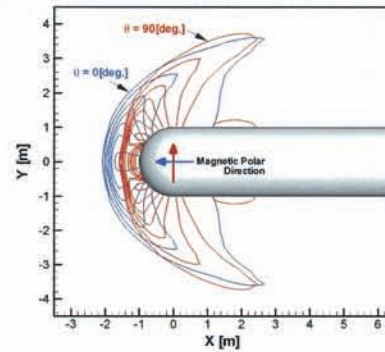


(a) X-Y plane (side view)

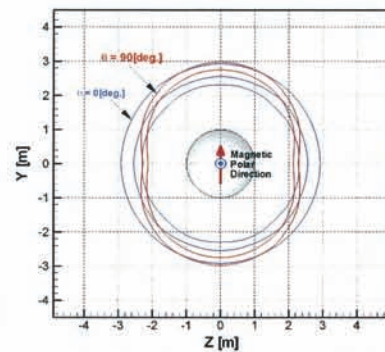


(b) Y-Z plane (front view)

Fig. 5 Static pressure distribution around the body in the cases of $\theta = 0$ and 45 [deg.], $B_{ref} = 0.50$ [T].



(a) X-Y plane (side view)



(b) Y-Z plane (front view)

Fig. 6 Static pressure distribution around the body in the cases of $\theta = 0$ and 90 [deg.], $B_{ref} = 0.50$ [T].

のに対して、磁極の向きを変化させると磁場分布の軸対称性が崩れるのに伴い、流れ場が非対称となる。 $\theta = 45$ [deg.] の場合には、 $X-Z$ 平面に対して流れ場は非対称となっており、衝撃層は $+Y$ 方向に拡大、 $-Y$ 方向に縮小していることがわかる。 $\theta = 90$ [deg.] の場合には、 $X-Z$ 平面に対して対称であるが、衝撃波離脱距離が縮小し、衝撃層は Y 軸方向に引き伸ばされた形状となっていることがわかる。すなわち、磁極の向きを変化させると、磁極方向の衝撃層への影響は少ないが、それ以外の方向については $\theta = 0$ [deg.] の場合に比べて衝撃層が縮小する傾向にあるといえる。このことは、 $\theta = 90$ [deg.] の場合が最も顕著であり、衝撃波離脱距離が大きく減少しているとともに、 Z 軸方向の衝撃層も縮小している。本計算条件の場合、同じ磁場強度 B_{ref} であっても、磁極の向きを変化させると物体先端での磁場強度が変化する。 $\theta = 90$ [deg.] の場合、物体先端での磁場強度は $\theta = 0$ [deg.] の場合の $1/2$ であり、その分、よどみ点近傍の流体に作用する Lorentz 力は弱くなる。また、磁場分布が変化したことで Lorentz 力分布も変化した結果として印加磁場による衝撃層拡大効果にも影響を与えたと考えられる。

3.2 循環領域の形成

Fig. 6(a) において、 $\theta = 90$ [deg.] の場合の物体先端付近の圧力は複雑な分布を示しているが、これは物体先端付近に形成される循環領域によるものである。次に、この循環領域について述べる。

Fig. 7 に、磁場強度 $B_{ref} = 0.50$ [T] で $\theta = 90$ [deg.] の場合の $X-Y$ と $X-Z$ 平面上の圧力分布および流線を示す。これより $X-Z$ 平面上において、物体先端から肩にかけての領域で流れが循環する、循環領域が形成されていることがわかる。また、 $X-Y$ 平面上において物体後部で流れが合併しており、複雑な流れ場が形成されていることがわかる。このとき、よどみ線 (X 軸) 上について、物体

先端から離れた位置で流れはよどんでおり、流速は 0 となっている。よどみ点の X 軸上における位置と磁場強度との関係を Fig. 8 に示す。ここで、壁面とよどみ点の間の領域が循環領域に対応する。また、この図には X 軸上における衝撃波の位置も示しており、温度が 2000 [K] となる位置を衝撃波位置とした。これより、磁場強度が 0.25 [T] を超えるとよどみ点位置は物体壁面から離れ、磁場強度が強いほど、壁面から遠い位置で流れがよどみ、循環領域が拡大していることがわかる。循環領域の発生・拡大とともに衝撃波位置は上流に大きく移動している。

Fig. 9 は、磁場強度 $B_{ref} = 0.50$ [T] の場合の物体近傍に形成される逆流領域の位置を $\theta = 0, 45, 90$ [deg.] について示している。ここで、コンターは $X-Y$ 平面上の X 方向速度成分分布を示す。青の曲面は X 方向速度成分が 0 となる等値面を表しており、この内部では速度ベクトルは $-X$ 方向を向いている、すなわち逆流領域であることを示している。これより、磁極の向きが変化しても逆流領域は形成されるが、その位置は磁極の向きに依存していることがわかる。

3.3 電磁場と循環領域の関係

Fig. 10 に、磁場強度 $B_{ref} = 0.50$ [T] で $\theta = 90$ [deg.] の場合の $X-Z$ 平面上の電位ポテンシャル分布を示す。この図に示すように磁極の向きを $+\theta$ 側に回転させると、電位は物体の $+Z$ 側が正電位、 $-Z$ 側が負電位となる。それぞれの磁極の向き θ について、磁場強度を変化させたときの電位ポテンシャルの最大値と最小値の差を Fig. 11 に示す。これより、磁場強度が 0.2 [T] 以下では磁場強度とともに電位差が増加しているが、 0.2 [T] を超えるとあまり変化しなくなることがわかる。この傾向の変化は物体肩付近の逆流領域の形成が大きく関係している。式 (11) に示すように、電位

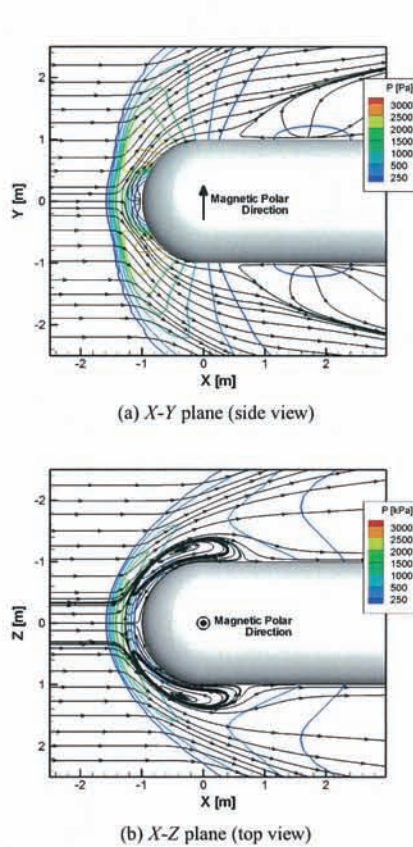


Fig. 7 Static pressure distribution and stream lines in the case of $B_{ref} = 0.50$ [T], $\theta = 90$ [deg.].

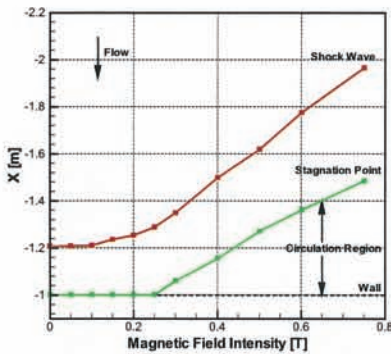


Fig. 8 Shock wave location and the stagnation point location on the X-axis vs the magnetic field intensity, in the cases of $\theta = 90$ [deg.].

ポテンシャル分布と速度ベクトル V は密接に関係しており、電位ポテンシャルの勾配の向きは V の向きの影響を強く受ける。逆流領域が無い場合、Z 軸付近では $V \times B$ は -Z 方向を向いている。本計算では壁境界として絶縁壁条件を課しており、物体には電流が流れ込まないため、式 (9) より、 $V \times B$ とは逆向きに電場 E が形成されると考えられ、電位ポテンシャルの勾配の向きは -Z 方向である。これより、電位ポテンシャルは壁面において最大値・最小値をとると考えられる。一方、逆流領域が形成されると、その内部では $V \times B$ は +Z 方向を向き、電位ポテンシャルの勾配の向きも +Z 方向となる。これによって、電位ポテンシャルは逆流領域境界面において最大値・最小値をとるようになると考えられる。実際に、Fig. 10 において、物体壁面から離れた位置で電位ポテン

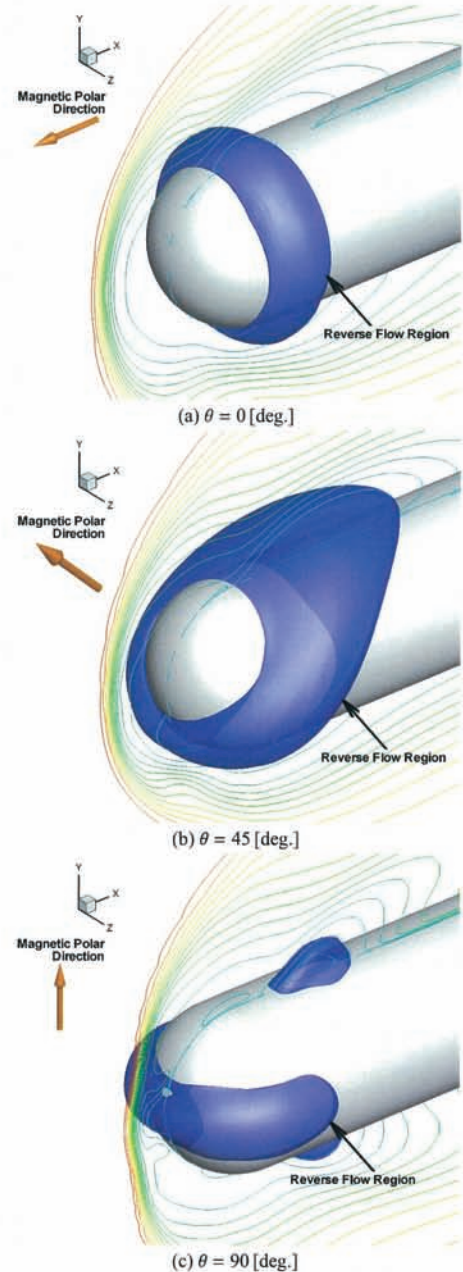


Fig. 9 Reverse flow region around the body in the cases of $B_{ref} = 0.50$ [T].

シャルは最大値・最小値をとっている。逆流領域内では電位ポテンシャルの勾配の向きが逆向きになるため、逆流領域が形成されるとそれが無い場合に比べ電位差は小さくなると考えられる。また、磁場強度が強くなるとそれに伴い逆流領域も大きくなり、勾配が逆向きである領域が広がるため、磁場強度に対する電位差の変化は小さくなると考えられる。

逆流領域が形成されるかどうかは、一様流動圧と流体に作用する Lorentz 力の大小関係に依ると考えられる。ここでは、 $\theta = 90$ [deg.] の場合の物体先端付近の循環領域に着目して述べる。Fig. 12 に、磁場強度 $B_{ref} = 0.50$ [T] で $\theta = 90$ [deg.] の場合の誘導電流の分布を示す。ここで、コンターは電流強度分布を示している。これより、物体先端付近では -Z 方向に電流が誘起されており、-X 方向の Lorentz 力が流体に作用していることがわかる。X 軸上に沿った

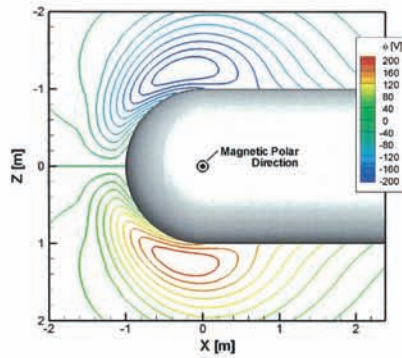


Fig. 10 Electric potential distribution on the X-Z plane (top view) in the case of $B_{ref} = 0.50$ [T], $\theta = 90$ [deg.].

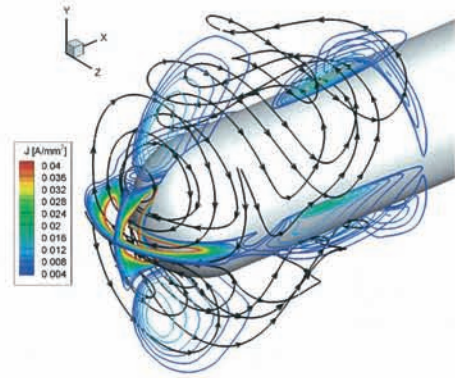


Fig. 12 Induced electric current distribution in the case of $B_{ref} = 0.50$ [T], $\theta = 90$ [deg.].

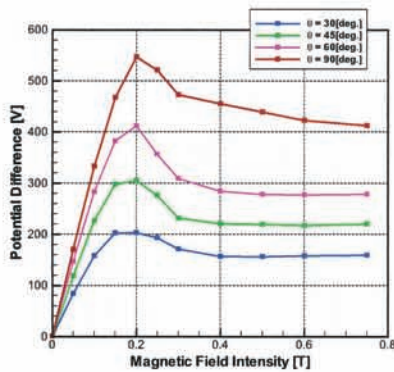


Fig. 11 Electric potential difference around the body vs the magnetic field intensity.

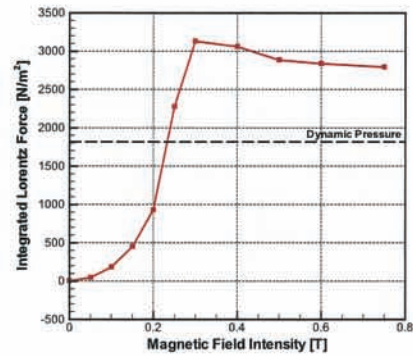


Fig. 13 Integrated Lorentz force along the stagnation line (X-axis) vs the magnetic field intensity, in the cases of $\theta = 90$ [deg.].

Euler の運動方程式は次式で表される。

$$\rho u du = (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_X dx - \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad (13)$$

本計算条件では静圧は動圧に比べて小さいため、右辺第 2 項を無視すると、よどみ線上を流れる流体は Lorentz 力を受けながら移動し、減速されることがわかる。流体が受ける総 Lorentz 力は Lorentz 力を流線に沿って線積分したものとなる。よどみ線 (X 軸) に沿った Lorentz 力の X 成分の線積分 $F_{L,X}$ を次式で定義する。

$$F_{L,X}(x_{wall}) = \int_{-\infty}^{x_{wall}} (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_X dx \quad [\text{N/m}^2] \quad (14)$$

ここで、Lorentz 力は単位体積当たり作用する力であり、 $(\mathbf{J} \times \mathbf{B})_X$ の向きは -X 方向を正とする。なお、 x_{wall} は物体表面の位置である。Lorentz 力の積分値が一樣流動圧を上回った場合、流れは物体壁面に到達する前によどみ、循環領域が発生すると考えられる。Fig. 13 に、磁場強度を変化させた場合の $F_{L,X}(x_{wall})$ の変化を示す。ここで、破線は一樣流動圧の値を示している。これより、磁場強度が 0.25 [T] 付近で $F_{L,X}(x_{wall})$ が一樣流動圧を上回っていることがわかる。Fig. 8 に示したように、磁場強度が 0.25 [T] 以上になると循環領域が形成されていることから、Lorentz 力の積分値が循環領域形成の目安となり得るといえる。また、循環領域が形成されている場合、X 軸上のよどみ点位置は Lorentz 力と一樣流動圧がつり合う位置として、

$$F_{L,X}(x) = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \quad (15)$$

を満たす位置 x にくる。ここで、 $\rho_{\infty}, V_{\infty}$ はそれぞれ一樣流の密度、流速である。よどみ点近傍領域では流速が小さいため、式 (9)

の右辺第 2 項の電流に占める割合は小さく、電場による寄与が支配的であると考えられる。

3.4 空気力への影響

磁場を印加した場合、物体に作用する空気力として、物体表面に作用する圧力とせん断力、および流体に作用する Lorentz 力の反作用力がある。前節までに述べてきたように、磁極の向きや磁場強度を変化させると、流れ場、電磁場ともに変化するため、物体に作用する空気力にも影響を与えることが考えられる。

抗力係数 C_X と垂直力係数 C_Y を、

$$C_X = \frac{F_X}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S_{ref}} \quad (16)$$

$$C_Y = \frac{F_Y}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S_{ref}} \quad (17)$$

で表す。ここで、 F_X, F_Y はそれぞれ物体に作用する X, Y 軸方向の力であり、 S_{ref} は代表面積として物体の投影面積を用いた。Fig. 14 に、磁場強度 B_{ref} を固定し、磁極の向きを変化させた場合の抗力係数と垂直力係数を示す。これより、磁極の向きを変化させると抗力係数、垂直力係数ともに変化するが、磁場強度によってその傾向は異なっていることがわかる。抗力について、弱磁場 ($B_{ref} = 0.20$ [T]) の場合には $\theta = 0$ [deg.] で最大、 $\theta = 90$ [deg.] で最小となるのに対して、強磁場 ($B_{ref} = 0.50$ [T]) の場合には $\theta = 90$ [deg.] で最大、 $\theta = 45$ [deg.] で最小となっている。垂直力については、 $\theta = 0, 90$ [deg.] を除いて物体に垂直力が作用しており、弱磁場の場合には $\theta = 45$ [deg.] で対称な傾向を示しているのに対して、強磁場の場合には非対称となる。

Fig. 15 に、磁極の向きを固定し、磁場強度を変化させた場合の

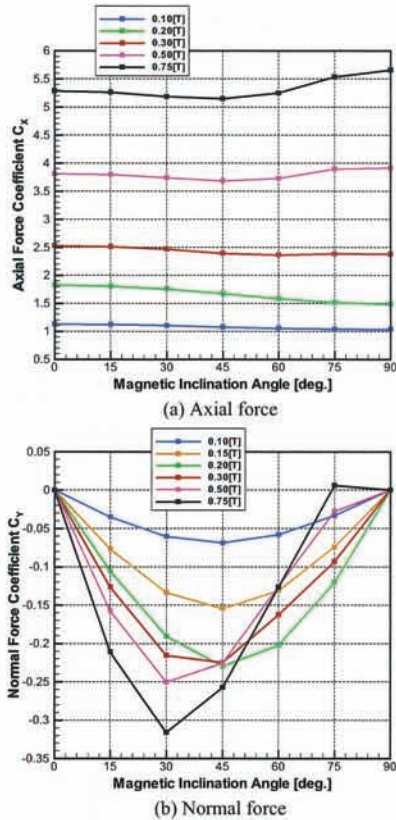


Fig. 14 Aerodynamic force exerting on the body vs the magnetic inclination angle.

抗力係数と垂直力係数を示す。また、総抗力や総垂直力に加えて、抗力については圧力とせん断力による成分を、垂直力については Lorentz 力の反作用力による成分をそれぞれ示している。これより、磁場強度が 0.2 [T] 付近で磁場強度に対する傾向が変化していることがわかる。抗力について、 $\theta = 90$ [deg.] の結果は 0.2 [T] 付近で勾配が大きく増加しており、垂直力についてはより顕著で、0.2 [T] を超えると磁場強度に対する変化が小さくなっている。抗力については、Lorentz 力の反作用力による成分が大きな割合を占めているが、垂直力については、Lorentz 力の反作用力による成分とその他の成分の大きさは同程度である。そのため、弱磁場と強磁場とでは、電磁場のみならず流れ場そのものも変化したことで、空気力の傾向に影響を与えたと考えられる。空気力の傾向は 0.2 [T] 付近で変化していることから、これは循環領域が形成されたためであると考えられる。

4 まとめ

印加磁場を用いた弱電離プラズマ流制御に関して、球頭円柱周りの 3 次元 CFD 計算を実施し、磁極の向きと磁場強度による影響の定性的な評価を行った結果、以下の知見を得た。

1. 磁極の向きが機軸と一致している場合 ($\theta = 0$ [deg.]) に比べ、機軸に垂直に配置した場合 ($\theta = 90$ [deg.]) の方が、同じ磁場強度であっても衝撃波離脱距離は短くなり、衝撃層は磁極方向に引き伸ばされた形状になることがわかった。
2. 磁場強度を強くすると、物体周囲に循環領域が形成され、流れ場や電磁場、空気力に大きな影響を与えることがわかった。また、循環領域が形成される位置は磁極の向きに依存する。

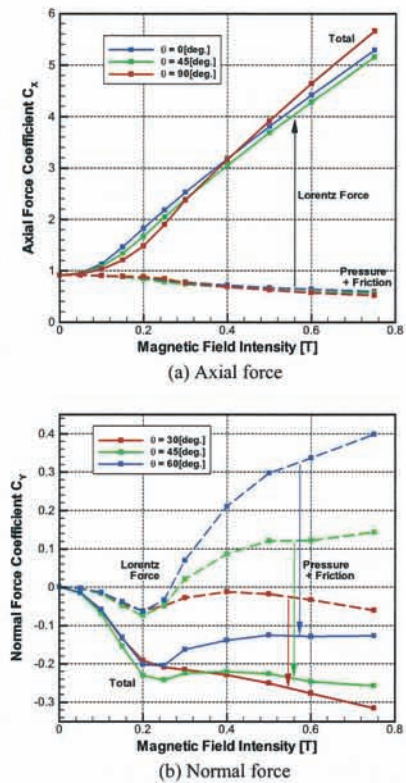


Fig. 15 Aerodynamic force exerting on the body vs the magnetic field intensity.

3. $\theta = 90$ [deg.] の場合のよどみ線上においては、Lorentz 力の積分値が一樣流動圧を上回ると循環領域が形成されることがわかった。
4. 磁極の向きや磁場強度を変化させると、流れ場および Lorentz 力分布の変化に伴い、物体に作用する空気力が変化することがわかった。特に循環領域の有無は空気力の振る舞いに大きな影響を与える。

本計算では Hall 効果が考慮されていないが、実際の飛行条件下においてその影響は大きく、今後は Hall 効果による影響について検討を行っていく。

参考文献

- 1) J. Poggie and D. V. Gaitonde, "Computational Studies of Magnetic Control in Hypersonic Flow," AIAA Paper 2001-0196, January, 2001.
- 2) 河村政昭, 「弱電離プラズマ流と磁場印加型鈍頭物体との干渉効果に関する実験的研究」, 東京大学博士論文, 2011.
- 3) 永田靖典, 山田和彦, 安部隆士, 「磁場を用いた極超音速プラズマ流制御における磁場配位の影響に関する数値解析」, 2010 年度宇宙航行の力学シンポジウム, 2010.
- 4) 永田靖典, 山田和彦, 安部隆士, 「印加磁場を用いた弱電離プラズマ流制御における磁場配位の影響」, 平成 22 年度衝撃波シンポジウム, 2011.
- 5) H. Otsu, D. Konigorski, and T. Abe, "Influence of Hall Effect on Electrodynamic Heat Shield System for Reentry Vehicles," AIAA Journal, Vol. 48, No. 10, 2010, pp. 2177–2186.