

UDC 533.6.011.5:  
518.6

NAL TM-316

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## TM-316

三次元非粘性超音速流の一差分数値解

吉澤 昭 ・ 野村 茂昭

1976 年 10 月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# 三次元非粘性超音速流の一差分数値解\*

吉澤 昭\*\*、野村茂昭\*\*

## 1. まえがき

最近の電子計算機の発達、および、それに伴う数値解法の進歩によって、物体周りの流れ場の数値解析は、めざましい発展をとげている。特に双曲型偏微分方程式に支配される流れ場の数値解析において顕著である。これは計算機の大型、高速化に伴い、放物型、楕円型偏微分方程式に支配される定常な流れ場を、非定常な双曲型方程式として解く事が可能になって来た事にも依っている。

本報告で扱う非粘性超音速流は、周知の通り双曲型方程式に支配され、主に、特性曲線法、および、直接差分法によって解かれている。三次元流においては、前者はその代数表示が非常に煩雑になるために応用例が少なく<sup>1)</sup>、後者が主に用いられている。

三次元流に対する差分解法は、基礎方程式、および、流れ場の取扱い方によって、次に大別される：

(i) 非定常方程式の収斂解として解く方法と、定常方程式を解く方法。

(ii) 衝撃波を含む流れ場全体を解く方法(衝撃波捕獲法)と、衝撃波を境界として解く方法(sharp-shock法)。

これらの方法における数値積分法としては、二次および三次精度<sup>2)</sup>の種々の積分法が提唱されている。二次精度の積分法については、Babenko等の陰解法<sup>3)</sup>、Moretti等<sup>4)</sup>の行なったLax-wendroff型の一段階積分法、Barnwell<sup>5)</sup>、MacCormack<sup>6)</sup>による予測子-修正子型の二段階積分法等がある。これらの方法において、微分方程式は、通常中心差分法を用いた差分方程式で近似されるが、MacCormackは非中心差分を用いる事により差分方程式を非常に簡単化した。このMacCormackの方法は、その後多くの問題に用いられ、計算精度、計算時間、計算機の記憶容量の点で、すぐれている事が示された。<sup>7), 8)</sup>

MacCormackの方法の三次元非粘性超音速定常流への適用は、Thomas等<sup>9)</sup>、Kutler等<sup>10)</sup>、およびMoretti等<sup>11)</sup>によって行なわれた。Thomas等は、鈍頭物体周りの流れで、埋蔵衝撃波(embedded shock)の生じない場合について、sharp shock法を用いて解いた。一方Kut-

ler等は、埋蔵衝撃波、衝撃波干渉のある鈍頭物体周りの流れ場を、衝撃波捕獲法で解いた。他方Moretti等は、埋蔵衝撃波のある鈍頭物体周りの流れ場を、sharp shock法で解いた。埋蔵衝撃波については、Moretti等のsharp shock法は衝撃波の位置、形状の決定にかなりの技巧を要するが、頭部先端からの弓状衝撃波のみの場合には、sharp shock法は衝撃波捕獲法に較べて、衝撃波の安定性、その位置の確定の点で有利である。

これらの、境界内部流、衝撃波での計算と同様、ないしは、それ以上に、物体面上での境界条件の取扱いは重要である。予測子-修正子法は、境界上の計算でも、原則として、二段階計算を行なう。物体形状としては、滑らかな表面の仮定は形状の一般性をあまりそこなわないが、曲率の不連続性の存在は重要である。二段階計算による境界条件が、曲率不連続によく追従しない場合には、数値的不安定が生じ、特性方向に数値振動が伝播して、流れ場全体を乱すことになる。上記三例において、Thomas等は、表面の二接線方向速度成分について、予測子-修正子法(Thomasの方法)を用いた。Kutler等は、予測子による速度ベクトルと接平面のずれを、等エントロピ波の仮定によって、修正するAbbettの方法を用いた。また、Moretti等は、特性曲線の適合方程式を併用するBarnwellの方法を物体面境界条件に用いた。これ等の方法によって、Kutler等、Moretti等は安定な解を得たが、Thomas等の解では曲率不連続点の下流で数値的振動が生じた。<sup>12)</sup>

本報告の目的は、以上の考察を基にして、鈍頭物体周りの埋蔵衝撃波のない三次元非粘性超音速定常流を、数値的に解く場合に最も適当とみなされる既存の差分解法、境界条件について述べ、その応用例において、頭部超音速、低超音速流領域の解から、三次元流への初期値の与え方、ならびに計算結果と実験値との比較から、数値解法の精度を示す事にある。ここで用いた方法は、MacCormackの二次精度非中心差分予測子-修正子法で、衝撃波はsharp shock法で取扱い、物体面上の境界条件としては、AbbettおよびThomasの方法の比較使用を行なった。応用例としては、迎角をもって極超音速流中に置かれた、球形頭部を有する鈍頭円錐周りの流れ場を

\* 昭和51年8月26日受付

\*\* 空気力学第一部

解き、実験値との比較を示し、また物体境界条件の検討を行なった。数値計算には、航空宇宙技術研究所に設置されている、大型電子計算機 FACOM 230-75, 2CPU 機構を使用した。尚、付録に計算の流れ図、およびプログラムを示した。

## 2. 記号

- $a$  : 音速  
 $(A), (B), (C), (D)$  : 基礎方程式(4)での係数マトリックス  
 $C_p$  : 無次元圧力  $2(P - P_\infty) / (\rho_\infty V_\infty^2)$   
 $d$  : 球直径  
 $\vec{E}$  : (4)式のベクトル  
 $\vec{e}_x$  :  $x$  方向の単位ベクトル  
 $f, g$  : (3)式で定義される関数  
 $(G)$  : 増幅行列  
 $\vec{H}$  : (4)式のベクトル  
 $h_1$  :  $\Delta Z / \Delta X$   
 $h_2$  :  $\Delta Z / \Delta Y$   
 $(I)$  : 単位行列  
 $i, j, k$  :  $Z, X, Y$  方向の差分座標  
 $K$  : (4)式で定義される係数  
 $M$  : マッハ数  
 $\vec{n}$  : 法線ベクトル  
 $P$  : 圧力  
 $R$  : (5)式で定義される球半径  
 $Re_{\infty d}$  :  $(\rho_\infty V_\infty d) / \mu_\infty$   
 $R_n$  : 球形頭部半径  
 $r, \phi, z$  : 円柱座標 (図 1)  
 $r_b$  : 円柱座標での物体表面  
 $r_s$  : 円柱座標での衝撃波面  
 $S$  : 物体の表面に沿って測った長さ、又はエントロピ  
 $\vec{t}_1$  : 物体表面の接線ベクトル  
 $\vec{t}_2$  :  $\vec{t}_1$  に直交する接線ベクトル  
 $u, v, w$  : 速度の  $r, \phi, z$  方向成分  
 $\vec{V}, V$  : 速度ベクトルとその大きさ  
 $V_n$  : 衝撃波面、又は物体面への垂直速度成分  
 $V_1, V_2$  : 速度の  $\vec{t}_1, \vec{t}_2$  方向成分  
 $X, Y, Z$  : (3)式で与えられる無次元座標  
 $X_0, Y_0$  : (2)式で与えられる無次元  $r, \phi$  座標  
 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  :  $X, Y, Z$  方向の格子間隔  
 $z$  : 物体軸方向の物理座標  
 $z_0, Z_0$  : 頭部球と円錐の接面  $z, Z$  座標  
 $\Delta Z_m$  : 安定解析による  $Z$  方向最適格子間隔

- $\alpha$  : 迎角  
 $\beta$  :  $\sqrt{M^2 - 1}$   
 $\gamma$  : 比熱比  
 $\epsilon$  : (4)式で定義  
 $\eta$  :  $w^2 - a^2$  又は (51) 式  
 $\theta$  : 球のよどみ点から測った角度  
 $\theta_i$  : 円錐の半頂角  
 $\Delta \theta$  : (11)式で定義される回転角度  
 $\kappa_b$  :  $\left[ \left( \frac{\partial r_b}{\partial z} \right)^2 + 1 + \left( \frac{1}{r_b} \frac{\partial r_b}{\partial \phi} \right)^2 \right]^{1/2}$   
 $\kappa_s$  :  $\left[ \left( \frac{\partial r_s}{\partial z} \right)^2 + 1 + \left( \frac{1}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} \right)^2 \right]^{1/2}$   
 $\lambda_A$  : マトリックス  $(A)$  の固有値  
 $\xi$  :  $1 + \left( \frac{\partial r_b}{\partial z} \right)^2$  又は (51) 式  
 $\rho$  : 気流の密度  
 $\phi$  : 最も風上側を 0 とした、円柱座標の円周方向座標  
 $(\sim)$  : 物理量 ( ) の予測値を示す  
 添字  
 $i, j, k$  : 差分座標  $(i, j, k)$  での値  
 $s$  : よどみ点または衝撃波上の値  
 $\infty$  : 衝撃波前方での値  
 $n$  : 垂直方向  
 $t$  : 接線方向

## 3. 基礎方程式

非粘性三次元流を支配する方程式は、円柱座標  $(r, \phi, z)$  に関して、次の通り書ける。

連続の式:

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \rho u) + \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho v) + r \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0$$

運動量保存式:

$$r \rho u \frac{\partial u}{\partial r} + \rho v \frac{\partial u}{\partial \phi} + r \rho w \frac{\partial u}{\partial z} - \rho v^2 + \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$r \rho v \frac{\partial v}{\partial r} + \rho v \frac{\partial v}{\partial \phi} + r \rho w \frac{\partial v}{\partial z} + \rho u v + \frac{\partial p}{\partial \phi} = 0$$

$$r \rho u \frac{\partial w}{\partial r} + \rho v \frac{\partial w}{\partial \phi} + r \rho w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

エネルギーの式:

$$r u \frac{\partial p}{\partial r} + v \frac{\partial p}{\partial \phi} + r w \frac{\partial p}{\partial z} = a^2 \left( r u \frac{\partial p}{\partial r} + v \frac{\partial p}{\partial \phi} + r w \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

(1)

図1に示す様に、 $z$ 軸を物体軸に取り、 $\phi$ は最も風上側から測るものとする。基礎方程式を $z$ 座標に関して双曲型偏微分方程式として取扱うために、初期値は $w$ が音速を超えた位置 $z = z_0$ において、 $r-\phi$ 面内で与えるものとする。一般に、 $u < a$ ,  $v < a$ であるから基礎方程式は、 $r, \phi$ 方向には楕円型偏微分方程式となる。従って、解は $r-\phi$ 面内では物体表面と衝撃波面で囲まれる領域内で、その境界条件を満足する様にきめられ、この $r-\phi$ 計算面が $z$ 方向に解き進められることになる。(1)式のエネルギー式は、各流線に沿ってエントロピが一定という、回転流に対する条件( $\nabla S \cdot \vec{v} = 0$ )から得られたものである。従って、実際の三次元流でしばしば現われる埋蔵衝撃波が生ずる場合には、適用できない。

次に、下記の座標の無次元化によって計算領域幅の規格化を行なう。

$$X_0 = \frac{r - r_b}{r_s - r_b}, \quad Y_0 = \frac{\phi}{\pi} \quad (2)$$

但し、流れは $\phi = 0, \pi$ を含む対称面を持つものと仮定する。この仮定は計算の本質に関係しない便宜的なもので、非対称流れ場の場合には、 $\phi = 0 \sim 2\pi$ を計算領域にする事が出来る。この規格化によって、計算領域の境界面は次の通り与えられる。

- 物体上 ( $r = r_b$ ) :  $X_0 = 0$
- 衝撃波面 ( $r = r_s$ ) :  $X_0 = 1$
- 風上側対称面 ( $\phi = 0$ ) :  $Y_0 = 0$
- 風下側対称面 ( $\phi = \pi$ ) :  $Y_0 = 1$

鈍頭物体の表面近傍では、表面に垂直方向にエントロピの急変が生ずる。この様な、物体形状に応じた流れ場諸量の急変がある場合には、格子間隔を変えて分解能を改良する必要がある。そこで、値が0~1で単調変化する任意の一価関数、 $f, g$ を用いて、次の変換を行なう。

$$\left. \begin{aligned} X &= f(X_0) \\ Y &= g(Y_0, z) \\ Z &= z \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

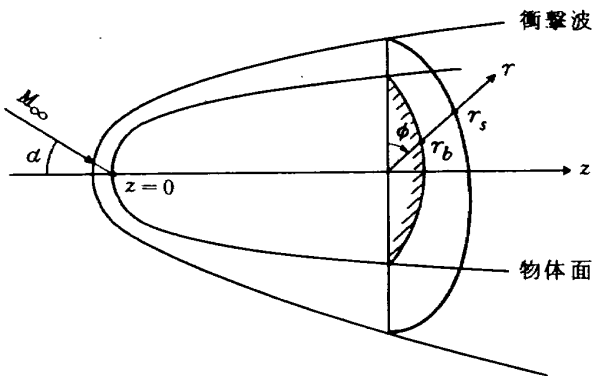


図1 円柱座標

但し、 $f(0) = g(0, z) = 0, f(1) = g(1, z) = 1$ とする。この $X, Y$ 座標を等間隔分割すると、 $f, g$ に応じて、物理座標 $r, \phi$ の非等間隔分割が得られる。

基礎方程式(1)式を(3)式で変換して整理すると、次式を得る。

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial Z} + [A] \frac{\partial \vec{H}}{\partial X} + [B] \frac{\partial \vec{H}}{\partial Y} + \vec{E} = 0 \quad (4)$$

ここで、ベクトル $\vec{H}, \vec{E}$ は

$$\vec{H} = \begin{pmatrix} p \\ \rho \\ u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \quad \vec{E} = \frac{1}{r\eta w} \begin{pmatrix} \rho a^2 u w^2 \\ \rho u w^2 \\ -\eta v^2 \\ \eta u v \\ a^2 u w \end{pmatrix}$$

行列 $[A], [B]$ は

$$\begin{aligned} [A] &= [C] \frac{\partial f}{\partial r} + [D] \frac{\partial f}{\partial \phi} + [I] \frac{\partial f}{\partial z} \\ [B] &= [D] \frac{\partial g}{\partial \phi} + [I] \frac{\partial g}{\partial z} \end{aligned}$$

$[I]$ は単位行列、 $[C], [D]$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{1}{\eta \rho w} \begin{pmatrix} \rho u w^2 & 0 & \rho^2 a^2 w^2 & 0 & -\rho^2 a^2 u w \\ \rho u & \eta \rho u & \rho^2 w^2 & 0 & -\rho^2 u w \\ \eta & 0 & \eta \rho u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta \rho u & 0 \\ -u w & 0 & -\rho a^2 w & 0 & \rho u w^2 \end{pmatrix} \\ [D] &= \frac{1}{r\eta\rho w} \begin{pmatrix} \rho v w^2 & 0 & 0 & \rho^2 a^2 w^2 & -\rho^2 a^2 v w \\ \rho v & \eta \rho v & 0 & \rho^2 w^2 & -\rho^2 v w \\ 0 & 0 & \eta \rho v & 0 & 0 \\ \eta & 0 & 0 & \eta \rho v & 0 \\ -v w & 0 & 0 & -\rho a^2 w & \rho v w^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(4)式に対応して、 $X$ 方向の境界条件は、 $X = 1$ で斜め衝撃波の条件、 $X = 0$ で流れが面に沿う条件

$$V_n = \left( u \frac{v}{r_b} \frac{\partial r_b}{\partial \phi} - w \frac{\partial r_b}{\partial z} \right) / \kappa_b = 0 \quad (5)$$

で与えられる。 $Y$ 方向の境界条件は、 $Y = 0, 1$ における対称条件で与えられる。

#### 4. 差分方程式

変換された基礎方程式(4)をMacCormackの二次精度非中心差分による予測子-修正子法<sup>6)</sup>を用いてあらわす。予測子-修正子は、 $Z = Z_i$ で $\vec{H}_i$ が既知であるとして、先ず $Z = Z_{i+1}$ での値を外挿公式で予測して $\vec{H}_{i+1}^*$ を求め、次にこの値を内挿公式で修正し $\vec{H}_{i+1}$ を求める二段階反復計算法である。外挿、内挿公式の選択で、多くの組合せが可能であるが、MacCormackの方法では、二次

精度 Runge-Kutta の公式から、予測子として

$$\vec{H}_{i+1} = \vec{H}_i + \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Z}\right)_i \Delta Z \quad (7)$$

修正子として

$$\vec{H}_{i+1} = \vec{H}_i + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Z}\right)_i + \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial Z}\right)_{i+1} \right\} \Delta Z \quad (8)$$

を用いる。

(7), (8)式は夫々、通常オイラの公式、台形公式と呼ばれるものであり、(7)式を(8)式に代入すると Taylor 展開で、 $\Delta Z^3$ 以上の項を無視した形となり、二次精度である。(7)式(8)式に含まれる  $\partial \vec{H} / \partial Z$  は、基礎方程式(4)により、 $\partial \vec{H} / \partial X, \partial \vec{H} / \partial Y$  で与えられる。

$(\partial \vec{H} / \partial X)_{i,j,k}$  は通常  $X = X_j$  における中心差分  $(\vec{H}_{i,j+\frac{1}{2},k} - \vec{H}_{i,j-\frac{1}{2},k}) / \Delta X$ 、又は  $(\vec{H}_{i,j+1,k} - \vec{H}_{i,j-1,k}) / 2\Delta X$  で与えられるが、MacCormack の方法では、これを予測子で前進形差分、修正子で後退形差分で与える。 $\partial \vec{H} / \partial Y$  についても同様である。従って、(7), (8)式に(4)式を代入して

予測子:

$$\vec{H}_{i+1,j,k} = \vec{H}_{i,j,k} - [A]_{i,j,k} (\vec{H}_{i,j+1,k} - \vec{H}_{i,j,k}) h_1 - [B]_{i,j,k} (\vec{H}_{i,j,k+1} - \vec{H}_{i,j,k}) h_2 - \vec{E}_{i,j,k} \Delta Z \quad (9)$$

修正子:

$$\vec{H}_{i+1,j,k} = \frac{1}{2} \left[ \vec{H}_{i,j,k} + \vec{H}_{i+1,j,k} - [\tilde{A}]_{i+1,j,k} (\vec{H}_{i+1,j,k} - \vec{H}_{i+1,j-1,k}) h_1 - [\tilde{B}]_{i+1,j,k} (\vec{H}_{i+1,j,k} - \vec{H}_{i+1,j,k-1}) h_2 - \vec{E}_{i+1,j,k} \Delta Z \right] \quad (10)$$

この方法を 1. まえがきで述べた Babenko 等、Moretti 等<sup>4)</sup>の方法に較べると、中心差分における格子間点 ( $j \pm \frac{1}{2}, k \pm \frac{1}{2}$  等)での値を用いない事、X, Y 座標による二階微分の項を含まずに二次精度を得るため、代数表示が簡単である事、非中心差分を用いるため、 $\vec{H}_{i+1,j,k}$  を求めるために必要とする ( $i, j, k$ ) 面での格子点の数が非常に少なくてすむ事、等の利点がある。

### 5. 境界条件

計算領域の境界面  $X = 0, 1$  および、 $Y = 0, 1$  では境界条件を満足するように解を求めるが、内部の計算と同様に、予測と修正の二段階計算によるものとする。

#### 5.1 物体表面での条件

物体面での条件は、物理的には、流れが物体表面に沿うという事にすぎないが、数値的には、二段階計算でこの条件をどの様に表現するかという問題である。取り扱

う物体形状は、その表面は滑らかで、勾配は連続であると仮定する。ただし、表面の曲率の不連続性は考慮に入れるものとする。物体表面での境界条件の扱いは、この曲率不連続点で特に重要である。この点での予測は、上流の条件のみで決定され、従って、修正子の段階で曲率の不連続性による加速度の大幅な修正を必要とする。この変化によく追従しないと、数値的振動が生じ、これが特性方向に広く伝播して流れ場全体を乱す。

本報告では、Abbett (文献4) 参照) と Thomas<sup>2)</sup> が提唱した方法について述べ、応用例において、両者を用いて解いた結果によって、その比較検討を行なった。

#### (i) Abbett の方法 (文献10) 参照)

表面上で予測子(9)式を適用し、得られた速度ベクトル  $\vec{V}_{i+1}$  と接平面とのずれを、等エントロピ波の仮定による速度ベクトルの回転によって修正する。従って、表面での等エントロピ条件が必須であり、厳密には Kutler 等<sup>10)</sup>のように、埋蔵衝撃波のある場合には適用できない。

この方法では修正子(10)式を使用しないので、予測子(9)式では Y 方向微分  $\partial \vec{H} / \partial Y$  に中心差分  $(H_{k+1} - H_{k-1}) / 2\Delta Y$  を用いる。ただし、Y 方向速度成分が超音速の領域では  $k+1$  での条件は  $k$  での値に影響をおよぼさないで、後退差分  $(H_k - H_{k-1}) / \Delta Y$  を用いる。

予測された A 点 ( $i+1, j, k$ ) での速度ベクトル  $\vec{V}_{i+1,j,k}$  は一般には、表面に沿っていない。A 点での接平面と  $\vec{V}_{i+1,j,k}$  とのなす角  $\Delta \theta$  は次式で与えられる。

$$\Delta \theta = \sin^{-1} \left( \frac{\vec{V}_{i+1,j,k} \cdot \vec{n}}{|\vec{V}_{i+1,j,k}|} \right) \quad (11)$$

$$\text{但し } \vec{n} = \left\{ -\left(\frac{\partial r_b}{\partial z}\right) \vec{e}_z + \vec{e}_x - \left(\frac{\partial r_b}{\partial \phi}\right) \frac{1}{r_b} \vec{e}_y \right\} / \kappa_b$$

そこで、A 点に無限に近い B 点をその下流に取り、両点間に適当な強さの等エントロピ膨脹 (又は圧縮) 波を仮定すると、 $\vec{V}_{i+1,j,k}$  は  $\Delta \theta$  だけ回転されて表面に接する様になる ( $\Delta \theta > 0$  で膨脹波、 $\Delta \theta < 0$  で圧縮波を仮定する)。回転後の B 点の諸量が修正された  $\vec{H}_{i+1,j,k}$  であるとみなす。  $p_{i+1,j,k}$  は A 点での予測値と  $\Delta \theta$  から<sup>13)</sup>

$$p_{i+1,j,k} = \tilde{p}_{i+1,j,k} \left[ 1 - \frac{\gamma \tilde{M}^2}{\beta} \Delta \theta + \gamma \tilde{M}^2 \left\{ \frac{(\gamma+1) \tilde{M}^4 - 4\beta^2}{4\beta^4} \right\} \Delta \theta^2 \right] \quad (12)$$

で与えられる。修正値  $p_{i+1,j,k}$  が求められると  $\rho_{i+1,j,k}$  は表面に沿っての等エントロピ条件から、 $V_{i+1,j,k}$  はエネルギー保存式から夫々次式で与えられる。

$$\rho_{i+1,j,k} = \rho_s \left( \frac{p_{i+1,j,k}}{p_s} \right)^{1/\gamma} \quad (13)$$

$$V_{i+1,j,k} = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left( \frac{P_\infty}{\rho_\infty} - \frac{P_{i+1,j,k}}{\rho_{i+1,j,k}} \right)} \quad (14)$$

また、速度ベクトル、および速度成分は夫々次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_{i+1,j,k} &= V_{i+1,j,k} \frac{\vec{V} - (\vec{V} \cdot \vec{n}) \vec{n}}{|\vec{V} - (\vec{V} \cdot \vec{n}) \vec{n}|} \\ u_{i+1,j,k} &= V_{i+1,j,k} (\tilde{u} - a_1) / b_1 \\ v_{i+1,j,k} &= V_{i+1,j,k} (\tilde{v} + \frac{a_1}{\tau_b} \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi}) / b_1 \\ w_{i+1,j,k} &= V_{i+1,j,k} (\tilde{w} + a_1 \frac{\partial \tau_b}{\partial z}) / b_1 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

但し  $a_1 = \vec{V} \cdot \vec{n} = (\tilde{u} - \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi} \frac{1}{\tau_b} \tilde{v} - \frac{\partial \tau_b}{\partial z} \tilde{w}) / \kappa_b$

$$b_1 = \left[ \left( \tilde{u} - \frac{a_1}{\kappa_b} \right)^2 + \left( \tilde{v} + \frac{1}{\tau_b} \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi} \frac{a_1}{\kappa_b} \right)^2 + \left( \tilde{w} + \frac{\partial \tau_b}{\partial z} \frac{a_1}{\kappa_b} \right)^2 \right]^{1/2}$$

かくして、修正された  $\vec{H}_{i+1,j,k}$  が全て求まる。この方法の特徴は、修正子において  $p$  が求まると  $\rho, V (u, v, w)$  が、エントロピとエネルギーの保存式を通じて解析的に関係づけられているため、急な形状変化に際しても、差分近似による  $p, \rho, V$  間の解の矛盾が生じ得ない点にある。然し、表面に沿って流れが等エントロピ条件を満足しなければならない事に注意する必要がある。

(ii) Thomas の方法<sup>9)</sup>

表面上で予測子修正子の(9), (10)式を適用する。(9), (10)式で得られた速度が表面に沿うように、(5)式を(9), (10)式に夫々連立させると、形式的に条件過多の連立一次方程式系となる。そこで(5)式を使って速度を表面に接する二成分  $V_1, V_2$  で表わし、 $p, \rho, V_1, V_2$  についての予測子、修正子を作って解く。従って、表面での境界条件用に、特に新たな仮定を用いる必要はない。

接平面上の直交単位ベクトルを  $\vec{t}_1, \vec{t}_2$  とし、速度を次式で表わす。

$$\vec{V} = V_1 \vec{t}_1 + V_2 \vec{t}_2$$

$$\vec{t}_1 = \frac{\vec{n} \times \vec{e}_\phi}{|\vec{n} \times \vec{e}_\phi|}, \quad \vec{t}_2 = \vec{t}_1 \times \vec{n}$$

但し、 $\vec{n}$  は(11)式にて定義される法線単位ベクトル。

かくして、

$$\begin{aligned} \vec{V} &= u \vec{e}_r + v \vec{e}_\phi + w \vec{e}_z \\ &= \frac{1}{\sqrt{\xi}} \left\{ \left( V_1 \frac{\partial \tau_b}{\partial z} + \frac{V_2}{\tau_b \sqrt{\kappa_b}} \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi} \right) \vec{e}_r + \frac{\xi V_2}{\sqrt{\kappa_b}} \vec{e}_\phi \right. \\ &\quad \left. + \left( V_1 - \frac{V_2}{\tau_b \sqrt{\kappa_b}} \frac{\partial \tau_b}{\partial z} \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi} \right) \vec{e}_z \right\} \end{aligned}$$

これから

$$V_1 = \left( u \frac{\partial \tau_b}{\partial z} + w \right) / \sqrt{\xi} \quad (16)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{\kappa_b}{\xi}} v \quad (17)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{\kappa_b}{\xi}} \left( u - w \frac{\partial \tau_b}{\partial z} \right) \tau_b / \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi}$$

但し  $\xi = 1 + \left( \frac{\partial \tau_b}{\partial z} \right)^2$

となるが、(17)式の  $V_2$  は(5)式の条件を用いると、同一であることが証明され、過多条件が消去された事を示す。

$V_1, V_2$  の  $X=0$  での  $Z$  微分は

$$\left. \frac{\partial V_1}{\partial Z} \right|_{X=0} = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \left\{ \frac{\partial \tau_b}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{\epsilon}{\tau_b} \frac{v}{\xi} \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial Z} \right\}_{X=0} \quad (18^*)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial V_2}{\partial Z} \right|_{X=0} &= \frac{1}{\sqrt{\kappa_b \xi}} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial Z} - \frac{\partial \tau_b}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial Z} \right) \frac{1}{\tau_b} \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi} + \xi \frac{\partial v}{\partial Z} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\epsilon}{\tau_b \xi} \left( u \frac{\partial \tau_b}{\partial z} + w \right) \frac{\partial \tau_b}{\partial \phi} \right\}_{X=0} \quad (19) \end{aligned}$$

但し  $\epsilon = \frac{\partial^2 \tau_b}{\partial Z^2} - \frac{\partial^2 \tau_b}{\partial z \partial \phi} \frac{\partial g}{\partial z} / \frac{\partial g}{\partial \phi}$

かくして  $V_I (I=1$  又は  $2$ , 以下同様) に対する予測子は、

$$\vec{V}_{I,i+1,j,k} = V_{I,i,j,k} + \left( \frac{\partial V_I}{\partial Z} \right)_{i,j,k} \Delta Z \quad (20)$$

で与えられる。ここで、 $\left( \frac{\partial V_I}{\partial Z} \right)_{i,j,k}$  は(18)又は(19)式を用

いるが、これらの式中の  $\partial u / \partial Z, \partial w / \partial Z$  は基礎方程式(4)を用いて  $X, Y$  微分で与える。(20)式で得られる  $\vec{V}_{I,i+1,j,k}$  は  $Z = Z_i$  での表面における諸量から決められるため、 $Z = Z_{i+1}$  の表面の条件には一致していない事に注意を要する。

$\vec{V}_{I,i+1,j,k}$  から  $(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})_{i+1,j,k}$  を求めるには、(5)式および(16),(17)式を  $Z = Z_{i+1}$  で用いる。ここで、 $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$  は  $Z = Z_{i+1}$  の表面に沿わされる事になる。

\* Thomas の論文 (Ref.9) では  $(\partial V_1 / \partial Z)_{X=0}$  の  $v$  を含む項の符号に誤植があることを指摘しておく。

$V_I$  ( $I = 1$  又は  $2$ ) の修正子は

$$V_{I\ i+1,j,k} = \frac{1}{2} \left[ V_{I\ i,j,k} + \tilde{V}_{I\ i+1,j,k} + \left( \frac{\partial \tilde{V}_I}{\partial Z} \right)_{i+1,j,k} \Delta Z \right] \quad (21)$$

$\partial \tilde{V}_I / \partial Z$  は基礎方程式から  $X, Y$  微分で与える。

ここで初めて  $V_I$  に  $Z = Z_{i+1}$  の表面の条件が与えられる。

$(u, v, w)_{i+1,j,k}$  は  $V_{I\ i+1,j,k}$  と (5), (16), (17) 式から求められる。 $p, \rho$  の値は (9), (10) 式の予測子, 修正子から求められる。かくして,  $\vec{H}_{i+1,j,k}$  の値が全て与えられる。

## 5.2 衝撃波面上での条件

衝撃波を sharp shock 法で取扱い場合には, 通常の斜め衝撃波の関係式が境界で成り立つ。

質量保存式:

$$\rho_\infty V_{\infty n} = \rho V_n \quad (22)$$

運動量保存式:

$$p_\infty + \rho_\infty V_{\infty n}^2 = p + \rho V_n^2 \quad (23)$$

エネルギー保存式:

$$\left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) \frac{p_\infty}{\rho_\infty} + \frac{1}{2} V_{\infty n}^2 = \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} V_n^2 \quad (24)$$

接線方向速度保存式:

$$V_{\infty t} = V_t \quad (25)$$

但し

$$V_{\infty n} = \vec{V}_\infty \cdot \vec{n}_s, \quad V_{\infty t} = \vec{V}_\infty \cdot \vec{t}_s \quad \text{で}$$

$$\vec{n}_s = \left( \vec{e}_r - \frac{1}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} \vec{e}_\phi - \frac{\partial r_s}{\partial z} \vec{e}_z \right) / \kappa_s$$

$$\vec{t}_s = \vec{n}_s \times \frac{(-\vec{V}_\infty \times \vec{n}_s)}{|\vec{V}_\infty \times \vec{n}_s|}$$

(22)~(25) 式は衝撃波直後の諸量に対して成り立つもので, 基礎方程式(4)の任意の四つの式と等価とみなされる。そこで(4)式の  $p_n$  に対する方程式と(22)~(25)式を用いて, 衝撃波直後の諸量を支配する方程式とする。<sup>9)</sup>

先ず  $V_{\infty n} = \vec{V}_\infty \cdot \vec{n}_s$  から, 衝撃波の勾配  $\partial r_s / \partial z$  が,

$$\frac{\partial r_s}{\partial z} = \frac{1}{w_\infty^2 - V_{\infty n}^2} \left[ w_\infty \left( u_\infty - v_\infty \frac{1}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} \right) + V_{\infty n} \sqrt{\left( u_\infty - v_\infty \frac{1}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} \right)^2} \right] \left[ (w_\infty^2 - V_{\infty n}^2) \left\{ 1 + \left( \frac{1}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} \right)^2 \right\} \right] \quad (26)$$

$V_{\infty n}$  は (22), (23), (24) 式から

$$V_{\infty n} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_\infty} \left( \frac{p - p_\infty}{\rho - \rho_\infty} \right)} \quad (27)$$

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \left( \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) \frac{p + \left( \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) p_\infty}{p + \left( \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right) p_\infty} \quad (28)$$

で与えられる。また速度成分は(22), (25)式と  $\vec{n}_s, \vec{t}_s$  から

$$u = u_\infty + a_2$$

$$v = v_\infty - a_2 \frac{1}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} \quad (29)$$

$$w = w_\infty - a_2 \frac{\partial r_s}{\partial z}$$

但し

$$a_2 = \left( \frac{\rho_\infty}{\rho} - 1 \right) \left( u_\infty - \frac{v_\infty}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} - w_\infty \frac{\partial r_s}{\partial z} \right) / \kappa_s^2$$

となる。従って,  $p$  に対する予測子(9)式から  $\tilde{p}_{i+1,j,k}$  を求め, (26)~(29)式で  $(\tilde{\rho}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{r}_s)_{i+1,j,k}$  を与え, これを用いて, 修正子(10)式で  $p_{i+1,j,k}$  を求めると, 再び(26)~(29)式によって  $(\rho, u, v, w, r_s)_{i+1,j,k}$  が与えられる。ただし,  $r_s$  は(26)式で,  $\partial r_s / \partial z$  を求め,

$$\tilde{r}_{s\ i+1,j,k} = r_{s\ i,j,k} + \left( \frac{\partial r_s}{\partial z} \right)_{i,j,k} \Delta Z \quad (30)$$

$$r_{s\ i+1,j,k} = \frac{1}{2} \left[ r_{s\ i,j,k} + \tilde{r}_{s\ i,j,k} + \left( \frac{\partial r_s}{\partial z} \right)_{i+1,j,k} \Delta Z \right] \quad (31)$$

$$\text{但し, } \frac{\partial r_s}{\partial z} = \frac{\partial r_s}{\partial z} - \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial r_s}{\partial \phi} / \frac{\partial f}{\partial \phi}$$

によって予測子, 修正子が与えられる。

## 5.3 $\phi$ 方向の境界条件

$\phi$  方向の境界条件としては, 特に物理的に決められるべき条件は一般にはない。本報告では通常扱われる流れの性質として, 物体は対称面を持ち, 迎角はこの対称面内の方向に取るとする。この場合には, 上下の対称面における対称条件が,  $\phi$  方向の境界条件となる。勿論, 全く非対称な流れであっても, 本質的な差異はない。

$v$  以外の諸量  $p, \rho, u, w$  は  $\phi$  方向の方向性を持たないので, 各対称面上  $Y = 0$  又は  $1$  では

$$\frac{\partial p}{\partial Y} = \frac{\partial \rho}{\partial Y} = \frac{\partial u}{\partial Y} = \frac{\partial w}{\partial Y} = 0 \quad (32)$$

$v$  は対称面上ではゼロで, その前後で符号を変えるので

$$v = 0$$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial g}{\partial \phi} \right) \frac{\partial v}{\partial Y} = \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{\partial f}{\partial \phi} \frac{\partial v}{\partial r}$$

となるが,  $f$  の対称条件を用いると

$$\frac{\partial v}{\partial Y} = \frac{\partial v}{\partial \phi} / \frac{\partial g}{\partial \phi}$$

となる。\$Y=0, 1\$間を\$M\$等分割し、それぞれ\$j=2, M+2\$とし、\$j=1\$および\$M+3\$に仮想点を取る。上式の\$u\$の微分を中心差分で置きかえると<sup>9)</sup>

$$v_{i,1,k} = \left\{ 1 - \frac{2\Delta Y}{\phi_{i,3,k} \left( \frac{\partial g}{\partial \phi} \right)_{i,2,k}} \right\} v_{i,3,k} \quad (33)$$

$$v_{i,M+3,k} = \left\{ 1 - \frac{2\Delta Y}{(\phi_{i,M+3,k} - \phi_{i,M+2,k}) \left( \frac{\partial g}{\partial \phi} \right)_{i,M+2,k}} \right\} v_{i,M+1,k} \quad (34)$$

\$p, \rho, u, w\$の\$j=1, M+3\$での値は、(33)式に中心差分を適用して、

$$P_{i,1,k} = P_{i,3,k} \quad (35)$$

$$P_{i,M+3,k} = P_{i,M+1,k} \quad (36)$$

但し\$P\$は\$p, \rho, u, w\$をあらわすものとする。(33)~(36)式による境界条件は、\$Y\$方向の境界\$j=2, M+2\$において、予測子、修正子を用いる場合に必要とされる\$j=1, M+3\$の値を与えるものである。

### 6. 差分幅と数値解の安定性

差分式(9), (10)により\$Z\$方向に解き進める際、\$\Delta X, \Delta Y\$はそれぞれ\$0 \sim 1\$間の任意の\$N, M\$等分によって与えられる。しかし、予測子-修正子法の様な陽解法において、安定な数値解を得るためには、一般に\$\Delta Z\$は\$\Delta X, \Delta Y\$に応じた制限を受ける。\$\Delta Z\$は、各差分格子点\$(i, j, k)\$ごとに、Von Neumanの安定条件<sup>14)</sup>を適用し、これを満足する様に決められる。しかし現在までのところ、三次元非線形方程式の安定解析を行なう方法はない。そこで、基礎方程式を、\$Z-X, Z-Y\$の連立二次元線形斉次方程式とみなして、フーリエ展開法<sup>14)</sup>による安定解析を行ない、安定条件を求めて各格子点に適用し、\$\Delta Z\$を求め方法について、簡単に述べる。

基礎方程式(4)に対応して

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial Z} + [A] \frac{\partial \vec{H}}{\partial X} = 0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial Z} + [B] \frac{\partial \vec{H}}{\partial Y} = 0 \quad (38)$$

の線形斉次方程式を考える。(37)式の差分式は(9), (10)式に対して

$$\vec{H}_{i+1,j} = H_{i,j} - [A] (\vec{H}_{i,j+1} - H_{i,j}) h_1$$

$$\vec{H}_{i+1,j} = \frac{1}{2} (\vec{H}_{i,j} + \vec{H}_{i+1,j} - [A] (\vec{H}_{i+1,j} - \vec{H}_{i+1,j-1}) h_1)$$

修正子中の\$\vec{H}\_{i+1}\$に予測子を代入して

$$\vec{H}_{i+1,j} = \frac{1}{2} \{ 2\vec{H}_{i,j} - [A] (\vec{H}_{i,j+1} - \vec{H}_{i,j-1}) + [A]^2 (\vec{H}_{i,j+1} - 2\vec{H}_{i,j} + \vec{H}_{i,j-1}) h_1^2 \} \quad (39^*)$$

ここで、\$H\$をフーリエ展開して

$$\vec{H}_{i,j} = \sum_{\pi} \vec{a}_i^{(\pi)} \exp(\omega \pi j \Delta X) \quad \text{但し } \omega = \sqrt{-1}$$

これを(39)式に代入して、第\$m\$項のみ取り出すと

$$2\vec{a}_{i+1}^{(m)} \exp(\omega \pi j \Delta X) = \{ 2 - [A] h_1 \{ \exp(\omega \pi \Delta X) - \exp(-\omega \pi \Delta X) \} + [A]^2 h_1^2 \{ \exp(\omega \pi \Delta X) - 2 + \exp(-\omega \pi \Delta X) \} \} \times \vec{a}_i^{(m)} \exp(\omega \pi j \Delta X)$$

従って、増幅行列\$[G]\$は

$$[G] = \vec{a}_{i+1}^{(m)} / \vec{a}_i^{(m)} = \{ 1 - 2[A]^2 h_1^2 \sin^2(m\Delta X/2) \} - \omega [A] h_1 \sin(m\Delta X) \quad (40)$$

行列\$[A], [G]\$の固有値を夫々\$\lambda\_A, \lambda\_G\$とすると、Von Neumanの安定条件は、次式で与えられる。

$$|\lambda_G| = | \{ 1 - 2\lambda_A^2 h_1^2 \sin^2(m\Delta X/2) \} - \omega \lambda_A h_1 \sin(m\Delta X) | \leq 1$$

これから

$$\lambda_A^2 h_1^2 \leq \{ 4 \sin^2(m\Delta X/2) - \sin^2(m\Delta X) \} / \sin^4(m\Delta X/2) = 1$$

故に

$$\lambda_A \leq \Delta X / \Delta Z \quad (41)$$

(38)式に対しても全く同様にして

$$\lambda_B \leq \Delta Y / \Delta Z \quad (42)$$

\$\lambda\_A, \lambda\_B\$は\$A, B\$の特性方程式

$$\left. \begin{aligned} \det([A] - \lambda_A [I]) &= 0 \\ \det([B] - \lambda_B [I]) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

から、夫々\$\lambda\$の五次式で与えられ、その根は次式で与えられる。

$$\lambda_A = \frac{1}{w} \left( w \frac{\partial f}{\partial Z} + f_1 \right) \quad (3 \text{ 重根}) \quad (44)$$

\* この(39)式において、MacCormackの非対称差分式が結果として、中心差分の式になっている事に注意したい。双曲型方程式の一般解は\$Y\$の正負の方向の特性方向に伝播する波動関数で与えられるが、この性質は非中心差分を用いても、修正子の段階で中心差分の形になる事によって満足されている。



$$\lambda_A = \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{1}{\eta} \left( w f_1 \pm a \sqrt{f_1^2 + \eta \left\{ \left( \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} \right)^2 \right\}} \right) \quad (45)$$

但し,  $f_1 \equiv u \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi}$

$$\lambda_B = \frac{1}{w} \left( w \frac{\partial g}{\partial z} + \frac{v}{r} \frac{\partial g}{\partial \phi} \right) \quad (3 \text{ 重根}) \quad (46)$$

$$\lambda_B = \frac{\partial g}{\partial z} + \frac{1}{r \eta} \left( v w \pm a \sqrt{\eta + v^2} \right) \frac{\partial g}{\partial \phi} \quad (47)$$

また, XZ面での流線のZ軸となす角を  $\theta_{sl}$  とすると,

$$\tan \theta_{sl} = \frac{\vec{v} \cdot \nabla f}{w} = \frac{1}{w} \left( w \frac{\partial f}{\partial z} + f_1 \right)$$

z面でも同様に

$$\tan \theta_{sl} = \frac{\vec{v} \cdot \nabla g}{w} = \frac{1}{w} \left( w \frac{\partial g}{\partial z} + u \frac{\partial g}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial g}{\partial \phi} \right)$$

たゞし  $\partial g / \partial r = 0$ 。従って(44), (46)式はいずれも各面での接線の方向を与えている。残る2根(45), (47)は(37), (38)の特性方程式(43)を満足するから, 明らかに(37), (38)式の特性曲線の方向を与えるものである。 $\Delta Z$ としては, 各格子点で(41), (42)式を同時に満足する必要があるので,  $\lambda_A, \lambda_B$ としては(44), (45)式および(46), (47)式でそれぞれ最大値をえらぶことになる。

流線と特性曲線がZ軸となす角を比較すると, 第1, 2群のいずれかの特性曲線がZ軸となす角の方が, 流線がZ軸となす角より常に大きくなる。従って(45), (47)式の各2根のうち, 大きい方を  $\lambda_{Am}, \lambda_{Bm}$  とし, (41), (42)式から

$$\Delta Z_{Am} = \Delta X / \lambda_{Am}$$

$$\Delta Z_{Bm} = \Delta Y / \lambda_{Bm}$$

として, 各格子点で  $\Delta Z_{Am}, \Delta Z_{Bm}$  を求め, その内の最小値

$$\Delta Z_m = (\Delta Z_{Am}, \Delta Z_{Bm}) \text{ minimum}$$

を求める。この様に決められた  $\Delta Z_m$  は, 連立二次元線形斉次方程式から得られたものであり, 一般に三次元非線形斉次方程式に対する  $\Delta Z$  としては,

$$\Delta Z = K \cdot \Delta Z_m \quad (48)$$

として用いる。Kは0~1の定数で, 問題に応じた試行計算を要するが, 通常  $K \sim 0.9$  とする。

この  $\Delta Z$  の条件は物理的には次の様に考えられる。任意の点Aの影響は, A点から出る特性曲線より下流までにはおよばないので,  $\Delta Z$  の限界は各点での特性曲線の方向で決められる。 $\Delta Z$  は各格子点で異なるが, その最小値でおさえる。これは一次元非定常方程式における,<sup>14)</sup> 良く知られた Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件

に対応するものである。特性曲線法では, 各格子点での  $\Delta Z$  で計算を進めるもので, その意味で最も妥当な方法であるが,  $\Delta Z$  が場所ごとに異なる。このため三次元計算では計算手順が非常に煩雑になり, 差分法より大きい  $\Delta Z$  で計算は進められるが, 今日の計算機の高速度化からみて, 差分法の方がはるかに有利である。

### 7. 数値計算例

数値計算例としては, 極超音速流中に, 迎角10度で置かれた鈍頭円錐についての計算結果を示す。鈍頭頭部形状は球とし, 半頂角15度の円錐に滑らかに接続するものとする。

#### 7.1 初期条件

三次元非粘性流に対する初期値を,  $w/a > 1$  の領域で与える。迎角10度では, 球面上で,  $w/a > 1$  となるので, 円錐面上の流れに対する初期値は球と円錐の接合線を含む平面(以下単に接合面と呼ぶ)内で与えるものとする。この場合には,  $\xi$  軸を中心軸とした半球面上での軸対称流を求め, これを初期値として, 頭部三次流を  $\xi$  方向に解いて接合面での解を求める。

球面上での非粘性解は, 離脱衝撃波後の亜音速, 低超音速流について, それぞれ逆角法, および特性曲線法<sup>16)~20)</sup>で与える。これらの方法については良く知られているので, ここでは省略する。

次に, 接合面上での  $\eta, \psi, \xi$  座標解が得られたとして,  $r, \phi, z$  座標の変換について簡単にのべる。

接合面内において, 球面と頭部衝撃波面の間にある任意の点P( $r, \phi, z$ )を取る(図2参照)。P点での解は,  $\lambda \equiv \angle POA$  と  $R \equiv PO$  を与えれば,  $\eta, \psi, \xi$  座標に関する

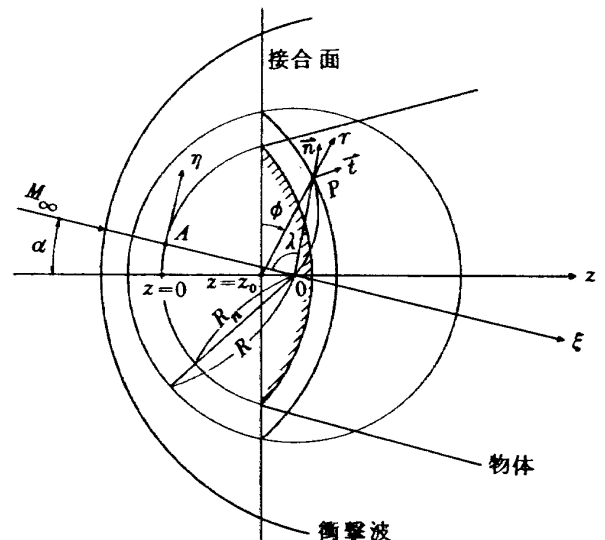


図2 軸対称流と初期値面の関係

る解から以下の様に求められる。λは自由流 $\vec{V}_\infty$ と $\overline{OP}$ の成す角であるから

$$\cos \lambda = -\frac{\vec{V}_\infty \cdot \vec{e}_n}{V_\infty} = \frac{-(\vec{e}_r \sin \alpha \cos \phi - \vec{e}_\psi \sin \alpha \sin \phi + \vec{e}_z \cos \alpha)}{\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)_p^2}}$$

但し、 $\vec{e}_n$ は0点を中心に半径Rで描いた球面に対するP点での単位法線ベクトルであり、 $\left(\frac{dr}{dz}\right)_p$ はP点での球面のz方向勾配で

$$\left(\frac{dr}{dz}\right)_p = \frac{R_n - z}{r} = \frac{R_n \sin \theta_c}{r}$$

従って、λ, Rは

$$\lambda = \cos^{-1} \left\{ \frac{R_n \sin \theta_c \cos \alpha - r^2 \cos \phi \sin \alpha}{\sqrt{r^2 + R_n^2 \sin^2 \theta_c}} \right\} \quad (49)$$

$$R = \sqrt{r^2 + (z - R_n)^2} \quad (50)$$

このλ, Rを用いると、P点の円柱座標(η, ψ, ξ)は

$$\left. \begin{aligned} \eta &= R \sin \lambda \\ \xi &= R_n - R \cos \lambda \\ \psi &= \sin^{-1} \left( \frac{r \sin \phi}{R_n \sin \lambda} \right) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

となる。速度成分u, v, wはξ軸を角度αだけ回転することにより、速度成分( $V_\eta, V_\psi, V_\xi$ )から求められる。ここでは、 $\vec{V}$ の法線、接線成分を両座標で表わす事により、u, v, wを $V_\eta, V_\psi, V_\xi$ と結びつけた。

P点での球面に対する法線ベクトル $\vec{e}_n$ と $\vec{V}_\infty$ を含む面内にあって、球面への単位接線ベクトル $\vec{e}_t$ は

$$\vec{e}_t = \frac{\vec{V}_\infty - (\vec{V}_\infty \cdot \vec{e}_n) \vec{e}_n}{|\vec{V}_\infty - (\vec{V}_\infty \cdot \vec{e}_n) \vec{e}_n|} = \frac{\left\{ \vec{e}_z + \left(\frac{dr}{dz}\right)_p \vec{e}_r \right\} B_1 - \vec{e}_\phi C_1 \sin \alpha \sin \phi}{A_1 \sqrt{C_1}} \quad (52)$$

$$\text{但し } \vec{e}_n = \frac{\vec{e}_r - \left(\frac{dr}{dz}\right)_p \vec{e}_z}{\sqrt{C_1}}$$

$$e_\psi = \frac{\left\{ \vec{e}_z + \left(\frac{dr}{dz}\right)_p \vec{e}_r \right\} D_1 + C_1 B_1 \vec{e}_\phi}{A_1 C_1}$$

$$A_1 = \sqrt{\sin^2 \phi + \left\{ \left(\frac{dr}{dz}\right)_p \sin \alpha + \cos \alpha \cos \phi \right\}^2}$$

$$B_1 = \cos \alpha + \left(\frac{dr}{dz}\right)_p \sin \alpha \cos \phi$$

$$C_1 = 1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)_p^2, \quad D_1 = C_1 \sin \alpha \sin \phi$$

$\vec{e}_n, \vec{e}_t$ をη, ξ座標で表わすと、上式でα=0と置いて

$$\vec{e}_n = \frac{\vec{e}_\eta - \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_p \vec{e}_\xi}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_p^2}}$$

$$\vec{e}_t = \frac{\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_p \vec{e}_\eta + \vec{e}_\xi}{\sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_p^2}}$$

$$\text{但し } \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_p = \frac{R_n - \xi}{\eta} = \cot \lambda$$

従って、 $\vec{V}$ の法線、接線成分 $V_n, V_t$ は

$$\left. \begin{aligned} V_n &= \vec{e}_n \cdot \vec{V} = \vec{e}_n (V_\eta \vec{e}_\eta + V_\psi \vec{e}_\psi + V_\xi \vec{e}_\xi) \\ &= (V_\eta - V_\xi \cot \lambda) \sin \lambda \\ V_t &= \vec{e}_t \cdot \vec{V} = \vec{e}_t (V_\eta \vec{e}_\eta + V_\psi \vec{e}_\psi + V_\xi \vec{e}_\xi) \\ &= (V_\eta \cot \lambda + V_\xi) \sin \lambda \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

他方

$$\vec{V} = u \vec{e}_r + v \vec{e}_\phi + w \vec{e}_z = V_n \vec{e}_n + V_t \vec{e}_t + V_\psi \vec{e}_\psi$$

この $\vec{e}_n, \vec{e}_t, \vec{e}_\psi$ に(52)式を代入して速度成分u, v, wを次の様に得る。

$$\left. \begin{aligned} u &= \left\{ A_1 \sqrt{C_1} V_n + \left(\frac{dr}{dz}\right)_p B_1 \sqrt{C_1} V_t + \left(\frac{dr}{dz}\right)_p D_1 V_\psi \right\} / A_1 C_1 \\ v &= (-D_1 V_t + B_1 \sqrt{C_1} V_\psi) / A_1 \sqrt{C_1} \\ w &= \left\{ -\left(\frac{dr}{dz}\right)_p A_1 \sqrt{C_1} V_n + B_1 \sqrt{C_1} V_t + D_1 V_\psi \right\} / A_1 C_1 \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

実際の計算では次の手順で初期値を与えた。まず、Z=Z<sub>0</sub>の接合面X-Y面内で、初期値格子点座標を与え、これを(49~51)式でη, ψ, ξ座標に変換する。変換された格子点での解は、ξ軸に関する解から内挿で求める。球面上の軸対称流の解としては、逆解法、特性曲線法でw/a > 1を満足する迄解き、その後を、ξ軸に関する差分解

法を適用した。Z = Z<sub>0</sub> での衝撃波の勾配, dr<sub>s</sub>/dZ を求め, sharp shock 法の初期値とした。

7.2 計算例

計算例として空気流 (r = 1.4) 中で

$$M_{\infty} = 7.1, \alpha = 10^{\circ}, \theta_c = 15^{\circ}$$

の条件で行なった結果を示す。この条件は航空宇宙技術研究所に設置された極超音速風洞で行なわれた鈍頭円錐実験<sup>21)</sup>の条件と一致しており, また, NASA で Cleary によってなされた実験<sup>22)</sup>(M<sub>∞</sub> = 7.4, α = 10°, θ<sub>c</sub> = 15°)ともほぼ一致している。計算結果はこれらの実験値と比較して示した。

計算は, ΔX = 1/24, ΔY = 1/24 で r, φ 座標の変換 (3)式は行なわず, 従って X = X<sub>0</sub>, Y = Y<sub>0</sub> とした。<sup>\*</sup>

また, Δz は (4)式で, K = 0.9 として求めた。物体面上の境界条件は Abbett の方法を用いた。Thomas の方法を用いた結果については, 次節 (8. 検討) で述べる。

非粘性流の基礎方程式 (1) は, ρ, u, v, w を自由流の値 ρ<sub>∞</sub>, V<sub>∞</sub> で, r, z は R<sub>n</sub> で, p は ρ<sub>∞</sub> V<sub>∞</sub><sup>2</sup> で無次元化される。p の無次元化量 ρ<sub>∞</sub> V<sub>∞</sub><sup>2</sup> は ρ<sub>∞</sub> V<sub>∞</sub><sup>2</sup> = ρ<sub>∞</sub> r M<sub>∞</sub><sup>2</sup> であるから

$$\frac{P}{R_{\infty}} = \frac{p}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2} \cdot \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}{p_{\infty}} = r M_{\infty}^2 \frac{p}{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}$$

となり, 衝撃波前方で ρ/ρ<sub>∞</sub> = V/V<sub>∞</sub> = p/p<sub>∞</sub> = 1 と置いて全ての計算は M<sub>∞</sub>, r を与えれば実行される。

図 3 には, φ = 0°, 180° の対称面での衝撃波の形状について, 数値解を実験結果 (シャドウグラフ)<sup>21)</sup>と比較して示す。計算結果とシャドウグラフとは非常によく一

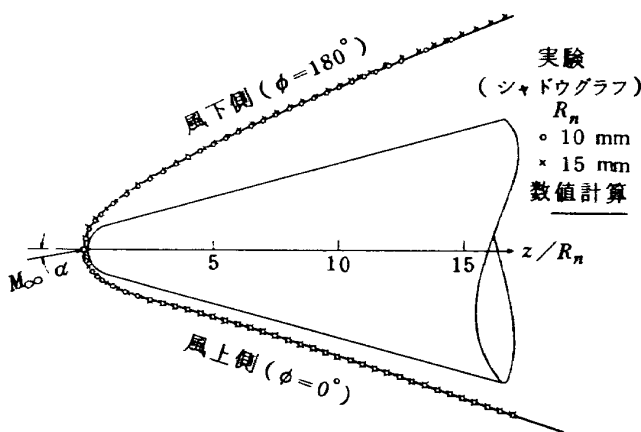


図 3 衝撃波形状の数値計算結果と実験結果の比較 (M<sub>∞</sub> = 7.1, α = 10°)

致しており, また実験での R<sub>n</sub> の影響はほとんどみられない。衝撃波の形状は, 特に風上側で鈍頭円錐の特徴をよく示している: 球形頭部に流入した気流はその表面上で加速された後, 円錐面上に流入する。その接合面での曲率の不連続変化のため, 上流の膨張波が円錐面上に残り, 流れは即座に錐状流にはならず, 過膨張流となる。このため衝撃波は円錐面に接近するが, 衝撃波で反射された頭部膨張波の反射が, 過膨張領域を通過後表面で圧縮波を生じ, 円錐面に接近した衝撃波を押し戻す。この様に, 球状頭部を通過した流れは, その後の円錐面上の流れ場に強い影響を及ぼすが, 円錐断面の増大と共に, 次第に表面近傍に集まり, 十分下流では薄いエントロピ層となり, 流れ場は円錐部に対する錐状流が支配的となる。この様子は, 図 5 の圧力分布にも良く示され, また十分下流 (S/R<sub>n</sub> ~ 25) では, Babenko 等<sup>3)</sup>の与えた鋭い円錐に対する解と殆んど一致している事が示されている。

図 4.5 には, z/R<sub>n</sub> に対して, 無次元表面圧力 C<sub>p</sub> ≡ (P - P<sub>∞</sub>) / (1/2 ρ<sub>∞</sub> V<sub>∞</sub><sup>2</sup>) を示す。図 4 の半球面上

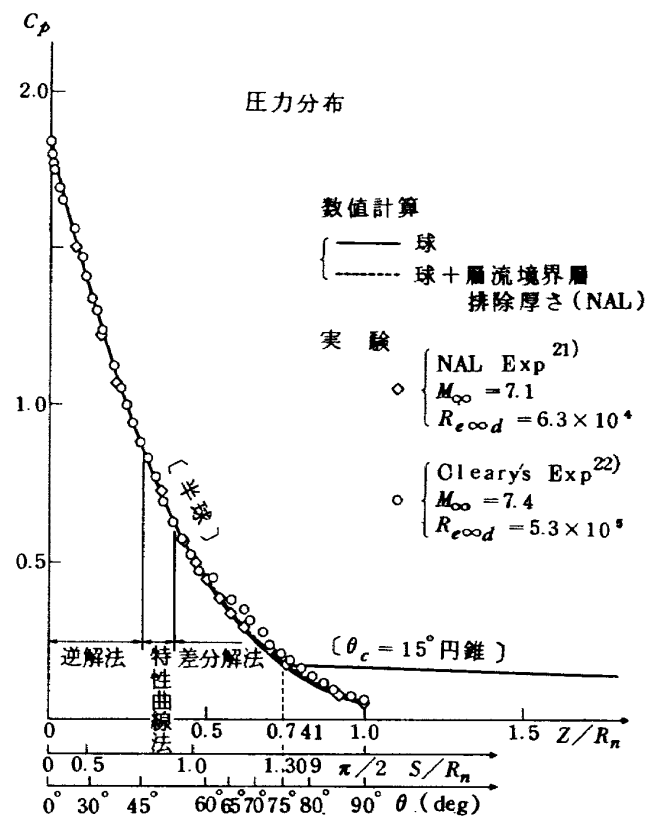


図 4 半球表面上の圧力分布

\* 迎角なしの計算において, X座標を  $X = \frac{1}{\omega} \sin h^{-1}(X_0 \sin h \omega)$  によって拡大し, X = X<sub>0</sub> とした場合と比較した結果, その差は殆んど見られなかった。ΔX = 1/24 を更に荒くとする時には, (3)式の適当な拡大が必要になるものと思われる。

の圧力分布は、逆解法、特性曲線法、差分法を順次つないで用いた結果であり、比較した実験結果は当所<sup>21)</sup>および Cleary<sup>22)</sup> によって測定されたものである。計算結果と実験結果は非常によい一致を示すが、 $\theta > 60^\circ$  で Cleary の結果と若干のずれを生ずる。これは、Cleary の実験ではレイノルズ数が大きく、表面上の境界層が層流から乱流に移したためと推測される。層流境界層の発達の影響を考慮すると、計算値は破線で示した値となる。<sup>21)</sup> 図5は、円錐表面上での各母線に沿った圧力分布を示す。比較した実験は、球と同様に、当所および Cleary の測定値で、四種類の頭部半径のデータを含んでいる。計算値と実験値は良く一致しているが、Cleary の実験値とは、球の接合面近傍で、ずれが見られる。このずれは、図4の球面上で生じた現象によるものである事は、 $\phi = 0^\circ$  の接合点の値を、球面上での  $\theta = 65^\circ (= 90^\circ - \alpha - \theta_c)$  の値と比較すると容易にわかる。従って、球面上に発達した乱流境界層が球面の曲率を減少し、膨張波を弱め、これが過膨張領域における円錐面上の圧力低下を小さくしているものと考えられる。これは、レイノルズ数の小さい当所の実験値と計算値がよく一致している事から裏づけられる。

以上の比較から、粘性流の影響を無視出来る範囲では、非粘性差分法は実験値と非常によく一致した結果を与える事がわかる。

### 8. 物体面境界条件の検討

前節で示した通り、物体面上境界条件として Abbett の方法を用いた三次元差分法は、安定な解を与えた。比較のため、同一計算条件で Thomas の方法を物体面境界条件として用いた結果を示す。

図6には  $\alpha = 0^\circ$ 、図7には  $\alpha = 10^\circ$  での三本の母線に沿った表面圧力について、Thomas および Abbett の方法を用いて解いた結果を示す。Thomas の方法による結果は、 $\alpha$  によらず接合面での曲率不連続点以下に振動解がみられる。 $\alpha = 10^\circ$  の場合には、 $\phi$  に応じて振動の周期が変わり、 $\phi = 0^\circ$  では振動は比較的早く収束するが、 $\phi$  が増加すると振動は長く残る。

(48式)の  $K = \Delta Z / \Delta Z_m$  を小さくしても、この振動はほとんど変わらない。そこで、以下に Thomas の方法で、曲率不連続点での、予測子、修正子の動きを検討してみる。

$Z = Z_i$  を接合点とする。 $Z = Z_{i+1}$  での  $p$  と  $\rho$  に対する予測子は、(9)式の

$$\begin{aligned} \vec{H}_{i+1,j,k} = & \vec{H}_{i,j,k} - [A]_{i,j,k} (\vec{H}_{i,j,k} - \vec{H}_{i,j,k}) h_1 \\ & - [B]_{i,j,k} (\vec{H}_{i,j,k+1} - \vec{H}_{i,j,k}) h_2 \\ & - \vec{E}_{i,j,k} \Delta Z \end{aligned}$$

ここで、 $[A]$ ,  $[B]$ ,  $\vec{E}$  は  $Z = Z_i$  での量で決められるので、 $\vec{p}_{i+1,j,k}$ ,  $\vec{\rho}_{i+1,j,k}$  は  $Z = Z_{i+1}$  での表面の状態を考慮されていない。表面に沿う速度  $V_I$  ( $I = 1$  又は  $2$ ) の予測

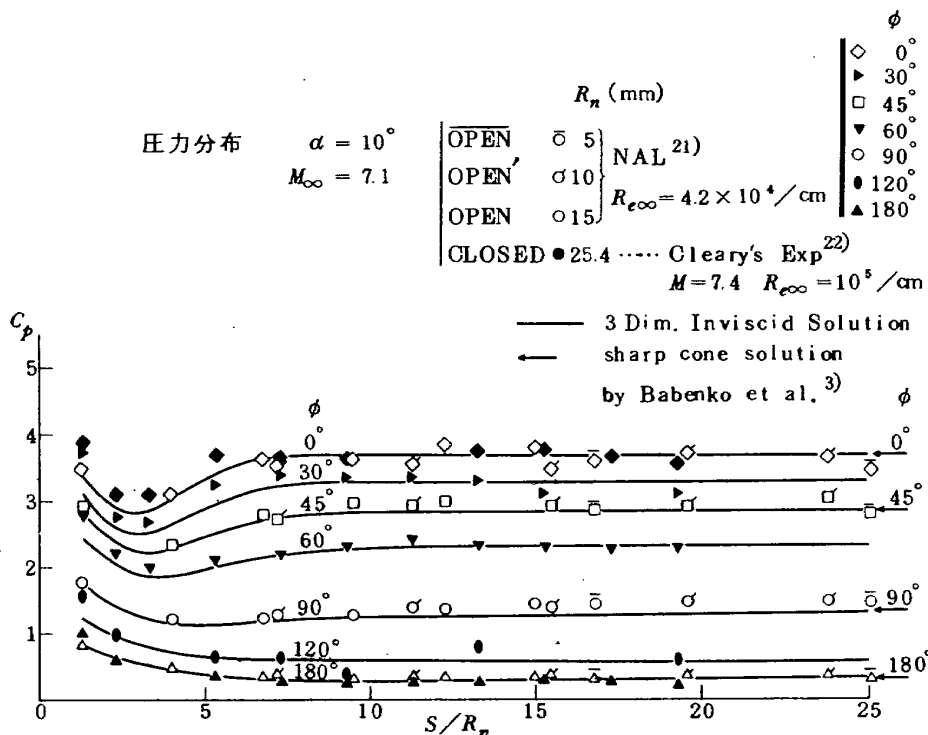


図5 円錐部表面圧力分布

子は(10)式の

$$\tilde{V}_{I,i+1,j,k} = V_{I,i,j,k} + \left(\frac{\partial V_I}{\partial Z}\right)_{i,j,k} \Delta Z$$

で与えられ、 $Z = Z_{i+1}$  の条件は考慮されない。然し、 $\tilde{V}_{I,i+1,j,k}$  から  $(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})_{i+1,j,k}$  を求める時に、(5)式によって  $Z_{i+1}$  の表面の条件が用いられるため、 $u, v, w$  の大きさには  $Z_{i+1}$  の表面条件が考慮されていないが、その比率から表面に沿わされている。次に、 $p, \rho$  の修正子は(10)式の

$$\vec{H}_{i+1,j,k} = \frac{1}{2} \left\{ \vec{H}_{i,j,k} + \vec{H}_{i+1,j,k} - (\vec{A})_{i+1,j,k} \right.$$

$$\left. (\vec{H}_{i+1,j,k} - \vec{H}_{i+1,j-1,k}) h_1 - (\vec{B})_{i+1,j,k} \right.$$

$$\left. (\vec{H}_{i+1,j,k} - \vec{H}_{i+1,j,k-1}) h_2 \right.$$

$$\left. - \vec{E}_{i+1,j,k} \Delta Z \right\}$$

で与えられる。 $(\vec{A}), (\vec{B}), \vec{E})_{i+1,j,k}$  は  $(\tilde{p}, \tilde{\rho}, \tilde{u}, \tilde{v},$

$\tilde{w})_{i+1,j,k}$  から与えられるので、 $p_{i+1,j,k}, \rho_{i+1,j,k}$  には  $(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})_{i+1,j,k}$  の比率からのみ  $Z_{i+1}$  の表面の曲率不連続性の条件が与えられる事になる。他方、 $(u, v, w)_{i+1,j,k}$  は  $V_I$  の修正子(10)式の

$$V_{I,i+1,j,k} = \frac{1}{2} \left\{ V_{I,i,j,k} + \tilde{V}_{I,i+1,j,k} + \left(\frac{\partial \tilde{V}_I}{\partial Z}\right)_{i+1,j,k} \Delta Z \right\}$$

から求められる。表面の条件は  $(\partial \tilde{V}_I / \partial Z)_{i+1,j,k}$  を与える(10), (19)式を通して  $V_{I,i+1,j,k}$  には与えられ、更に、 $V_{I,i+1,j,k}$  から  $u, v, w$  を求める際にも、(5)式から表面の条件が与えられる。

以上から明らかな様に、 $Z = Z_i$  から  $Z_{i+1}$  を求める際に、 $Z_{i+1}$  の表面の条件は  $u, v, w$  には十分伝えられるが、 $p, \rho$  には十分正しく伝えられない。この様に、表面の条件が、各物理量ごとに不均一に与えられると、物体形状の不連続的な急変に際しては、当然その数値解に

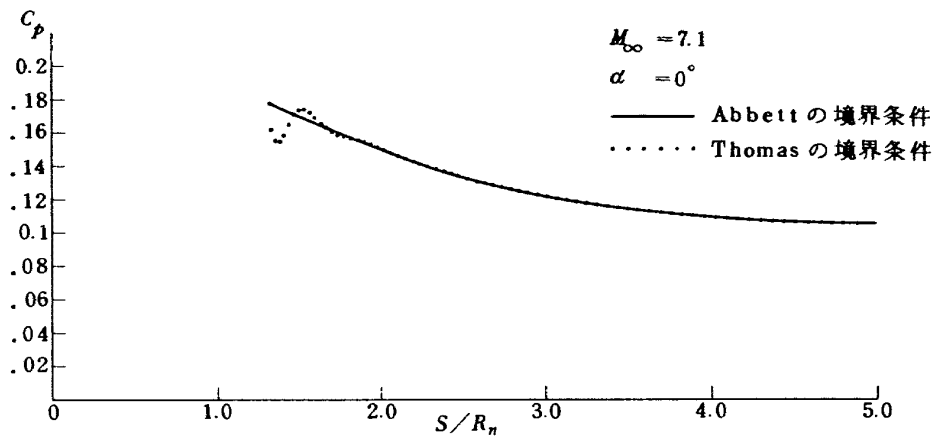


図6 境界条件の影響 ( $\alpha = 0^\circ$ )

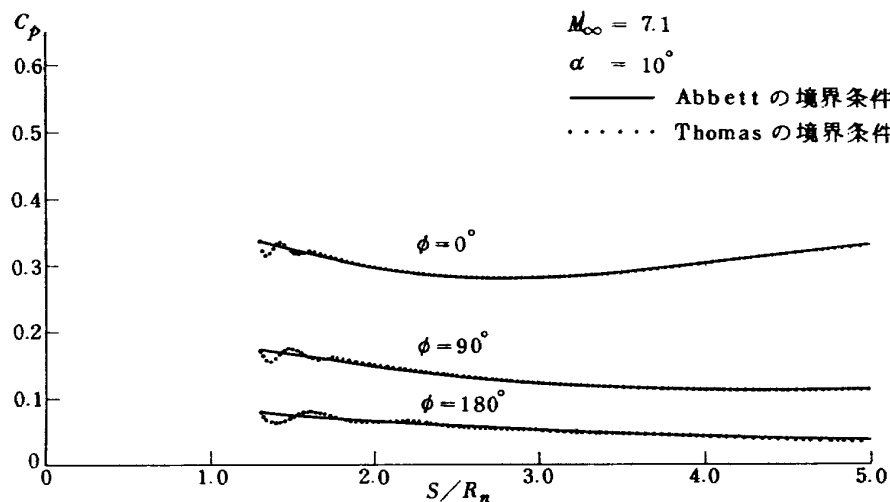


図7 境界条件の影響 ( $\alpha = 10^\circ$ )

振動が生ずる。 $Z = Z_{i+1}$  以後、連続な表面上で振動は次第に収束するが、振動の周期とその収束距離は  $\phi$  によって異なる。これは、各  $\phi$  に対応して、衝撃波と物体表面の距離が異なるため、同一  $\Delta X$  に対応した物理長さ  $\Delta l$  が  $\phi$  ごとに異なるためであり、 $\Delta l$  が一番大きくなる  $\phi = 180^\circ$  で周期の長い振動が最も長い距離持続する。また、 $\phi = 90^\circ$  での  $\Delta l$  は、 $\phi = 0^\circ$  の  $\Delta l$  とほぼ同一となるが、振動の周期とその持続距離もほぼ等しくなる。

同様の考察を Abbett の方法について行なうと次の通りである。予測子では  $\vec{H}(\tilde{p}, \tilde{\rho}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})_{i+1,j,k}$  について、全て(9)式を用いる。従って予測子では  $Z = Z_{i+1}$  での表面の条件はいずれの量にも与えられない。得られた速度ベクトル  $\vec{V}_{i+1,j,k}$  を、等エントロピ波の仮定により  $Z_{i+1}$  の表面に沿わせたとし、修正圧力  $p_{i+1,j,k}$  を求め、これを用いて、エントロピ、エネルギーの保存式から解析的に  $(\rho, u, v, w)_{i+1,j,k}$  を与える。従って、表面の条件は各量に均一に与えられ、各量は修正子の段階で解析的に結びつけられ、その間には差分近似を含んでいない。このため、表面の不連続性による振動解が生じない。ただし、(11)式の  $\Delta \theta$  は三次元的回転角を与えるものであり、物体が  $\phi$  方向に大きな曲率不連続を持つ場合には、更に検討を要するであろう。

## 9. む す び

三次元非粘性超音速流の差分値について述べ、その方法により、迎角のある鈍頭円錐についての数値計算例を示した。その結果は次の通りである。

(1) 衝撃波を sharp-shock 法で扱い、物体面境界条件に Abbett の方法を適用して、三次元非粘性超音速流を MacCormack の二次精度非中心差分、予測子-修正子法を用いて解くと、安定な解が得られた。

(2) 物体面境界条件として Thomas の方法を用いると、物体面の曲率不連続点から、数値的振動が生じた。数値振動は X 方向の格子間の物理的長さに応じて変化した。この振動は、各物理量  $p, \rho, u, v, w$  についての境界条件の適用の不均一による事を示した。

(3) 迎角をもった鈍頭円錐についての数値計算例は、衝撃波形状、表面圧力分布が実験結果と非常に良く一致する事を示した。

## 参 考 文 献

1) J. V. Rakich; Method of Characteristics for Steady Three-Dimensional Supersonic Flow with Application to Inclined Bodies of Revolution, NASA TN D-5341, (1969).

2) V. V. Rusanov; On Difference Schemes of Third Order Accuracy for Nonlinear Hyperbolic Systems, J. Computational Physics, Vol. 5, (1970), pp. 507~516.

3) K. I. Babenko, G. P. Voskresenskiy, A. N. Lyubimov and V. V. Rusanov; Three-Dimensional Flow of an Ideal Gas Past Smooth Bodies, NASA TT F-380, (1966).

4) G. Moretti and G. Bleich; Three-Dimensional Flow Around Blunt Bodies, AIAA J, Vol. 5, No. 9, (Sept. 1961), pp. 1557~1562.

5) R. W. Barnwell; A Time-Dependent Method for Calculating Supersonic Angle-of-Attack Flow about Axisymmetric Blunt Bodies with Sharp Shoulders and Smooth Nonaxisymmetric Blunt Bodies, NASA TN D-6283, (1971).

6) R. W. MacCormack; The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering, AIAA Paper No. 69-354, (May 1969).

7) R. F. Warming, P. Kutler and H. Lomax; Second and Third Order Noncentered Difference Schemes for Nonlinear Hyperbolic Equations, AIAA J, Vol. 11, No. 2, (Feb. 1973), pp. 189~196.

8) P. Kutler, W. A. Reinhardt and R. F. Warming; Multishocked Three-Dimensional Supersonic Flowfields with Real Gas Effects, AIAA J, Vol. 11, No. 5, (May 1973), pp. 657~664.

9) P. D. Thomas, M. Vinokur, R. A. Bastianon and R. J. Conti; Numerical Solution for Three-Dimensional Inviscid Supersonic Flow, AIAA J, Vol. 10, No. 7, (July 1972), pp. 887~894.

10) P. Kutler, R. F. Warming and H. Lomax; Computation of Space Shuttle Flowfields Using Noncentered Finite-Difference Schemes, AIAA J, Vol. 11, No. 2, (Feb. 1973), pp. 196~204.

11) G. Moretti, B. Grossman and F. Marconi Jr.; A Complete Numerical Technique for the Calculation of Three-Dimensional Inviscid Supersonic Flows, AIAA Paper No. 72-192, (Jan. 1972).

12) R. J. Conti, P. D. Thomas and Y. S. Chou; Flow Field Predictions for a Slab Delta Wing at Incidence, NASA TM X-2506, (1971).

13) NACA Rep. 1135, pp. 626.

14) R. D. Richtmyer and K. W. Morton; Difference Methods for Initial-Value Problems, Interscience Publishers, New York, (1967).

- 15) R. Courant and K. O. Friedrichs; *Supersonic Flow and Shock Waves*, Interscience Publishers, New York, (1967).
- 16) M. D. Van Dyke and H. D. Gorden; *Supersonic Flow Past a Family of Blunt Axisymmetric Bodies*, NASA TR R-1, (1959).
- 17) F. B. Fuller; *Numerical Solutions for Supersonic Flow of an Ideal Gas around Blunt Two-Dimensional Bodies*, NASA TN D-791, (1961).
- 18) M. Inouye, J. V. Rakich and H. Lomax; *A Description of Numerical Methods and Computer Programs for Two-Dimensional and Axisymmetric Supersonic Flow over Blunt-Nosed and Flared Bodies*, NASA TN D-2970, (1965)
- 19) 安喜隆幸, "鈍頭物体の先端付近における非平衡流", 日本航空学会誌 第13巻, 140号, 昭和40年9月
- 20) 河本巖, "鈍い頭部を有する円筒物体まわりの超音速流れ", 航空宇宙技術研究所報告 TR-199, 昭和45年6月
- 21) 野村茂昭, 橋本登, 吉沢昭, 穂積弘一, "極超音速流中での鈍頭円錐の実験", 航空宇宙技術研究所報告, 近刊
- 22) J. W. Cleary; *An Experimental and Theoretical Investigation of the Pressure Distributions and Flow Fields of Blunted Cones at Hypersonic Mach Numbers*, NASA TN D-2969, (1965).

付録1 数値計算の流れ図

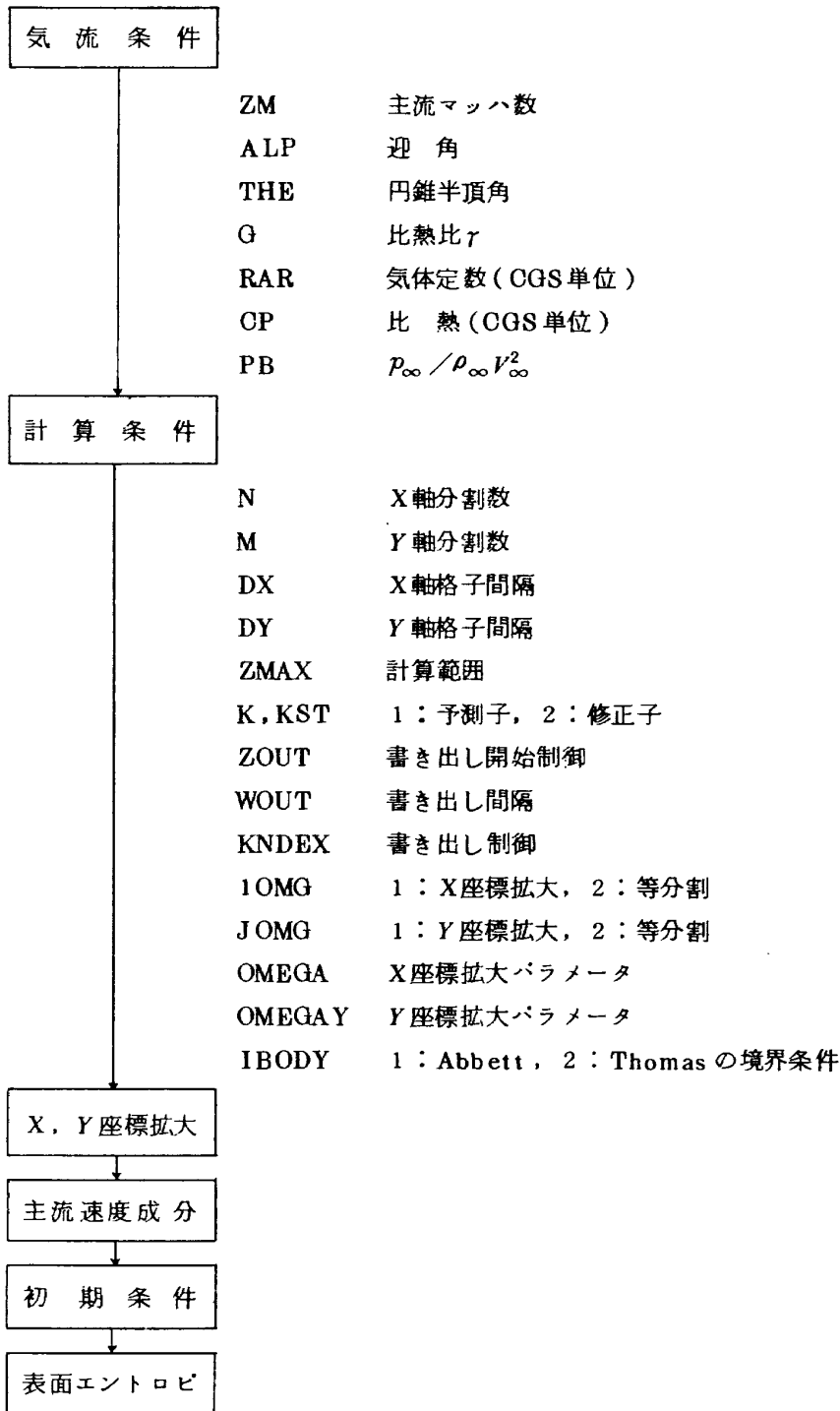
(1) 主プログラム:



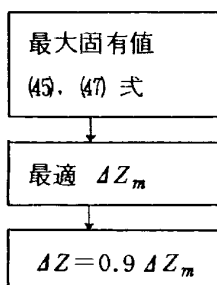


(2) サブルーチン

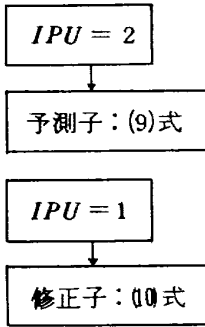
2-1: PRECAL



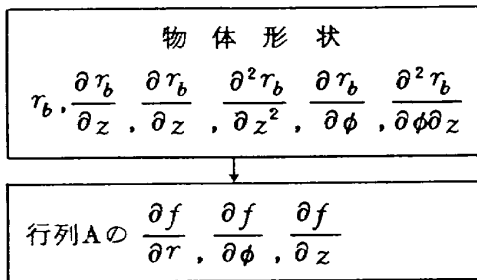
2-2: STABIL



2-3: PREDIC



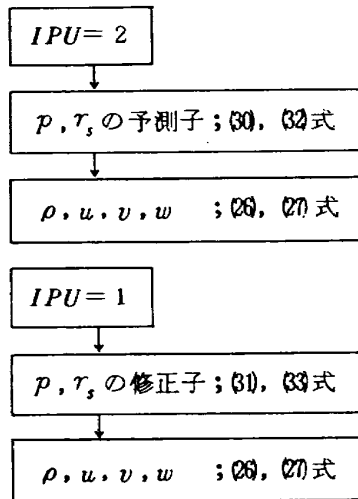
2-4: DVM



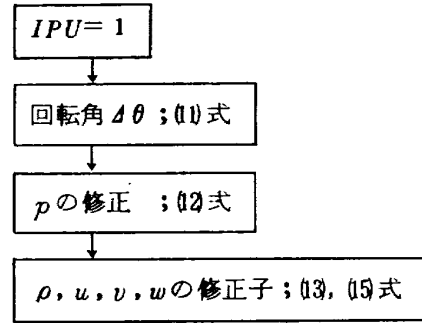
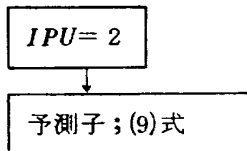
2-5: COEF



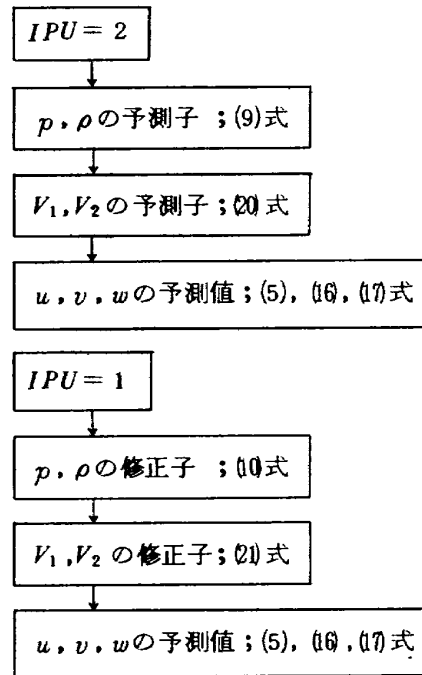
2-6: SHOCK



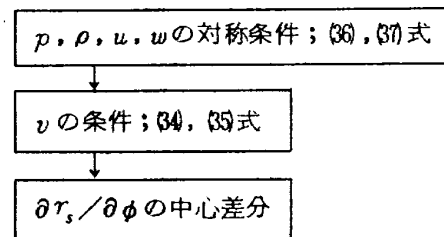
2-7: BODY1



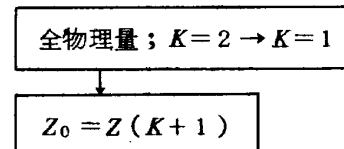
2-8: BODY 2



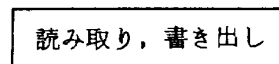
2-9: BOUND



2-10: REARNG



2-11: INOUT



付録 2 プログラム

ISN	ST-NO	SOURCE PROGRAM	ST-NO	SOURCE PROGRAM	SI
1	1	**NUMERICAL SOLUTION FOR THE THREE DIMENSIONAL HYPERSONIC FLOW**	1	-----BODY SURFACE-----	
2	2	DIMENSION PDEV(30), JSOUND(30)	2	I=1	
3	3	COMMON ALPA, DX, DY, DZ, G, I, J, K, KST, L, M, ZN, N, AKP, AKPZ, P, X, Y	3	IF (IBODY.EQ.1) CALL BODY1	
4	4	COMMON BR(27,2), BP(27,2), BZ(27,2), BZL(27,2), A(5,5)	4	IF (IBODY.EQ.2) CALL BODY2	
5	5	COMMON B(5,5), DFP(25,27,2), DFL(25,27,2), DFR(27,2), E(5), DGZ	5	-----INNER FIELD-----	
6	6	COMMON P(25,27,2), P1(15), P2(25,27,2), PR(27), R(25,27,2), HD(25,27,2)	6	CALL PHEDIC	
7	7	COMMON R1(27), R2(25,27,2), RRR(27), S(27,2), SZ(27,2), SP(27,2)	7	-----BOUNDARY CONDITION ON SYMMETRY PLANES-----	
8	8	COMMON UR(25,27,2), U1(27), UM(27), V(25,27,2), V1(27), VR(27)	8	DO 110 I=1, N+1	
9	9	COMMON WK(27), W(25,27,2), W1(27), XK1, XK2, I, CENTER, GP(55)	9	110 CALL BOUND(1,K+1)	
10	10	COMMON P1NF, PB, A, T1NF, RX, RY, T1NF, U1NF, UY, UZ, VX, VY, VZ, WX, WY, WZ, ZO,	10	-----PRINT OUT CONTROL-----	
11	11	1 ZT2, Z(27)	11	XSF=75.0/180.0*PI	
12	12	COMMON /AAA/ IPI, IPU, DGP, CENG, THINF, HINF, THE, CP, GAG	12	ZSFO=1.0-SIN(THI)	
13	13	COMMON /BBB/ U5(30,30), V5(30,30), W5(30,30), P5(30,30), H5(30,30),	13	XSF=XSF+Z(K+1)*ZSFO/COS(THI)	
14	14	1 S(55), S25(55)	14	BBZ=ZOUT*WOUT*FOAI(KNDEX-1)	
15	15	COMMON /CCC/ ENTRO(60,2), PBD(60,2), CCP(27), TSF(27)	15	IF (XSF.GE. BBZ) GO TO 111	
16	16	COMMON /DDD/ WOUT, ZOUT, PAI, KNDEX, I, BODY, ZMAX, AMG	16	GO TO 112	
17	17	COMMON /PPP/ OMEGA, HUR(60), IOMG, XSF, MG, NG, ALP	17	111 KNDEX=KNDEX+1	
18	18	-----PRECALCULATION-----	18	-----PRINT OUT-----	
19	19	CALL PRECAL	19	CALL INOUT(4)	
20	20	-----FROM HERE PREDICTOR PROGRAM-----	20	112 CONTINUE	
21	21	107 IPI=1	21	CALL REAKNG	
22	22	IPU=2	22	IF (Z(K+1).GT. ZMAX) GO TO 114	
23	23	DO 108 I=1, N+1	23	GO TO 107	
24	24	DO 108 J=2, N+2	24	114 CONTINUE	
25	25	108 CALL DVM	25	STOP	
26	26	CALL STABIL	26	END	
27	27	KK1=K	27		
28	28	KK2=K+1	28		
29	29	-----INNER FIELD-----	29		
30	30	CALL PHEDIC	30		
31	31	-----SHOCK WAVE-----	31		
32	32	I=N+1	32		
33	33	CALL SHOCK	33		
34	34	-----BODY SURFACE-----	34		
35	35	I=1	35		
36	36	IPI=1	36		
37	37	ZT=1.0/(COS(THI)**2)	37		
38	38	ZT2=ZT	38		
39	39	AKP=ZT	39		
40	40	AKP2=ZT	40		
41	41	ZT2=0.0	41		
42	42	AKPZ=0.0	42		
43	43	IF (IBODY.EQ.1) CALL BODY1	43		
44	44	IF (IBODY.EQ.2) CALL BODY2	44		
45	45	-----BOUNDARY CONDITION ON SYMMETRY PLANES-----	45		
46	46	DO 109 I=1, N+1	46		
		109 CALL BOUND(1,K+1)			
		-----FROM HERE CORRECTOR PROGRAM-----			
		AKP=AKP2			
		ZT=ZT2			
		IPU=1			
		IPI=1			
		-----SHOCK WAVE-----			
		I=N+1			
		KK1=K			
		KK2=K+1			
		CALL SHOCK			

```

ISN  ST-NO  SOURCE PROGRAM  ISN  ST-NO  SOURCE PROGRAM  S
1  SUBROUTINE PRECAL
2  COMMON ALPA,DX,DY,DZ,G,I,J,K,KST,L,M,ZH,N,AKP,AKPZ,PK,PKY
3  COMMON BR(27,2),BP(27,2),BLZ(27,2),BZZ(27,2),BZZZ(27,2),AK5(5)
4  COMMON R(25,2),DPP(25,27,2),DFZ(25,27,2),DFR(27,2),E(25),DGZ
5  COMMON P(25,27,2),PI(15),PZ(25,27,2),PR(27),R(25,27,2),RD(25,27,2)
6  COMMON K(27),KZ(25,27,2),HRK(27),S(27,2),SZ(27,2),SP(27,2)
7  COMMON U(25,27,2),UI(27),URK(27),V(25,27,2),VI(27),VR(27)
8  COMMON VR(27),W(25,27,2),WI(27),WK1,KK2,ICENTR,GP(55)
9  COMMON PINF,PIB,PIINF,RIX,RY,RIINF,UIVF,UY,VZ,VX,XY,VZ*WX,WY,WZ,ZO,
10 ZTLZ(27)
11 COMMON /AAA/PI,IPU,DGP,CENG,THINF,PIINF,THE,CP,GAG
12 COMMON /BBB/U5(30,30),V5(30,30),W5(30,30),P5(30,30),R5(30,30),
13 S5(55),S25(55)
14 COMMON /CCC/ ENTHRO(60,2),PBD(60,2),CCPP(27),TSF(27)
15 COMMON /DDD/ROUT,ZOUT,PAI,KNDXK,IBODY,ZMAX,ANG
16 COMMON /PPP/OMEGA,BDR(60),JOMG,XSF,MS,NG,ALP
17 HSH(XY)=(EXP(XY)-EXP(-XY))/2.0
18 HHT(XY)=(1.0+EXP(-2.0*XY))/(1.0+EXP(-2.0*XY))
19 ZM=7.1
20 ALP=10.0
21 PAI=3.1415926
22 THE=15.0*PAI/180.0
23 G=1.4
24 HAH=2.8/E6
25 CP=0.1009*TH
26 PB=1.0/(64*M**2)
27 ALP=ALP*PAI/180.0
28 AHG=1.0*(G-1.0)/2.0*ZM**2
29 AG=6/(G-1.0)
30 GAG=(G-1.0)/G
31 M=24
32 DX=1.0/FLOAT(N)
33 DY=1.0/FLOAT(M)
34 ZMAX=2.0
35 IBODY=2
36 K=1
37 ZOUT=1.0
38 WOUT=0.5
39 KNDX=1
40 JOMG=2
41 JOMG=2
42 OMEGA=2.0
43 OMEGA=2.0
44 CALL INOUT(5)
45 DO 100 J=2,M+2
46 GP(CJ)=1.0/PAI
47 IF CJOMG.E9.2) GO TO 102
48 DO 101 J=2,M+2
49 AP=OMEGA*(J-0=FLOAT(J-2)/FLOAT(M))
50 SHY=(EXP(AP*J)-EXP(-AP*J))/2.0
51 SHW=(EXP(OMEGA*J)-EXP(-OMEGA*J))/2.0
52 GP(CJ)=SHW/OMEGA/PAI/SORT(1.0+SHY**2)
53 102 CONTINUE
54 IF CJOMG.E9.2) GO TO 103
55 DO 104 I=1,N+1
56 AA=OMEGA*DX*FLOAT(I-1)
57 RDR(I)=HSH(AA)/HSH(OMEGA)
58 103 CONTINUE
59 DO 105 J=1,M+3
60 UI(CJ)=SIN(ALPA)*CUS(PAI/FLOAT(M)*FLOAT(J-2))
61 VI(CJ)=SIN(ALPA)*SIN(PAI/FLOAT(M)*FLOAT(J-2))
62 W(CJ)=CUS(ALPA)
63 DO 106 I=1,N+1
64 CALL BOUND(I,K)
65 CALL INOUT(2)
66 CENG=PI*2.0/PI/K(1.2,1)*G
67 CALL INOUT(1)
68 RETURN
69 END
SUBROUTINE STABIL
COMMON ALPA,DX,DY,DZ,G,I,J,K,KST,L,M,ZH,N,AKP,AKPZ,PK,PKY
COMMON BR(27,2),BP(27,2),BLZ(27,2),BZZ(27,2),BZZZ(27,2),AK5(5)
COMMON R(25,2),DPP(25,27,2),DFZ(25,27,2),DFR(27,2),E(25),DGZ
COMMON P(25,27,2),PI(15),PZ(25,27,2),PR(27),R(25,27,2),RD(25,27,2)
COMMON K(27),KZ(25,27,2),HRK(27),S(27,2),SZ(27,2),SP(27,2)
COMMON U(25,27,2),UI(27),URK(27),V(25,27,2),VI(27),VR(27)
COMMON VR(27),W(25,27,2),WI(27),WK1,KK2,ICENTR,GP(55)
COMMON PINF,PIB,PIINF,RIX,RY,RIINF,UIVF,UY,VZ,VX,XY,VZ*WX,WY,WZ,ZO,
1 ZTLZ(27)
2 SGMX1=0.0
3 SGMY1=0.0
4 DO 300 I=1,N+1
5 DO 300 J=2,M+2
6 DGP=GP(I,J)
7 CVL=SGMT(G*P(I,J,K)/R(I,J,K))
8 ET=W(I,J,K)**2-CVL**2
9 FUV=DFN(CJ,K)*U(I,J,K)+DFP(I,J,K)*V(I,J,K)/RD(I,J,K)
10 RXI=DFZ(I,J,K)*W(I,J,K)*FUV/ET
11 RX2=CVL*SGMT(FUV**2+ET*(DFN(CJ,K)**2+DFP(I,J,K)**2)/RD(I,J,K)**2)/
12 ET
13 RAMX1=ABS(RX1+RX2)
14 RAMX2=ABS(RX1-RX2)
15 CFY=DGP/RD(I,J,K)
16 RY1=CFY*V(I,J,K)*W(I,J,K)/ET
17 RY2=CFY*CVL/ET*SORT(ET+V(I,J,K)**2)
18 RMY1=ABS(RY1+RY2)
19 RMY2=ABS(RY1-RY2)
20 SGMX2=RAMX1
21 IF (RAMX1.LT.,RAMX2) SGMX2=RAMX2
22 SGMY2=RAMY1
23 IF (RAMY1.LT.,RAMY2) SGMY2=RAMY2
24 SGMX=SGMX2
25 SGMY=SGMY2
26 IF (SGMX2.LT.,SGMX1) SGMX=SGMX1
27 IF (SGMY2.LT.,SGMY1) SGMY=SGMY1
28 IF (SGMX2.GE.,SGMX1) JMX=J
29 IF (SGMY2.GE.,SGMY1) JMY=J
30 SGMY1=SGMY
31 DZY=DY/SGMY
32 DZX=DX/SGMX
33 DZ=DZ*0.9
34 IF (DZX.GT.,DZY) DZ=DZY
35 ZO=Z(K)
36 KST=1
37 RETURN
38 END

```

ISN	ST-NU	SOURCE PROGRAM	SI	ISN	ST-NU	SOURCE PROGRAM	S
1	1	SUBROUTINE PREDIC		1	1	SUBROUTINE DVM	
2	2	COMMON ALPA,DX,UY,UZ,IG,1,J,K,KST,L,M,ZH,N,AKP,AKPZ,PK,PKY		2	2	COMMON ALPA,DX,UY,UZ,IG,1,J,K,KST,L,M,ZH,N,AKP,AKPZ,PK,PKY	
3	3	COMMON BK(27,2),BP(27,2),BZ(27,2),BZL(27,2),BZL(27,2),AC(5,5)		3	3	COMMON BK(27,2),BP(27,2),BZ(27,2),BZL(27,2),BZL(27,2),AC(5,5)	
4	4	COMMON B(25,2),DP(25,27,2),DFL(25,27,2),DFR(27,2),E(5),DGZ		4	4	COMMON B(25,2),DP(25,27,2),DFL(25,27,2),DFR(27,2),E(5),DGZ	
5	5	COMMON P(25,27,2),P(15),P(25,27,2),PR(27),H(25,27,2),RD(25,27,2)		5	5	COMMON P(25,27,2),P(15),P(25,27,2),PR(27),H(25,27,2),RD(25,27,2)	
6	6	COMMON K(27),K(25,27,2),KRR(27),S(27,2),KZ(27,2),KSP(27,2)		6	6	COMMON K(27),K(25,27,2),KRR(27),S(27,2),KZ(27,2),KSP(27,2)	
7	7	COMMON VR(27),V(25,27,2),V(27),V(25,27,2),V(27),V(27)		7	7	COMMON VR(27),V(25,27,2),V(27),V(25,27,2),V(27),V(27)	
8	8	COMMON WK(27),W(25,27,2),W(27),W(25,27,2),W(27),W(27)		8	8	COMMON WK(27),W(25,27,2),W(27),W(25,27,2),W(27),W(27)	
9	9	COMMON PINF,IPU,DPG,CENG,THINF,THINF,THE,CP,GAG		9	9	COMMON PINF,IPU,DPG,CENG,THINF,THINF,THE,CP,GAG	
10	10	COMMON /AAA/PI,IPU,DPG,CENG,THINF,THINF,THE,CP,GAG		10	10	COMMON /AAA/PI,IPU,DPG,CENG,THINF,THINF,THE,CP,GAG	
11	11	COMMON /PPP/OMEGA,RDR(60),IOMG,XSF,MG,NG,ALP		11	11	COMMON /PPP/OMEGA,RDR(60),IOMG,XSF,MG,NG,ALP	
12	12	BLUNT CONE MODEL ONLY		12	12	BLUNT CONE MODEL ONLY	
13	13	MSM=(EXP(OMEGA)*EXP(-OMEGA))/2.0		13	13	MSM=(EXP(OMEGA)*EXP(-OMEGA))/2.0	
14	14	KK3=K		14	14	KK3=K	
15	15	KST1=KST		15	15	KST1=KST	
16	16	DO 500 IJK=1,IPU		16	16	DO 500 IJK=1,IPU	
17	17	TH=15.0*3.1415926/180.0		17	17	TH=15.0*3.1415926/180.0	
18	18	KCP=KST		18	18	KCP=KST	
19	19	IF(IPU,EW,1) KCP=KST+1		19	19	IF(IPU,EW,1) KCP=KST+1	
20	20	Z(K)=DZ*FLUAT(KCP-I)*ZO		20	20	Z(K)=DZ*FLUAT(KCP-I)*ZO	
21	21	Z(1)=0-SIN(TH)		21	21	Z(1)=0-SIN(TH)	
22	22	IF(Z(K).GT.Z1) GO TO 501		22	22	IF(Z(K).GT.Z1) GO TO 501	
23	23	BR(J,K)=SYM(2.0*Z(K)-Z(K)**2)		23	23	BR(J,K)=SYM(2.0*Z(K)-Z(K)**2)	
24	24	BP(J,K)=0.0		24	24	BP(J,K)=0.0	
25	25	BPZ(J,K)=0.0		25	25	BPZ(J,K)=0.0	
26	26	BZ(J,K)=(1.0-Z(K))/BR(J,K)		26	26	BZ(J,K)=(1.0-Z(K))/BR(J,K)	
27	27	BZZ(J,K)=(1.0+BZ(J,K)**2)/H(J,K)		27	27	BZZ(J,K)=(1.0+BZ(J,K)**2)/H(J,K)	
28	28	GO TO 502		28	28	GO TO 502	
29	29	BR(J,K)=COS(TH)+Z(K)-Z1)*TAN(TH)		29	29	BR(J,K)=COS(TH)+Z(K)-Z1)*TAN(TH)	
30	30	BP(J,K)=0.0		30	30	BP(J,K)=0.0	
31	31	BPZ(J,K)=0.0		31	31	BPZ(J,K)=0.0	
32	32	BZ(J,K)=0.0		32	32	BZ(J,K)=0.0	
33	33	BZZ(J,K)=0.0		33	33	BZZ(J,K)=0.0	
34	34	IF(IJK,EW,2) GO TO 500		34	34	IF(IJK,EW,2) GO TO 500	
35	35	SB=S(J,K)-BR(J,K)		35	35	SB=S(J,K)-BR(J,K)	
36	36	AAA=SB*DX*FLUAT(I-1)		36	36	AAA=SB*DX*FLUAT(I-1)	
37	37	DFDR=1.0		37	37	DFDR=1.0	
38	38	IF(IOMG,EW,2) GO TO 503		38	38	IF(IOMG,EW,2) GO TO 503	
39	39	AAA=SB*DRK(I)		39	39	AAA=SB*DRK(I)	
40	40	DFDR=SR/OMEGA*SWRT(1.0+RDR(I)**2*HSM**2)		40	40	DFDR=SR/OMEGA*SWRT(1.0+RDR(I)**2*HSM**2)	
41	41	RD(I,J,K)=BR(J,K)*AAA		41	41	RD(I,J,K)=BR(J,K)*AAA	
42	42	DFP(I,J,K)=0.0		42	42	DFP(I,J,K)=0.0	
43	43	DFZ(I,J,K)=(-BZ(J,K)*SB+(RD(I,J,K)-BR(J,K))*C5Z(J,K)-BZ(J,K))		43	43	DFZ(I,J,K)=(-BZ(J,K)*SB+(RD(I,J,K)-BR(J,K))*C5Z(J,K)-BZ(J,K))	
44	44	1/SB**2*DFDK		44	44	1/SB**2*DFDK	
45	45	DFR(J,K)=1.0/SB*DFDR		45	45	DFR(J,K)=1.0/SB*DFDR	
46	46	K=K+1		46	46	K=K+1	
47	47	KST=KST+1		47	47	KST=KST+1	
48	48	CONTINUE		48	48	CONTINUE	
49	49	K=KK3		49	49	K=KK3	
50	50	KST=KST1		50	50	KST=KST1	
51	51	RETURN		51	51	RETURN	
52	52	END		52	52	END	
53	53			53	53		
54	54			54	54		
55	55			55	55		
56	56			56	56		
57	57			57	57		
58	58			58	58		
59	59			59	59		
60	60			60	60		
61	61			61	61		
62	62			62	62		
63	63			63	63		
64	64			64	64		
65	65			65	65		
66	66			66	66		
67	67			67	67		
68	68			68	68		
69	69			69	69		
70	70			70	70		
71	71			71	71		
72	72			72	72		
73	73			73	73		
74	74			74	74		
75	75			75	75		
76	76			76	76		
77	77			77	77		
78	78			78	78		
79	79			79	79		
80	80			80	80		
81	81			81	81		
82	82			82	82		
83	83			83	83		
84	84			84	84		
85	85			85	85		
86	86			86	86		
87	87			87	87		
88	88			88	88		
89	89			89	89		
90	90			90	90		
91	91			91	91		
92	92			92	92		
93	93			93	93		
94	94			94	94		
95	95			95	95		
96	96			96	96		
97	97			97	97		
98	98			98	98		
99	99			99	99		
100	100			100	100		

ISN	ST-NO	SOURCE PROGRAM	ISN	ST-NO	SOURCE PROGRAM
1	1	SUBROUTINE SHOCK	1	1	SUBROUTINE SHOCK
2	2	COMMON ALPA,DX,DU,UV,UZ,G,I,J,K,KST,L,M,ZM,N,AKP,AKPZ,PK,PKY	2	2	COMMON ALPA,DX,DU,UV,UZ,G,I,J,K,KST,L,M,ZM,N,AKP,AKPZ,PK,PKY
3	3	COMMON BR(27,2),BP(27,2),BZ(27,2),BZL(27,2),BZLZ(27,2),A(5,5)	3	3	COMMON BR(27,2),BP(27,2),BZ(27,2),BZL(27,2),BZLZ(27,2),A(5,5)
4	4	COMMON H(5,5),HDP(25,27,2),HDL(25,27,2),DPR(27,2),L(5,5),DGLZ	4	4	COMMON H(5,5),HDP(25,27,2),HDL(25,27,2),DPR(27,2),L(5,5),DGLZ
5	5	COMMON P(25,27,2),PI(1,1),PL(25,27,2),PR(27,2),R(25,27,2),RD(25,27,2)	5	5	COMMON P(25,27,2),PI(1,1),PL(25,27,2),PR(27,2),R(25,27,2),RD(25,27,2)
6	6	COMMON RI(27,2),RIZ(25,27,2),HRK(27,2),S(27,2),SZ(27,2),SP(27,2)	6	6	COMMON RI(27,2),RIZ(25,27,2),HRK(27,2),S(27,2),SZ(27,2),SP(27,2)
7	7	COMMON U(25,27,2),UI(27,2),UR(27,2),V(25,27,2),VI(27,2),WR(27,2)	7	7	COMMON U(25,27,2),UI(27,2),UR(27,2),V(25,27,2),VI(27,2),WR(27,2)
8	8	COMMON VR(27,2),W(25,27,2),WI(27,2),XK1,KK2,I,CENTR,GP(55)	8	8	COMMON VR(27,2),W(25,27,2),WI(27,2),XK1,KK2,I,CENTR,GP(55)
9	9	COMMON FINE,FB,RINF,FK,RY,TINF,UINF,UY,UZ,VX,VY,VZ,WX,WY,WZ,ZO, 1 ZTZ,Z(27)	9	9	COMMON FINE,FB,RINF,FK,RY,TINF,UINF,UY,UZ,VX,VY,VZ,WX,WY,WZ,ZO, 1 ZTZ,Z(27)
10	10	DGP=GP(J)	10	10	COMMON /AAA/PI,IPU,DGP,CENG,THINF,HINF,THE,CP,GAG
11	11	DGL=0.0	11	11	COMMON /BBB/US(30,30),VS(30,30),WS(30,30),PS(30,30),RS(30,30)
12	12	ET=W(1,J,K)**2-GP(1,J,K)/R(1,J,K)	12	12	L=1
13	13	DO 301 IL=1,5	13	13	IF(1PU,EW,1) L=2
14	14	DO 301 JL=1,5	14	14	DO 200 JM=2,M+2
15	15	A(1L,JL)=0.0	15	15	L1=J+2-L
16	16	B(1L,JL)=0.0	16	16	L2=J+1-L
17	17	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	17	17	IF(1PU,EW,1) K=KK2
18	18	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	18	18	CALL DVM
19	19	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	19	19	CALL COEF
20	20	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	20	20	UX=(U(N+1,J,K)-U(N,J,K))/DX
21	21	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	21	21	VX=(V(N+1,J,K)-V(N,J,K))/DX
22	22	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	22	22	WX=(W(N+1,J,K)-W(N,J,K))/DX
23	23	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	23	23	PX=(P(N+1,J,K)-P(N,J,K))/DX
24	24	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	24	24	RX=(R(N+1,J,K)-R(N,J,K))/DX
25	25	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	25	25	UY=(U(N+1,L1,K)-U(N+1,L2,K))/DY
26	26	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	26	26	VY=(V(N+1,L1,K)-V(N+1,L2,K))/DY
27	27	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	27	27	WY=(W(N+1,L1,K)-W(N+1,L2,K))/DY
28	28	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	28	28	PY=(P(N+1,L1,K)-P(N+1,L2,K))/DY
29	29	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	29	29	RY=(R(N+1,L1,K)-R(N+1,L2,K))/DY
30	30	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	30	30	PZ(N+1,J,K)=A(1J)*DPR(J,K)+B(1,2)*H*Y+B(1,3)*H*Y+B(1,4)*V*V+V*V+B(1,5)*W*W+E(1)
31	31	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	31	31	K=KK1
32	32	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	32	32	IF(1PU,EW,2) P(N+1,J,K+1)=P(N+1,J,K)+PZ(N+1,J,K)*DZ
33	33	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	33	33	IF(1PU,EW,1) P(1,J,K+1)=P(1,J,K)+PZ(1,J,K+1)*DZ
34	34	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	34	34	P1=P(N+1,J,K+1)/PB
35	35	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	35	35	U=(G-1,0)/2.0+PB*(P1+(G-1,0)/(G+1,0))
36	36	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	36	36	R(N+1,J,K+1)=(G+1,0)/(G-1,0)*(P1+(G-1,0)/(G+1,0))/(P1+(G+1,0))
37	37	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	37	37	1/(G-1,0)
38	38	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	38	38	IF(1PU,EW,2) S(J,K+1)=S(J,K)+SZ(J,K)*DZ
39	39	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	39	39	IF(1PU,EW,1) S(1,K+1)=(S(1,K)+SZ(1,K+1)*DZ)/2.0
40	40	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	40	40	S(1,K+1)=S(1,K+1)
41	41	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	41	41	DO 201 JM=2,M+2
42	42	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	42	42	K=KK1
43	43	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	43	43	DGP=GP(J)
44	44	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	44	44	P1=P(N+1,J,K+1)/PB
45	45	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	45	45	U=(G-1,0)/2.0+PB*(P1+(G-1,0)/(G+1,0))
46	46	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	46	46	SP(J,K+1)=(W(1,J,K+1)-V(1,J,K))/S(J,K+1)+SORT(UU)*
47	47	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	47	47	SZ(J,K+1)=(W(1,J,K+1)-V(1,J,K))/S(J,K+1)+SORT(UU)*
48	48	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	48	48	1 SORT((W(1,J,K+1)-U(1,J,K+1))/S(J,K+1))/S(J,K+1)+SORT(UU)*
49	49	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	49	49	2 SP(J,K+1)/S(J,K+1)**2)/(W(1,J,K+1))/S(J,K+1)+SORT(UU)*
50	50	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	50	50	T=2.0/(G+1,0)*(U(1,J,K+1)+V(1,J,K+1))/S(J,K+1)+S(J,K+1)
51	51	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	51	51	1/(1,0)+SZ(J,K+1)**2)/(SP(J,K+1))/S(J,K+1)**2)*(P1+(G-1,0)/(P1+(G+1,0))
52	52	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	52	52	2/(G+1,0))
53	53	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	53	53	W(N+1,J,K+1)=U(1,J,K)+T
54	54	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	54	54	V(N+1,J,K+1)=V(1,J,K)+T*SZ(J,K+1)
55	55	A(1J)=DPR(J,K)*U(1,J,K)+DPR(1,J,K)*W(1,J,K)+G(1,J,K)	55	55	CONTINUE
201	201	RETURN	201	201	CONTINUE
END	END	END	END	END	END



5

SOURCE PROGRAM ( BODY2 )

ST=NO

S

SOURCE PROGRAM

ISN ST=NO

```

1 SUBROUTINE BODY2
2 DIMENSION VV1(27,2),VV2(27,2),VV14(27,2),VV21(27,2)
3 COMMON ALPHA,DX,DY,DZ,G,I,J,K,KST,L,M,ZM,N,AKP,AKPZ,PX,PY
4 COMMON BR(27,2),BPI(27,2),BPL(27,2),BPLZ(27,2),BZL(27,2),BZLZ(27,2),E(5),DSZ
5 COMMON B(27,2),DPP(27,2),DFZ(27,2),DFR(27,2),DFRZ(27,2),E(5),DSZ
6 COMMON K(27,2),M(27,2),N(27,2),R(27,2),RZ(27,2),RZL(27,2),RZLZ(27,2)
7 COMMON U(27,2),V(27,2),W(27,2),X(27,2),Y(27,2),Z(27,2),X(27,2),Y(27,2)
8 COMMON VR(27,2),WR(27,2),WRZ(27,2),WRZL(27,2),WRZLZ(27,2)
9 COMMON P,INF,PB,INF,RA,RY,T,INF,U,INF,V,INF,W,INF,X,INF,Y,INF,Z,INF
10 1,Z2,ZLZ2)
11 COMMON /AAA/PI,IPU,DGP,CENG,THINF,HINF,THE,CP,GAG
12 COMMON /CCG/ENTRO(60,2),PBD(60,2),CCPP(27),TSP(27)
13 DO 100 J=Z,INF
14 IF(IPU.EW.1) K=KKZ
15 CALL DVM
16 CALL COEF
17 L1=J+1
18 L2=J-1
19 CON=0.5
20 SETAV(1,J,K)**2-G**2/R(1,J,K)
21 IF(ETILE(0,0) GO TO 112
22 L1=J
23 L2=J-1
24 CON=1.0
25 112 CONTINUE
26 UA=(U(2,J,K)-U(1,J,K))/DX
27 VA=(V(2,J,K)-V(1,J,K))/DX
28 PA=(P(2,J,K)-P(1,J,K))/DX
29 WA=(W(2,J,K)-W(1,J,K))/DX
30 VV=(V(1,L1,K)-V(1,L2,K))/DY*CON
31 VV=(V(1,L1,K)-V(1,L2,K))/DY*CON
32 VV=(W(1,L1,K)-W(1,L2,K))/DY*CON
33 VV=(P(1,L1,K)-P(1,L2,K))/DY*CON
34 VV=(U(1,L1,K)-U(1,L2,K))/DY*CON
35 VV=(U(1,L1,K)-U(1,L2,K))/DY*CON
36 IF(IPU.EW.1) GO TO 113
37 PZ(1,J,K)=-(A(1,1)*PX+A(1,2)*RY+A(1,3)*UX+A(1,4)*VX+A(1,5)*WX
38 RZ(1,J,K)=-(A(2,1)*PX+A(2,2)*RY+A(2,3)*UX+A(2,4)*VX+A(2,5)*WX
39 K=KKZ
40 P(1,J,K+1)=P(1,J,K)+PZ(1,J,K)*DX
41 R(1,J,K+1)=R(1,J,K)+RZ(1,J,K)*DX
42 113 CONTINUE
43 IF(IPU.EW.1) GO TO 110
44 VVZ(J,K)=VV(1,J,K)*SIN(THI)*W(1,J,K)*COS(THI)
45 VVZ(J,K)=VV(1,J,K)
46 110 CONTINUE
47 IF(IPU.EW.1) K=KKZ
48 UZ=-(A(3,1)*PX+A(3,2)*RY+A(3,3)*UX+A(3,4)*VX+A(3,5)*WX
49 VZ=-(A(4,1)*PX+A(4,2)*RY+A(4,3)*UX+A(4,4)*VX+A(4,5)*WX
50 WZ=-(A(5,1)*PX+A(5,2)*RY+A(5,3)*UX+A(5,4)*VX+A(5,5)*WX
51 VV1Z(J,K)=UZ*SIN(THI)*WZ*COS(THI)

```

```

52 VVZ(J,K)=VZ
53 K=KKZ
54 VV1(J,K+1)=VV1(J,K)
55 VV2(J,K+1)=VV2(J,K)
56 IF(IPU.EW.2) GO TO 111
57 VV1(J,K+1)=(VV1(J,K)+VV1(J,K+1)+VV1Z(J,K+1)*DX)/2.0
58 VV2(J,K+1)=(VV2(J,K)+VV2(J,K+1)+VV2Z(J,K+1)*DX)/2.0
59 111 CONTINUE
60 V(1,J,K+1)=VV2(J,K+1)
61 W(1,J,K+1)=VV1(J,K+1)*COS(THI)
62 U(1,J,K+1)=VV1(J,K+1)*SIN(THI)
63 IF(IPU.EW.2) GO TO 114
64 K=KKZ
65 CALL COEF
66 PZ(1,J,K)=-(A(1,1)*PX+A(1,2)*RY+A(1,3)*UX+A(1,4)*VX+A(1,5)*WX
67 RZ(1,J,K)=-(A(2,1)*PX+A(2,2)*RY+A(2,3)*UX+A(2,4)*VX+A(2,5)*WX
68 K=KKZ
69 P(1,J,K+1)=P(1,J,K)+PZ(1,J,K)*DX
70 R(1,J,K+1)=R(1,J,K)+RZ(1,J,K)*DX
71 114 CONTINUE
72 PBD(J,K+1)=P(1,J,K+1)/PB
73 VTZ=VV1(J,K+1)**2+VV2(J,K+1)**2
74 HSHINF=1.0+Z**2/5.0-GAG/2.0/PB*VTZ
75 ENTHO(J,K+1)=CP*ALOG(HSHINF/PBD(J,K+1)**GAG)
76 CONTINUE
77 RETURN
78 END

```



```

S
SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE HEARING
COMMON ALPA,DX,UY,DZ,G(1,J,K,KST,L,M,ZM,N,AKP,AKPZ,PK,PKY
COMMON BK(27,2),BP(27,2),BZ(27,2),BPZ(27,2),BZZ(27,2),A(5,5)
COMMON B(5,5),OP,P(25,27,2),DFZ(25,27,2),DFR(27,2),E(5),DGZ
COMMON P(25,27,2),PI(15),PZ(25,27,2),PR(27),K(25,27,2),RD(25,27,2)
COMMON K(27),M(25,27,2),HRR(27),S(27,2),SZ(27,2),SP(27,2)
COMMON VR(27),W(25,27,2),UR(27),V(25,27,2),VI(27),WR(27)
COMMON P,INF,IPB,MINF,MAX,MY,TINF,UJNF,UY,UZ,VX,VY,VZ,WX,WY,WZ,ZO,
1 ZTZ,Z(27)
-----
DO 801 J=1,M+3
U(1,J,1)=U(1,J,2)
V(1,J,1)=V(1,J,2)
W(1,J,1)=W(1,J,2)
P(1,J,1)=P(1,J,2)
R(1,J,1)=R(1,J,2)
PZ(1,J,1)=PZ(1,J,2)
RD(1,J,1)=RD(1,J,2)
DFR(1,J,1)=DFR(1,J,2)
S(1,J,1)=S(1,J,2)
SP(1,J,1)=SP(1,J,2)
SZ(1,J,1)=SZ(1,J,2)
BR(1,J,1)=BR(1,J,2)
BP(1,J,1)=BP(1,J,2)
BZ(1,J,1)=BZ(1,J,2)
DFR(1,J,1)=DFR(1,J,2)
801 CONTINUE
KST=1
Z0=Z(K,1)
RETURN
END

```

```

S
SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE BOUND(11,KK)
COMMON ALPA,DX,UY,DZ,G(1,J,K,KST,L,M,ZM,N,AKP,AKPZ,PK,PKY
COMMON BK(27,2),BP(27,2),BZ(27,2),BPZ(27,2),BZZ(27,2),A(5,5)
COMMON B(5,5),OP,P(25,27,2),DFZ(25,27,2),DFR(27,2),E(5),DGZ
COMMON P(25,27,2),PI(15),PZ(25,27,2),PR(27),K(25,27,2),RD(25,27,2)
COMMON K(27),M(25,27,2),HRR(27),S(27,2),SZ(27,2),SP(27,2)
COMMON VR(27),W(25,27,2),UR(27),V(25,27,2),VI(27),WR(27)
COMMON P,INF,IPB,MINF,MAX,MY,TINF,UJNF,UY,UZ,VX,VY,VZ,WX,WY,WZ,ZO,
1 ZTZ,Z(27)
-----
PAI=3.1415926
RD(11,1,KK)=RD(11,3,KK)
RD(11,M+3,KK)=RD(11,M+1,KK)
U(11,1,KK)=U(11,3,KK)
DGP=GP(3)
V(11,1,KK)=V(11,3,KK)*(1,0-(2,0*DY))/(DGP*PAI/FLOAT(M))
P(11,1,KK)=P(11,3,KK)
R(11,1,KK)=R(11,3,KK)
U(11,M+3,KK)=U(11,M+1,KK)
DGP=GP(M+1)
V(11,M+3,KK)=V(11,M+1,KK)/(1,0-(2,0*DY))/(DGP*PAI/FLOAT(M))
W(11,M+3,KK)=W(11,M+1,KK)
P(11,M+3,KK)=P(11,M+1,KK)
S(1,KK)=S(3,KK)
SZ(1,KK)=SZ(3,KK)
PB(1,1,1)=PB(3,1,1)
PB(1,M+3,1)=PB(1,M+1,1)
ENTRO(1,1,1)=ENTRO(3,1,1)
ENTRO(M+3,1,1)=ENTRO(M+1,1,1)
BR(1,1,1)=BR(3,1,1)
BR(1,M+3,1)=BR(1,M+1,1)
SP(1,1)=0
SP(2,1)=0
SP(M+2,1)=0
SP(M+3,1)=0
DO 700 JJ=3,M+1
DGP=GP(JJ)
700 SP(JJ,K)=(S(JJ+1,K)-S(JJ-1,K))/(2,0*DY)*DGP
RETURN
END.

```

5

( INOUT )

SOURCE PROGRAM

ISN ST-NO

5

SOURCE PROGRAM

ISN ST-NO

```

94 SUBROUTINE INOUT(JJ)
95 COMMON ALPA,DX,DY,DZ,G,I,J,K,KSTAL,M,ZH,N,AKP,AKPZ,IPX,IPY
96 COMMON BR(2,2),BZ(2,2),BZ(2,2),BZ(2,2),BZ(2,2),AC(5,5)
97 COMMON BC(5,5),DPP(25,27,2),DFZ(25,27,2),DFR(27,2),EL(5),DGZ
98 COMMON PI(25,27,2),PI(15),PZ(25,27,2),PR(27),R(25,27,2),RD(25,27,2)
99 COMMON KI(27),R(25,27,2),RNR(27),S(27,2),SZ(27,2),SP(27,2)
100 COMMON UC(25,27,2),UI(27),UR(27),V(25,27,2),VI(27),VR(27)
101 COMMON WR(27),WI(25,27,2),W(27),W(27),W(27),KX,KY,KZ,CENTR,GP(S5)
102 COMMON RINF,PB,RINF,RA,RY,TINF,UINF,DY,DUZ,VX,VY,VZ,WX,WY,WZ,O
103 1 ZTZ,Z(27)
104 COMMON /B08/US(30,30),V5(30,30),W5(30,30),P5(30,30),H5(30,30),
105 1 S5(S5),SZ5(S5)
106 COMMON/C67/ ENTHO(60,2),PBD(60,2),CCPP(27),TSF(27)
107 COMMON /DDU/ ZOUT,PAI,KNDX,KBODY,ZMAX,AMG
108 COMMON/PP/OMEGA,RDK(60),IDMG,XSF,MG,NG,ALP
109 C----- FOR 3 DIM,---- MP3=M*3----- MP3=1 -----
110 MGEN*1
111 NG=M*1
112 GO TO (900,901,902,903,904),JJ
113 900 WRITE(6,900) (UI(J),J=1,M*3)
114 WRITE(6,901) (VI(J),J=1,M*3)
115 WRITE(6,902) (W(1,J,1),J=1,M*3)
116 WRITE(6,903) (W(1,J,1),J=1,M*3)
117 WRITE(6,904) (P(1,J,1),J=1,M*3)
118 WRITE(6,905) (R(1,J,1),J=1,M*3)
119 WRITE(6,906) (S(1,J,1),J=1,M*3)
120 WRITE(6,907) (SZ(J,1),J=1,M*3)
121 GO TO 910
122 901 WRITE(6,911) ((U(1,J,1),I=1,N*1),J=1,M*3)
123 WRITE(6,912) ((V(1,J,1),I=1,N*1),J=1,M*3)
124 WRITE(6,913) ((W(1,J,1),I=1,N*1),J=1,M*3)
125 WRITE(6,914) ((P(1,J,1),I=1,N*1),J=1,M*3)
126 WRITE(6,915) ((R(1,J,1),I=1,N*1),J=1,M*3)
127 WRITE(6,916) ((S(1,J,1),I=1,N*1),J=1,M*3)
128 WRITE(6,917) ((SZ(J,1),J=1,M*3)
129 GO TO 910
130 902 ZRBZ(2,1),1,1)
131 WRITE(6,921) (K*1),ZRB
132 WRITE(6,922) ((U(1,J,K*1),I=1,N*1),J=1,M*3)
133 WRITE(6,923) ((V(1,J,K*1),I=1,N*1),J=1,M*3)
134 WRITE(6,924) ((W(1,J,K*1),I=1,N*1),J=1,M*3)
135 WRITE(6,925) ((P(1,J,K*1),I=1,N*1),J=1,M*3)
136 WRITE(6,926) ((R(1,J,K*1),I=1,N*1),J=1,M*3)
137 WRITE(6,927) ((S(1,J,K*1),I=1,N*1),J=1,M*3)
138 WRITE(6,928) ((SZ(J,K*1),I=1,M*3)
139 GO TO 910
140 903 WRITE(6,929) ((K*1),B(3,K*1),DZ,XSF
141 DO 934 J=1,M*3
142 TSF(J)=ZOUT*(U(1,J,K*1)-PB)
143 DO 929 J=1,M*3
144 WRITE(6,928) J,PBD(J,K*1),ENTHO(J,K*1),R(1,J,K*1),P(1,J,K*1),
145 1 TSF(J),U(1,J,K*1),V(1,J,K*1),W(1,J,K*1),S(1,J,K*1),CCPP(J)
146 CONTINUE
147 GO TO 910
148 904 READ(5,931)ZO
149 READ(5,931) (U5(1,J),I=1,NG),J=1,MG
150 READ(5,931) (V5(1,J),I=1,NG),J=1,MG
151 READ(5,931) (W5(1,J),I=1,NG),J=1,MG
152 READ(5,931) (P5(1,J),I=1,NG),J=1,MG
153 READ(5,931) (R5(1,J),I=1,NG),J=1,MG
154 READ(5,931) (S5(1,J),I=1,NG),J=1,MG

```

```

91 READ(5,931) (K5(1,J),I=1,NO),J=1,MO
92 READ(5,931) (S5(J),J=1,MO)
93 DO 933 J=1,MO
94 DO 932 I=1,NG
95 J=J+3-J
96 U(1,J,I)=U5(1,J,I)
97 V(1,J,I)=V5(1,J,I)
98 W(1,J,I)=W5(1,J,I)
99 V(1,2,I)=0.0
100 V(1,M+2,I)=0.0
101 W(1,J,I)=W5(1,J,I)
102 P(1,J,I)=P5(1,J,I)
103 R(1,J,I)=R5(1,J,I)
104 S(J,I)=S5(J,I)
105 SZ(J,I)=SZ5(J,I)
106 GO TO 910
107 RETURN
108 FORMAT(/,/23M FREE STREAM VELOCITY U)
109 FORMAT(/,/23M FREE STREAM VELOCITY V)
110 FORMAT(/,/23M FREE STREAM VELOCITY W)
111 FORMAT(/,/42H DATA (INITIAL VELOCITY U I=1,N*1 J=2,M*2))
112 FORMAT(/,/42H DATA (INITIAL VELOCITY V I=1,N*1 J=2,M*2))
113 FORMAT(/,/42H DATA (INITIAL VELOCITY W I=1,N*1 J=2,M*2))
114 FORMAT(/,/40H DATA (INITIAL PRESSURE I=1,N*1 J=2,M*2))
115 FORMAT(/,/36H DATA (INITIAL DENSITY I=1,N*1 J=2,M*2))
116 FORMAT(/,/30H DATA (INITIAL SHOCK SHAPE J=1,M*3))
117 FORMAT(/,/30H DATA (INITIAL SHOCK GRADIENT))
118 30H CORRECTOR U(I=1,N*1 J=1,M*3))
119 30H CORRECTOR V(I=1,N*1 J=1,M*3)
120 30H CORRECTOR W(I=1,N*1 J=1,M*3)
121 30H PREDICOMR P(I=1,N*1 J=1,M*3)
122 30H CORRECTOR R(I=1,N*1 J=1,M*3)
123 30H CORRECTOR (SHOCK) S(J=1,M*3)
124 30H CORRECTOR
125 FORMAT(IH,13(F8.5,1X))
126 FORMAT(IH,5X,F7.4(K*1),F8.5,5X,9HB(3,K*1)=F8.5,5X,3HDL=F8.5,2X
127 1,4HXSF=F8.4)
128 1 IHU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
129 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
130 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
131 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
132 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
133 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
134 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
135 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
136 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
137 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
138 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
139 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
140 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
141 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
142 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
143 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
144 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
145 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
146 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
147 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
148 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
149 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
150 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
151 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
152 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
153 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
154 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
155 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
156 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
157 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
158 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
159 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
160 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
161 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
162 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
163 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
164 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
165 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
166 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
167 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)
168 1 HU,9X,1HV,9X,1HW,9X,1HS,8X,2HCP)

```

---

## 航空宇宙技術研究所資料316号

昭和51年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺町1880  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山4-1-7(羽田ビル)

---

