

UDC 621.452.3.01;
621.451

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-323

Small Deviation 法による空冷タービンの空力性能に及ぼす
冷却空気の影響の解析法

山本孝正・高原北雄・臼井 弘

1976 年 12 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

1. まえがき	1
2. 解析法	2
2.1 空冷タービンのガス流れとその計算モデル	2
2.2 small deviation (微小変動)法を用いた解析法	3
3. 計算例と考察	8
3.1 冷却空気がタービン性能に及ぼす影響の計算例	8
3.2 単段空冷タービンの実験値との比較	10
3.3 二段空冷タービンの非冷却実験結果に対する冷却空気の補正	12
4. あとがき	12
参考文献	13
付録 計算の方法	14

Small Deviation 法による空冷タービンの空力性能に及ぼす 冷却空気の影響の解析法*

山本孝正** 高原北雄** 臼井 弘**

An Analytical Method of Evaluating the Effect of Cooling-Air on Air-Cooled Turbine Performance Utilizing the Small-Deviation Method

By Atsumasa YAMAMOTO, Kitao TAKAHARA and Hiroshi USUI

This paper presents a simple analytical method for air cooled turbine performance utilizing the small deviation method. The new method has many advantages, the most outstanding of which is the capability of calculating the effects of cooling air on various parameters of turbine performance in a simple manner.

Various functional relationships, including cooling air flow rate and change of flow path area etc., are derived for the two-stage turbine employed as the example turbine to show the calculation procedure of the present method.

The method was also compared with available experimental data on single-stage turbines. The comparison showed good agreement.

1. ま え が き

航空用ガスタービンエンジンの性能を向上させる目的で、タービン翼を冷却しより高いタービン入口ガス温度に耐える高温タービンの研究を各国で精力的に進めている。航空機用エンジンでは圧縮機から抽気した空気でタービン翼を冷却し、その冷却空気はそのあと翼面上から吹出している。この冷却空気が冷却タービンの流量、効率、膨脹比、出力等に影響を及ぼしていることは多くの研究報告でも明らかにされている。冷却空気を流さないタービン特性については過去の多くの研究成果により、一応のメカニズムが分っているが、冷却タービンの流れはより複雑で、冷却空気がタービン性能に及ぼすメカニズムについて未だ十分に解明されていない。今後、このメカニズムをより詳細に調べることは必要であるが、現在の段階で冷却タービンの特性に及ぼす冷却空気の影響を近似的に求めることも又、大切である。このような考えにより、冷却タービンの系全体について解析が行なわれており、最近では Bogomolov⁴⁾ や Whitney⁵⁾ らの研究も行われているが、これらの研究は冷却空気がタービン効率に及ぼす影響のみに着目して計算しているものである。

これらの研究に対し、本研究は冷却空気がタービンの流量、膨脹比、出力及び効率などの特性にどのような影響を

及ぼすかを small deviation 法を用いて近似解析を行ない、単段及び二段冷却タービンの実験結果と比較したものである。この比較により、現在の段階では、充分満足できる解析法であることが分った。

記 号

C	絶対流出速度
C_p	定圧比熱
F	流れの実流路面積
G	流 量
H	比出力
D_{L1}	第一段タービンの仕事配分率
L	仕事量
P	全圧（各々の翼に固定した座標系での相対的な全圧）
q	速度関数：式(1a)
T	全温（各々の翼に固定した座標系での相対的な全温）
\bar{T}_c	冷却空気の温度比（定圧比熱を考慮に入れた温度比）：式(1b)
U	周速度
W	相対流出速度
X, Y	変 数
$a, b, K, N, Q, r, s, x, y, z$	初期係数（付録参照）

* 昭和51年6月11日受付

** 原動機部

(ギリシヤ文字)

- α 翼列からの流出角度
- β 翼列からの流出角度
- $\delta\beta_i$ 流量比 (G_{i+1}/G_i) の変化率 (\approx 二次流量比)
- δX Xの変化率
- η 翼の断熱効率
- η_P タービン入口流量をもとにしたタービン(全段)の断熱効率;式(55)
- η_{th} 熱力学的なタービン(全段)の断熱効率;式(56)
- κ 比熱比
- λ 無次元速度(限界速度 $W_{cr} = \sqrt{\frac{2\kappa g R}{\kappa+1} T}$ に対する速度比)
- μ 流量係数
- π 膨張比
- $\{\bar{\phi}, \phi, X, \psi\}$ 初期係数(付録参照)
- N, Q, S

(添字)

- c 絶対速度
- T, T_1, T_2 タービン(全段), 第一段タービン, 第二段タービン
- u 周速度
- w 相対速度
- 1, 2, ... 5 タービン内の位置を示す
- * 混合後
- ' 静圧
- 比

2. 解析法

2.1 冷却タービンの流れの仮定と計算モデル

二段空冷タービンの各静翼列と動翼列の出口状態量の計算を容易にするために図1に示すように、タービン入口断面0と二段タービン出口5までの間を各翼列のスロート断面で1~4に分割した。各翼列の冷却空気はその翼列のスロート部直後で一様に主流に混合し、主流全圧に影響を及ぼさないとした。この冷却空気流量は各翼列スロート部前後の主流々量変動分として2.2に示す small deviation 法を用いて解析した。

冷却タービンの各段の静翼列、動翼列をそれぞれ膨張列としてとらえ、冷却タービンの主流ガスと冷却空気の流れを図2にモデル化して示した。図中の P, T, λ はそれぞれの位置における主流ガスの全圧、全温、無次元速度を各翼

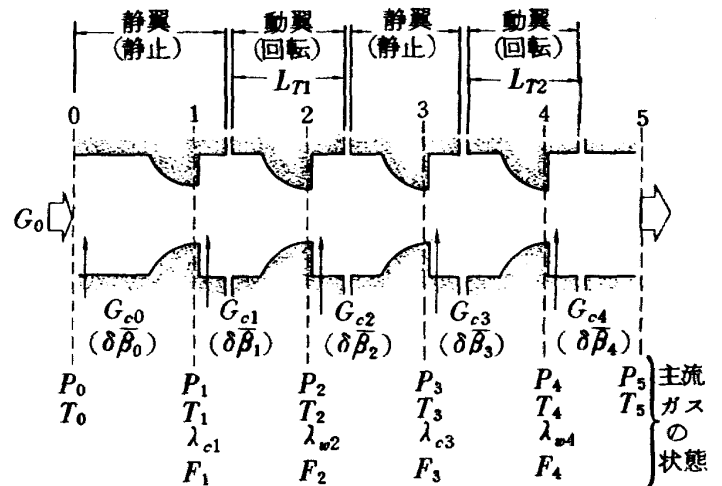


図 2 空冷タービンのガスの流れのモデル化

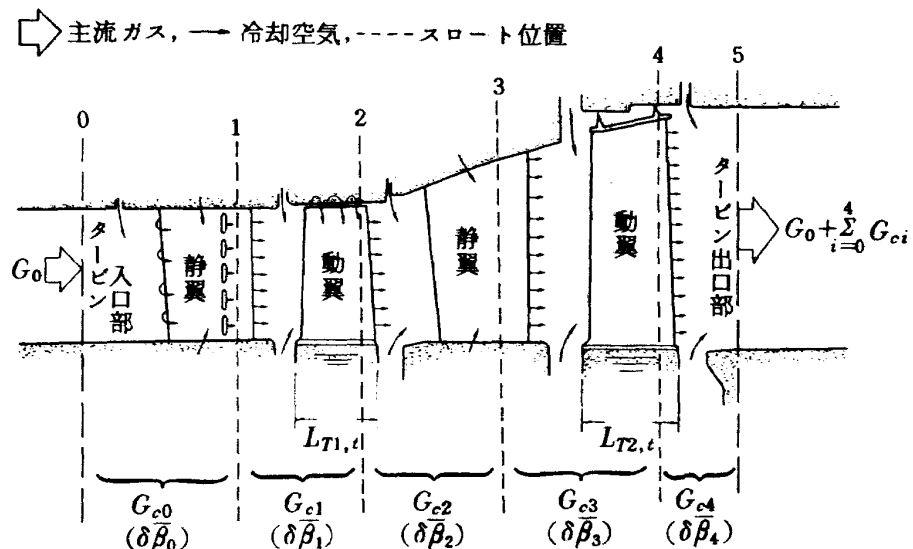


図 1 空冷タービンのガスの流れ

列に固定した座標系で表したものである。従って、動翼列については相対値で示した。タービンの主流ガスと冷却空気は各翼列を通過する毎に膨脹して行くが、このガスエネルギーの一部は外部仕事となり、残りは次の翼列の作動流体の状態量を決定している。この膨脹流れに圧力損失がある時は断熱効率を用いて示した。なお圧力比の微小変動に対しては断熱効率 η の変化は無視した。各翼列の膨脹比 π の定義はその着目している翼列とその次の翼列のスロートにおける相対全圧の比とした。

二段冷却タービンの第一段静翼列及び動翼列についての速度三角形の記号を図3に示すが、速度三角形を求める場合、翼列の相対流出角度は膨脹比 π の微小変動に対する影響は無視した。

2.2 small deviation (微小変動)法を用いた解析法について

small deviation 法による解析はいくつかの因子が微小変動した場合に他の因子への影響を近似計算すると共に定性的な判断を得るために用いる方法である。特に、この方法は多種類の因子が複雑に影響し合っている場合にそれらの因子が微小変動した時の変化を容易に求めることができるという利点をもっているのでガスタービンエンジンの性能計算にも屢々利用されている。^{6,7)}

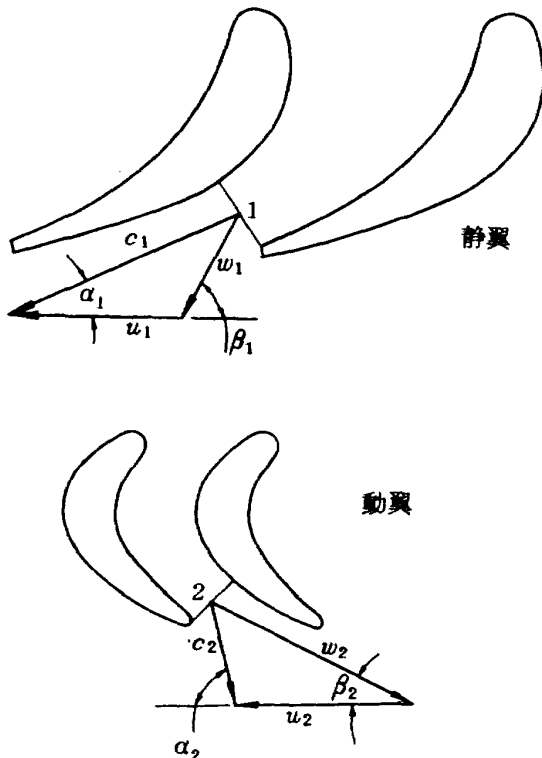


図3 速度三角形の記号とそのとり方(第一段のみ)

この small deviation 法の原理を下記に簡単に示す。

今、二つの変数 (Y, x) があってその関係が

$$Y = f(x)$$

で表されているとした場合、Taylor 展開すると

$$\Delta Y = f'(a) \Delta X + \frac{1}{2} f''(a) \Delta X^2 + \dots$$

となり右辺の x が小さい場合、図4に示すように右辺第一項のみで下式のように近似することができる。

$$\Delta Y \approx dy \approx f'(a) \Delta x$$

又 Y が下式のように多変数で表される時

$$Y = f(x, t, r, \dots)$$

も同様に

$$\Delta Y \approx dy \approx C_1 \Delta x + C_2 \Delta t + C_3 \Delta r + \dots$$

$$\text{但し } C_1 = \frac{\partial f}{\partial x}, C_2 = \frac{\partial f}{\partial t}, C_3 = \frac{\partial f}{\partial r}, \dots$$

と近似式が得られる。なお、この微小変動量 $\Delta x, \Delta t, \Delta r$ の係数 $C_1, C_2, C_3 \dots$ は x, t, r の初期値 x_0, t_0, r_0 を入れて

$$C_1 \doteq \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x=x_0}, C_2 \doteq \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{t=t_0},$$

$$C_3 \doteq \left(\frac{\partial f}{\partial r} \right)_{r=r_0}, \dots$$

と求めることができる。

以下に冷却空気が冷却タービンに及ぼす影響について示す。

(a) 隣接翼列のスロート部における全温変化率 (δT_1 と δT_2) の関係

いま、断面1における流量 G_1 、全温 T_1 の主流ガスに、流量 G_{C1} 、全温 T_{C1} の冷却空気が混入した場合の混合後の主流ガス全温を T_1^* とすれば、

$$T_1^* = \frac{1 + y_1 \bar{T}_{C1}}{1 + y_1} T_1 \tag{1}$$

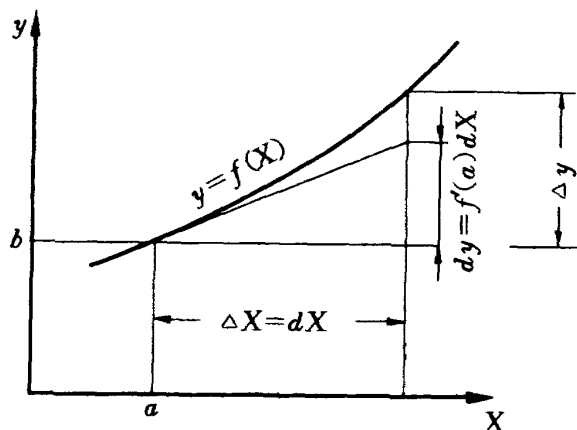


図4 関数 $y = f(X)$ の変化量

ここで、

$$y_1 = G_{C1} / G_1 \tag{1a}$$

$$\bar{T}_{C1} = \frac{C_{PC1} T_{C1}}{C_P T_1} \tag{1b}$$

を得る。\$C_P\$ および \$C_{PC1}\$ は主流ガスのタービン内平均定圧比熱および第一段静翼の冷却空気の定圧比熱である。

\$\bar{T}_{C1}\$ は混合直前の主流ガスの定圧比熱と全温の積に対する冷却空気の定圧比熱と全温の積の比であるが、以下これを単に冷却空気の温度比と呼ぶ。他の翼列についても同様で \$y_2 = G_{C2} / G_2\$, \$y_3 = G_{C3} / G_3\$, \$y_4 = G_{C4} / G_4\$, また \$\bar{T}_{C2} = C_{PC2} T_{C2} / (C_P T_2)\$, \$\bar{T}_{C3} = C_{PC3} T_{C3} / (C_P T_3)\$, \$\bar{T}_{C4} = C_{PC4} T_{C4} / (C_P T_4)\$ である。

式(1)に Small Deviation 法を適用して次式を得る。

$$\delta T_1^* - \delta T_1 = (\chi_1 - x_1) \delta y_1 - \chi_1 \delta T_1 \tag{2}$$

ここで、

$$x_1 = \frac{y_1 \bar{T}_{C1}}{1 + y_1 \bar{T}_{C1}} \tag{2a}$$

$$x_1 = \frac{y_1}{1 + y_1} \tag{2b}$$

であり、式(2)において各変化率にかかるこれらの係数は変化前の値(初期値とよぶ)から求める。

また、流量の関係式

$$G_2 = G_1 + G_{C1} \tag{3}$$

より、

$$\delta y_1 = \delta (G_{C1} / G_1) = \frac{y_1 + 1}{y_1} \delta \bar{\beta}_1 \tag{4}$$

ここで、

$$\delta \bar{\beta}_1 = \delta (G_2 / G_1) \tag{4a}$$

であり、これは断面 1 に対する断面 2 の主流ガスの流量比の変化率で、冷却空気流量 \$G_{C1}\$ の主流ガスの流量 \$G_1\$ に対する比すなわち冷却空気流量比に近似的に等しい。\$\delta \bar{\beta}_1 > 0\$ のときは主流に冷却空気が混入した場合、\$\delta \bar{\beta}_1 < 0\$ の場合は主流よりある量を抽気した場合にあたる。

式(2)と(4)より \$\delta y_1\$ を消去して、

$$\delta T_1^* - \delta T_1 = \phi_1 \delta \bar{\beta}_1 - \chi_1 \delta T_1 \tag{5}$$

ここで、

$$\phi_1 = \frac{\bar{T}_{C1} - 1}{1 + y_1 \bar{T}_{C1}} \approx \bar{T}_{C1} - 1 \tag{5a}$$

である。図 5 (a) に示すように \$\phi (= (\bar{T}_C - 1) / (1 + y_1 \bar{T}_C))\$ は \$\chi\$ にくらべかなり大きな値をもち、与えられた冷却空気の温度比 \$\bar{T}_C\$ に対し \$y_1\$ に無関係にほぼ一定の値をもつ。

ゆえに、式(5)において \$\chi_1\$ を含む右辺第二項を省略すれば、

$$\delta T_1^* \text{ と } \delta T_1 \text{ の関係は近似的に } (\chi_1 \approx 0 \text{ に対し}), \tag{6}$$

$$\delta T_1^* - \delta T_1 = \phi_1 \delta \bar{\beta}_1$$

となる。

一方、冷却空気との混合後の主流ガス温度 \$T_1^*\$ と続く段に対する全温 \$T_2\$ までの温度差 \$\Delta T_1 (= T_1^* - T_2)\$ は、断面 1 ~ 2 間の断熱効率を \$\eta_1\$ で表わせば、

$$\Delta T_1 = T^* \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\pi_1^*} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\} \eta_1 \tag{7}$$

ここで、\$\pi_1^*\$ は混合後の主流ガスの全圧 \$P_1^*\$ の断面 2 の全圧 \$P_2\$ に対する比として定義する。いま、混合前後の全圧 \$P_1\$ および \$P_1^*\$ を混合による全圧変化がないものとして等しいと仮定すれば、

$$\pi_1^* = P_1^* / P_2 = P_1 / P_2 = \pi_1 \tag{8}$$

ここで \$\pi_1\$ は翼列 1 と 2 に対する(相対)全圧 \$P_1, P_2\$ の比 \$\pi_1 = P_1 / P_2\$ と定義した。式(7)より、

$$\delta (\Delta T_1) = \delta T_1^* + \delta \eta_1 + \phi_1 \delta \pi_1 \tag{9}$$

ここで、

$$\phi_1 = \left(\frac{\kappa-1}{\kappa} \right) / \left(\pi_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \tag{9a}$$

また、

$$T_2 = T_1^* - \Delta T_1 \tag{10}$$

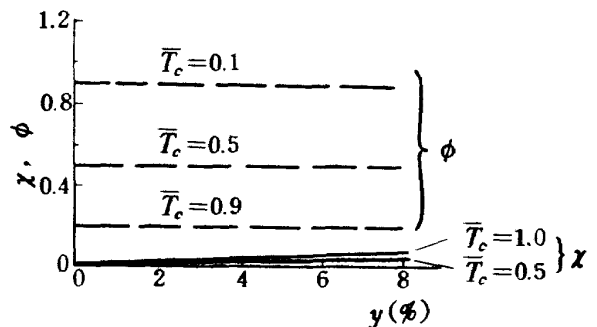
より、

$$\delta T_2 = (1 + \psi_1) \delta T_1^* - \psi_1 \delta (\Delta T_1) \tag{11}$$

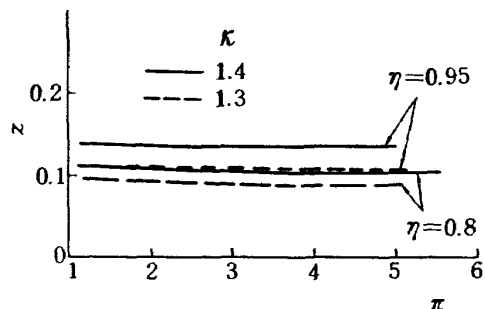
ここで、

$$\psi_1 = \frac{\Delta T_1}{T_1^* - \Delta T_1} \tag{11a}$$

よって、式(9)、(11)より



(a) 初期係数 \$\phi, \chi\$ の値



(b) 初期係数 \$z\$ の値

図 5 初期係数 \$\phi, \chi, z\$

$$\delta T_2 - \delta T_1^* = -\psi_1 \delta \eta_1 - 2z_1 \delta \pi_1 \quad (12)$$

ここで、

$$Z_1 = \frac{1}{2} \bar{\phi}_1 \psi_1 = \frac{1}{2} \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\eta_1 \frac{\kappa - 1}{\kappa} + \eta_1}{(1 - \eta_1) \pi_1^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} + \eta_1} \quad (12a)$$

いま、翼効率 η の変化 $\delta \eta$ は小さいとして無視すれば、 δT_2 と δT_1^* との関係は $\delta \eta_1 \approx 0$ のとき

$$\delta T_2 - \delta T_1^* = -2z_1 \delta \pi_1 \quad (13)$$

となる。

結局、式(6)と(13)より δT_1^* を消去すれば、 δT_1 と δT_2 の関係は次式で表わされる。

$$\delta T_2 - \delta T_1 = -2z_1 \delta \pi_1 + \phi_1 \delta \bar{\beta}_1 \quad (14)$$

なお、図 5(b)に $z (= \eta / \{ (1 - \eta) \pi^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} + \eta \})$ の値を示す。これから、 z は π には殆んど無関係であり、また $\eta = 0.8 \sim 0.95$ の領域 (翼列効率はおよそこのくらいの η をもつ) ではその値はおよそ 0.11 である。本報での計算は $z = 0.11$ とした。

(b) 速度関数の変化率 δq と検査断面間の膨張比の変化率 $\delta \pi$ との関係

いま、速度関数 q を次式で定義する。

$$q(\lambda) = \left(\frac{\kappa + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \lambda \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \lambda^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (15)$$

ここで、 λ は無次元速度である。

また、全圧と静圧の比を次式のごとく π' で表わせば、

$$\pi' = \frac{P}{P'} = \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \lambda^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (16)$$

ここで P' は静圧を示す。

式(15)と(16)より

$$\delta q(\lambda) = K \delta \pi' \quad (17')$$

ここで、

$$K = \begin{cases} \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \left(\frac{1}{\lambda^2} - 1 \right) & \lambda < 1 \\ 0 & \lambda \geq 1 \end{cases} \quad (17a)$$

たとえば、第一段静翼に対しては $\lambda = \lambda_{C1}$ として

$$\delta q(\lambda_{C1}) = K_1 \delta \pi'_1 \quad (17)$$

$$K_1 = \begin{cases} \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \left(\frac{1}{\lambda_{C1}^2} - 1 \right) & \lambda_{C1} < 1 \\ 0 & \lambda_{C1} \geq 1 \end{cases} \quad (17a)$$

を得る。第一段動翼、第二段静翼および動翼に対してはそれぞれ $\lambda = \lambda_{w2}$ 、 $\lambda = \lambda_{C3}$ および $\lambda = \lambda_{w4}$ とおく。

一方、(全圧/静圧)の比 π' と前述の検査断面間の膨張比であるそれぞれの翼列に対する相対的な全圧の比 $\pi (= P_1/P_2)$ との関係は速度三角形を考慮し図 4 の記号を用いて

$$\delta \pi'_1 = a_1 \delta \pi_1 \quad (18)$$

ここで、

$$a_1 = \left\{ 1 - \frac{\lambda_{w1}^2}{\lambda_{C1}^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\tan(\beta_1 - \alpha_1)}{\tan \beta_1}} \right\}^{-1} \quad (18a)$$

となる。⁶⁾ 同様に続く動翼については

$$a_2 = \left\{ 1 - \frac{\lambda_{C2}^2}{\lambda_{w2}^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\tan(\alpha_2 - \beta_2)}{\tan \alpha_2}} \right\}^{-1} \quad (18b)$$

となる。なお、 λ_C 、 λ_w 、 α 、 β は図 4 でもわかるように翼列出口における絶対流出無次元速度、相対流出無次元速度、絶対流出角度、相対流出角度を示す。

式(17)に式(18)を代入し、第一段静翼に対する δq と $\delta \pi$ との関係が求まる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \delta q_1(\lambda_{C1}) &= b_1 \delta \pi_1 \\ \delta q_2(\lambda_{w2}) &= b_2 \delta \pi_2 \\ \delta q_3(\lambda_{C3}) &= b_3 \delta \pi_3 \\ \delta q_4(\lambda_{w4}) &= b_4 \delta \pi_4 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで、

$$b_1 = a_1 K_1, \quad b_2 = a_2 K_2, \quad b_3 = a_3 K_3, \quad b_4 = a_4 K_4$$

(c) 各検査断面間の膨張比の変化 (19a)

面積 F をもつ断面を全温 T 、全圧 P のガスが無次元速度 λ で通過するとき、全流量 G は次式で表わされる。 μ を流量係数として、

$$G = m \frac{PFq(\lambda)}{\sqrt{T}} \mu \quad (20)$$

ここで、 m は次式で表わされるものである。

$$m = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \frac{g}{R}} \quad (20a)$$

g は重力加速度、 R はガス定数である。流量係数 μ は一次元流れとした理論流量 $mPFq(\lambda)/\sqrt{T}$ と実際の流量とを補正する係数である。流れ状態が微小変化したとき、一般にこの μ の変化を微小とみなせるからその変化率 $\delta \mu$ を無視する。このことを考慮し、第一段静翼スロート部における流量 G_1 の変化率は式(20)より

$$\delta G_1 = \delta P_1 + \delta F_1 - \frac{1}{2} \delta T_1 + \delta q_1$$

となる。同様に、

$$\delta G_2 = \delta P_2 + \delta F_2 - \frac{1}{2} \delta T_2 + \delta q_2$$

$$\delta G_3 = \delta P_3 + \delta F_3 - \frac{1}{2} \delta T_3 + \delta q_3$$

$$\delta G_4 = \delta P_4 + \delta F_4 - \frac{1}{2} \delta T_4 + \delta q_4$$

式(20)より明らかに、

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{F_2}{F_1} \frac{q_2(\lambda_{w2})}{q_1(\lambda_{C1})} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \frac{G_1}{G_2} \quad (22)$$

ゆえに、

$$\delta \pi_1 = \delta F_2 - \delta F_1 + \delta q_2 - \delta q_1 + \frac{1}{2} (\delta T_1 - \delta T_2) - \delta \bar{\beta}_1 \quad (23)$$

式(23)に式(14)および(19)を代入すれば,

$$(1+b_1-z_1)\delta\pi_1 = \delta F_2 - \delta F_1 + b_2\delta\pi_2 - \varphi_1\delta\bar{\beta}_1 \quad (24)$$

ここで

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\phi_1 + 1 \approx \frac{1}{2}(\bar{T}_{C1} + 1) \quad (24a)$$

となる。式(24)は隣接する検査断面間の膨張比の変化率 $\delta\pi_1$ および $\delta\pi_2$ の間の関係を示す。同様に,

$$(1+b_2-z_2)\delta\pi_2 = \delta F_3 - \delta F_2 + b_3\delta\pi_3 - \varphi_2\delta\bar{\beta}_2 \quad (25)$$

$$(1+b_3-z_3)\delta\pi_3 = \delta F_4 - \delta F_3 + b_4\delta\pi_4 - \varphi_3\delta\bar{\beta}_3 \quad (26)$$

ここで,

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\phi_2 + 1 \approx \frac{1}{2}(\bar{T}_{C2} + 1),$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{2}\phi_3 + 1 \approx \frac{1}{2}(\bar{T}_{C3} + 1) \quad (24a)$$

ところで, 全段の膨張比 $\pi_T (= P_0/P_5)$ は,

$$\pi_T = \frac{P_0}{P_1} \frac{P_1}{P_2} \frac{P_2}{P_3} \frac{P_3}{P_4} \frac{P_4}{P_5} \quad (27)$$

である。いま, 第一段静翼の入口断面0からその翼列のスロート部断面1までの全圧比 (P_0/P_1) の変化を無視すれば, 式(27)よりただちに,

$$\delta\pi_T = \delta\pi_1 + \delta\pi_2 + \delta\pi_3 + \delta\pi_4 \quad (28)$$

ここで,

$\pi_1 = P_1/P_2$, $\pi_2 = P_2/P_3$, $\pi_3 = P_3/P_4$, $\pi_4 = P_4/P_5$ である。これらを各検査断面間の膨張比とよぶ。 (29)

式(24)(25)(26)(28)より, 各膨張比について解くと, 次式が得られる。

$$\delta\pi_1 = N_1 \left\{ b_2 b_3 N_2 N_3 \delta F_4 + b_2 N_2 (1 - b_3 N_3) \delta F_3 + (1 - b_2 N_2) \delta F_2 - \delta F_1 + b_2 b_3 b_4 N_2 N_3 \delta\pi_T - b_2 b_3 N_2 N_3 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 - b_2 N_2 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 - \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \right\} \quad (30)$$

ここで,

$$N_3 = \frac{1}{1 + b_3 - z_3 + b_4} \quad (30a)$$

$$N_2 = \frac{1}{1 + b_2 - z_2 + b_3 b_4 N_3} \quad (30b)$$

$$N_1 = \frac{1}{1 + b_1 - z_1 + b_2 b_3 b_4 N_2 N_3} \quad (30c)$$

$$\delta\pi_2 = N_2 \left\{ b_3 Q_1 N_3 \delta F_4 + (1 - b_3 N_3) Q_1 \delta F_3 - (Q_1 + S_1) \delta F_2 + S_1 \delta F_1 + b_3 b_4 N_3 Q_1 \delta\pi_T - b_3 N_3 Q_1 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 - Q_1 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 + S_1 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \right\} \quad (31)$$

ここで,

$$Q_1 = 1 - b_2 b_3 b_4 N_1 N_2 N_3 \quad (31a)$$

$$S_1 = b_3 b_4 N_1 N_3 \quad (31b)$$

$$\delta\pi_3 = N_3 \left[Q_1 Q_2 \delta F_4 - \{ Q_1 Q_2 - b_4 N_2 (Q_1 + b_2 N_1) \} \delta F_3 - b_4 \{ N_1 Q_2 - N_2 (Q_1 + b_2 N_1) \} \delta F_2 - b_4 N_1 Q_2 \delta F_1 + b_4 Q_1 Q_2 \delta\pi_T - Q_1 Q_2 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 + b_4 N_2 (Q_1 + b_2 N_1) \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 + b_4 N_1 Q_2 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \right] \quad (32)$$

ここで,

$$Q_2 = 1 - b_3 b_4 N_2 N_3 \quad (32a)$$

$$\delta\pi_4 = \delta\pi_T - \delta\pi_1 - \delta\pi_2 - \delta\pi_3 \quad (33)$$

すなわち, 各検査断面間の膨張比 $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$ の変化率は各翼列のスロート面積 F_1, F_2, F_3, F_4 の変化率と, タービン全段の膨張比 π_T の変化率の他, 各翼列の主流ガス中に混入される冷却空気流量比 $\delta\beta_1, \delta\beta_2, \delta\beta_3$ ^{註1)}の関数である。

(d) タービンの種々の量の変化

前項で導出した式を用いて $\delta\pi_1, \delta\pi_2, \delta\pi_3$ および $\delta\pi_4$ が計算できるが, 以下の項ではこれらの各検査断面間の膨張比の変化率を用いてタービンの種々の量の変化率を計算するための式を導く。

●各段のタービン膨張比の変化

第一段タービンおよび第二段タービンにおける膨張比 $(\pi_{T1}$ および $\pi_{T2})$ の変化は明らかに,

$$\delta\pi_{T1} = \delta\pi_1 + \delta\pi_2 \quad (34)$$

$$\delta\pi_{T2} = \delta\pi_3 + \delta\pi_4 = \delta\pi_T - \delta\pi_{T1} \quad (35)$$

となる。

●各翼列スロート部の全温の変化

式(14)を参考にして第一段静翼スロート部の全温 T_1 の変化率は,

$$\delta T_1 = \delta T_0 + \phi_0 \delta\bar{\beta}_0 \quad (36)$$

ここで, T_0 はタービン入口全温, $\delta\bar{\beta}_0$ は $\delta(G_1/G_0)$ であり近似的にタービン入口(第一段静翼入口)から第一段静翼スロート部までの間に混入(抽気)される二次空気流量 G_{C0} のタービン入口部主流ガス流量 G_0 に対する比である。また, $\phi_0 \approx \bar{T}_{C0} - 1$ である。

同様に式(14)を用いて, 第一段動翼スロート部(に相対的な)の全温 T_2 の変化は,

$$\delta T_2 = \delta T_1 - 2(z_1 \delta\pi_1 - \xi_1 \delta\bar{\beta}_1) \quad (37)$$

ここで,

$$\xi_1 = \frac{1}{2}\phi_1 = \varphi_1 - 1 = \frac{1}{2}(\bar{T}_{C1} - 1) \quad (37a)$$

となる。同様に

$$\delta T_3 = \delta T_1 - 2(z_1 \delta\pi_1 + z_2 \delta\pi_2 - \xi_1 \delta\bar{\beta}_1 - \xi_2 \delta\bar{\beta}_2) \quad (38)$$

$$\delta T_4 = \delta T_1 - 2(z_1 \delta\pi_1 + z_2 \delta\pi_2 + z_3 \delta\pi_3 - \xi_1 \delta\bar{\beta}_1 - \xi_2 \delta\bar{\beta}_2 - \xi_3 \delta\bar{\beta}_3) \quad (39)$$

$$\delta T_5 = \delta T_1 - 2(z_1 \delta\pi_1 + z_2 \delta\pi_2 + z_3 \delta\pi_3 + z_4 \delta\pi_4 - \xi_1 \delta\bar{\beta}_1 - \xi_2 \delta\bar{\beta}_2 - \xi_3 \delta\bar{\beta}_3 - \xi_4 \delta\bar{\beta}_4) \quad (40)$$

註1) $\delta\bar{\beta}$ は $\delta\bar{\beta} > 0$ の場合主流ガス中に混入される冷却空気流量比に相当し, $\delta\bar{\beta} < 0$ の場合いわゆる抽気流量比に相当する。また冷却時から非冷却時へのタービンの性能の変化を計算する場合も $\delta\bar{\beta} < 0$ にあたる。

●各翼列スロート部における全圧の変化

冷却空気の混合（または抽気）による主流ガス全圧の変化はないと仮定しているため、明らか

$$\delta P_1 = \delta P_0 \quad (41)$$

$$\delta P_2 = \delta P_1 - \delta \pi_1 \quad (42)$$

$$\delta P_3 = \delta P_1 - \delta \pi_1 - \delta \pi_2 \quad (43)$$

$$\delta P_4 = \delta P_1 - \delta \pi_1 - \delta \pi_2 - \delta \pi_3 \quad (44)$$

$$\delta P_5 = \delta P_1 - \delta \pi_1 - \delta \pi_2 - \delta \pi_3 - \delta \pi_4 \quad (45)$$

●各段のタービン入口（静翼入口）での流量の変化

$$\bar{\beta}_0 = G_1 / G_0 \text{より}$$

$$\delta G_0 = \delta G_1 - \delta \bar{\beta}_0 \quad (46)$$

である。これに式(21)の δG_1 、式(36)および(41)を代入すれば、

$$\delta(G_0 \sqrt{T_0} / P_0) = \delta q_1 + \delta F_1 - \varphi_0 \delta \bar{\beta}_0 \quad (47)$$

を得る。 δq_1 は式(19)より得られる。

同様に第二段タービン入口流量の変化は

$$\delta G_3 = \delta q_3 + \delta F_3 + \delta P_3 - \frac{1}{2} \delta T_3 \quad (48)$$

ここで、 δq_3 、 δP_3 、 δT_3 は前項までの式から計算できる。

●各段および全段のタービン仕事量の変化

第一段タービンの仕事量 $L_{T1,t}$ は次式で表わされる。

$$L_{T1,t} = C_p T^* \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\pi_{T1}} \right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \right\} \eta_{T1} G_2 \quad (49)$$

ゆえに、第一段タービンの仕事量の変化は、

$$\delta L_{T1,t} = \left(\frac{1}{2} - \chi_1 \right) \delta T_1 + \delta P_1 + \delta F_1 + \delta \eta_{T1} + (2\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 + \phi_{T1} \delta \pi_{T1} + \delta q_1 \quad (50)$$

となる。同様に第二段タービンについても、

$$\delta L_{T2,t} = \left(\frac{1}{2} - \chi_3 \right) \delta T_3 + \delta P_3 + \delta F_3 + \delta \eta_{T2} + (2\varphi_3 - 1) \delta \bar{\beta}_3 + \phi_{T2} \delta \pi_{T2} + \delta q_3 \quad (51)$$

となる。ここで、右辺 η_{T1} 、 η_{T2} は各段タービンの断熱効率であるが、一般に段膨張比の微小変化に対するこれらの効率の変化は小さいので、本報の計算においては $\delta \eta_{T1} = \delta \eta_{T2} = 0$ (註2) とした。

また、両段の仕事量を合わせたタービン全段としての仕事量は、

$$L_{T,t} = L_{T1,t} + L_{T2,t} \quad (52)$$

であるから、その変化率は

$$\delta L_{T,t} = D_{L1} \delta L_{T1,t} + (1 - D_{L1}) \delta L_{T2,t} \quad (53)$$

ここで、 D_{L1} は全段の仕事量に対する第一段タービンの仕事量の割合である。すなわち、

$$D_{L1} = \frac{L_{T1,t}}{L_{T,t}} = \frac{L_{T1,t}}{L_{T1,t} + L_{T2,t}} \quad (53a)$$

●タービン比出力の変化

$$H_T = L_{T,t} / G_0$$

より、タービン比出力の変化は

$$\delta H_T = \delta L_{T,t} - \delta G_0 \quad (54)$$

●空冷タービンの断熱効率の変化

空冷タービンの断熱効率として次の二種の断熱効率を定義する。⁹⁾

$$\eta_P = \frac{L_{T,t}}{C_p G_0 T_0 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \right\}} \quad (55)$$

$$\eta_{th} = \frac{L_{T,t}}{C_p G_0 T_0 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \right\} + \sum_{i=1}^4 C_{Pci} G_{ci} T_{ci} \left\{ 1 - \left(\frac{P_5}{P_{ci}} \right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \right\}} \quad (56)$$

とくに、各翼への冷却空気の全温、全圧、定圧比熱が互いに等しくかつその全圧がタービン入口主流ガスの全圧に等

しい場合には式(56)より次式を得る。

$$\eta_{th} = \frac{L_{T,t}}{C_p G_0 T_0 \left\{ 1 + \bar{T}_{c0} (\bar{G}_{c0} + G_{c1} + \dots + G_{c4}) \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \right\}} \quad (57)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} T_{c0} &= T_{c1} = \dots = T_{c4} \\ P_{c0} &= P_{c1} = \dots = P_{c4} = P_0 \\ C_{Pc0} &= C_{Pc1} = \dots = C_{Pc4} \\ \bar{G}_{c0} &= G_{c0} / G_0, \bar{G}_{c1} = G_{c1} / G_0, \dots \end{aligned} \right\} (57a)$$

以下、 η_{th} の変化は式(57a)が成立つ特別な場合につき考える。

式(56)より η_P の変化は

$$\delta \eta_P = \delta L_{T,t} - \phi_T \delta \pi_T - \delta q_1 - \frac{1}{2} \delta T_0 - \delta P_0 - \delta F_1 - \varphi_0 \delta \bar{\beta}_0 \quad (58)$$

一方、 η_{th} の変化は式(57)より、

$$\delta \eta_{th} = \delta \eta_P - \Omega (\bar{G}_{c0} \delta \bar{G}_{c0} + \bar{G}_{c1} \delta G_{c1} + \dots + G_{c4} \delta G_{c4}) \quad (59)$$

ここで、

$$\Omega = \bar{T}_{c0} / \left\{ 1 + \bar{T}_{c0} (\bar{G}_{c0} + G_{c1} + \dots + G_{c4}) \right\} \quad (59a)$$

註2) この η_{T1} 、 η_{T2} および前述の式(7)中の η_1 など各翼列の断熱効率 η_2 、 η_3 、 η_4 は各膨張比の微小変化に対してはその変化は実際問題として無視できるが、二次空気の混合（抽気）による主流ガスの全圧変化が無視できない場合はこれら断熱効率の変化を考慮する必要がある。

$$\bar{T}_{c0} = T_{c0} / T_0 \tag{59b}$$

$$\bar{G}_{c0} = (G_1 / G_0) - 1 = y_0 \tag{59c}$$

$$\delta \bar{G}_{c0} = \frac{y_0 + 1}{y_0} \delta \bar{\beta}_0 \tag{59d}$$

よって,

$$\bar{G}_{c0} \delta \bar{G}_{c0} = (y_0 + 1) \delta \bar{\beta}_0 \tag{60}$$

同様に,

$$\bar{G}_{c1} \delta \bar{G}_{c1} = (y_0 + 1)(y_1 + 1) \delta \bar{\beta}_1 + y_1(y_0 + 1) \delta \bar{\beta}_0 \tag{61}$$

を得る。\$y_0, y_1, y_2 \dots\$ は 1 にくらべて小さいから無視すれば、註3) 式(59)は次式になる。

$$\delta \eta_{tk} = \delta \eta_p - \bar{T}_{c0} (\delta \bar{\beta}_0 + \delta \bar{\beta}_1 + \dots + \delta \bar{\beta}_k) \tag{62}$$

なお、式(58)および式(62)で得られた \$\delta \eta_p\$ および \$\delta \eta_{tk}\$ は次の意味をもつ。すなわち、\$\delta \eta_p\$ はタービンの単位入口流量あたりの仕事量の変化を表わし、一方 \$\delta \eta_{tk}\$ は冷却空気のエネルギーをも含めた空冷タービン全体の系としての熱効率の変化を表わしている。

●速度三角形の変化

ここでは簡単のために周速度一定の場合について扱う。また翼に固定された座標における流出角度すなわち静翼では絶対流出角度、動翼では相対流出角度の変化はないものとする。すなわち、\$\delta u_1 = \delta \alpha_1 = \delta \beta_2 = \delta \alpha_3 = \delta \beta_4 = 0\$ とする。

式(48)より得た

$$\pi'_1 = \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \lambda_{c1}^2 \right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}$$

と式(48)より \$\lambda_{c1}\$ の変化は

$$\delta \lambda_{c1} = r_1 \delta \pi'_1 = r_1 a_1 \delta \pi_1 \tag{63}$$

ここで、

$$r_1 = \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \left(\frac{1}{\lambda_{c1}^2} - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \right) \tag{63a}$$

また、周速の無次元速度は

$$\lambda_{w1} = \frac{u_1}{\sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa+1} RT_1}} \tag{64}$$

であるから、その変化は \$\delta u_1 = 0\$ を考慮して

$$\delta \lambda_{w1} = -\frac{1}{2} \delta T_1 \tag{65}$$

を得る。式(63)と(65)より変化後の速度三角形がきまる。なお、便宜のために速度三角形の他の量の変化を求めておく。

$$C_1 = \lambda_{c1} \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa+1} RT_1} \tag{66}$$

より、

$$\begin{aligned} \delta C_1 &= r_1 a_1 \delta \pi_1 + \frac{1}{2} \delta T_1 \\ &= \lambda_{c1} - \delta \lambda_{w1} \end{aligned} \tag{67}$$

が得られる。これと、

$$\frac{w_1}{\sin \alpha_1} = \frac{C_1}{\sin \beta_1} = \frac{u_1}{\sin (\beta_1 - \alpha_1)}$$

より、\$d\beta_1 = \beta_1 \delta \beta_1\$ であることに注意して

$$\delta w_1 = \delta C_1 - \beta_1 \delta \beta_1 \cot \beta_1 = -\beta_1 \delta \beta_1 \cot (\beta_1 - \alpha_1) \tag{68}$$

を得る。ゆえに、

$$\delta \beta_1 = \frac{\delta C_1}{\beta_1 \{ \cot \beta_1 - \cot (\beta_1 - \alpha_1) \}} \tag{69}$$

ここで、\$\beta_1\$ はラジアンで表わす。

また、動翼の速度三角形についても同様に \$u_2\$ および \$\beta_2 = \text{一定の条件のもとで } \lambda_{w2}, \lambda_{w2}\$ の変化が求まり新しい速度三角形をきめることができる。註4)

3. 計算例と考察 (計算の方法は付録参照)

3.1 タービンの種々の量に及ぼす冷却空気の影響の計算例

計算例1として、非冷却時に図6のごとき速度三角形をもつ二段タービンにつき、第一段静翼の冷却空気の影響を

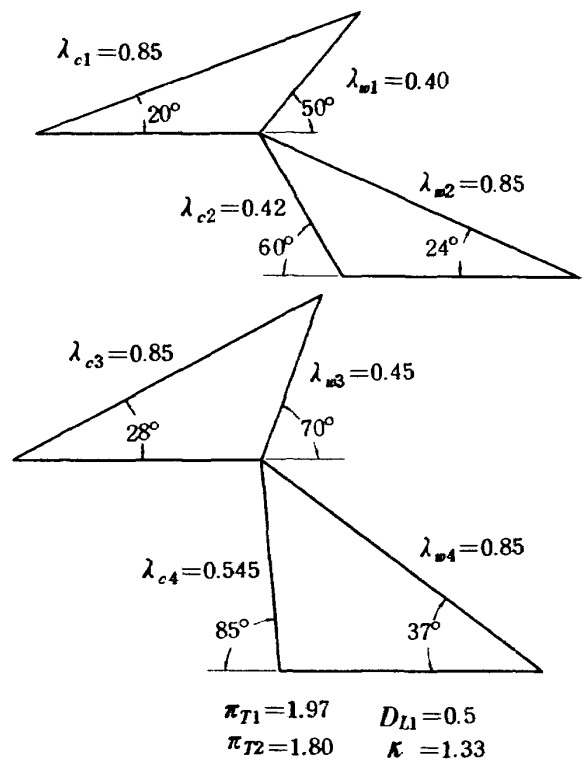


図 6 計算例1の速度三角形 (非冷却時)

註3) とくに非冷却から冷却への \$\eta_{tk}\$ の変化を計算する場合には初期値 \$y_0, y_1, y_2 \dots\$ は 0 である。また逆の変化を計算する場合でもこれらの初期値は 1 にくらべて非常に小さく無視できる。

註4) 静翼と動翼での記号の対応に注意。たとえば式(69)に対し、

$$\delta \alpha_2 = \frac{\delta w_2}{\alpha_2 \{ \cot \alpha_2 - \cot (\alpha_2 - \beta_2) \}} \tag{69}'$$

計算した。ここで、非冷却時において第一段タービンおよび第二段タービンの膨張比はそれぞれ $\pi_{T1} = 1.97$, $\pi_{T2} = 1.80$ とし、又各段の仕事配分は等しい ($D_{L1} = 0.5$) とする。また、式(10)で定義する冷却空気の温度比は $\bar{T}_c = 0.5$ とした。なお、主流の比熱比は $\kappa = 1.33$ として計算した。

図7にタービン全段膨張比が一定 ($\delta\pi_T = 0$) のもとの各タービン量への影響を示す。これによると、全段膨張比が一定のもとでは、冷却空気によりタービン入口修正流

量 ($G\sqrt{T_0}/P_0$) は減少することがわかる。また、第一段タービンにおける膨張比 (π_{T1}) や仕事量 ($L_{T1,t}$) は減少するのに対し、第二段タービンのこれらは逆に増加しており、全段としての仕事量 ($L_{T,t}$) は増加している。従って、タービン入口流量の単位流量あたりの仕事量はかなり増大するため、 η_p で定義した効率はかなりの増加を示している。一方、冷却空気の消費も考慮して冷却空気を含めた系としての熱力学的効率 η_{th} はわずかに増加するに過ぎないことを示している。

次に各翼に対し、ある冷却空気流量の配分をした場合について、二種のタービンにおける η_p と η_{th} への冷却空気流量比とその温度比の影響を計算した。冷却空気流量比の配分は表1のごとく計画し、冷却空気の温度比としては $\bar{T}_{c0} = 0.6, 0.8$ の二種の場合を示す。

図8(a)に示す速度三角形をもつ衝動タービン (Impulse Turbine) に対する計算結果を横軸に $\delta\bar{\beta}_1$ を代表にとり

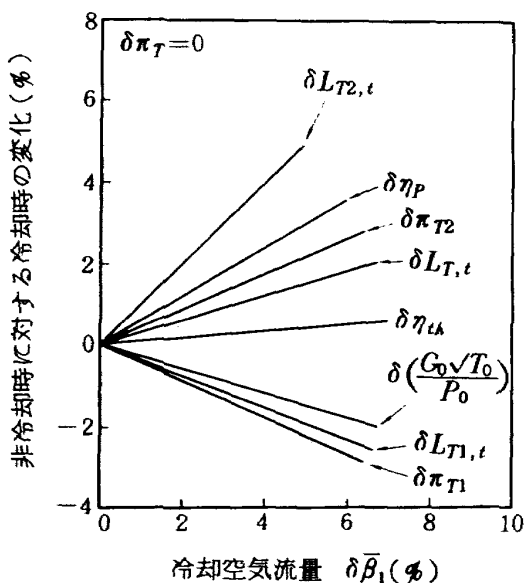


図7 計算例1の結果 (各種タービン量に及ぼす冷却空気流量の影響)

表1 計算例2, 3に用いた各翼への冷却空気の計画配分量 (ただし $\delta\beta_0 = 0$)

$\delta\bar{\beta}_1$	$\delta\bar{\beta}_2$	$\delta\bar{\beta}_3$	$\delta\bar{\beta}_4$
2 %	1 %	0 %	0 %
3	2	1	0
4	3	2	1
5	4	3	2
6	5	4	3
7	6	5	4

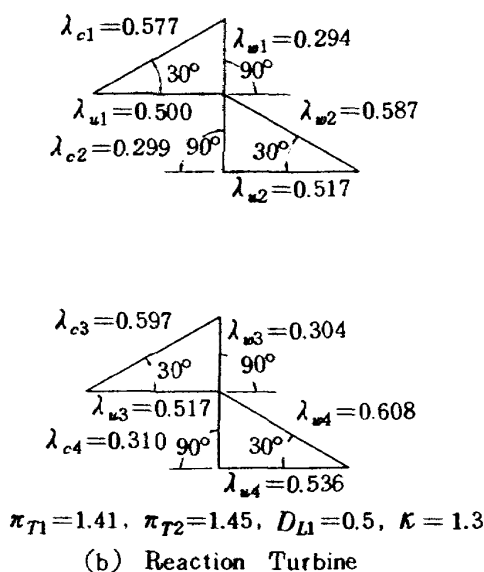
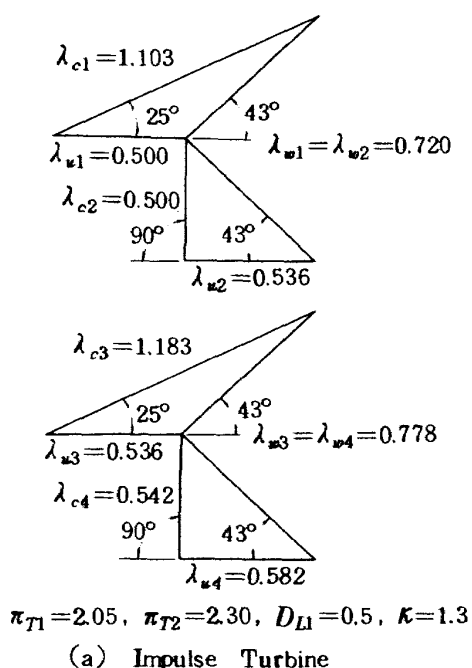


図8 計算例2の速度三角形 (非冷却時)

図9に実線で示す。また、図8(b)に示す速度三角形をもつ反動タービン(Reaction Turbine)に対する計算結果(付録も参照)を図9に破線で示す。

図9の実線と破線に示されたように両タービンで冷却空気の及ぼす影響には殆んど差がみられない。共に、冷却空気流量比が増すにつれ η_P は増大、 η_{tA} は減少している。これはタービンの全段膨張比が非冷却時と冷却時で等しい点での比較であるが、 η_P の増大はタービン入口の単位流量あたりの仕事の増大を示し、 η_{tA} の減少は冷却空気を含めた系全体としては効率の低下を示している。また、冷却空気の温度のちがいにより η_P, η_{tA} への影響に大きな差がみられる。等冷却空気流量では、 \bar{T}_C が大きいほど η_P は大きくなるが、逆に η_{tA} は小さくなる。

なお、この反動タービンでは $\bar{T}_{c0} = \bar{T}_{c1} = \bar{T}_{c2} = \bar{T}_{c3}$

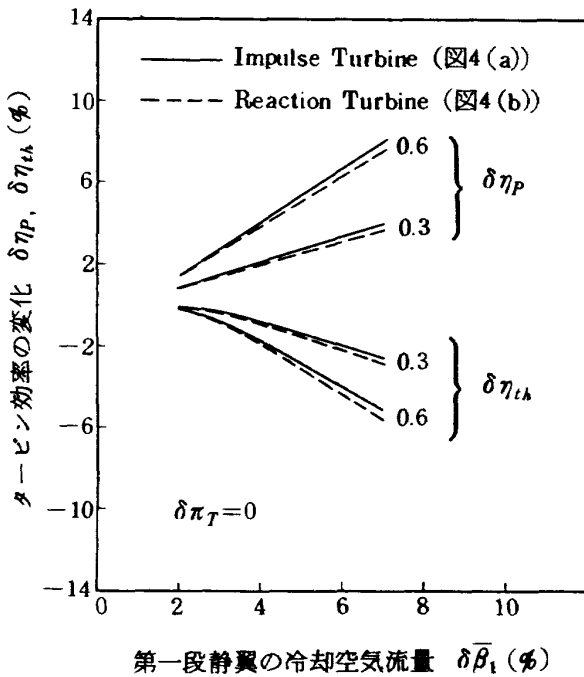


図9 計算例2の結果(タービン効率に及ぼす冷却空気の影響)

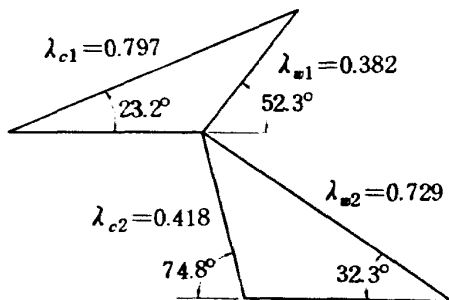


図10(a) 実験の速度三角形(非冷却時)

$\bar{T}_{c4} = \bar{T}_c$ の場合、 $\delta\eta_P$ および $\delta\eta_{tA}$ は次式で表わされた。(付録参照)

$$\delta\eta_P = 0.5\bar{T}_c(2\delta\bar{\beta}_1 + \delta\bar{\beta}_2 + \delta\bar{\beta}_3)$$

$$\delta\eta_{tA} = \delta\eta_P - \bar{T}_c(\delta\bar{\beta}_1 + \delta\bar{\beta}_2 + \delta\bar{\beta}_3 + \delta\bar{\beta}_4)$$

ここで、 $\delta\eta_P$ の () 内は第一段および第二段の各動翼を通過する流量の増加分の和であり、また係数 0.5 は両段の仕事配分比 ($D_{L1} = D_{L2} = 0.5$) に相当する。

3.2 単段空冷タービンの実験と本解析法による結果との比較と考察

冷却タービンの性能に及ぼす冷却空気の影響を詳細に調べた実験は数少ない。⁸⁾⁹⁾ここではWhitneyらの実験結果⁹⁾と本報の解析結果との比較を示す。この実験は単段の軸流タービンにおいて、静翼の後縁部からタービン主流と同温度 ($T_{c1} = 1.0$) の冷却空気を噴出した実験である。本タービンの設計回転数、設計膨張比における非冷却時の速度三角形(実験値)を図10(a)に示す。¹⁰⁾

今、本タービンに 4.68% の二次空気流量を流した場合につき、本報による計算値とWhitneyらの実験結果と比較して表2(a)(b)に示す。タービン主流内に冷却空気の混入のない非冷却時とその混入のある冷却時とでタービンの特性が変化するので非冷却時の性能と冷却時の性能の比較を行なう場合、比較するタービンの作動点を定める必要があ

表2 計算値と実験値の比較(各種タービン因子への冷却空気の影響)

(a) $\delta\pi_T = 0$

	CAL	EXP
$\delta(G\sqrt{T_1}/P_1)$	-1.26%	-1.5%
$\delta L_{T,t}$	3.41	3.0
$\delta\eta_P$	4.68	4.5
$\delta\eta_{tA}$	0	0
$\delta\alpha_3$	-3.07	-2.8

(b) $\delta H_T = 0$

	CAL	EXP
$\delta\pi_T$	-2.84%	-2.4%
$\delta(G\sqrt{T_1}/P_1)$	-2.29	-2.0
$\delta L_{T,t}$	-2.29	-2.6
$\delta\eta_P$	4.68	4.6
$\delta\eta_{tA}$	0	-0.3
$\delta\alpha_3$	0.62	0.3

る。表 2(a)は非冷却時に対する冷却時の各量の変化を、同一のタービン膨張比 ($\delta\pi_T = 0$) の点で比較し求めた場合であり、表 2(b)は同一のタービン比出力の点 ($\delta H_T = 0$) で比較し求めた場合である。両場合とも計算値と実験値との一致はよい。

次に、冷却空気流量比を変えた場合につき、計算値と実験値との比較を図 10(b)に示す。実線は実験値であり、破線は計算値である。ここでは、各効率の非冷却時から冷却時への変化量を同一のタービン比出力の点 ($\delta H_T = 0$) で比較し求めた結果である。両効率とも実験値と計算値との差は 0~7%の冷却空気流量比の範囲ではわずかであり、実験値と計算値との一致はかなりよいといえる。

しかし、実験値と計算値との傾向に多少差がみられるの

は主に次の理由によると考えられる。

Ⅰ) 本報の計算法では、冷却空気とタービン主流ガスとの混入により、主流ガスの全圧変化はないものと仮定しているのに対し、実際には実験でも示されているようにその混入による主流ガスの全圧の変化がおこる。

Ⅱ) 本報の計算法では冷却空気の全圧は常にタービン入口主流ガスの全圧に等しいと仮定し $\delta\eta_p$ 、 $\delta\eta_{th}$ を導いたが、実験では冷却空気流量の増加するにつれ冷却空気の全圧も増加している。

以上に示すように、計算条件と実験条件の相異にかかわらず計算値と実験値との一致が比較的良いのは、本実験が翼後縁部からのみ冷却空気を吹き出す冷却タービンの実験であるため、比較的ここで取扱った計算の仮定を満足している実験であったことによる。ところで、実験¹²⁾では約5%の冷却空気を流した時に、翼の全圧損失は非冷却時のそれとほぼ等しく、かつ冷却空気の全圧もタービン入口部における主流ガスの全圧にほぼ等しくなり、したがって前記の計算条件と実験条件との相異はこの冷却空気流量のときにはほぼなくなるといえる。また、実験では翼列後流測定結果から約5%の冷却空気流量比を境に、それ以下の冷却空気流量比では非冷却時にくらべ静翼の全圧損失は小さく、それ以上では逆に大きいことがわかっている。以上の実験事実を考慮すれば、図 10(b)で冷却空気流量比が約8~5%の付近で $\delta\eta_p$ および $\delta\eta_{th}$ の計算値と実験値が交叉しているのが理解できる。

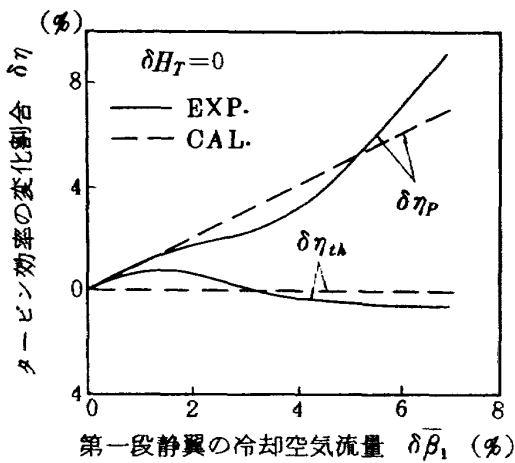


図 10 (b) 計算値と実験値の比較 (冷却空気流量の影響)

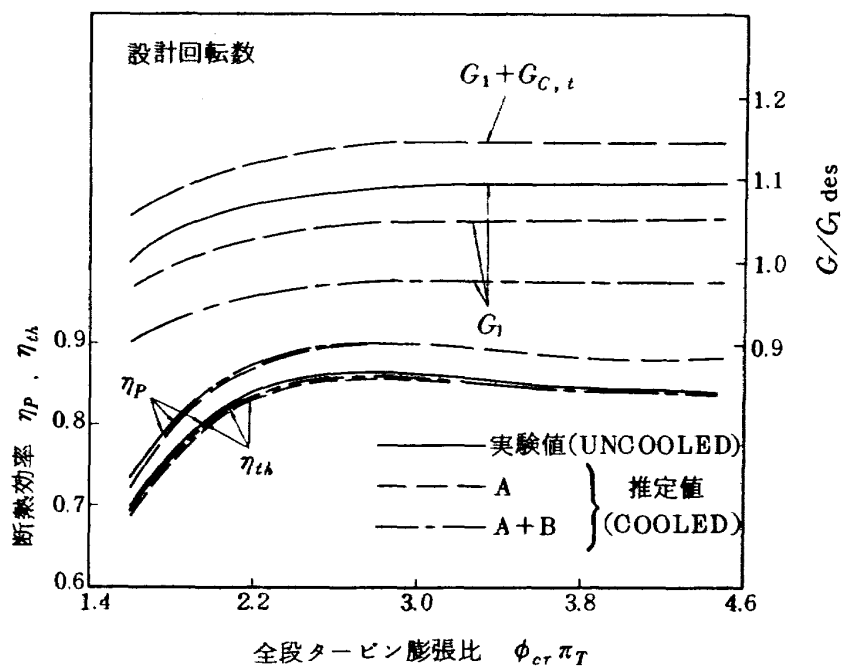


図 11 実験結果への本解析法の応用 ($\eta \sim \pi_T$)

3.3 二段タービンの非冷却実験結果に対する冷却空気の影響の補正

タービンの空力的な性能を詳細に調べるために、冷却空気を流さずに実験を行なうことがしばしばある。図11及び表3は、我々の行なった二段軸流タービンの実験値と本報の解析法を用いてこの実験値を補正した推定値である。Aで示したものは設計計画通りの冷却空気量($\delta\beta_1=2.7\%$, $\delta\beta_2=3.5\%$, $\delta\beta_3=1.4\%$, $\delta\beta_4=1.0\%$)を流したと仮定した場合の結果であり、A+Bで示したものはさらにその上に各翼列のスロート面積をそれぞれ $\delta F_1=-7.3\%$, $\delta F_2=-9.8\%$, $\delta F_3=-5.4\%$, $\delta F_4=1.9\%$ だけ調節したと仮定(実流路面積 $A_e \cos \alpha$ の実験値と設計値とのずれ分に相当)した場合の結果である。表3は設計回転数、設計膨張比における値を示す。

冷却空気を流したAの場合、全段膨張比によらずほぼ一様に、タービン入口流量は減少する。また、表8に示されるように同一全段膨張比ではAの場合、第一段での仕事は減少し、第二段での仕事は増すが、全段としてはタービントルクに示されるように仕事量の変化は殆んどなく、したがって η_{ih} は余り影響をうけない。 η_p は入口流量の減少分だけ増加する。

さらに、冷却空気の上に各翼列スロート面積を調節したA+Bの場合、Aの場合にくらべさらにタービン入口流量の減少となり、タービントルクもかなり減少する。しかし、効率 η_{ih} 及び η_p は図7又は表8にみられるように、このスロート面積の調節によってはほとんど影響をうけない。

また、図7にみられるようにAおよびA+Bの場合も、タービン入口流量および両効率の変化率は全段膨張比にかかわらずほぼ一定である。すなわち、タービン内の流れの状態(速度三角形で示される状態)にかかわらず冷却空気やスロート面積の調節の影響はほぼ同じ大きさであることを示し、このことは補正の際都合のよいことである。

4. あとがき

Small Deviation法を利用して空冷タービンの空力特性に及ぼす冷却空気の影響を解析する解析法を提案した。この解析法は以下に示すような多くの特長をもつ。すなわち、

- (1) タービンの速度三角形を用いて種々の空力特性量に及ぼす冷却空気の影響を容易に解析できる。
- (2) 翼のスロート面積の微小変化によるこれらの種々の量に及ぼす影響も同時に考慮に入れることができる。したがって熱膨張によるスロート面積の変化や製作誤差によるスロート面積の変化によるタービンの性能へ及ぼす影響も同時に解析できるので、熱膨張や製作誤差および冷却空気の主流ガスへの混入による思わぬタービン入口流量のずれを修正する際に本解析法は一つの指針を示すことが可能になる。
- (3) 非冷却タービンの実験結果をもとに冷却空気を流した場合の性能を推定する一手段になるのみならず、逆に冷却タービンから非冷却タービンへの性能の補正も可能である。同様にタービンの各所から主流ガスを抽気した場合の性能の変化も推定できる。
- (4) 二次空気の影響を任意の量を一定にした状態で比較できる。(例えば3.2項では冷却時と非冷却時の性能の変化を同タービン膨張比で比較した場合と同比出力での比較を行なっている。)
- (5) 解析式であるので各因子の関係が容易に理解できる。また本報では二段タービンに対する解析式を導いたが、さらに多段のタービンの場合の拡張も容易である。

本報では二段タービンのための解析式を導出し、冷却空気がタービンの空力的性能に及ぼす二、三の計算例を示した。また、単段タービンについて本解析法による冷却空気の影響の計算結果とその実験結果と比較したが、両者は良

表3 実機性能の推定値 ($\delta\pi_T = 0$)

項目	実験値 (非冷却)	実機時の推定値(冷却)		設計値 (冷却)
		A	A+B	
全段断熱効率 η_{ih}	0.842	0.837	0.837	0.860
η_p	0.842	0.879	0.879	0.904
タービン入口修正流量*	1.093	1.052	0.977	1.000
タービン修正トルク*	1.018	1.023	0.950	1.000
仕事配分(1段/2段)	0.48/0.52	0.46/0.54	0.48/0.52	0.49/0.51
修正膨張比(1段/2段)	1.95/2.31	1.91/2.37	1.98/2.29	2.02/2.24

* 設計値に対する比率

く一致した。本報の解析法により冷却空気を流さない実験結果から冷却空気を流した場合の性能の予想または補正が容易に行えるようになった。¹⁸⁾

なお、本報では冷却空気とタービン主流ガスとの混合により主流ガスの全圧が影響をうけない場合をとり扱ったが、影響をうける場合については別の機会に考察する。

参 考 文 献

- (1) W. R. Hawthorne ; The Thermodynamics of Cooled Turbine, Part I&II, Trans. ASME Vol. 78, 1956 (PP. 1765-1786)
- (2) W. M. Rohsenow ; Effect of Turbine-Blade Cooling on Efficiency of a Simple Gas Turbine Plant, *ibid.* (PP. 1787-1794)
- (3) J. C. Burke et al. ; Analysis of the Effect of Blade Cooling on Gas-Turbine Performance, *ibid.* (PP. 1795-1806)
- (4) E. N. Bogomolov ; Effect on the Efficiency of a Gas Turbine of Admitting Blade Cooling Air into the Blading, Soviet Aeronautics, Vol. 9, №2 (PP. 49-58), 1966 or NASA TTF 10779
- (5) W. J. Whitney ; Comparative study of Mixed-and Isolated-Flow Methods for Cooled-Turbine Performance Analyses, NASA TM X-1572, 1968
- (6) A. Ya. Cherkez ; Engineering Calculations for Gas Turbine Engines by Methods of Small Deviations, FTD-HT-23-578-68, 1965
- (7) E. P. Cockshutt ; Gas Turbine Cycle Calculations : Differential Methods in the Analysis of Equilibrium Operation, NRCC. Report L. R. -481, 1967
- (8) G. T. Smith et al. ; Analytical Investigation of Factors Affecting Performance of Single-Stage Turbines Having Rotor-tip Discharge of Cooling Air, NACA RM E56B20, 1956
- (9) E. M. Szanca et al. ; Cold-Air Investigation of a Turbine with Stator-Blade Trailing-Edge Coolant Ejection, III - Overall Stage Performance, NASA TM X-1974 (1970)
- (10) W. J. Whitney et al. ; Cold-Air Investigation of a Turbine for High-Temperature-Engine Application, III - Overall Stage Performance, NASA TN D-4889, 1967
- (11) V. G. Tyryshkin ; Some Investigative Results of Air-Cooling Effect on Aerodynamic Characteristics of Gas-Turbine Flow Path, ASME Paper 70-GT-98, 1970
- (12) H. W. Prust, et. al. ; Cold-Air Investigation of a Turbine with Stator-Blade Trailing-Edge Coolant Ejection, II - Detailed Stator Performance, NASA TM X-1963, 1970
- (13) 山本ほか ; 二段空冷軸流タービンの空力性能に関する研究, 日本機械学会講演論文集 №740-5 PP. 107, 1974 又は H. Nouse et. al. ; Experimental Results of Full Scale Air-Cooled Turbine Tests, Trans. of ASME, Vol. 98 Series. A №1 P. 103, 1976

付録 計算の方法

計算条件

速度三角形：図8(a) Reaction Turbine

$$\alpha_1 = 30^\circ \quad \alpha_2 = 90^\circ \quad \alpha_3 = 80^\circ \quad \alpha_4 = 90^\circ$$

$$\beta_1 = 90^\circ \quad \beta_2 = 80^\circ \quad \beta_3 = 90^\circ \quad \beta_4 = 80^\circ$$

$$\lambda_{c1} = 0.577 \quad \lambda_{c2} = 0.299 \quad \lambda_{c3} = 0.597 \quad \lambda_{c4} = 0.310$$

$$\lambda_{w1} = 0.294 \quad \lambda_{w2} = 0.587 \quad \lambda_{w3} = 0.304 \quad \lambda_{w4} = 0.608$$

膨張比： $\pi_{T1} = 1.41$, $\pi_{T2} = 1.45$, $\pi_T = 2.04$ ($= \pi_{T1} \times \pi_{T2}$) 註)

仕事配分比： $D_{II} = 0.5$ 主流ガス比熱比： $\kappa = 1.3$

上記のような条件の二段タービンにおいて、表1のような配分の冷却空気を各翼列に流した場合のタービン性能の変化を求めよ。

解析式の導出

係数の決定：

式(18a)より、

$$a_1 = \left[1 - \left(\frac{0.294}{0.577} \right)^2 \frac{1}{1 - \frac{\tan(90-30)^\circ}{\tan 90^\circ}} \right] = 1.351$$

$$a_2 = 1.351, \quad a_3 = 1.350, \quad a_4 = 1.351$$

式(17a)より、

$$K_1(\lambda_{c1}) = \frac{\kappa+1}{2\kappa} \left\{ \left(\frac{1}{0.577} \right)^2 - 1 \right\} = 1.772$$

$$K_2(\lambda_{w2}) = 1.683, \quad K_3(\lambda_{c3}) = 1.597, \quad K_4(\lambda_{w4}) = 1.508$$

式(19a)より、

$$b_1 = a_1 K_1 = 1.351 \times 1.772 = 2.394$$

$$b_2 = 2.272, \quad b_3 = 2.157, \quad b_4 = 2.038$$

付図3より z はあまり変化しないので $z_1 = z_2 = z_3 = z_4 \approx 0.11$ をとる。式(2a)(2b)より、 $x_1 = x_2 = 0$ ($\because y = 0$)

式(9a)より、

註) 第一段タービン π_{T1} および第二段タービン膨張比 π_{T2} は速度三角形より次式を用いて計算できる。ただし、各段静翼の速度係数 φ_{N1} , φ_{N2} は共に0.97, 各段動翼の全圧損失係数 Y_{tR1} , Y_{tR2} は共に0.23とした。

$$\pi_{T1} = \frac{P_{t1}}{P_{t3}} = \left\{ \frac{\left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{c2}^2\right) \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{w1}^2\right)}{\left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{w2}^2\right) \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \frac{\lambda_{c1}^2}{\varphi_N^2}\right)} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \times [1 + Y_{tR} \{1 - (1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{w2}^2)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\}]$$

$$\bar{\Phi}_{T1} = \bar{\Phi}(\pi_{T1}) = \frac{\kappa-1}{\kappa} / (1.41^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1) = 2.797,$$

$$\bar{\Phi}_{T2} = 2.578, \quad \bar{\Phi}_T = \bar{\Phi}(\pi_T) = 1.290$$

式(30a), (30b), (30c), (31a), (31b), (32a)より、

$$N_3 = \frac{1}{1 + b_3 - z_3 + b_4} = \frac{1}{1 + 2.157 - 0.11 + 2.038} = 0.1967$$

$$N_2 = 0.2483, \quad N_1 = 0.2651$$

$$Q_1 = 0.8707, \quad Q_2 = 0.7853, \quad S_1 = 0.2292$$

各量の微小変動式の決定：

式(30), (31), (32)より、各翼列の膨張比の変化は

$$\begin{aligned} \delta\pi_1 = & 0.2651 \{ 2.272 \times 2.157 \times 0.2483 \times 0.1967 \delta F_4 \\ & + 2.272 \times 0.2483 (1 - 2.157 \times 0.1967) \delta F_3 + (1 \\ & - 2.272 \times 0.2483) \delta F_2 - \delta F_1 + 2.272 \times 2.157 \times \\ & \times 2.038 \times 0.2483 \times 0.1967 \delta\pi_T - 2.272 \times 2.157 \times \\ & \times 0.2483 \times 0.1967 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 - 2.272 \times 0.2483 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 \\ & - \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \} \\ = & 0.0635 \delta F_4 + 0.0862 \delta F_3 + 0.116 \delta F_2 - 0.265 \delta F_1 \\ & + 0.129 \delta\pi_T - 0.0635 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 - 0.150 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 \\ & - 0.265 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\pi_2 = & 0.0917 \delta F_4 + 0.125 \delta F_3 - 0.273 \delta F_2 + 0.0569 \delta F_1 \\ & + 0.187 \delta\pi_T - 0.0917 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 - 0.216 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 \\ & + 0.0569 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\pi_3 = & 0.134 \delta F_4 - 0.281 \delta F_3 + 0.0632 \delta F_2 + 0.0835 \delta F_1 \\ & + 0.274 \delta\pi_T - 0.134 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 + 0.147 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 \\ & + 0.0835 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

式(34), (35)より、各段の膨張比の変化は

$$\begin{aligned} \delta\pi_{T1} = & \delta\pi_1 + \delta\pi_2 = 0.155 \delta F_4 + 0.211 \delta F_3 - 0.157 \delta F_2 \\ & - 0.208 \delta F_1 + 0.316 \delta\pi_T - 0.155 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 \\ & - 0.366 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 - 0.208 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta\pi_{T2} = & \delta\pi_T - \delta\pi_{T1} = -0.155 \delta F_4 - 0.211 \delta F_3 + 0.157 \delta F_2 \\ & + 0.208 \delta F_1 - 0.684 \delta\pi_T + 0.155 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 \\ & + 0.366 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 + 0.208 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

式(19)より、

$$\begin{aligned} \delta q(\lambda_{c1}) = & b_1 \delta\pi_1 = 2.394 \delta\pi_1 \\ = & 0.152 \delta F_4 + 0.206 \delta F_3 + 0.278 \delta F_2 - 0.634 \delta F_1 \\ & + 0.309 \delta\pi_T - 0.152 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 - 0.359 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 \\ & - 0.634 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta q(\lambda_{c3}) = & b_3 \delta\pi_3 = 2.157 \delta\pi_3 \\ = & 0.289 \delta F_4 - 0.606 \delta F_3 + 0.136 \delta F_2 + 0.180 \delta F_1 \\ & + 0.591 \delta\pi_T - 0.289 \varphi_3 \delta\bar{\beta}_3 + 0.317 \varphi_2 \delta\bar{\beta}_2 \\ & + 0.180 \varphi_1 \delta\bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

ゆえに、タービン入口修正流量の変化は式(47)より

$$\begin{aligned} \delta(G_0\sqrt{T_0}/P_0) &= \delta q(\lambda_{c1}) + \delta F_1 - \varphi_0 \delta \bar{\beta}_0 \\ &= 0.152\delta F_4 + 0.206\delta F_3 + 0.278\delta F_2 + 0.366\delta F_1 \\ &\quad + 0.309\delta \pi_T - 0.152\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 - 0.359\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 \\ &\quad - 0.634\varphi_1 \delta \bar{\beta}_1 - \varphi_0 \delta \bar{\beta}_0 \end{aligned}$$

となる。考察1)参照。

タービン入口状態が変化しない ($\delta T_0 = \delta P_0 = 0$) とし
て、式(36), (38), (41), (43)より

$$\begin{aligned} \delta T_1 &= \varphi_0 \delta \bar{\beta}_0 = 2(\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 \\ \delta T_3 &= \delta T_1 - 2(0.11\delta \pi_T - \xi_1 \delta \bar{\beta}_1 - \xi_2 \delta \bar{\beta}_2) \\ &= 2\{(\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 - 0.11(0.155\delta F_4 + 0.211\delta F_3 \\ &\quad - 0.157\delta F_2 - 0.208\delta F_1 + 0.316\delta \pi_T - 0.155\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 \\ &\quad - 0.366\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 - 0.208\varphi_1 \delta \bar{\beta}_1) + (\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 \\ &\quad + (\varphi_2 - 1) \delta \bar{\beta}_2\} \\ &= -0.0341\delta F_4 - 0.0464\delta F_3 + 0.0345\delta F_2 \\ &\quad + 0.0458\delta F_1 - 0.0695\delta \pi_T + 0.0341\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 \\ &\quad + 2(1.0403\varphi_2 - 1) \delta \bar{\beta}_2 + 2(1.0229\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 \\ &\quad + 2(\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 \end{aligned}$$

$$\delta P_1 = 0$$

$$\begin{aligned} \delta P_3 &= -\delta \pi_1 - \delta \pi_2 = -\delta \pi_T \\ &= -0.155\delta F_4 - 0.211\delta F_3 + 0.157\delta F_2 + 0.208\delta F_1 \\ &\quad - 0.316\delta \pi_T + 0.155\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 + 0.366\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 \\ &\quad + 0.208\varphi_1 \delta \bar{\beta}_1 \end{aligned}$$

各段のタービン仕事量の変化は $\delta \eta_{T1} = \delta \eta_{T2} = 0$ とし
て式(50), (51)より

$$\begin{aligned} \delta L_{T1,t} &= \frac{1}{2} \times 2(\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 + 0 + \delta F_1 + 0 \\ &\quad + (2\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 + 2.797(0.155\delta F_4 + 0.211\delta F_3 \\ &\quad - 0.157\delta F_2 - 0.208\delta F_1 + 0.316\delta \pi_T \\ &\quad - 0.155\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 - 0.366\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 - 0.208\varphi_1 \delta \bar{\beta}_1) \\ &\quad + 0.152\delta F_4 + 0.206\delta F_3 + 0.278\delta F_2 - 0.634\delta F_1 \\ &\quad + 0.309\delta \pi_T - 0.152\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 - 0.359\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 \\ &\quad - 0.634\varphi_1 \delta \bar{\beta}_1 \\ &= 0.586\delta F_4 + 0.796\delta F_3 - 0.161\delta F_2 - 0.216\delta F_1 \\ &\quad + 1.193\delta \pi_T - 0.586\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 - 1.383\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 \\ &\quad + (0.784\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 + (\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 \\ \delta L_{T2,t} &= -0.283\delta F_4 - 0.384\delta F_3 + 0.715\delta F_2 + 0.947\delta F_1 \\ &\quad - 1.523\delta \pi_T + (2.283\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_3 + (2.667\varphi_2 - 1) \delta \bar{\beta}_2 \\ &\quad + (1.947\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 + (\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 \end{aligned}$$

ゆえに、式(53)よりタービン全段の仕事量の変化は、

$$\begin{aligned} \delta L_{T,t} &= 0.5(\delta L_{T1,t} + \delta L_{T2,t}) \\ &= 0.152\delta F_4 + 0.206\delta F_3 + 0.278\delta F_2 + 0.366\delta F_1 \\ &\quad - 0.165\delta \pi_T + (0.849\varphi_1 - 0.5) \delta \bar{\beta}_3 \\ &\quad + (0.642\varphi_2 - 0.5) \delta \bar{\beta}_2 + (1.366\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 \\ &\quad + (\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 \end{aligned}$$

また、式(58)より $\delta \eta_P$ は

$$\begin{aligned} \delta \eta_P &= 0.152\delta F_4 + 0.206\delta F_3 + 0.278\delta F_2 + 0.366\delta F_1 \\ &\quad - 0.165\delta \pi_T + (0.849\varphi_1 - 0.5) \delta \bar{\beta}_3 \\ &\quad + (0.642\varphi_2 - 0.5) \delta \bar{\beta}_2 + (1.366\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 \\ &\quad + (\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 - 1.290\delta \pi_T - 0.152\delta F_4 \\ &\quad - 0.206\delta F_3 - 0.278\delta F_2 + 0.634\delta F_1 - 0.309\delta \pi_T \\ &\quad + 0.152\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 + 0.359\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 + 0.634\varphi_1 \delta \bar{\beta}_1 \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 0 - 0 - \delta F_1 + \varphi_0 \delta \bar{\beta}_0 \\ &= -1.764\delta \pi_T + (\varphi_3 - 0.5) \delta \bar{\beta}_3 + (\varphi_2 - 0.5) \delta \bar{\beta}_2 \\ &\quad + (2\varphi_1 - 1) \delta \bar{\beta}_1 + (2\varphi_0 - 1) \delta \bar{\beta}_0 \end{aligned}$$

となる。すなわち、 φ の定義から

$$\begin{aligned} \delta \eta_P &= -1.764\delta \pi_T + 0.5(\bar{T}_{c3} \delta \bar{\beta}_3 + \bar{T}_{c2} \delta \bar{\beta}_2 + 2\bar{T}_{c1} \delta \bar{\beta}_1 \\ &\quad + 2\bar{T}_{c0} \delta \bar{\beta}_0) \end{aligned}$$

各翼列の冷却空気の温度が互いに等しい場合、吹き込み位置での主流ガスの温度が下流ほど低いため、 \bar{T}_{c3} , \bar{T}_{c2} , \bar{T}_{c1} , \bar{T}_{c0} の値はそれぞれ異なるが、 $\bar{T}_{c3} = \bar{T}_{c2} = \bar{T}_{c1} = \bar{T}_{c0}$ として \bar{T}_{c0} の値を用いても殆んど計算結果に誤差を生じない。考察2)参照。したがって $\delta \eta_P$ において $\bar{T}_{c3} = \bar{T}_{c2} = \bar{T}_{c1} = \bar{T}_{c0}$ とし、

$$\begin{aligned} \delta \eta_P &\approx -1.764\delta \pi_T + 0.5\bar{T}_{c0}(\delta \bar{\beta}_3 + \delta \bar{\beta}_2 + 2\delta \bar{\beta}_1 \\ &\quad + 2\delta \bar{\beta}_0) \end{aligned}$$

また、 $\delta \eta_{tA}$ は式(6)より近似的に、

$$\delta \eta_{tA} \approx -1.764\delta \pi_T - 0.5\bar{T}_{c0}(\delta \bar{\beta}_3 + \delta \bar{\beta}_2)$$

を得る。考察3)参照。

計算結果

表1の冷却空気流量配分での $\delta \eta_P$ および $\delta \eta_{tA}$ の計算結果を図9に破線で示した。冷却空気の温度としては $T_{c0} = 0.6$ と 0.8 の二種の場合について計算した。

また、各翼列のスロート面積の変化はない ($\delta F_1 = \delta F_2 = \delta F_3 = \delta F_4 = 0$) とし、全段膨張比が等しい点 ($\delta \pi_T = 0$) における非冷却時と冷却時の各種の因子の変化を付図1に示す。

また、表1に示す冷却空気流量配分のうち $\delta \bar{\beta}_1 = 5\%$, $\delta \bar{\beta}_2 = 4\%$, $\delta \bar{\beta}_3 = 3\%$, $\delta \bar{\beta}_4 = 2\%$ および冷却空気温度 $T_{c0} = 0.6$ における速度三角形の変化を付図2に示す。

なお、付表1は本報の解析法を計算プログラムに組んだもので、計算値は上記 $\delta \bar{\beta}_1 = 5\%$, $\delta \bar{\beta}_2 = 4\%$, $\delta \bar{\beta}_3 = 3\%$, $\delta \bar{\beta}_4 = 2\%$, $T_{c0} = 0.6$ の場合について行なったものである。

考察1)タービン入口修正流量に及ぼす冷却空気の影響・タービン入口修正流量 ($G\sqrt{T_0}/P_0$) の変化は次式で表わされた。

$$\begin{aligned} \delta(G_0\sqrt{T_0}/P_0) &= 0.152\delta F_4 + 0.206\delta F_3 + 0.278\delta F_2 \\ &\quad + 0.366\delta F_1 + 0.309\delta \pi_T - 0.152\varphi_3 \delta \bar{\beta}_3 \\ &\quad - 0.359\varphi_2 \delta \bar{\beta}_2 - 0.634\varphi_1 \delta \bar{\beta}_1 - \varphi_0 \delta \bar{\beta}_0 \end{aligned}$$

上式から、タービン入口修正流量 ($G\sqrt{T_0}/P_0$) の変化は各翼列のスロート面積の変化、タービンの全段膨張比の変化および各翼列への冷却空気の流量比とその温度比 (φ は冷却空気の温度比の関数) によることからわかる。各翼列のスロート面積が増大するにつれて $G\sqrt{T_0}/P_0$ は増大するが、冷却空気の混入 ($\delta\beta > 0$) によっては逆に減少する。上流の翼列のスロート面積の変化ほど、また上流に混入される冷却空気ほど $G\sqrt{T_0}/P_0$ への影響は大きく、下流のものほど影響は小さいことがわかる。また、冷却空気の温度が高いほど ($\bar{T}_c \rightarrow 1$ $\varphi \rightarrow$ 大) 同冷却流量比での $G\sqrt{T_0}/P_0$ への影響は大きい。

また、冷却空気をタービン主流ガス中に混入することによりタービンの $G\sqrt{T_0}/P_0$ の特性が変化し、全段膨張比に対する $G\sqrt{T_0}/P_0$ の特性が全体的に減少することが予想されるが、同膨張比でのこの減少を各翼のスロート面積の調節で防ぐとすれば $\delta(G\sqrt{T_0}/P_0) = 0$ ($\delta\pi_T = 0$) が成立つように $\delta F_1, \delta F_2 \dots$ 等を調節すればよい。また、タービンの流量調節をどの翼列でどの程度行なうかを決める際にも上式のごとく表わされる $\delta(G\sqrt{T_0}/P_0)$ の式は便利である。

なお、 $\delta(G\sqrt{T_0}/P_0)$ および $\delta L_{T,t}$ の式で $\delta F_1, \delta F_2, \delta F_3$ および δF_4 にかかる係数の総和は 1.0 である。すなわち、例えば $\delta F_1 = \delta F_2 = \delta F_3 = \delta F_4 = \alpha\%$ としたとき、

$\delta(G\sqrt{T_0}/P_0) = \delta L_{T,t} = \alpha\%$ となる。このことはタービンの寸法を全体に $\alpha\%$ だけ相似に拡大または縮小したとき、タービンの入口流量および仕事量が $\alpha\%$ 増大または減少することを意味し、係数の総和が 1.0 であることは容易に理解できる。

考察 2) 冷却空気温度比の取扱いについて

各翼列への冷却空気の温度は等しいとし、 $\bar{T}_{c0} = 0.6$ とす

ると、本計算例のタービンでは各翼列の温度比は厳密には $\bar{T}_{c1} = 0.6, \bar{T}_{c2} = 0.66, \bar{T}_{c3} = 0.69$ となる。いま、簡単のため全ての冷却空気の温度比を等しいとし $T_{c1} = T_{c2} = T_{c3} = 0.6$ とすれば本計算例の $\delta\eta_p, \delta\eta_{th}$ は付図 3 に示すようになる。厳密に計算した実線と大差ない。ゆえに、各翼列の冷却空気温度が等しい場合には、各翼列の冷却空気温度比も等しいとして計算しても大きな誤差は生じない。すなわち、タービンの特性に及ぼす冷却空気の温度比の影響はタービン入口流量の変化率の式に表わされるように、 $\varphi = (T_c - 1)/2$ の形で影響するが、上記のことは $\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4$ としてよいことを意味している。

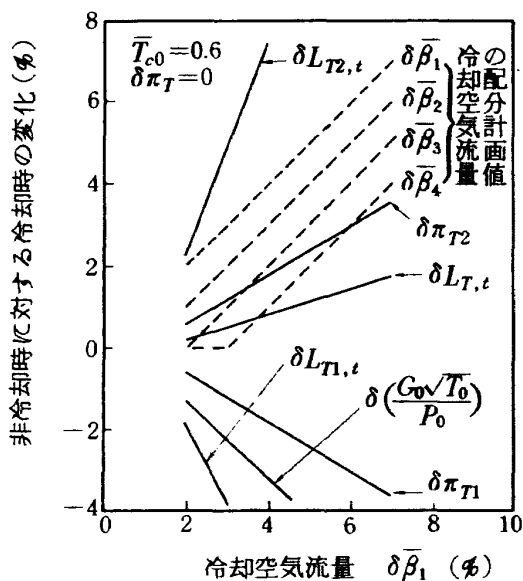
考察 3) η_p および η_{th} に及ぼす冷却空気の影響

$\delta\eta_p$ および $\delta\eta_{th}$ の式の導出の結果、 $\delta\eta_p$ と $\delta\eta_{th}$ には δF の項が含まれていない。すなわち、本報の仮定のもとでは本計算例のタービンは各翼列のスロート面積の変化そのものによっては η_p および η_{th} で定義される両効率に影響を受けないといえる。

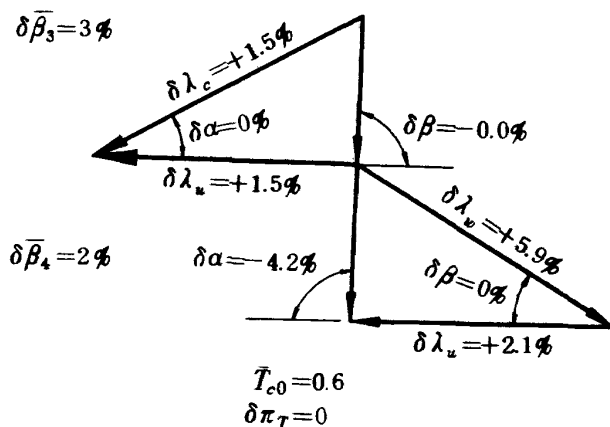
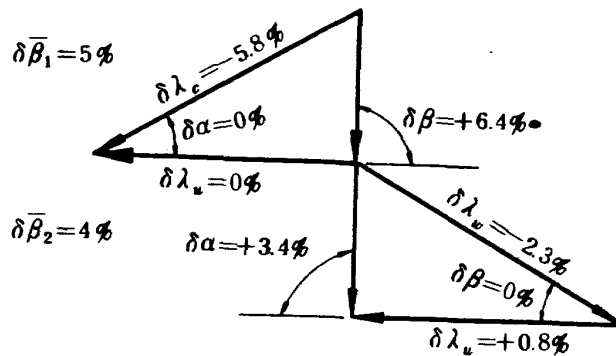
また、全段膨張比が一定のもと ($\delta\pi_T = 0$) では、

$$\delta\eta_p \approx 0.5\bar{T}_{c0}(\delta\bar{\beta}_3 + \delta\bar{\beta}_2 + 2\delta\bar{\beta}_1 + 2\delta\bar{\beta}_0)$$

$$\delta\eta_{th} \approx -0.5\bar{T}_{c0}(\delta\bar{\beta}_3 + \delta\bar{\beta}_2)$$



付図 1 計算結果 (タービン性能の変化)

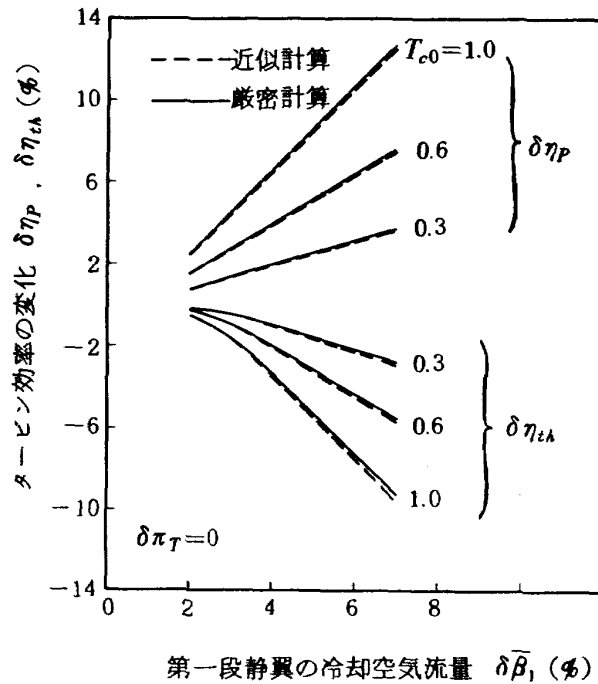


付図 2 計算結果 (速度三角形の変化)

となる。これから、 $\delta\pi_T=0$ のもとで次のことがいえる。

i) 単位タービン入口流量あたりの仕事量は $\delta\eta_P$ で示されるように、冷却空気を吹き込んだとき増加する。ii) そして第一段動翼以前で主流に混入された冷却空気はそれがつエネルギー分 $\bar{T}_{c0}(\delta\bar{\beta}_1+\delta\bar{\beta}_0)$ は全てタービン仕事として

回復される。iii) 第一段動翼スロート以後の冷却空気は第二段動翼においてのみ仕事として回復するため、その冷却空気のもつエネルギーの半分の $0.5\bar{T}_{c0}(\delta\bar{\beta}_3+\delta\bar{\beta}_2)$ しかタービン仕事量($\delta\eta_P$)を増さない。ゆえに、 $\delta\eta_{iA}$ で見られるように、その分だけ系全体としては損失となる。



付図 3 冷却空気温度比 \bar{T}_c に対する近似計算による誤差

付表 1 計算プログラム

№	記号	データ又は計算値 ¹⁾	計算式などの説明	
Y (1)	κ	1.3000 + 00	タービン主流ガスの平均比熱比	
" (2)	π_{T1}	1.4100 + 00	第一段タービン膨張比 (全圧比) ^{註2)}	
" (3)	α_1	3.0000 + 01	} 第一段速度三角形データ	
" (4)	β_1	9.0000 + 01		
" (5)	λ_{c1}	5.7700 - 01		
" (6)	λ_{w1}	2.9400 - 01		
" (7)	α_2	9.0000 + 01		
" (8)	β_2	3.0000 + 01		
" (9)	λ_{c2}	2.9900 - 01		
" (10)	λ_{w2}	5.8700 - 01		
X (11)	T_{w1}/T_0	9.6748 - 01	第一段速度三角形より計算 ^{註3)}	
" (12)	T_{c2}/T_0	9.8490 - 01	"	
Y (13)	κ	1.3000 + 00	= Y (1)	
" (14)	π_{T2}	1.4500 + 00	第二段タービン膨張比	
" (15)	α_2	3.0000 + 01	} 第二段速度三角形データ	
" (16)	β_2	9.0000 + 01		
" (17)	λ_{c3}	5.9700 - 01		
" (18)	λ_{w3}	3.0400 - 01		
" (19)	α_4	9.0000 + 01		
" (20)	β_4	3.0000 + 01		
" (21)	λ_{c4}	3.1000 - 01		
" (22)	λ_{w4}	6.0800 - 01		
X (23)	T_{w3}/T_0	9.0282 - 01	第二段速度三角形より計算	
" (24)	T_{c4}/T_0	8.6971 - 01	"	
Y (25)	π_T	2.0400 + 00	(又は = Y (2), Y (14))	
" (26)	D_{L1}	5.0000 - 01	第一段タービンの仕事配分率	
" (27)	δF_4	0.0000 - 40 %	} 各翼列スロート面積の変化率データ	
" (28)	δF_3	0.0000 - 40 "		
" (29)	δF_2	0.0000 - 40 "		
" (30)	δF_1	0.0000 - 40 "		
" (31)	$\delta \pi_T$	0.0000 - 40 "		全段タービン膨張比の変化率データ
" (32)	$\delta \bar{\beta}_4$	2.0000 + 00 "	} 二次空気流量比データ	
" (33)	$\delta \bar{\beta}_3$	3.0000 + 00 "		
" (34)	$\delta \bar{\beta}_2$	4.0000 + 00 "		
" (35)	$\delta \bar{\beta}_1$	5.0000 + 00 "		
" (36)	$\delta \bar{\beta}_0$	0.0000 - 40 "		
" (37)	\bar{T}_c	6.0000 - 01	二次空気の温度比, $IJK = 2$ ^{註4)}	
X (30)	a_1	1.3507 + 00	} 式 (18a)	
" (31)	a_2	1.3504 + 00		" (9), (10), (7), (8) →
" (32)	a_3	1.3501 + 00		" (18), (17), (16), (15) →
" (33)	a_4	1.3513 + 00		" (21), (22), (19), (20) →
" (34)	K_1	1.7725 + 00		Y (5) → (17a) }

№	記号	データ又は計算値	計算式などの説明
X (35)	K_2	1.6827 + 00	Y (10) → } # (17) → } (17a) # (22) → }
# (36)	K_3	1.5974 + 00	
# (37)	K_4	1.5084 + 00	
# (38)	b_1	2.8940 + 00	} 式 (19a)
# (39)	b_2	2.2722 + 00	
# (40)	b_3	2.1566 + 00	
# (41)	b_4	2.0388 + 00	
# (42)	ϕ_{T1}	2.7966 + 00	Y (2) → } # (14) → } 式 (9a)
# (43)	ϕ_{T2}	2.5776 + 00	
# (44)	N_3	1.9666 + 00	式 (30a) } # (30b) } $z_1 = z_2 = z_3 = 0.11$ とした。 # (30c) }
# (45)	N_2	2.4834 + 00	
# (46)	N_1	2.6518 + 00	
# (47)	Q_1	8.7067 + 00	# (31a)
# (48)	Q_2	7.8531 + 00	# (32a)
# (49)	S_1	2.2920 + 00	# (31b)
# (50)	\bar{T}_{c1}	6.0000 - 01	= Y (87)
# (51)	\bar{T}_{c2}	6.2017 - 01	= Y (87) / X (11)
# (52)	\bar{T}_{c3}	6.4178 - 01	# / X (12)
# (53)	\bar{T}_{c4}	7.1126 - 01	# / X (28) / X (12)
# (54)	φ_1	8.0000 - 01	Y (50) → } Y (51) → } 式 (24a) # (52) → } # (24a)' # (53) → }
# (55)	φ_2	8.1008 - 01	
# (56)	φ_3	8.2089 - 01	
# (57)	φ_4	8.5568 - 01	
# (58)	AF_4	6.8452 - 02	} $\delta\pi_1$ の係数 註5)
# (59)	AF_3	8.6156 - 02	
# (60)	AF_2	1.1552 - 01	
# (61)	AF_1	-2.6518 - 01	
# (62)	AP	1.2988 - 01	
# (63)	AC_4	0.0000 - 40	
# (64)	AC_3	-5.2087 - 02	
# (65)	AC_2	-1.2119 - 01	
# (66)	AC_1	-2.1210 - 01	
# (67)	$\delta\pi_1$	-1.7015 + 00%	式 (30), 註5)
# (68)	AF_4	9.1704 - 02	} $\delta\pi_2$ の係数
# (69)	AF_3	1.2452 - 01	
# (70)	AF_2	-2.7314 - 01	
# (71)	AF_1	5.6919 - 02	
# (72)	AP	1.8692 - 01	
# (73)	AC_4	0.0000 - 40	
# (74)	AC_3	-7.5279 - 02	
# (75)	AC_2	-1.7516 - 01	
# (76)	AC_1	4.5535 - 02	
# (77)	$\delta\pi_2$	-6.9879 - 01%	式 (81)

№	記号	データ又は計算値	計算式などの説明
X (78)	AF_4	1.3447 - 01	} $\delta\pi_3$ の係数
" (79)	AF_3	-2.8111 - 01	
" (80)	AF_2	6.8184 - 02	
" (81)	AF_1	8.8460 - 02	
" (82)	AP	2.7408 - 01	
" (83)	AC_4	0.0000 - 40	
" (84)	AC_3	-1.1088 - 01	
" (85)	AC_2	1.1879 - 01	
" (86)	AC_1	6.6768 - 02	
" (87)	$\delta\pi_3$	4.7787 - 01%	式 (32)
" (88)	$\delta\pi_4$	1.9225 + 00 "	" (33)
" (89)	$\delta\pi_{T1}$	-2.4008 + 00 "	" (34)
" (90)	$\delta\pi_{T2}$	2.4008 + 00 "	" (35)
" (91)	χ_1	0.0000 - 40	" (2a), $y_1 = 0$
" (92)	ϕ_1	-4.0000 - 01	" (5a)
" (93)	δT_1	0.0000 - 40%	" (36), $\delta T_0 = 0$ とする。
" (94)	δT_2	-1.6257 + 00 "	" (37)
" (95)	δT_3	-2.9918 + 00 "	" (38)
" (96)	δT_4	-4.1711 + 00 "	" (39)
" (97)	δT_5	-5.1715 + 00 "	" (40)
" (98)	δP_1	0.0000 - 40 "	" (41), $\delta P_0 = 0$ とする。
" (99)	δP_2	1.7015 + 00 "	" (42)
" (100)	δP_3	2.4008 + 00 "	" (48)
" (101)	δP_4	1.9225 + 00 "	" (44)
" (102)	δP_5	0.0000 + 00 "	" (45)
" (103)	δq_1	-4.0785 + 00 "	X(38), (67) →
" (104)	δq_2	-1.5878 + 00 "	" (39), (77) →
" (105)	δq_3	1.0806 + 00 "	" (40), (87) →
" (106)	δq_4	3.9185 + 00 "	" (41), (88) →
" (107)	$\delta(G_0\sqrt{T_0}/P_0)$	-4.0785 + 00 "	式 (47)
" (108)	$\delta L_{T1,t}$	-7.7862 + 00 "	" (50)
" (109)	$\delta L_{T2,t}$	1.0048 + 01 "	" (51)
" (110)	$\delta L_{T,t}$	1.1308 + 00 "	" (58)
" (111)	ϕ_T	1.2904 + 00 "	" (9a) ← π_T
" (112)	$\delta\eta_P$	5.2042 + 00 "	" (58)
" (113)	$\delta\eta_{tk}$	-3.1958 + 00 "	" (62)
" (114)	τ_1	2.5417 + 00	Y(5) →
" (115)	τ_2	2.4519 + 00	" (10) →
" (116)	τ_3	2.3666 + 00	" (17) →
" (117)	τ_4	2.2766 + 00	" (22) →
" (118)	δC_1	-5.8413 + 00%	X(130) - X(134)
" (119)	δw_2	-3.1265 + 00 "	" (181) " (185)
" (120)	δC_3	3.1220 - 02 "	" (182) " (186)

№	記号	データ又は計算値	計算式などの説明
X (121)	δw_4	3.8313 + 00 %	X(184) - X(187))
# (122)	$\delta \beta_1$	6.4409 + 00 #	# (118), Y(4), (3) →
# (128)	$\delta \alpha_2$	8.4475 + 00 #	# (119), # (7), (8) →
# (124)	$\delta \beta_3$	-8.4425 - 02 #	# (120), # (16), (15) →
# (125)	$\delta \alpha_4$	-4.2246 + 00 #	# (121), # (19), (20) →
# (126)	δw_1	-5.8413 + 00 #	# (122) →
# (127)	δC_2	-3.1265 + 00 #	# (123) →
# (128)	δw_3	3.1220 - 02 #	# (124) →
# (129)	δC_4	3.8313 + 00 #	# (125) →
# (130)	$\delta \lambda_{c1}$	-5.8413 + 00 #	# (114), (80), (67) →
# (131)	$\delta \lambda_{w2}$	-2.8137 + 00 #	# (115), (81), (77) →
# (132)	$\delta \lambda_{c3}$	1.5269 + 00 #	# (116), (32), (87) →
# (133)	$\delta \lambda_{w4}$	5.9169 + 00 #	# (117), (38), (88) →
# (184)	$\delta \lambda_{w1}$	0.0000 - 40 #	# (98) →
# (135)	$\delta \lambda_{w2}$	8.1288 - 01 #	# (94) →
# (136)	$\delta \lambda_{w3}$	1.4956 + 00 #	# (95) →
# (137)	$\delta \lambda_{w4}$	2.0855 + 00 #	# (96) →

註 1) データは Y (), 計算値は X () で示す。データは図 4 (b) を用いた。

2) 各翼列の全圧損失がわかれば速度三角形から計算してもよい。

3) 速度三角形の λ の値から次式を用いて計算できる。

$$T_{w1}/T_0 = \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{c1}^2\right) \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{w1}^2\right)^{-1}$$

$$T_{c2}/T_0 = \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{c1}^2\right) \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{w1}^2\right)^{-1} \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{w2}^2\right) \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_{c2}^2\right)^{-1}$$

4) IJK = 1 のとき X (50) ~ (53) で $\bar{T}_{c1} = \bar{T}_{c2} = \bar{T}_{c3} = \bar{T}_{c4} = \bar{T}_c$ とするが、IJK = 2 のときはそれぞれの二次空気が混合する位置の主流ガス温度を用いて X (50) ~ (53) を計算する。

5) $\delta\pi = \sum_{i=1}^4 AF_i \cdot \delta F_i + AP \cdot \delta\pi_T + \sum_{i=1}^4 AC_i \cdot \delta\beta_i$ とおいたときの右辺各項の係数

$AF_i, AC_i, (i=1, 2, 3, 4)$ 及び AP である。

航空宇宙技術研究所資料323号

昭和51年12月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)☎182

印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2~27~12
