

UDC 533.6.011.5;
629.76.024.76

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-326

超音速に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

野 溝 国 生

1977年3月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

超音速に於ける円錐フレヤー上の圧力係数*

野溝 国生**

Pressure Coefficient of Supersonic Flow over Conical Flares

By Kunio NOMIZO

A numerical calculation of the supersonic flow of a perfect gas over conical flare was performed for mach number range between 1.2 to 10.0. The characteristic method was employed. The method was found useful for conical flares with slope abnormalities, non-linear effect were also investigated.

1. まえがき

ロケットの後端の断面積を拡大し、この部に働く重直力によってロケットの静安定を保つ、いわゆるフレヤーは、翼の効果の減ずる高マッハ数範囲で飛行するロケットに採用されつつある。この場合特に問題となるのはフレヤーによる重直力であるが、ここではフレヤーによる抗力を求めるための圧力分布計算にのみふれることにする。フレヤーについて計算値の発表されたものは非常に少い。(1)(2)(3)胴体上の流れはすべて非粘性一様流を仮定し又発生する衝撃波はすべてオブリークショックの場合についてのみ考察した。

2. 記号

C	： 音速
C_0	： 速度が 0 の時の音速
C_1	： 定数
C_b	： 抗力係数(基準断面積 π)
C_P	： 圧力係数(註)
M	： マッハ数
P	： 圧力
R	： フレヤーのつけ根から円錐の中心線に向って計った長さ
y	： 半径方向座標(胴体半径 1)
S	： フレヤー 断面積
u	： x 方向速度

V	： $u^2 + v^2$
x	： フレヤーのつけ根からの距離 (フレヤー全長)
a	： $M_\infty^2 - 1$
β	： $M_\infty^2 - 1$
δ	： フレヤーの角度
θ	： 物体の流れの角度
ρ	： 密度
ϕ	： ポテンシャル
k	： 比熱比

添字

B	： フレヤー端
\max	： 最大
∞	： 自由流中 註 みだれをうけていない流れの速度を V_∞ 、同様に密度 ρ_∞ 、圧力を P_∞ とすると
C_P	$C_P = (P - P_\infty) / \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2$

で与えられる。

一般の場合は

$$P_\infty = (\rho_\infty / k) * (C_0^2 - 1/2(k-1)V_\infty^2)$$

$$P = (\rho / k) * (C_0^2 - 1/2(k-1)V_\infty^2)$$

ただし $k = 1.4$ 比熱比

$$\frac{1}{2}(k-1)V^2 + k \times \frac{P}{\rho} = C_0^2 = \text{const}$$

* 昭和 52 年 1 月 31 日受付

** 宇宙研究グループ

3. 基 础 式

特性曲線法

流れが軸対称で定常であり、回転をしない場合は、

$$(1 - \frac{u^2}{C^2}) \phi_{xx} - 2 \frac{uv}{C^2} \phi_{xy} + (1 - \frac{v^2}{C^2}) \phi_{yy} + \frac{\phi_r}{y} = 0 \quad (1)$$

ここに於て

$$C^2 = C_0^2 - \frac{k-1}{2} V^2 = C_0^2 - \frac{k-1}{2} (u^2 + v^2) \quad (2)$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \phi_x; \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \phi_y \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dr}{dx} \right)_{I,II} &= \frac{-uv \pm C\sqrt{u^2 + v^2 - C^2}}{C^2 - u^2} \\ &- \frac{C^2 v}{C^2 - v^2} \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{du} \right)_{I,II} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに於て上側の符号は I 族、下側の符号は II 族に對応する。これらの等式は速度成分と角度成分によって書き表わされるとなお便利である。すなわち、

$$u = V \cos \theta; \quad v = V \sin \theta$$

そして $\sin \alpha = C/V$ ということに注意すると

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{I,II} = \tan(\theta \mp \alpha) \quad (5)$$

$$\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{d\theta} \right)_{I,II} = \mp \tan \alpha + \frac{\sin \alpha \cdot \tan \alpha \cdot \sin \theta}{\sin(\theta \mp \alpha)} \cdot \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{d\theta} \right)_{I,II} \quad (6)$$

計算手順

全体の過程の中の一つの段階は次の如く要約される(5)は次の如くかかるれる(図 1, 2 参照)

$$y_3 - y_1 = (x_3 - x_1) \tan(\theta_1 - \alpha_1) \quad (7)$$

$$y_3 - y_2 = (x_3 - x_2) \tan(\theta_2 + \alpha_2) \quad (8)$$

$\theta_1, \theta_2, \alpha_1, \alpha_2$ はすべて知られているのであるから、
 y_3 と x_3 はグラフ的にとくことが出来る。(6)に $d\theta \cdot \cot \alpha$ をかけると、次の形を得る。

$$(d\theta)_{I,II} \pm (\cot \alpha/V)(dV)_{I,II} + \frac{\sin \theta \cdot \sin \alpha}{\sin(\theta \mp \alpha)} \cdot \frac{(dy)_{I,II}}{y} = 0$$

$$\theta \cdot (\cot \alpha)/V \quad (9)$$

$$F \cdot (\sin \theta \cdot \sin \alpha) / \sin(\theta + \alpha) \quad (10)$$

$$G \cdot (\sin \theta \cdot \sin \alpha) / \sin(\theta - \alpha) \quad (11)$$

図 1 の 1-3, 2-3 に對応すると

$$\theta_3 - \theta_1 + \theta_1 (V_3 - V_1) - G_1/y_1 (y_3 - y_1) = 0 \quad (12)$$

$$\theta_3 - \theta_2 - \theta_2 (V_3 - V_2) - F_2/y_2 (y_3 - y_2) = 0 \quad (13)$$

1, 2, 3 に於てすべての状態が与えられており、 y_3 がすでに求められているので、この 2 つの等式は同時に θ_3 と V_3 についてとかれうる。

このようにして第一段階の近似が完成する、この近似は 1-2, 2-3 の平均的状態を計算することによって改良される。第一近似によって、 y_3, x_3, V_3, θ_3 が求められているので、(7)式に於て θ_1 のかわりに、 $\bar{\theta}_{1-3} = (\theta_1 + \theta_3)/2, \bar{\alpha}_{1-3} = (\alpha_1 + \alpha_3)/2$ 、このように

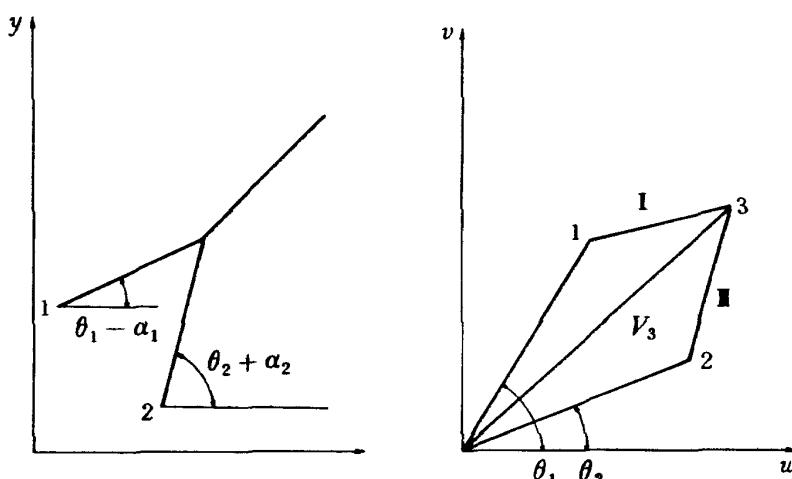


図 1 特性曲線法による 1 つのステップ

して、 θ_{1-s} と G_{1-s}/y_{1-s} を計算して使用することにする。このような過程を 2, 3 回くりかえすことにより良好な近似が得られる。本報告に於てはすべて 3 回くりかえしが行われた。

初期条件の与え方

初期条件はフレヤーの肩のところをさしておき、この部分の初期条件はランキン、ユゴニオの理論によって与えられる。これは図 2, 1-2 の部分に相当する。図 2 に於ける 2" 点を計算するためには、特性曲線法によって 2-2" の線に対して(12)式を適用して求め、更に 3 点は 2'-3 の特性曲線と 2-3 の衝撃波面が交わる点として得られる。

以下同様である。

考 察

以上の特性曲線法による結果は図 3 から図 27 までに与えてある。解析的理論では主として線型理論が取扱われており非線型の領域の理論も行われていないわけではないが十分な精度を持つものとはいがたく、定量的に信頼出来るものではない。よって数値解によって正確な値をもとめ

なくてはならない。又フレヤーの肩のところから生ずる衝撃波の自由流に対する角度は、はるか下流に於て ($x=50$) に於てコーンの値のそれと正確に一致する。しかし圧力係数は、低マッハ数に於ては完全にコーンの値のそれと下流に於て一致するが、高マッハ数で δ の値が大なる場合には $x=50$ 程度でもコーンの値に一致せず、小となる傾向がある。勿論 $x=\infty$ に於てはコーンの値に一致するはずであるが、コンピューターに於てはまるめの誤差が入るのでそれを確認できない。この原因はフレヤーのところのつけ根の影響が下流まで影響するものと思われる。図 28, 29 参照

又フレヤー上の圧力係数とフレヤーに近接した点に於ける圧力係数は完全に連続的である。

例えば図 30 に於ける A 点と B 点、あるいは A' 点と B' 点とは完全に連続的である。

結 論

1. 円錐状フレヤーに働く空気力を簡単に計算するため、マッハ 1.5 からマッハ 1.0 までの圧力係数を作成した。こ

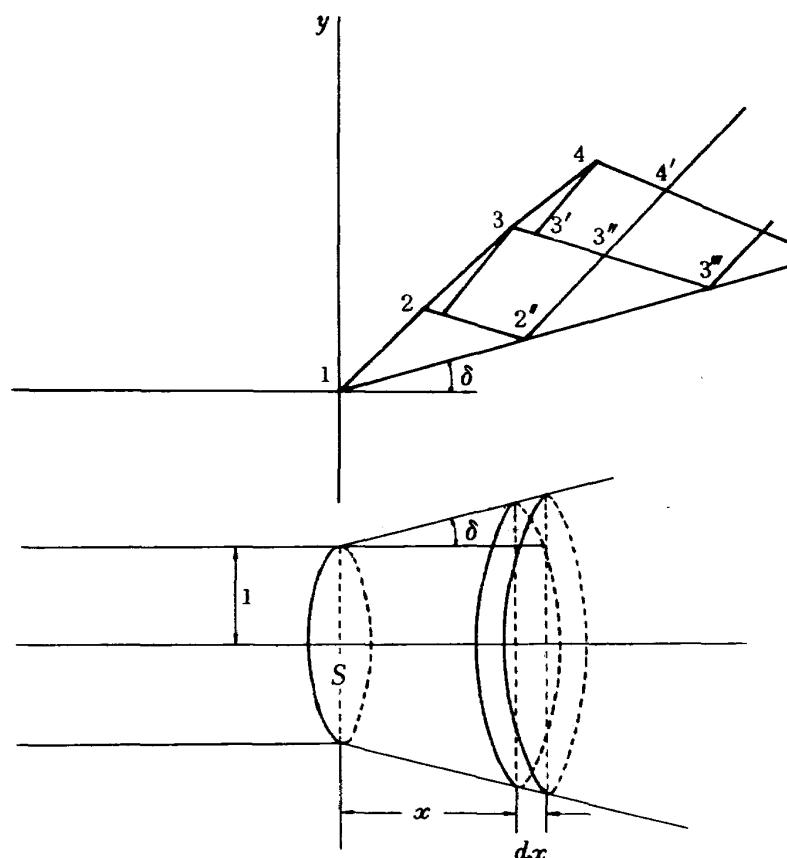


図 2 フレヤー上における特性曲線とフレヤーの形状

のグラフを参照すれば、補間法を利用することにより、任意のマッハ数と円錐の開き角についてただちに圧力係数計算ができる。そして従来の線型理論に比して非線型頃の影響が完全に入っているので誤差が非常に少ない。

2. 円錐フレヤー以外の形状のフレヤーについては、以上のグラフをもとにし円錐フレヤーからずれている部分だけ線型理論的な修正を加えればよい。

参考文献

- 1) L. S. Jernel; Aerodynamic Loading Characteristics of a 1/10-Scale Model of the Three-Stage Scout Vehicle at Mach Numbers from 1.57 to 4.65 NASA Technical Note D-1930 (1963).
- 2) A. Ferri; The "Method of Characteristics" General Theory of High Speed Aerodynamics Princeton Univ. Press, 1954, pp. 634.
- 3) Inouye et al.; "A Description of Numerical Method and Computer Programs for two Dimensional and Axymmetric Supersonic Flow over Blunt-Nosed and Flared Bodies," NASA TND-2970" 1965.

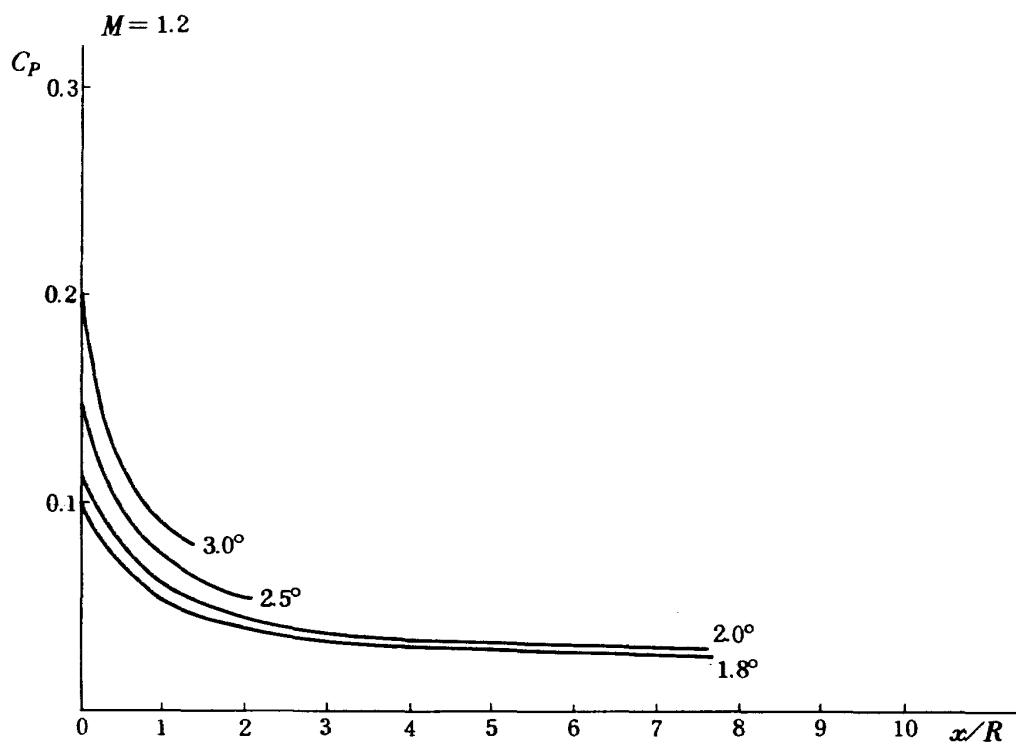
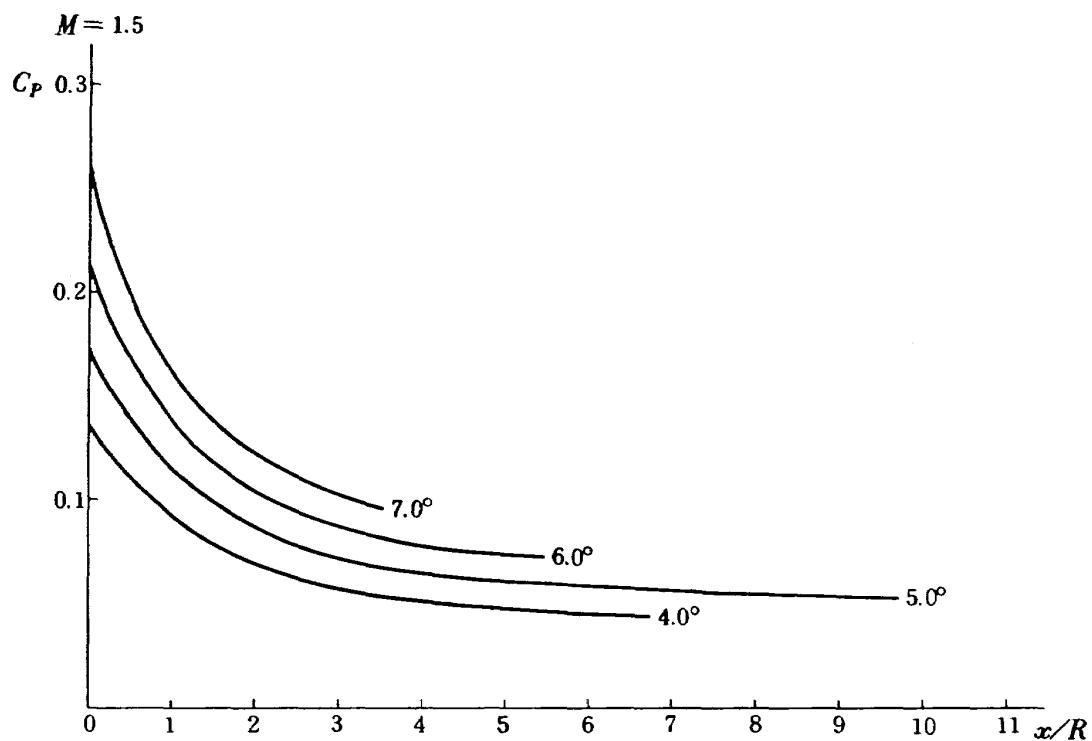
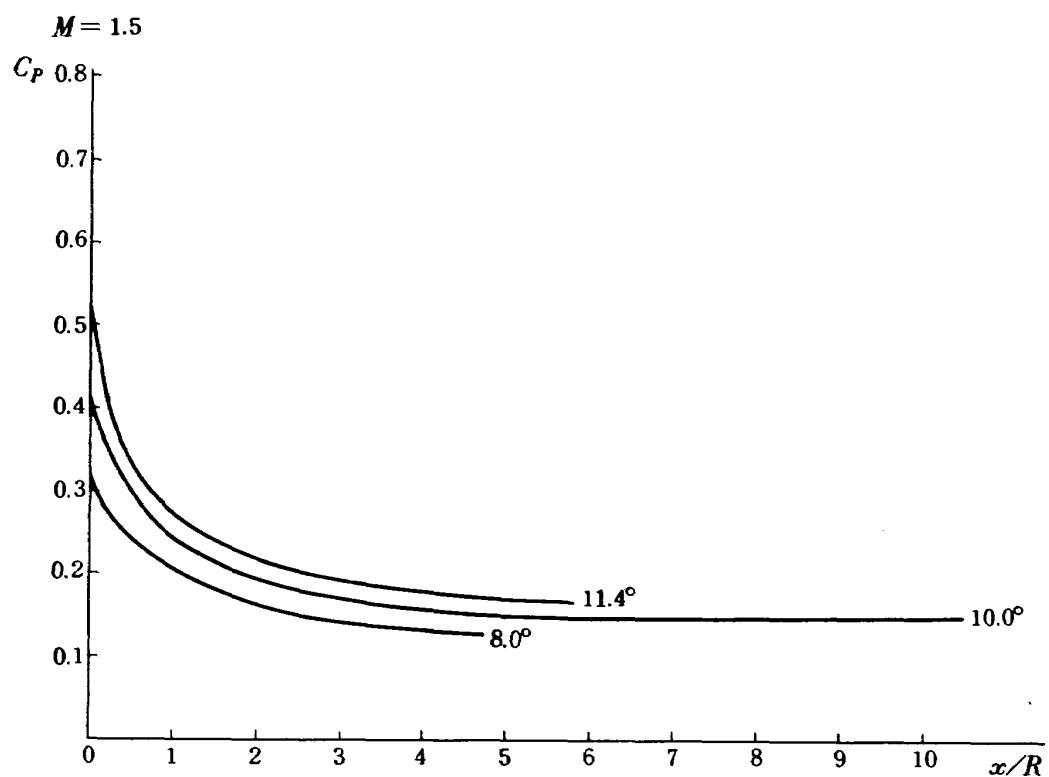
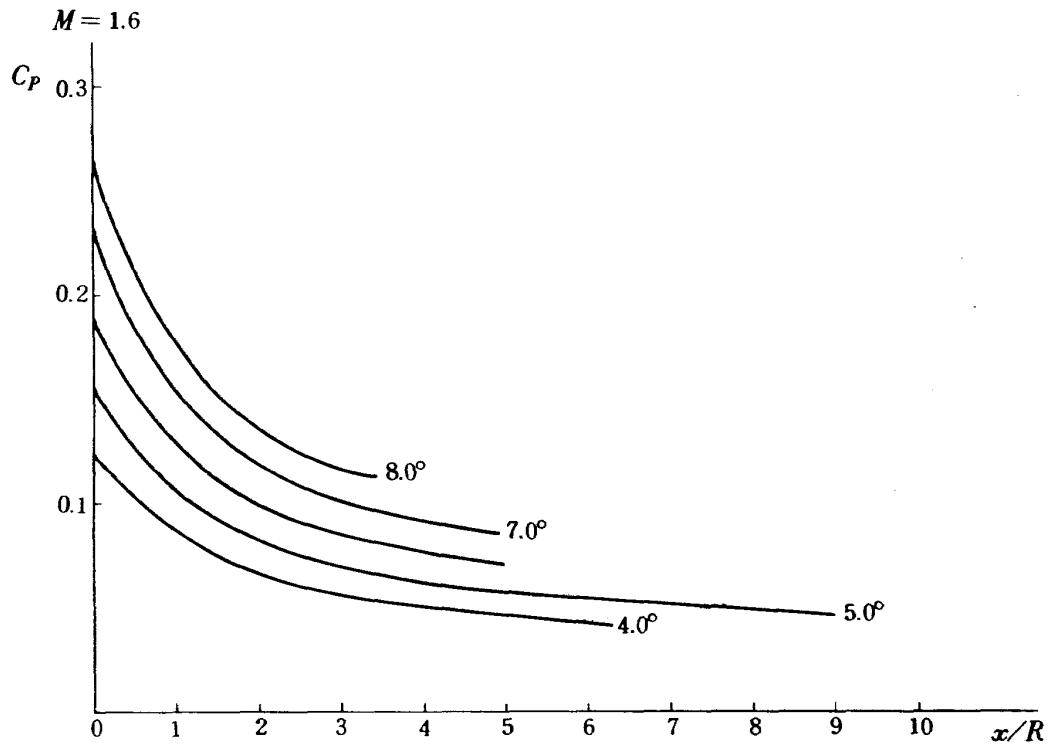
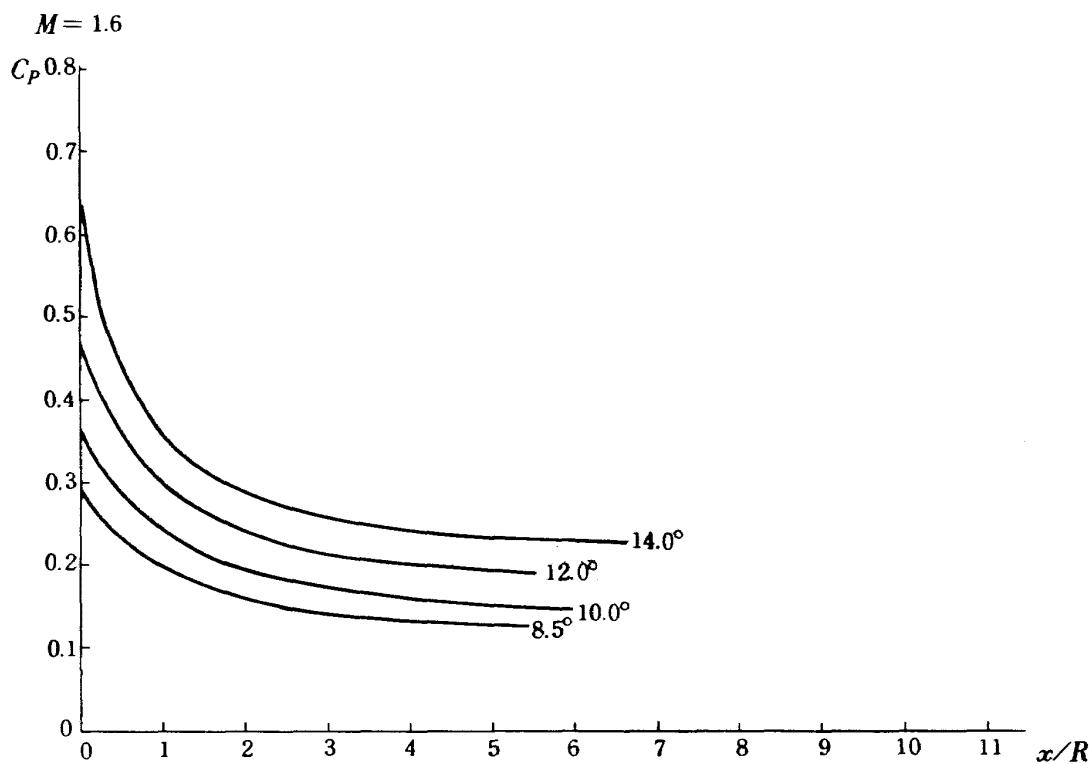
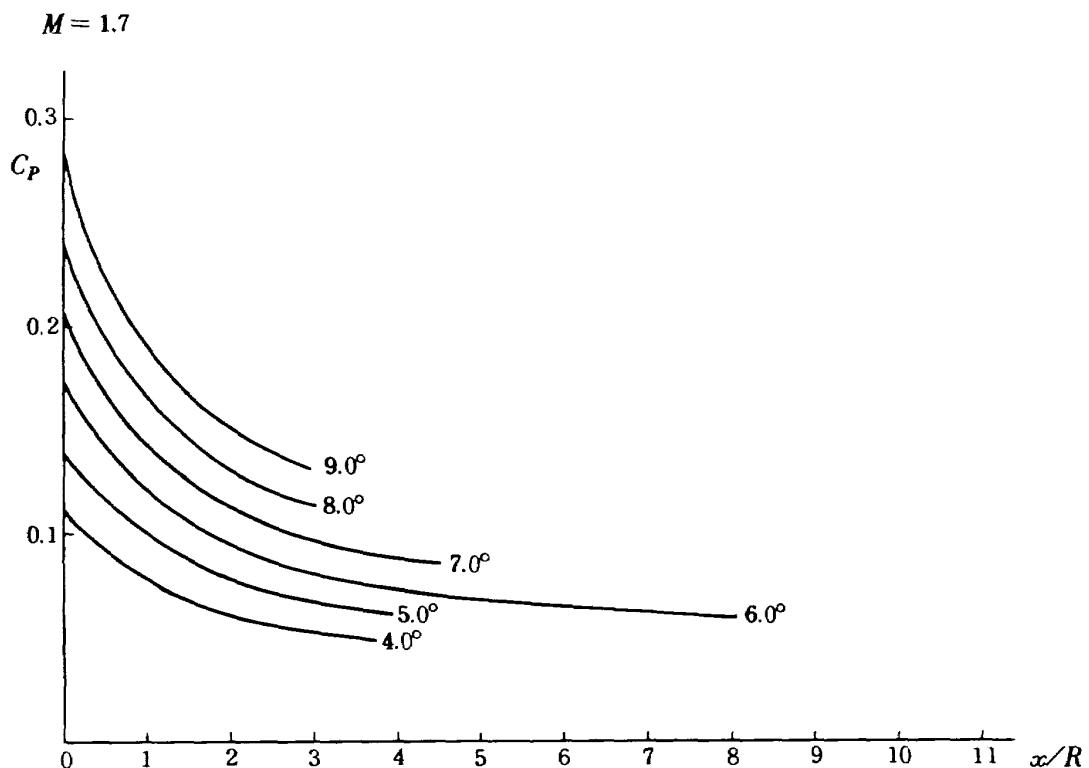
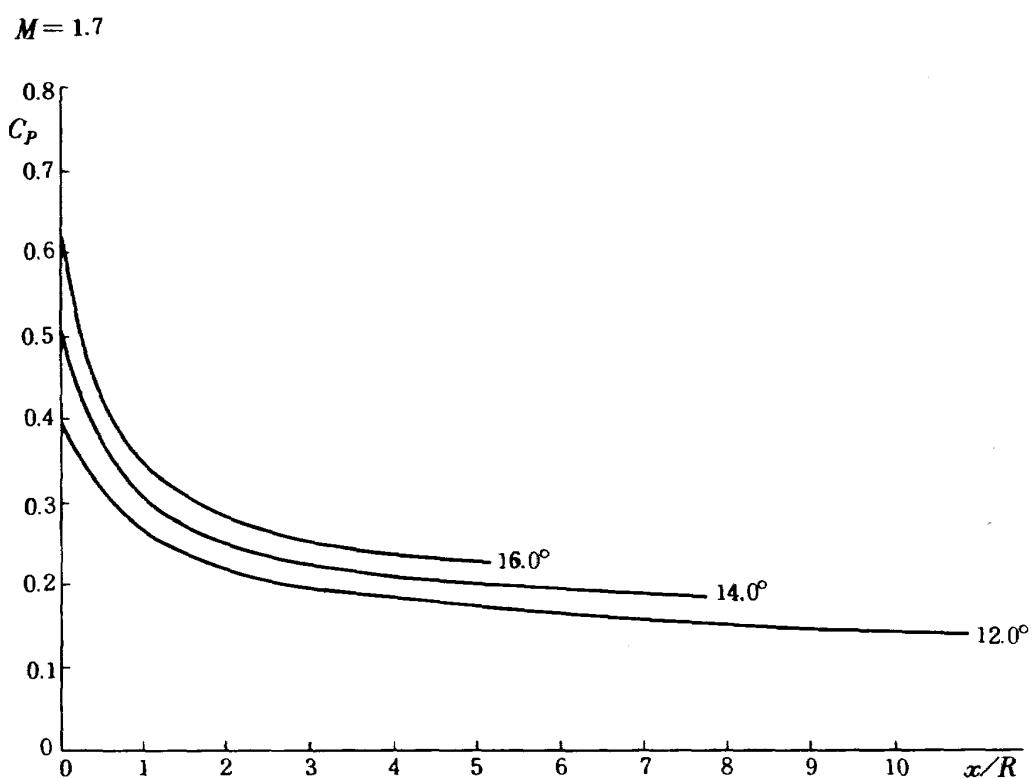
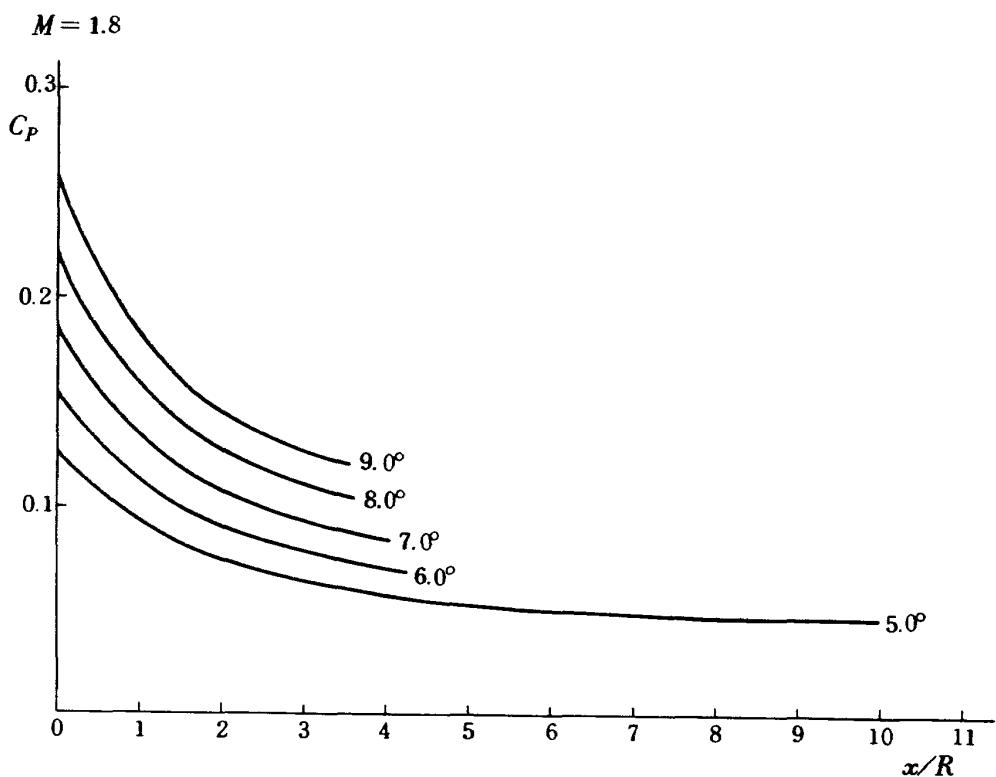
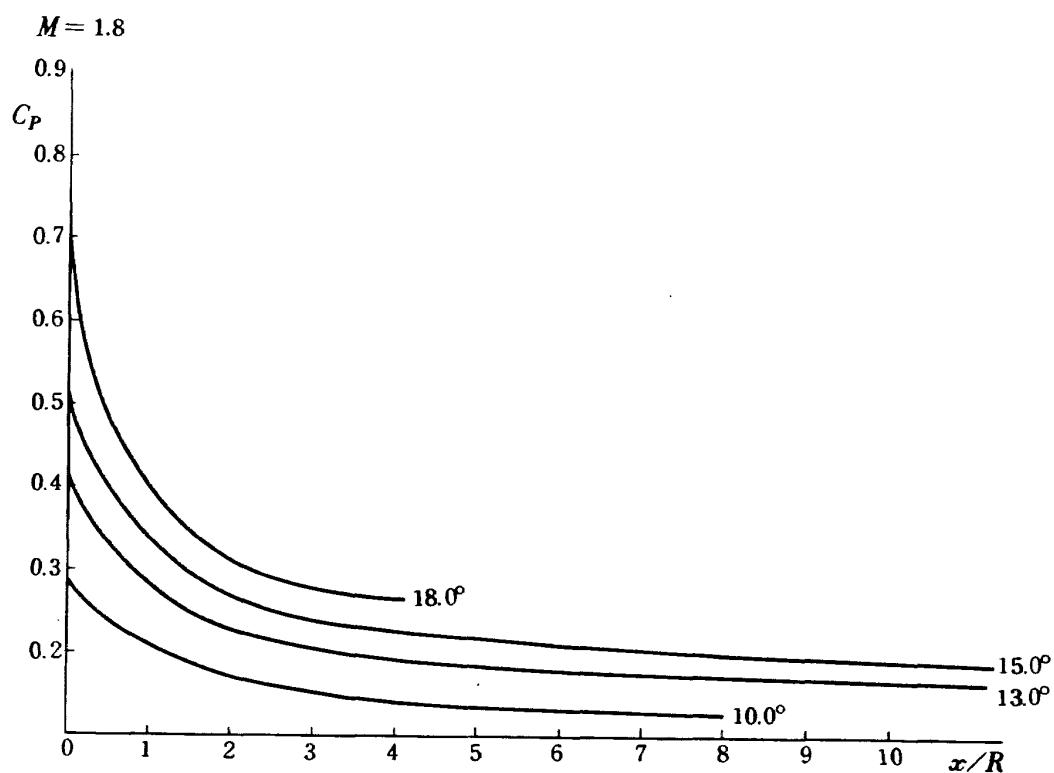


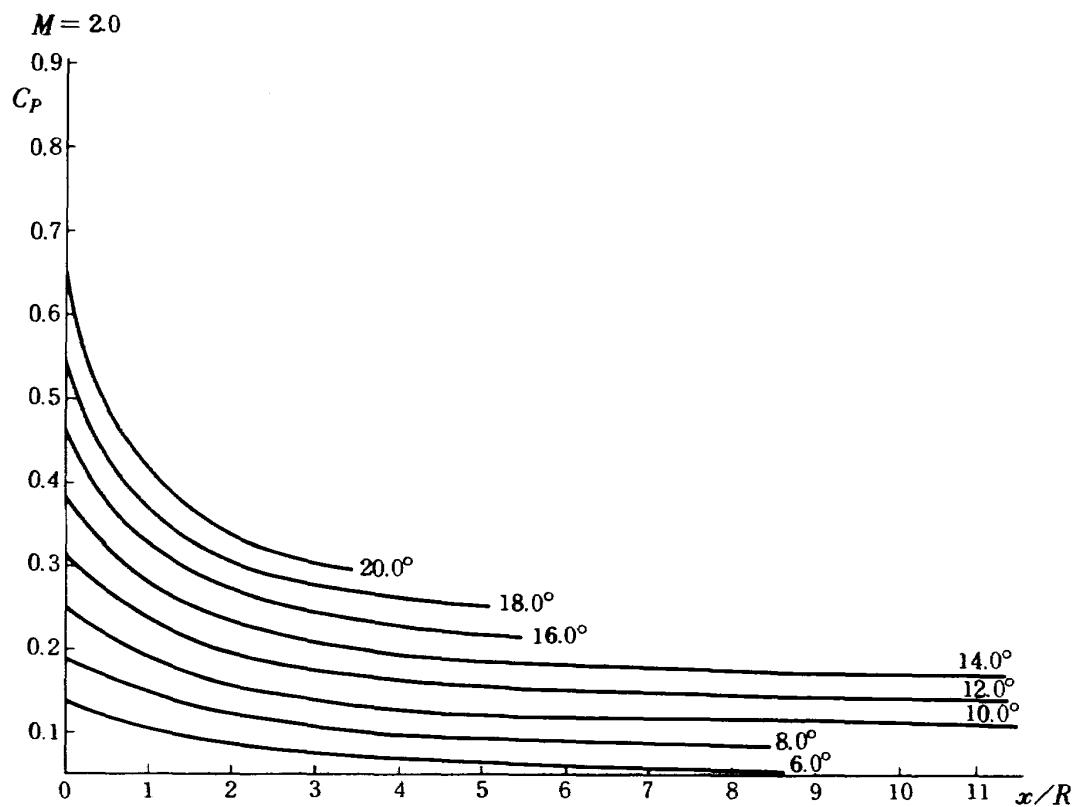
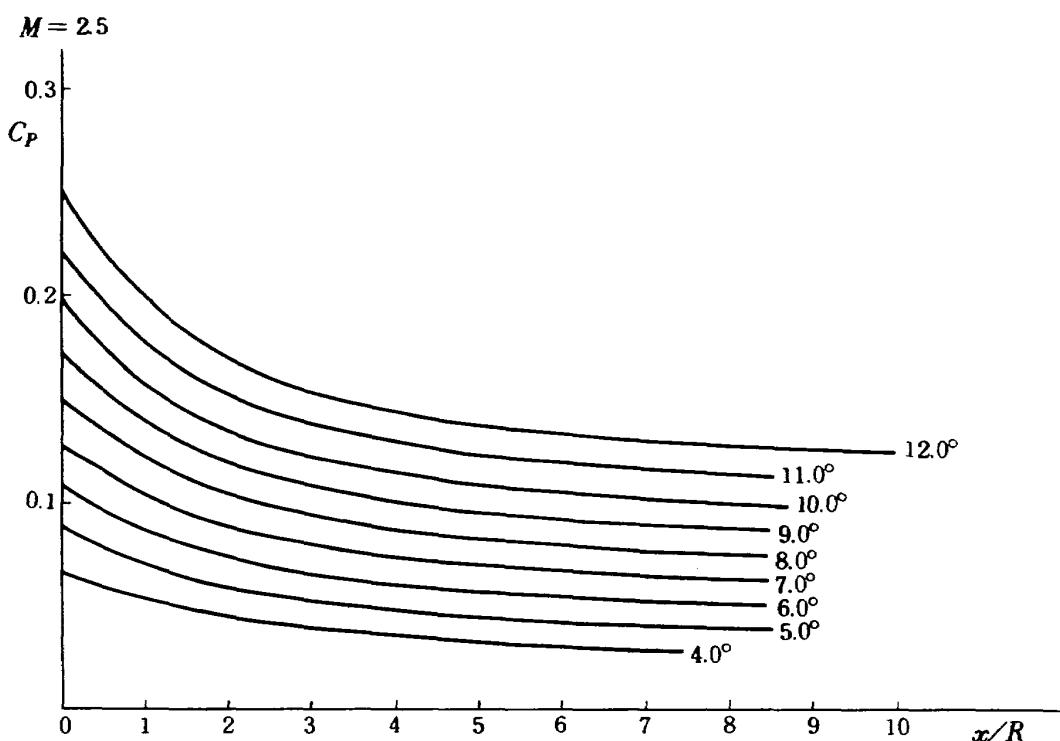
図 3 $M = 1.2$ における円錐フレヤー上の圧力係数

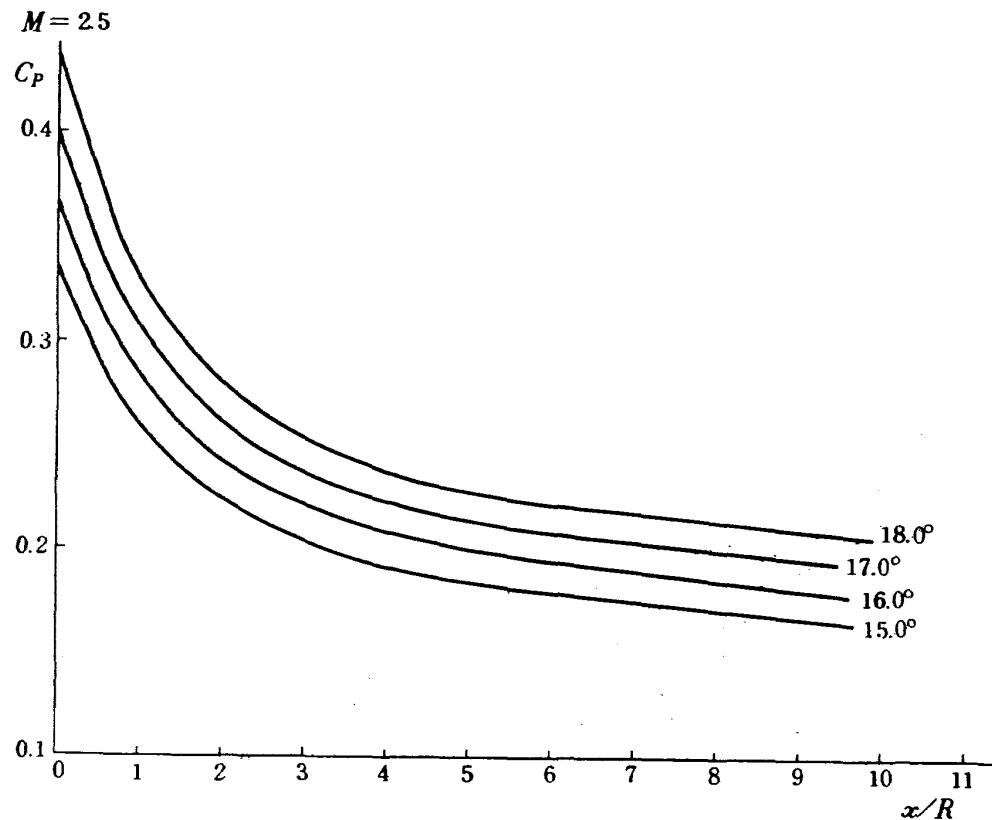
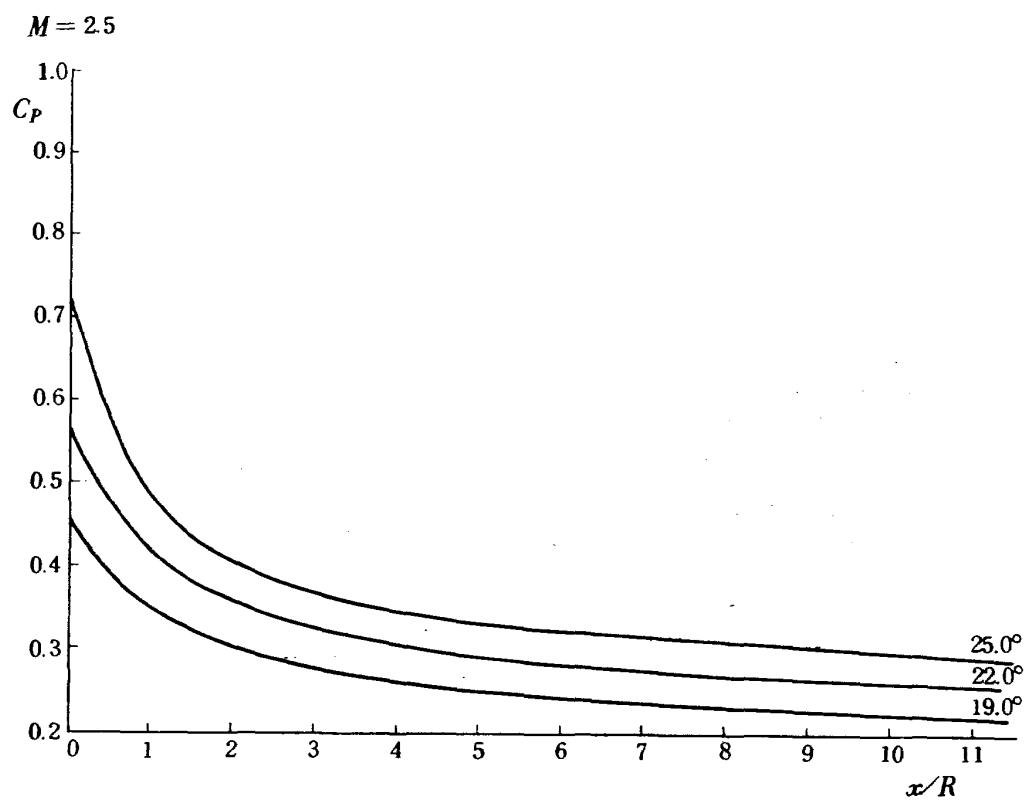
図 4 $M = 1.5$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 5 $M = 1.5$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

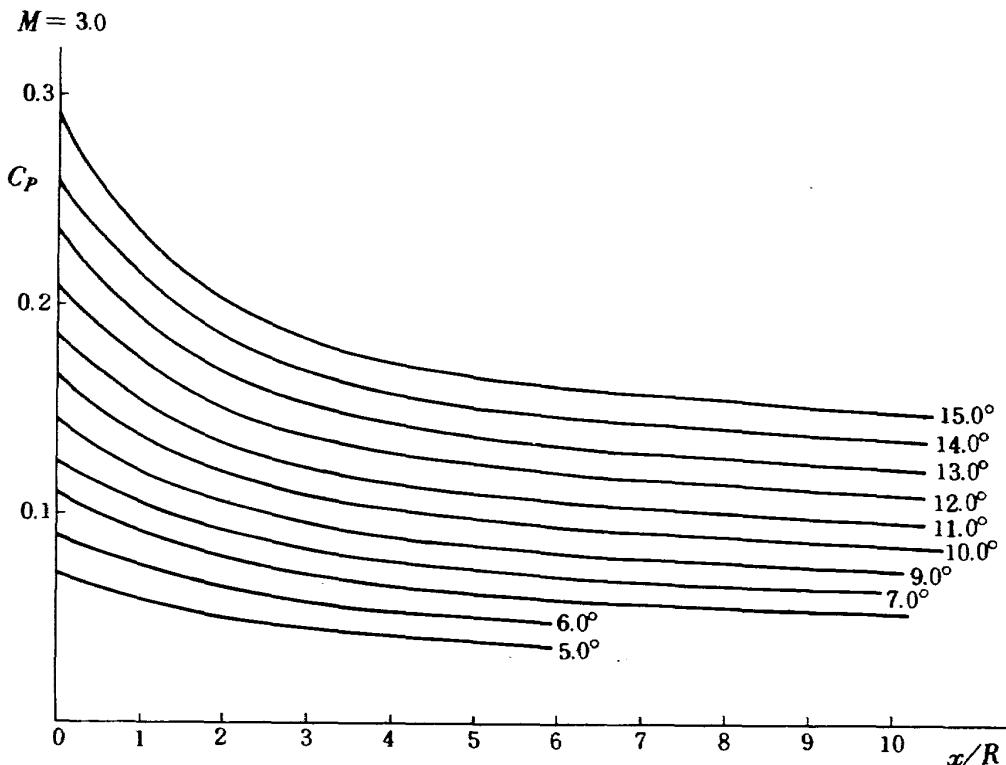
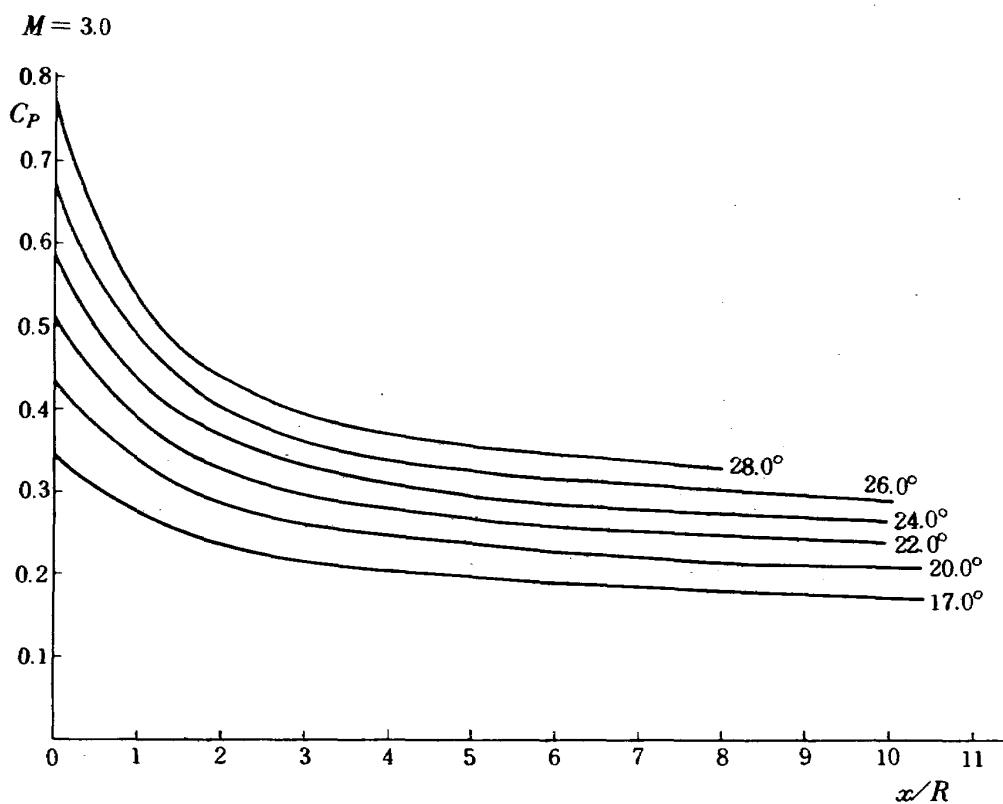
図 6 $M = 1.6$ にて於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 7 $M = 1.6$ にて於ける円錐フレヤー上の圧力係数

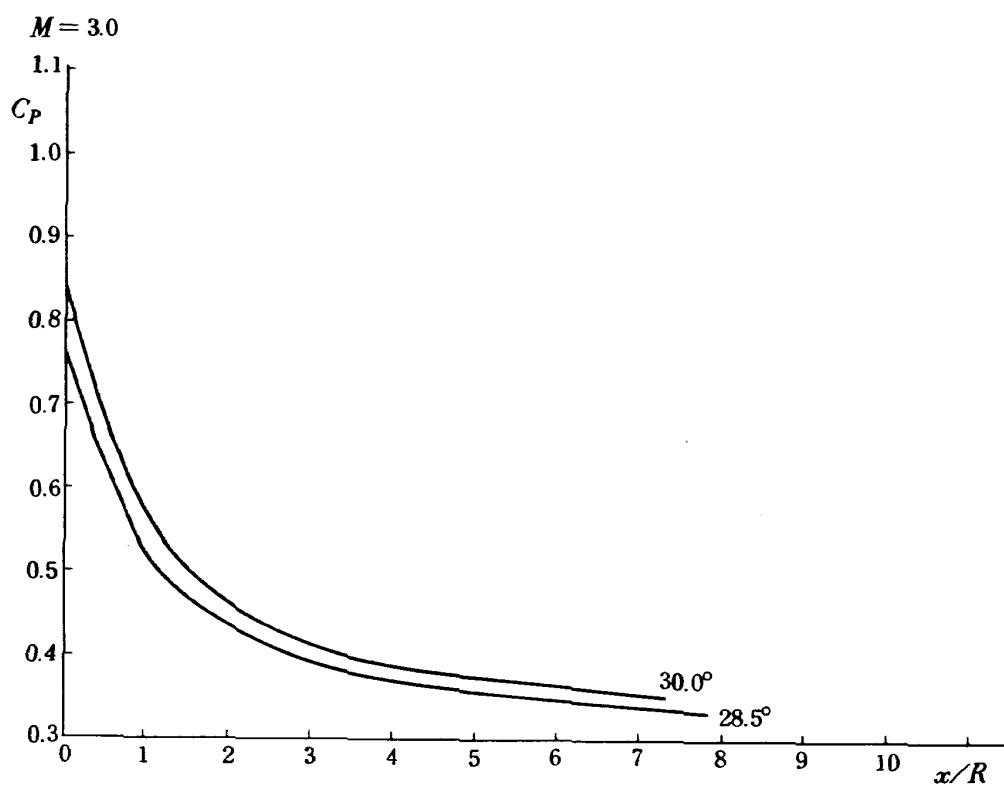
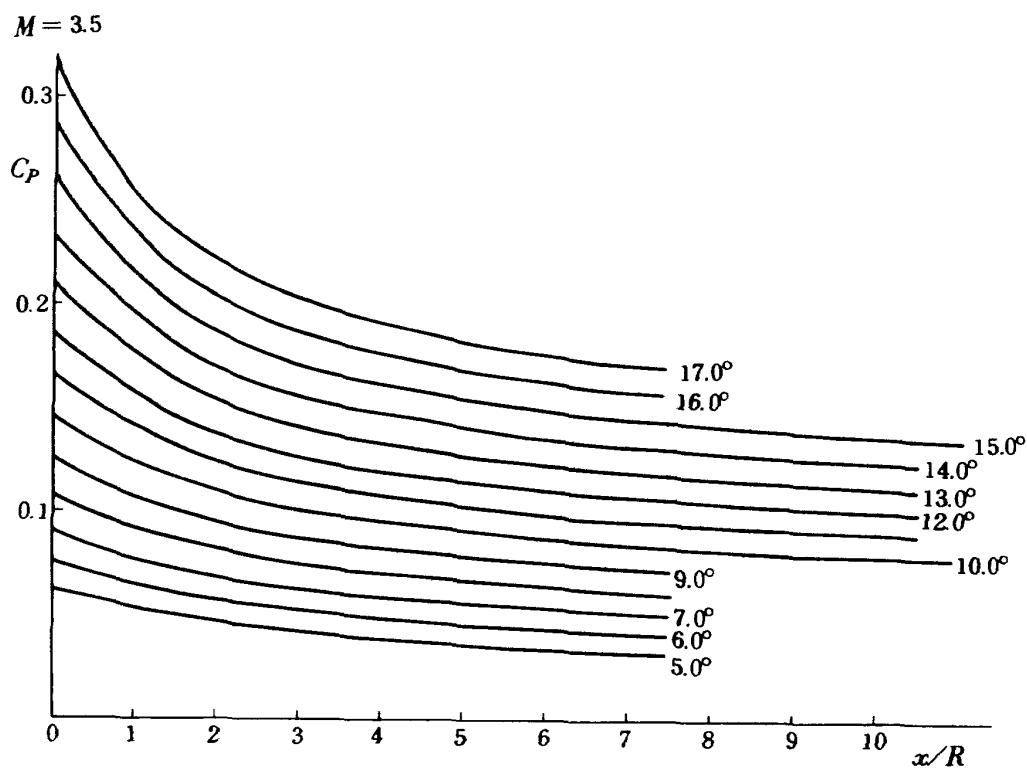
図 8 $M = 1.7$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 9 $M = 1.7$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

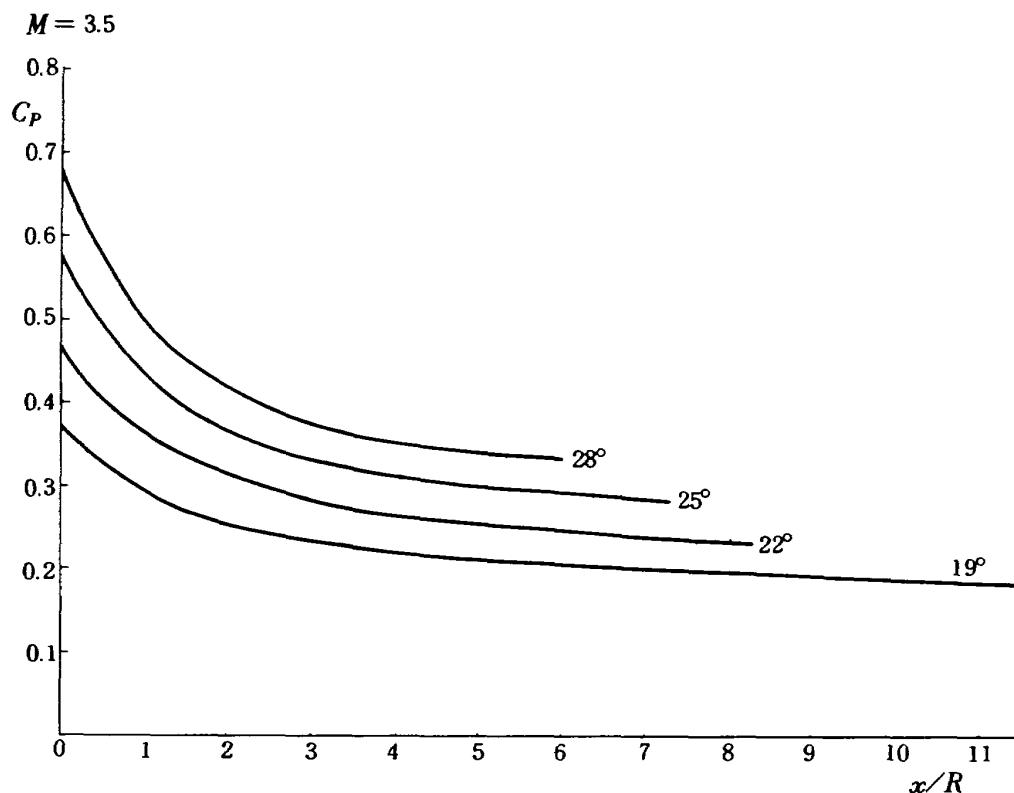
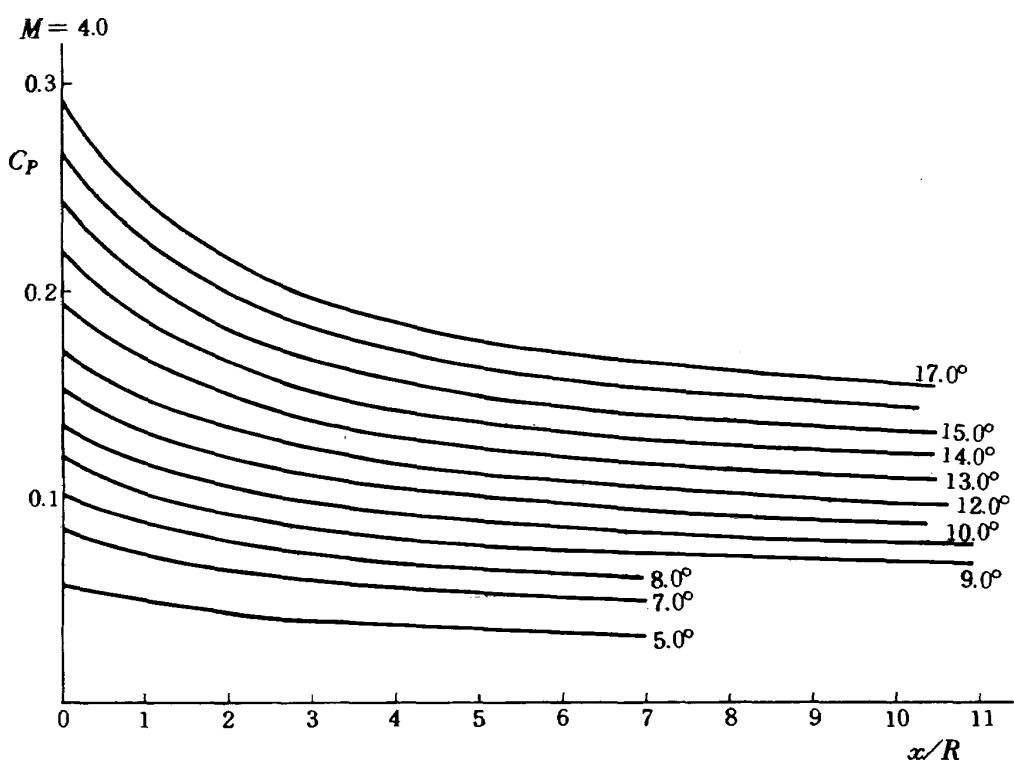
図 10 $M = 1.8$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 11 $M = 1.8$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

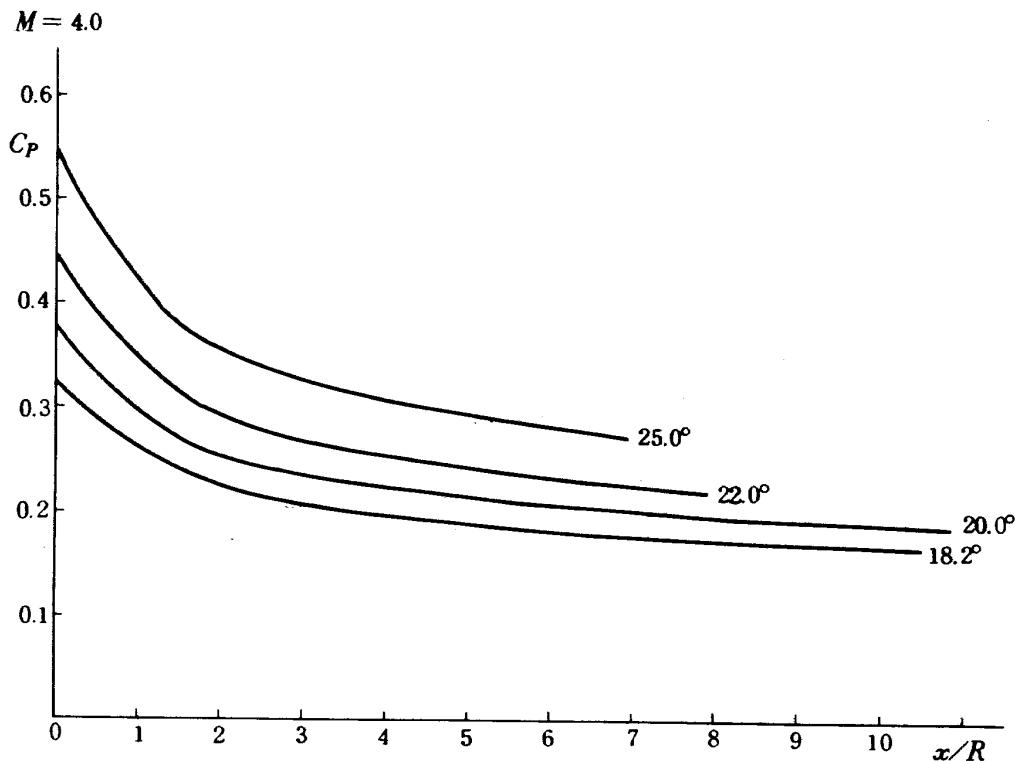
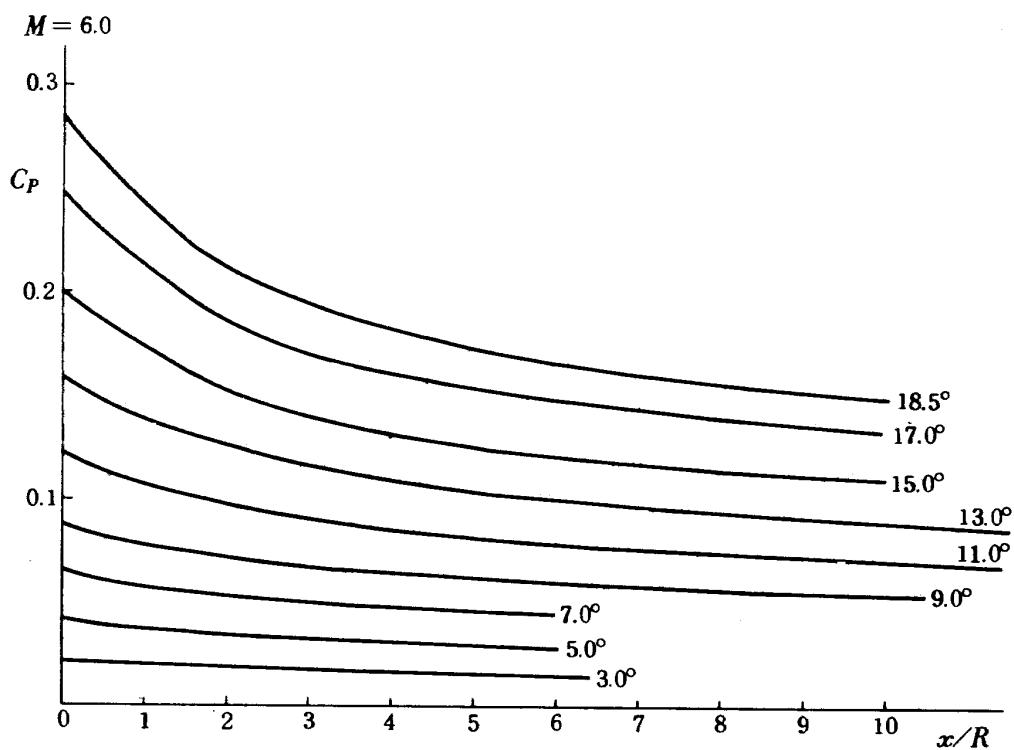
図 12 $M = 2.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 13 $M = 2.5$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

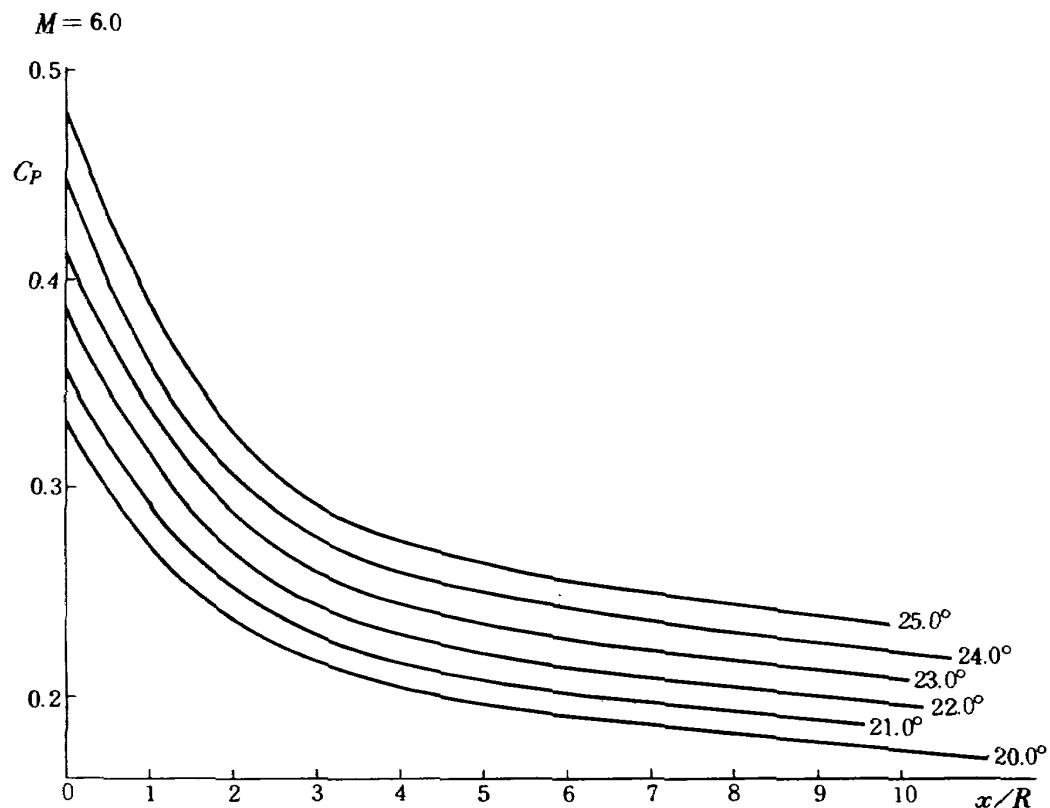
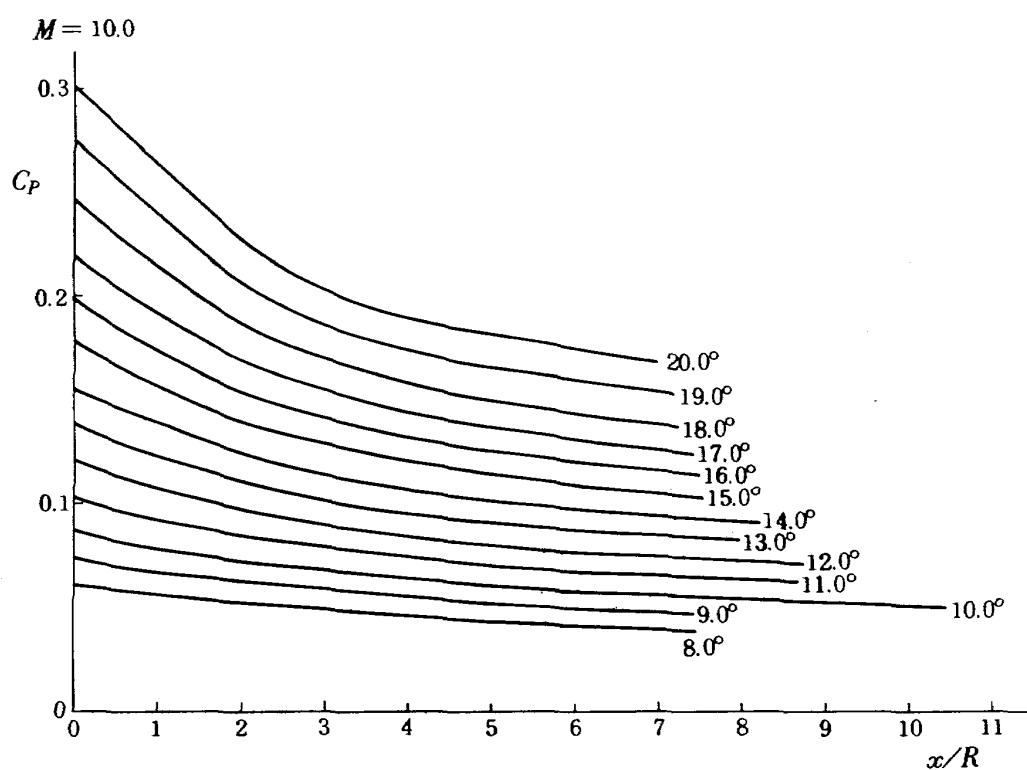
図 14 $M = 2.5$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 15 $M = 2.5$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

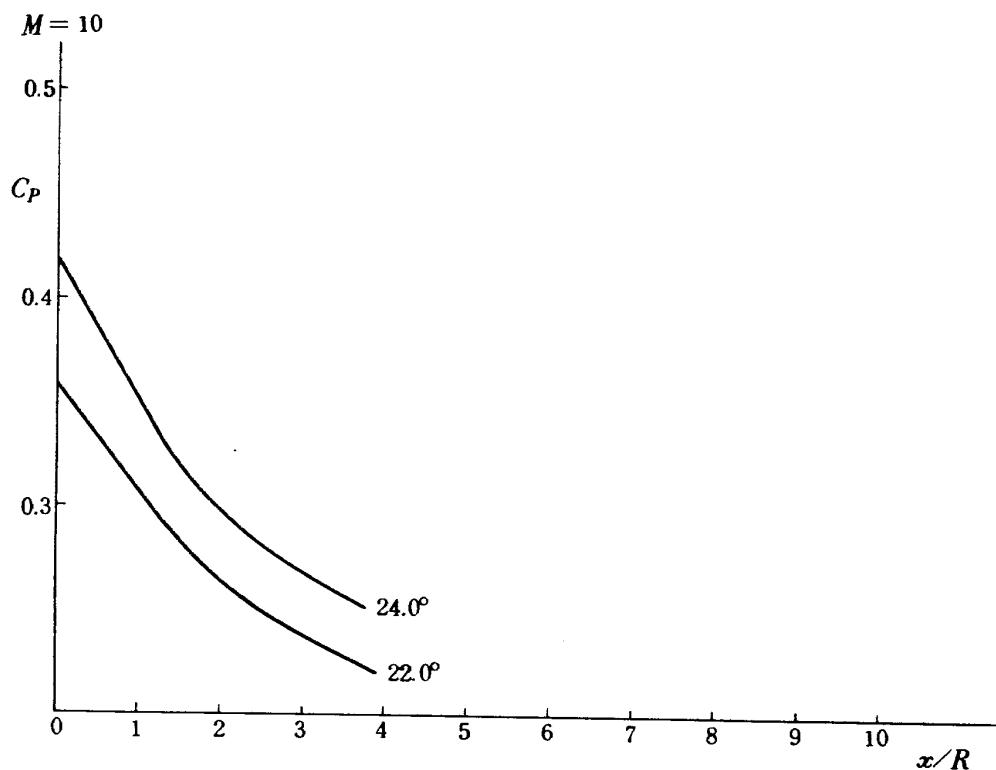
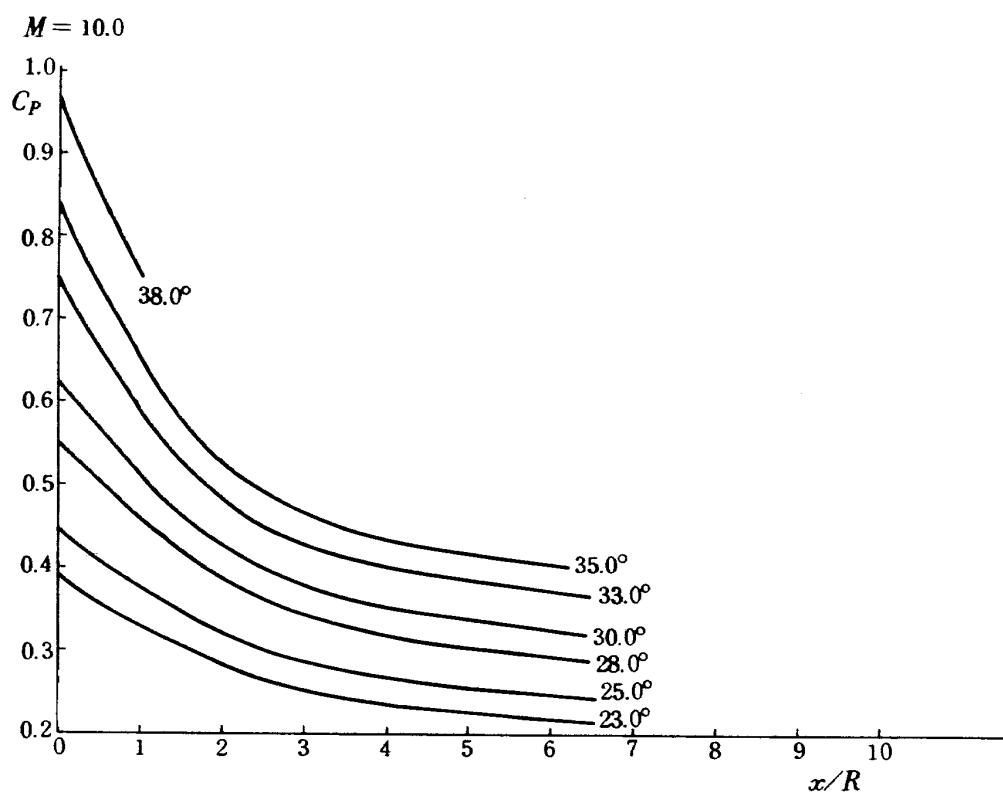
図 16 $M = 3.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 17 $M = 3.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

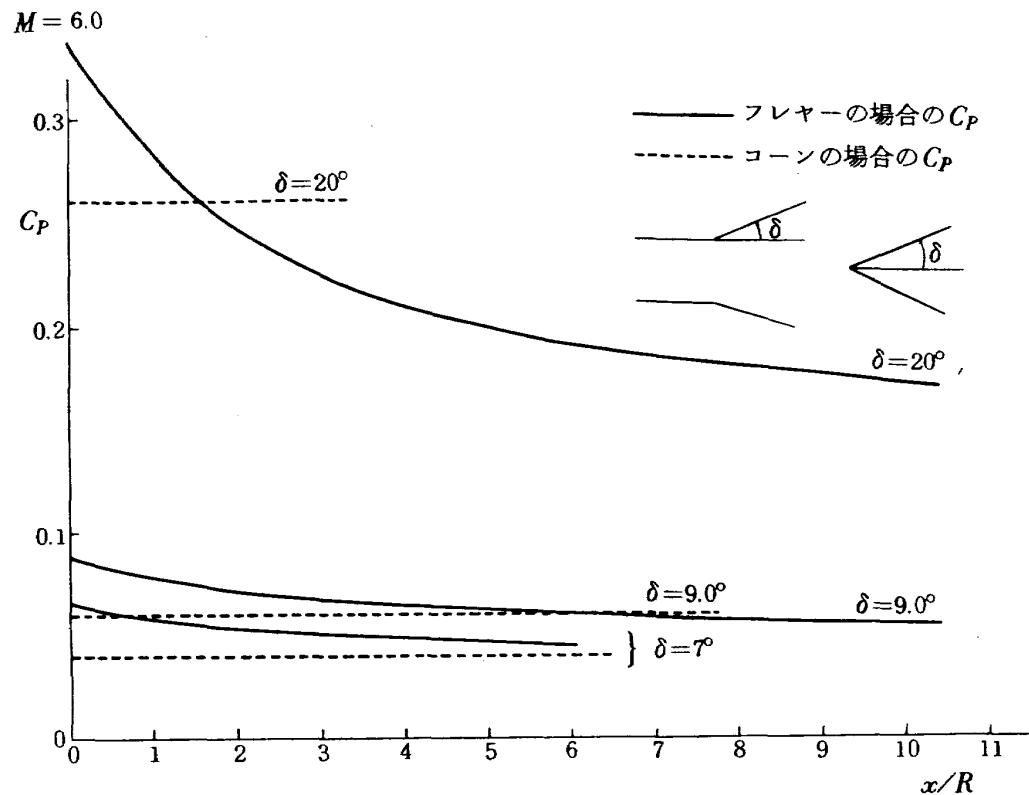
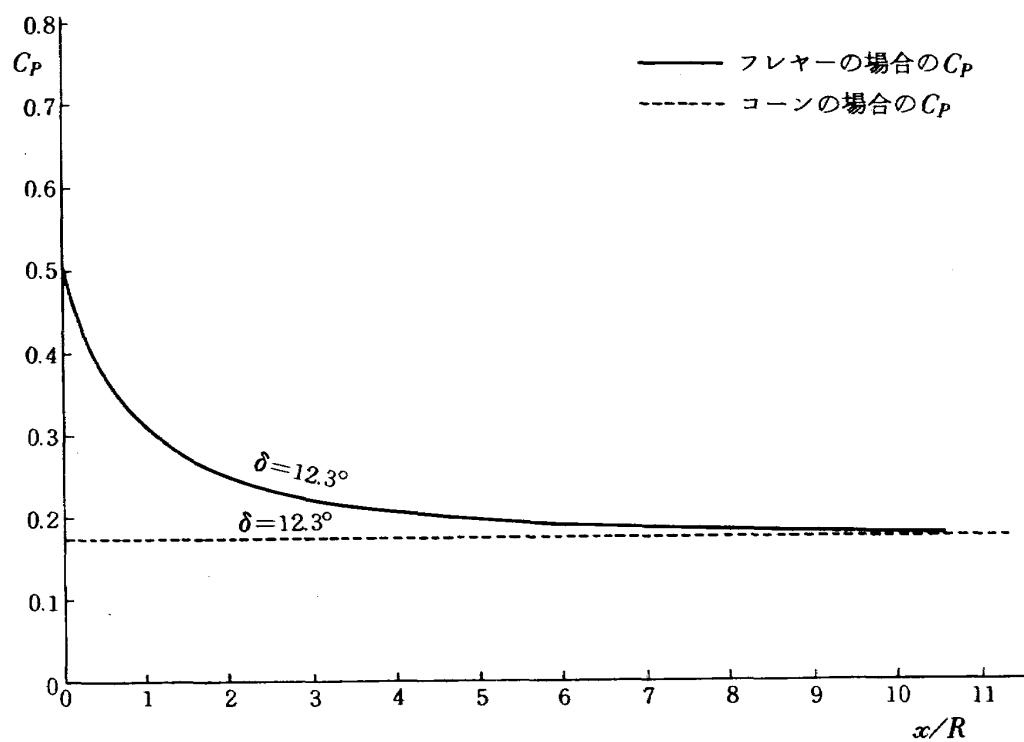
図 18 $M = 3.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 19 $M = 3.5$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

図 20 $M = 3.5$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 21 $M = 4.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

図 22 $M = 4.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 23 $M = 6.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

図 24 $M = 6.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数図 25 $M = 10.0$ に於ける円錐フレヤー上の圧力係数

図 26 $M = 10.0$ における円錐フレヤー上の圧力係数図 27 $M = 10.0$ における円錐フレヤー上の圧力係数

図 28 $M = 6.0$ に於けるコーンとフレヤーの圧力係数の比較図 29 $M = 1.6$ に於けるコーンとフレヤーの圧力係数の比較

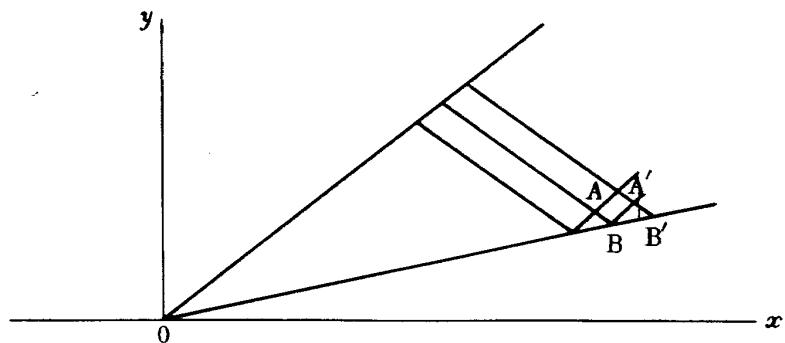


図 30 下流に於ける特性曲線

航空宇宙技術研究所資料326号

昭和52年3月発行

発行所 航空宇宙技術研究所

東京都調布市深大寺町1880

電話武藏野三鷹(0422)47-5911(大代表) 182

印刷所 株式会社 東京プレス

東京都板橋区桜川 2~27~12

Printed in Japan

This document is provided by JAXA.