

# 圧縮性 Building Cube Method を用いた翼周りの Euler 解析

西村康孝, 佐々木大輔, 中橋和博  
東北大学 大学院 工学研究科 航空宇宙工学専攻

## Euler calculations using the compressible Building Cube Method around the airfoil and wing

by  
Yasutaka Nishimura, Daisuke Sasaki and Kazuhiro Nakahashi

### ABSTRACT

Building Cube Method (BCM) is based on the Cartesian mesh. Cartesian mesh solver has critical problem to treat wall boundary, accurately. The immersed boundary method (IBM) has been studied to treat wall boundary. The immersed boundary method is a method to give the appropriate wall boundary condition to the object surface in order to solve the flow smoothly at near the body. Thus, the objective of this study is to establish a practical, efficient IBM-based Cartesian mesh solver, which achieves low computational costs and high accuracy to solve the flow around the wing. An immersed boundary method (IBM) using ghost cell and image point is implemented into the Cartesian mesh solver for the compressible Euler equations to treat slip wall boundary condition. It is validated by computing inviscid flows around NACA0012 airfoil, RAE 2822 airfoil and ONERA M6 wing.

### 1. はじめに

近年, 航空機の空力設計において数値流体力学(CFD)を用いた空力最適化が盛んに行われている。例えば, 三菱航空機のMRJ(Mitsubishi Regional Jet)では本研究室で開発された非構造格子 CFD ソルバー(TAS-code)[1]を用い, ウイングレット等の空力最適化が行われた。非構造格子法は複雑な形状にも比較的容易に格子が生成できるので最適化等に多く用いられる手法ではあるが, いくつかの課題が残っている。例えば空間精度を一般的には, 2次程度までしか確保できない, 最適化途中の物体変形に伴う格子移動の手間, 領域分割の手間や各 CPU 当たりのロードバランスの不均衡に起因する大規模計算の困難等である。そこでこれらの欠点を解決するために中橋によって提案され, 本研究室で現在開発中の手法が Building Cube Method(BCM)である[2]。

BCM は等間隔直交格子を用いる CFD ソルバーである。図1のように, まず計算領域全体で格子の細分化を行うことで, cube と呼ばれる領域を設定する(太線)。その後, 各 cube に cell と呼ばれる等間隔直交格子(細線)を生成する。

この手法の利点としては,

- ①複雑形状に対しても自動で高速に格子生成可能
- ②cube 細分化が容易なので流れの局所特性に格子を適合可能
- ③全 cube は同数の cell を含むので並列計算に容易に対応可能
- ④空間高次精度を容易に確保可能
- ⑤大規模データ後処理が容易
- ⑥アルゴリズム, 計算コード構造が簡略化可能
- ⑦格子生成の単純化ならびに高速化による移動物体問題への適用の容易さ

等が挙げられる。

一方で欠点として, 直交格子法を用いることによる, 物体壁面の表現性, 境界層解像度に課題が残る。従来の圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解く BCM では壁面近傍に超高密度の cell を配置することでこの2つの問題を解決しようとした[3-4]。

しかしながら, BCM をモノづくりの現場に適用した場合, 例えば航空機の形状最適化のようなケースを考えると, そのほとんどが短時間に結果を得るために粘性を無視した Euler 計算で行われているのが実状である。そこで, 本研究で

は従来の BCM のコンセプト(超高密度格子, 大規模並列計算)から離れ, 計算負荷の軽さ, 計算時間の短縮といった部分に焦点を当て, 設計現場での使用に耐えうる実用的な圧縮性 Euler ソルバーを構築することを目的とする。直交格子 Euler ソルバーは従来の非構造格子ソルバーと比較して, 格子生成から計算, 後処理までの時間(スループット)の高速化が図れるので, 最終的には設計現場での開発コストの低減, 企業の競争力向上に貢献できる。

本研究では, 総 cell 数を抑えた比較的粗い直交格子で, 壁面に適切な境界条件を付加するために, 計算空間全体を覆った格子内に壁境界条件を埋め込む Immersed Boundary Method(IBM)を BCM に適用して, 検証計算を行った。

### 2. 解析手法

#### 2.1 BCM 圧縮性 Euler ソルバー

本研究で開発したソルバーには以下の手法を用いた。

表1 解析手法概要

支配方程式	圧縮性 Euler 方程式
離散化手法	cell 中心有限体積法
非粘性流束評価	HLLEW [5]
高次精度化手法	3次精度 MUSCL
制限関数	Differentiable limiter[6]
時間積分法	LUSGS 陰解法[7]

#### 2.2 Immersed Boundary Method での壁面境界条件

今回用いた Immersed Boundary Method は Ghost Cell(GC)と Image Point(IP)を使用する手法[8]をベースとしている。まず, 図2に示したように流体 cell と接している cell を Ghost Cell と名付け, 物体から法線方向に最小 cell サイズの1.5倍の長さにある地点に Image Point と呼ばれる点を定義する。このとき, 翼の後縁等の薄い部分で, wall cell が1層のみとなるような場合でも計算できるように, 多価の GC を定義する。続いて, GC を含む IP の周囲9点(3次元ならば27点)の cell に注目する。この cell のうち流体の cell のみから距離に基づいて重み付けを行い, IP へ周囲の流体 cell より値を内挿する[9]。次は IP から GC への内挿であるが図3に示すように速度に関しては slip 条件を課した。また, 圧力と密度に関しては壁面で Neumann 条件を課した。最終的な壁面の境界条件は, そして, その値をもとに壁面第1層目の cell 境界で陽に空間1次精度の流束として与えた。

### 3. 結果および考察

本手法の有効性を検証するために、2次元翼型から NACA0012, RAE2822, 3次元翼から ONERA M6 の3ケースを選び、検証計算を行った。検証手法としては、実際の航空機空力解析に使われている信頼性の高い手法である TAS-code(非構造格子 Euler ソルバー, 以下 TAS-Euler と表記)を用い、翼周りの Cp 分布, Cl, Cd 等の空力係数を比較して定量的な評価を行った。比較用の TAS-Euler 格子の node 数はそれぞれ、9,598(NACA0012), 9576(RAE2822), 176,000(ONERA M6)であり、空力係数等は格子を細かくしても変わらないことを確かめている。使用したのは本研究室保有のワークステーション(CPU: Xeon 2.93[GHz]×8, Memory: 4[GB]×16)である。また、計算は OpenMP により並列化して行った(16 Thread)。

#### 3.1 NACA0012

最小 cell サイズの異なる3ケースについて検証を行った。計算条件は以下の通りである。なおコード長を基準とした。

表2 計算条件(NACA0012)

	Coarse	Medium	Fine
Mach number	0.8	0.8	0.8
Angle of attack [deg]	1.25	1.25	1.25
Number of cubes	226	226	226
Mesh in a cube	8x8	16x16	32x32
Total number of cells	14,464	57,856	231,424
Minimum cell size	0.0073	0.0036	0.0018

図4の Cp 分布をみると TAS と比較して、物体壁面に高密度の格子を配置するので衝撃波をより鋭く捉えられていることが分かる。また、衝撃波位置等も適切に捉えられているといえる。Fine mesh における cube, cell, Cp コンターは図5,6に示した。コンターをみると、階段表現に起因するガタつき等は見られず、滑らかな分布が得られていることが分かる。表5には Cl, Cd の空力係数比較を示す。格子が細くなるにつれて TAS に近づく傾向を示すが、Fine 格子であっても Cl で約 6%, Cd で約 9%のずれが生じた。これは現在ボクセル上で係数を算出しているため、運動量理論に基づく算出法の導入などの改良が必要である。

#### 3.2 RAE2822

最小 cell サイズの異なる3ケースについて検証を行った。計算条件は以下の通りである。なおコード長を基準とした。

表3 計算条件(RAE2822)

	Coarse	Medium	Fine
Mach number	0.73	0.73	0.73
Angle of attack [deg]	2.79	2.79	2.79
Number of cubes	226	226	226
Mesh in a cube	8x8	16x16	32x32
Total number of cells	14,464	57,856	231,424
Minimum cell size	0.0073	0.0036	0.0018

図7の Cp 分布をみると TAS と比較して、衝撃波位置が medium 程度の格子解像度で適切に捉えられている。また、

このケースでは後縁が薄いために Wall cell が後縁に1層しか入っていないが、多価の GC の効果により、計算できていることが後縁の Cp 分布より分かる。cube, cell, Cp コンターは図8,9に示した。コンターをみると、滑らかな分布が得られていることが分かる。表6には Cl, Cd の空力係数比較を示す。NACA0012 のケースと同様に、格子が細くなるにつれて TAS に近づく傾向を示すが、Fine 格子であっても Cl で約 0.8%, Cd で約 9%のずれが生じた。この理由は先ほども述べたようにボクセル上で係数を算出しているため、算出法の改良が必要である。

#### 3.3 ONERA M6

計算条件は以下の通りである。なおコード長を基準として計算を行った。

表4 計算条件(ONERA M6)

Mach number	0.84
Angle of attack [deg]	3.06
Number of cubes	5,324
Mesh in a cube	16x16x16
Total number of cells	21,807,104
Minimum cell size	0.0018

cube, 翼表面 Cp コンターは図10,11に示した。コンターをみると、階段表現に起因するガタつき等は見られず、滑らかな分布が得られた。また、翼面上には ONERA M6 翼の特徴であるラムダ形の衝撃波を捉える事が出来た。

図12~15の各断面における Cp 分布をみるとまず、BCM, TAS の両方で衝撃波の位置を実験値より後方に捉えていることが分かる。これは、実際の流れ場では境界層が発達して排除厚さ分だけ翼断面形状が変形したようになり、これが衝撃波発生位置に大きな影響をもたらすからである。続いて、BCM と TAS の結果とを比較すると、図12~図14では2つ目の衝撃波位置は捉えられている一方で、1つ目の衝撃波位置を正確に捉えられていないことが分かる。この原因は翼前縁の格子解像度の不足が考えられる。前縁での流れの加速が1つ目の衝撃波を引き起こすと考えられ、この部分の格子解像度を上げることで解決すると考えられる。しかしながら、現時点での方法では、アルゴリズム簡素化のために壁近傍の cube については全て同じサイズにしている。そのため、それらを細かくするのでは、総 cell 数の大幅な増加は避けられない。そこで、壁近くでも局所的に Cube サイズを変えるような改良が必要である。

### 4. 結論

本研究では、Immersed Boundary Method を用いて壁境界の改善を図った BCM 圧縮性 Euler ソルバーを構築し、NACA0012, RAE2822, ONERA M6 の3ケースにおいて計算を行い、信頼性の高い TAS-code と比較することで検証を行った。

NACA0012, RAE2822 の解析では圧力コンターをみると、物体面の階段表現に起因するコンターのガタつき等は見られず、滑らかな分布が得られた。また、Cp 分布も TAS と比較して、適切な値が得られた。しかしながら、空力係数においてはまだずれが大きく、空力係数の算出法の工夫が必要である。

ONERA M6 の解析では圧力コンターをみると、階段表現に起因するガタつき等は見られず、滑らかな分布が得られ、翼面上には ONERA M6 の特徴であるラムダ形の衝撃波を

捉える事が出来た。Cp 分布では TAS と比較して、翼前縁の格子解像度の不足のため、1 つ目の衝撃波位置正確に捉えられていないことが分かる。そこで総 cell 数を抑えるためにも、局所的に cube サイズを変えるような改良が必要である。

今回直交格子を用いて、翼周りの遷音速域での空力解析を行い、従来の非構造格子法に劣らない精度を確保できた。直交格子の利点を生かし、翼のフラッタ解析等の移動物体には非常に有効なツールになるであろう。

## 5. 謝辞

本研究は科研費（21226018）の助成を受けたものである。

## 参考文献

- [1] K. Nakahashi, et al. "Some Challenges of Realistic Flow Simulations by Unstructured Grid CFD", International Journal for Numerical Method in Fluids, 2003, Vol. 43, pp. 769-783, 2003.
- [2] K. Nakahashi, and L. S. Kim, "Building-Cube Method for Large-Scale, High Resolution Flow Computations", AIAA Paper 2004-0423, 2004.
- [3] K. Nakahashi, "High-Density Mesh Flow Computations with Pre-/Post-Data Compressions", AIAA paper 2005-4876, 2005.
- [4] S. Takahashi, T. Ishida, K. Nakahashi, "Dynamic Load Balancing for Flow Simulation Using Adaptive Refinement", AIAA paper 2008-920, 2008
- [5] S. Obayashi and Y. Wada, "Practical Formulation of a Positively Conservative Scheme", AIAA Journal, Vol. 32, pp. 1093-1095, 1994
- [6] V. Venkatakrishnan, "Preconditioned Conjugate Gradient Methods for the Compressible Navier - stokes Equations", AIAA Journal, Vol. 29, No.7, pp 1092-1099, 1991
- [7] S. Yoon, and A. Jameson, "Lower-Upper Symmetric-Gauss Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations", AIAA Journal, Vol. 26 No. 9, pp. 1025-1026.
- [8] R. Mittal et al., "A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries", Journal of Computational. Physics. 227(2008)4827-4825
- [9] R. Franke, Scattered data interpolation: tests of some methods, Math. Comput. 38(1082) 181-200

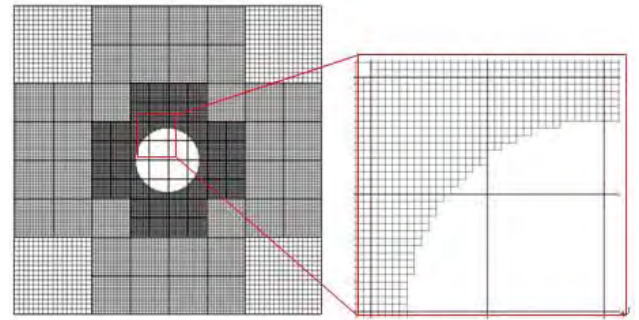


図1 2次元円柱周りに生成された cube と cell

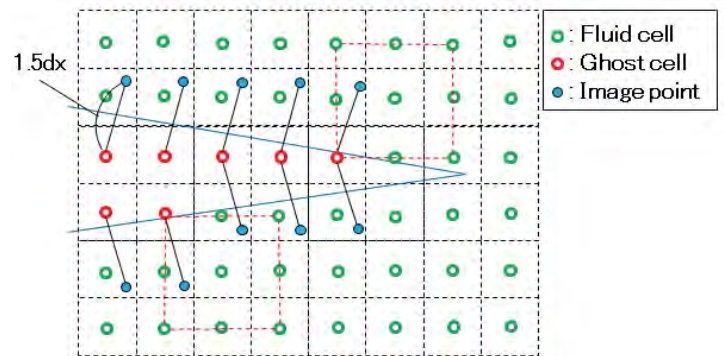


図2 Ghost cell と Image point

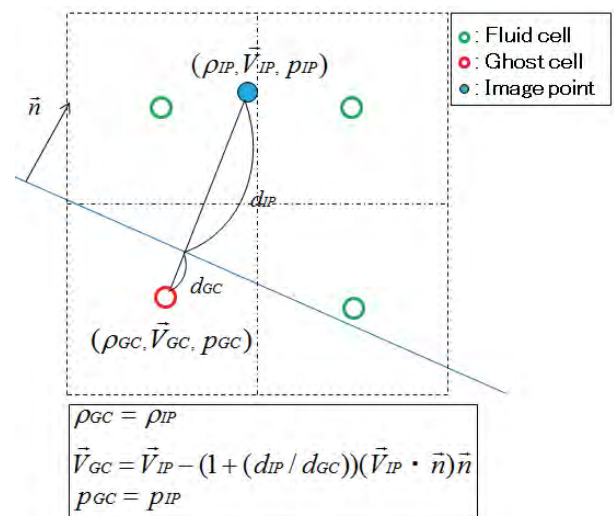


図3 境界条件



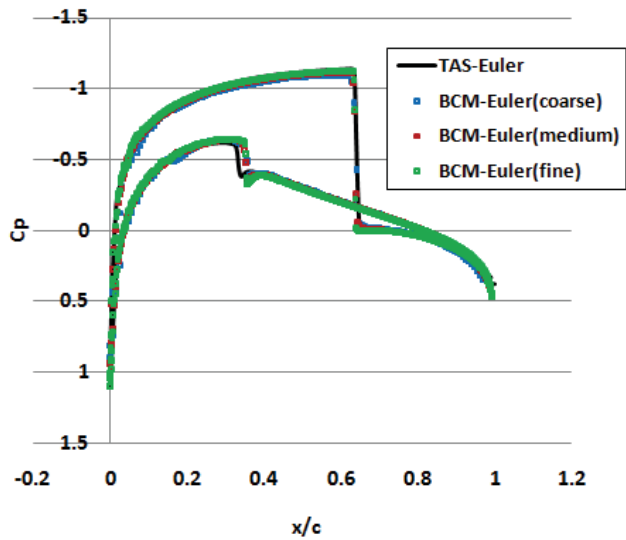
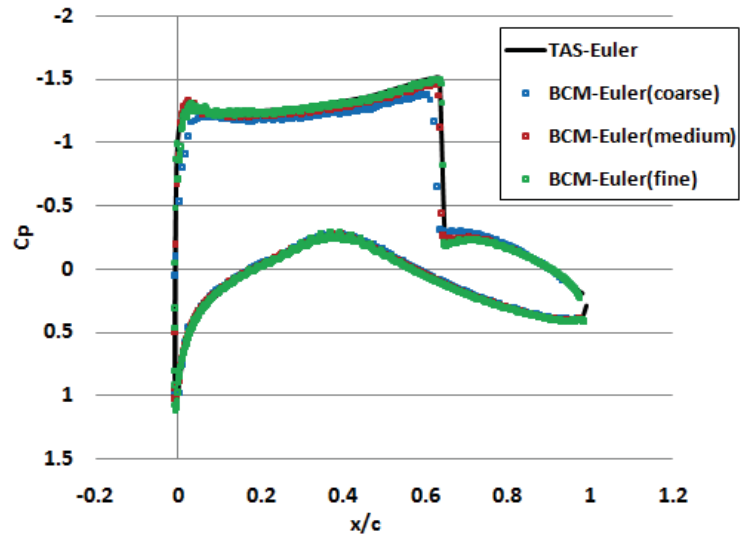
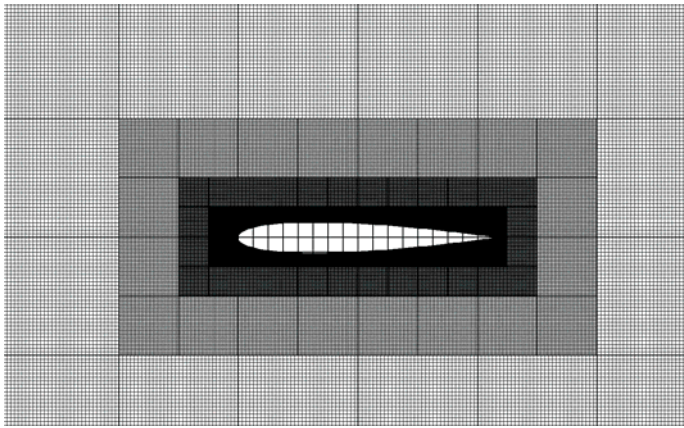
図4 NACA0012 まわりの  $C_p$  分布図7 RAE2822 まわりの  $C_p$  分布

図5 NACA0012 まわりの cube と cell (Fine mesh)

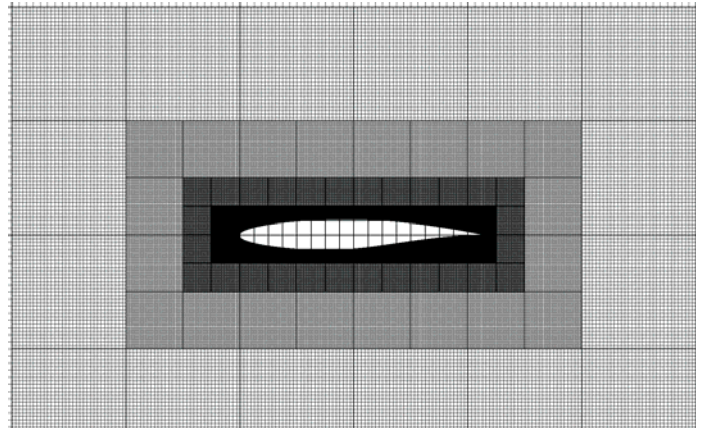


図8 RAE2822 まわりの cube と cell (Fine mesh)

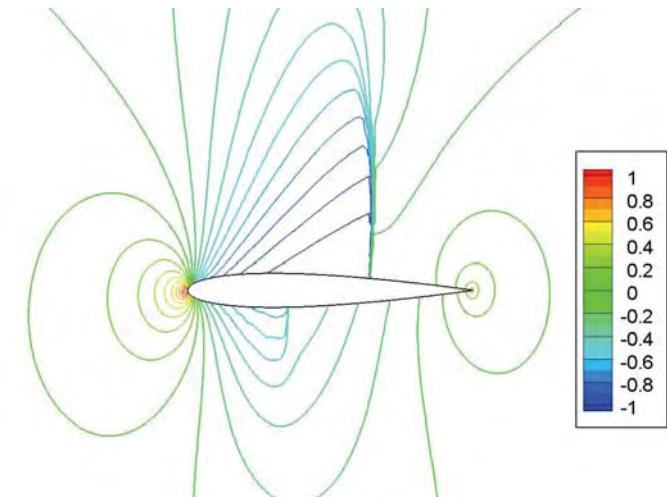
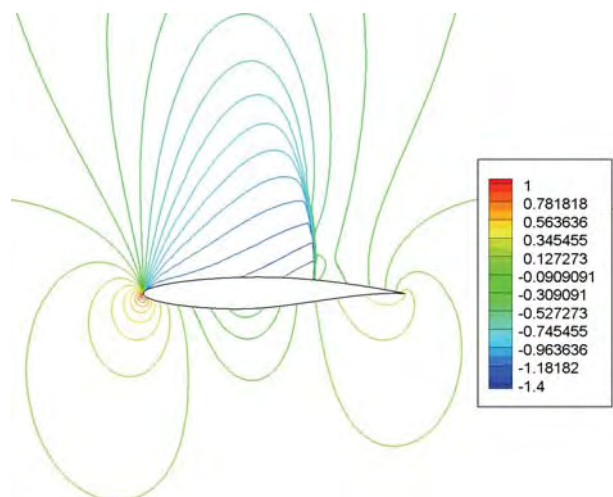
図6 NACA0012 まわりの  $C_p$  コンター(Fine mesh)図9 RAE2822 まわりの  $C_p$  コンター(Fine mesh)

表5 Aerodynamic coefficient (NACA0012)

	Cl	Cd
TAS	0.3621	0.0223
BCM(Coarse)	0.3273	0.0162
BCM(Medium)	0.3362	0.0171
BCM(Fine)	0.3392	0.0202

表6 Aerodynamic coefficient (RAE2822)

	Cl	Cd
TAS	0.9973	0.0199
BCM(Coarse)	0.9057	0.0230
BCM(Medium)	0.9698	0.0160
BCM(Fine)	0.9891	0.0181

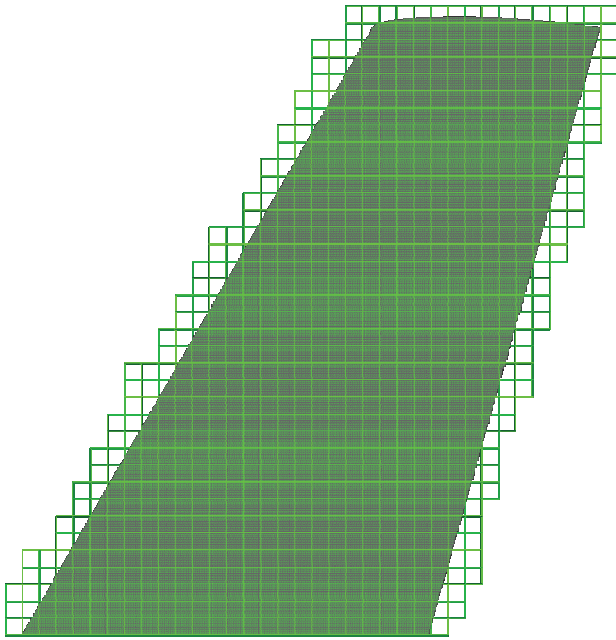


図 10. 翼付近の cube のようす

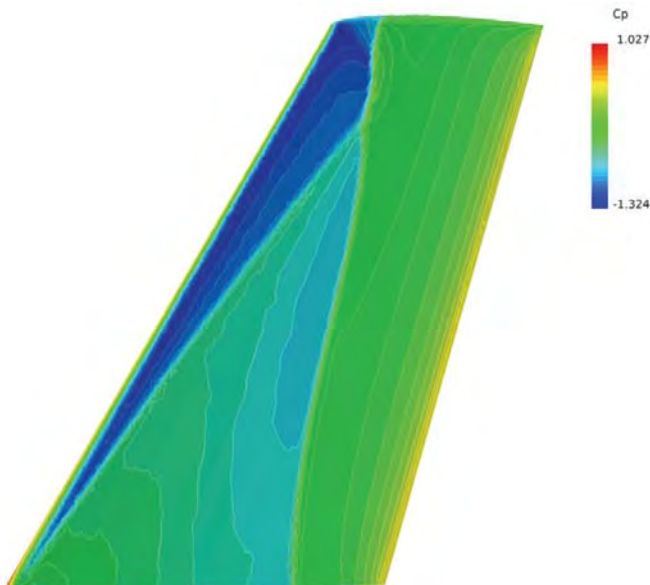


図 11 翼表面の  $C_p$  コンター

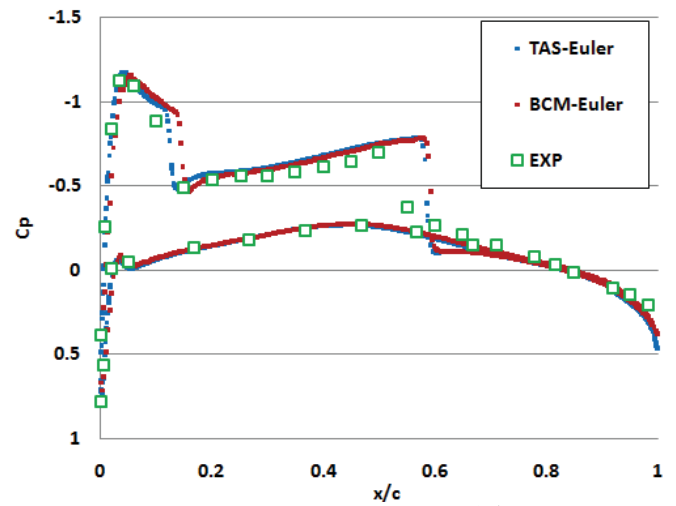


図 12 ONERA M6 周りの  $C_p$  分布  
(44% semi span)

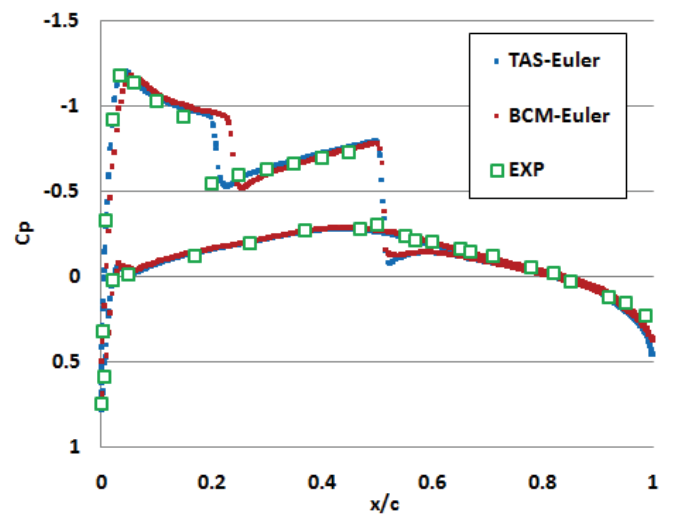


図 13 ONERA M6 周りの  $C_p$  分布  
(65% semi span)

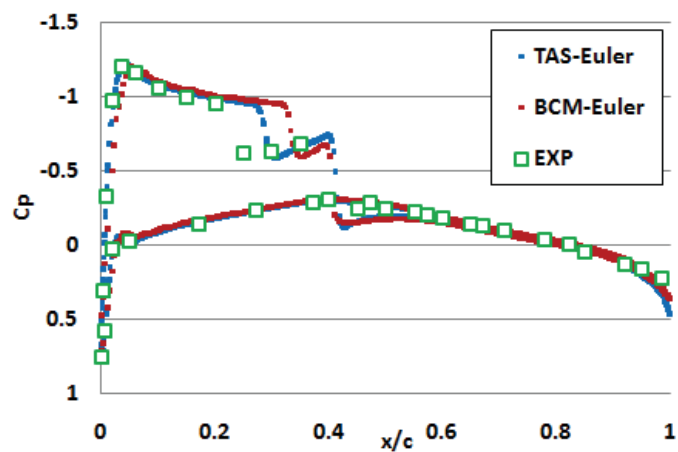


図 14 ONERA M6 周りの  $C_p$  分布  
(80% semi span)

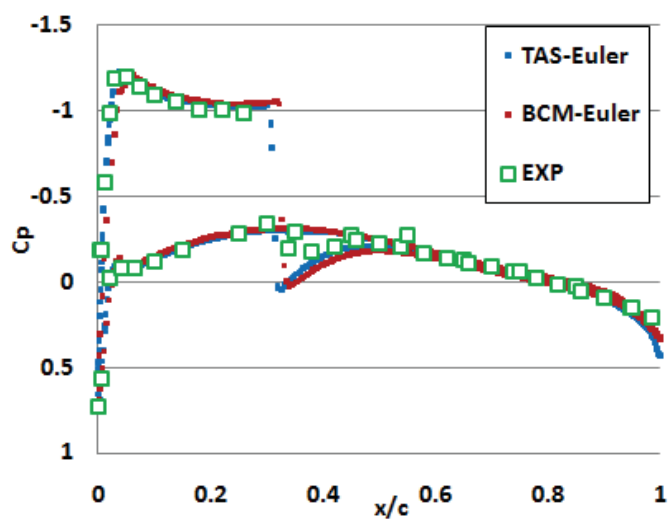


図 15 ONERA M6 周りの  $C_p$  分布  
(90% semi span)