

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-406

定常非干渉制御のSTOL機縦制御への応用

永 安 正 彦 ・ 山 崎 昭 司 ・ 森 田 一 雄

1980 年 2 月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

定常非干渉制御のSTOL機縦制御への応用*

永 安 正 彦** 山 崎 昭 司*** 森 田 一 雄****

ABSTRACT

This paper describes an application of the steady state decoupling control to the experimental STOL airplane, which has been developed by the National Aerospace Laboratory. Firstly, the design procedures of the decoupled control system using state-feedback or output-feedback are presented. Then the design procedures are applied to the flight control system of the STOL airplane. The linearized longitudinal equation of motion is dealt with. Engine thrust, elevator and/or USB flap are to be available as controls, and airspeed, flight path angle and/or pitch angle are controlled in decoupled fashion. The case that angle of attack and air speed are not measurable is studied as output-feed back control. Simulation results show good performance for both state- and output-feedback control systems.

§ 1. ま え が き

本報告書では、定常非干渉制御を航空機に応用する場合の問題点を把握するために、縦動特性の線形モデルに対する定常非干渉制御系の設計法の検討を行なった。まず、全ての状態変数がフィードバックできるとして、システム入力（パイロットの指令信号）の数が2又は3であり、且つ制御変数（舵角、推力など）の数が2又は3である場合を取りあげ、計4組の組合せに対する設計手法を示す。次に、迎角等がフィードバックに使用できない場合もある事を考慮して、いわゆる出力フィードバックによる定常非干渉制御系の設計手法を示す。また、当研究所で開発中のUSB方式バワリフトSTOL実験機の縦の制御に本手法を適用してシミュレーションを行い良好な制御特性が得られることを示す。

STOL機の主眼は、着陸距離を短くするというところに多くの技術課題がある。文献(1)では着陸距離は高度15mの点から接地し完全に停止するのに必要な水平距離とされている。着陸距離を短くするためには、急な降下角で進入し、低速で接地することが要求される。急な降下

角で進入するためには D/L の大きなところすなわち高 C_L で飛行しなければならない。また、接地にあたっては、進入を低速で行なうとともにフレアし、接地降下速度を小さくおさえる必要がある。

即ち、低速で釣合飛行ができることが要求され

$$C_L = \frac{2W}{\rho S} \cdot \frac{1}{V^2} \quad \text{の関係から結局高 } C_L \text{ で飛行することになる。}$$

このようにSTOL性を高めようとする高 C_L で飛行せねばならず、通常STOL機はいわゆるバックサイド領域で飛行することになる。バックサイド領域でのSTOL機の操縦に関して次の特徴をあげることができる。まず第1に、①長周期と短周期の運動モードが接近し、②かつ両モードのカップリングが強くなり、パイロットが航空機の運動状態を把握するのが困難になるということである。第2に、迎角変化に対する C_D の増加率が C_L の増加率に比べて著しく大きいので経路角の定常応答が初期応答の方向と逆になりいわゆる逆応答現象が現れる。第3に、バワードリフトの採用の結果、推力変化に対する上下加速度の感度が大きく、縦揺れモーメント変化を誘発することが多いということである。この理由により、パイロットは通常の「CTOL操縦法」と異なり、経路制御のprimary controlとして推力変化を用いる「STOL操縦法」で操縦することになるほか、操縦によるクロスカップリングが強いために複数の操縦装置（操縦桿とスロットルレバー）を同時に操作しなけ

* 昭和54年3月6日 受付

** 計測部

*** 日本航空電子KK（元研修生）

**** 日本大学

ればならず、進入時のパイロット負担が増大する。

このように、STOL 機の着陸進入時の操縦はパイロットに大きな負担をかけることになるので、何らかの自動制御システムを取付けてパイロットの負担を軽減することが望ましい。上に述べたようなカップリングの強い STOL 機に対する制御系としては、非干渉制御系⁽²⁾が適していると考えられ、すでに In Flight Simulator 試験などの研究が行なわれている⁽³⁾。非干渉制御 (non-interacting control 又は decoupling control) とは、多入力-多出力のシステムをいくつかの入出力の組に分けて、各入出力系の相互の間ではカップリングがないように制御しようとするものである。例えば、パイロットが経路変更の入力信号を与えた場合、経路は変化するが速度等の他の出力は変化しないように制御系を構成することである。非干渉操縦システムでは、経路変更をする場合に経路変更の信号を与える操縦装置を操作するだけでよく、複数の操縦装置を同時に操作する必要がなくなり、パイロットの負担を大幅に軽減し得ることが期待される。

非干渉制御については 1950 年代から多くの研究がなされているが、⁽²⁾が大きく別けて 2 つの手法に分類できる。すなわち、定常状態でだけ入出力関係を非干渉化する定常非干渉制御⁽⁴⁾と、初期応答から定常状態まで全ての時間にわたって非干渉化しようとする動的非干渉制御⁽⁵⁾である。動的非干渉制御はその入出力伝達関数マトリクスが対角になるように設計するものであるが、非干渉化の条件が強くなり、システムの安定性やパラメータ感度を問題にする場合設計の自由度が少なくなる。これに対して定常非干渉制御では、定常状態での入出力関係を与えるマトリクスだけを対角化すればよいので、安定性や感度に関する設計パラメータの自由度を増すことができる。本報告では、フィードバック制御で系の過渡特性を改善し、定常状態で非干渉化するようにフォワードゲインを定めるという形で定常非干渉制御の設計問題を定式化し、システム入力と制御変数のいくつかの組合せに対する設計手法を示し、その設計法を USB 方式パワリフト STOL 機に適用した。フィードバック制御系のゲイン設定の適正さを根軌跡法により確認し、定常非干渉化を行なって良好な制御特性を得るとともに、これが実現される条件について検討を行なった。

記号

2 章～4 章 (制御理論関係)

x : 状態変数

y : 出力変数
 z : フィードバック変数
 u : 制御変数
 \hat{u} : 補助制御変数
 v : システム入力
 A : システムマトリクス
 B : 入力マトリクス
 C : 出力マトリクス
 D : 観測マトリクス
 F : フィードバックゲイン
 G : フォードゲイン
 J : 2 次形式評価関数
 Q : 状態変数重みマトリクス
 R : 制御変数重みマトリクス
 ρ : 重み係数
 P : リカッチ方程式の未知変数マトリクス
 H : 定常伝達関数マトリクス
 I_n : n 次元単位マトリクス
 L : ラグランジ関数
 M : ラグランジ係数マトリクス
 tr : マトリクスのトレース
 $\|\cdot\|$: ユークリッドノルム
 \det : 行列式
 adj : 余因子行列
 $E\{\cdot\}$: 期待値
 $-(\text{下線})$: 定常値
 $o(\text{右下添字})$: 釣合値
 $c(\quad)$: システム入力
 $*(\quad)$: 許容変動量
 $e(\quad)$: 定常値からの偏差
 $T(\text{右上添字})$: マトリクスまたはベクトルの転置

5 章以後 (飛行力学関係)

U_0 : 釣合飛行速度 m/sec
 u : 飛行速度の微小変化分 m/sec
 α : 迎え角の微小変化分 rad
 θ_0 : 縦揺れ角の釣合値 rad
 θ : 縦揺れ角の微小変化分 rad ^{注)}
 q : 縦揺れ角速度 rad/sec
 γ : 経路角の微小変化分 rad ^{注)}
 δ_e : 昇降舵舵角の微小変化分 rad ^{注)}
 δ_v : 推力の微小変化分 %
 δ_f : フラップ舵角の微小変化分 rad ^{注)}
 g : 重力加速度 m/sec^2

注) 図表では必要に応じて deg の単位を用いている。

§ 2. 定常非干渉制御

2.1 定常非干渉制御系

本章では定常非干渉制御系の設計問題を定式化し、フィードバックゲインマトリクス F とフォワードゲインマトリクス G の求め方について述べる。

次の微分方程式で記述される定係数線形システムについて考える。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \quad (2.2)$$

ここで $\mathbf{x}(t)$ は n 次元状態変数, $\mathbf{u}(t)$ は r 次元制御変数, $\mathbf{y}(t)$ は m 次元出力変数, \mathbf{A} は $n \times n$ のシステムマトリクス, \mathbf{B} は $n \times r$ の制御マトリクスで rank が r , \mathbf{C} は $m \times n$ の出力マトリクスで rank が m であり, (\mathbf{A}, \mathbf{B}) は可制御対であるものとする。

いま制御変数 $\mathbf{u}(t)$ を次のような状態フィードバックによって得るものとする。

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{F} \mathbf{x}(t) + \mathbf{G} \mathbf{v} \quad (2.3)$$

ここで, \mathbf{v} は m 次元システム入力であり, 時間 $t > 0$ に関して一定であって, \mathbf{v} の各要素は出力 $\mathbf{y}(t)$ の各要素と一対一に対応しているものとする。 \mathbf{F} は $r \times n$ のフィードバックゲインマトリクス (以下単にフィードバックゲインと呼ぶ), \mathbf{G} は $r \times m$ のフォワードゲインマトリクス (以下単にフォワードゲインと呼ぶ) である。

(2.3) 式の制御則を (2.1) 式に代入すると, 閉ループ制御系は

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{G}\mathbf{v} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \quad (2.5)$$

と表わされる。(2.4)(2.5) 式で表わされる閉ループ制御系と各変数の関係を図 1 のブロック図に示す。

定常非干渉制御とは, システム入力 \mathbf{v} の第 i 成分 v_i だけを与えた場合, 十分に時間がたった後では出力 $\mathbf{y}(t)$

の第 i 成分 $y_i(t)$ だけが応答し, 他の出力成分 $y_j(t)$ ($j \neq i$) は変化しないように制御することである。本研究で扱う定常非干渉制御系設計問題は, 上記の定常非干渉の条件を満たすように, (2.4)(2.5) 式のフィードバックゲイン \mathbf{F} とフォワードゲイン \mathbf{G} を求めることである。本稿では, \mathbf{F} , \mathbf{G} を決めるに当たって, \mathbf{F} は系の過渡特性改善のためのレギュレータ問題の解として求め, \mathbf{G} を定常非干渉制御を実現するために用いることにする。

2.2 フィードバックゲイン \mathbf{F}

本節ではフィードバックゲイン \mathbf{F} を求めるためのレギュレータ問題を定式化する。いま仮想的な補助制御変数 $\hat{\mathbf{u}}(t) \in \mathbb{R}^r$ を考えて, 制御変数 $\mathbf{u}(t)$ を

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G} \mathbf{v} + \hat{\mathbf{u}}(t) \quad (2.6)$$

として得るものとする。こうして上式をもとのシステム (2.1) 式に代入すると

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{G}\mathbf{v} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{u}}(t) \quad (2.7)$$

の関係が得られる。従って, 定常状態でのシステム方程式は

$$0 = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{G}\mathbf{v} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{u}} \quad (2.8)$$

となる。ここで $\hat{\mathbf{u}}$ は $\hat{\mathbf{u}}(t)$ の定常値である。さらに

$$\mathbf{x}_e(t) \triangleq \mathbf{x}(t) - \mathbf{x} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{u}_e(t) \triangleq \hat{\mathbf{u}}(t) - \hat{\mathbf{u}} \quad (2.10)$$

とおくと (2.7), (2.8) 式より

$$\dot{\mathbf{x}}_e(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}_e(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}_e(t) \quad (2.11)$$

となる。ここで, $\mathbf{x}_e(t)$ は状態変数の定常値からの偏差を, $\mathbf{u}_e(t)$ は制御変数の定常値からの偏差を表わしている。そこで, フィードバックゲイン \mathbf{F} を求めるに当たり, 次の 2 次形式評価関数を最小にするという最適レギュレータ問題を考える。

$$J = \int_0^{\infty} \{ \mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}_e(t) + \mathbf{u}_e^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}_e(t) \} dt \quad (2.12)$$

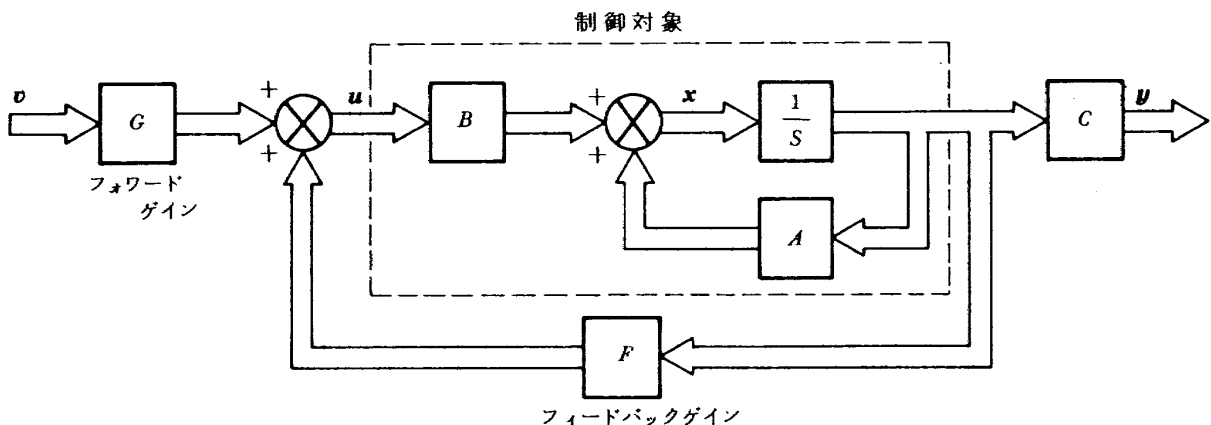


図1 状態フィードバック制御系

ここで Q は $n \times n$ の準正定対称マトリクス, R は $r \times r$ の正定対称マトリクスである。(2.11) 式で表わされる線形システムに対して (2.12) 式の評価関数を最小にする最適制御則は

$$\mathbf{u}_e(t) = -R^{-1}B^T P \mathbf{x}_e(t) \quad (2.13)$$

と与えられる。⁽⁶⁾ここで P はリカッチ型マトリクス代数方程式

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (2.14)$$

の正定対称な解である。他方, 制御則 (2.3) 式より

$$\mathbf{u}_e(t) = F \mathbf{x}_e(t) \quad (2.15)$$

の関係が得られ, (2.13), (2.15) 式の対応から

$$F = -R^{-1}B^T P \quad (2.16)$$

となる。以上により, 最適制御 $\mathbf{u}(t)$ は

$$\mathbf{u}(t) = -R^{-1}B^T P \mathbf{x}(t) + G \mathbf{v} \quad (2.17)$$

として得られることがわかる。

2.3 フォワードゲイン G

本節では定常非干渉化を得るためのフォワードゲイン G の求め方について述べる。定常非干渉制御ではシステムの定常状態において非干渉化が実現できればよいわけである。いま閉ループ制御系の状態変数の定常値を \mathbf{x} とすると, (2.4) 式より

$$\mathbf{x} = -(A + BF)^{-1}BG\mathbf{v} \quad (2.18)$$

の関係が得られる。ただし $(A + BF)$ は正則とする。上式を (2.5) 式に代入すると

$$\mathbf{y} = -C(A + BF)^{-1}BG\mathbf{v} \quad (2.19)$$

となる。ここで \mathbf{y} は出力変数の定常値である。(2.19) 式は定常状態での入出力関係を表わしており, システム入力 \mathbf{v} に対して定常出力 \mathbf{y} が得られる。定常状態で非干渉化されるための必要十分条件は (2.19) 式のマトリクス $-C(A + BF)^{-1}BG$ が対角マトリクスとなることである。本報告では一般性を失うことなく, この対角マトリクスを単位マトリクスにとることとする。従って, 定常非干渉化の条件は

$$-C(A + BF)^{-1}BG = I \quad (2.20)$$

と表わすことができる。すなわち, (2.20) 式を満たすフォワードゲイン G を見出せば, それによって定常非干渉制御を行なうことができる。

以上述べたように, 本報告では, まずレギュレータ問題の最適制御則を満たすようにフィードバックゲイン F を求め, 次に定常非干渉制御を実現するようにフォワードゲイン G を求めるという手順で制御系の設計を行なう。

システム入出力の数と制御変数の数の各組合せに対する G の求め方の詳細については次章で述べる。

§ 3. システム入出力の数と制御変数の数の各組合せに対するフォワードゲイン G の求め方

定常非干渉化の条件 (2.20) 式の解 G が見出せれば定常非干渉制御ができるのであるが, システム入出力と制御変数の数の関係から, 解が存在しない場合や, 存在しても一意でない場合があり, 必ずしも一意に G が求まるとは限らない。本章では制御変数の数がシステム入出力の数と等しい場合, システム入出力の数より多い場合, システム入出力の数より少ない場合について考察を加えフォワードゲイン G の求め方について述べる。

3.1 制御変数の数がシステム入出力の数と等しい場合

$m \times r$ マトリクス H を

$$H \triangleq -C(A + BF)^{-1}B \quad (3.1)$$

とおくと (2.20) 式は

$$HG = I \quad (3.2)$$

となる。いま $m = r$ であるのでマトリクス B , C が full rank をもつとすれば H は正則になるので逆行列が存在し, フォワードゲインは

$$G = H^{-1} \quad (3.3)$$

として唯一つ求まる。

3.2 制御変数の数がシステム入出力の数より多い場合

制御変数の数 r がシステム入出力の数 m より多い場合, H は横長のマトリクスとなり, (3.2) 式の解 G は数多く存在し一意には求まらない。そこで, 本研究では時刻 $t = 0$ における制御変数のノルムが最小になるような G を求めることにする。制御変数 $\mathbf{u}(t)$ は (2.3) 式より

$$\mathbf{u}(t) = F\mathbf{x}(t) + G\mathbf{v}$$

と与えられるから, 状態変数の初期値を 0, すなわち

$$\mathbf{x}(0) = 0$$

とすると, 時刻 $t = 0$ における制御変数は

$$\mathbf{u}(0) = G\mathbf{v} \quad (3.4)$$

となる。従って, (3.2) 式の条件を満たす G の中から $\mathbf{u}(0)$ のノルム $\|\mathbf{u}(0)\|$ を最小にするものを見出すこととなる。いま (3.4) 式を考慮して次の評価関数を考える

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \|\mathbf{u}(0)\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \text{tr}\{G^T G \mathbf{v} \mathbf{v}^T\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

こうすると問題は (3.2) の拘束条件式の下に (3.5) 式の評価関数を最小化する G を求める問題となる。

いまラグランジ関数 L を

$$L = \frac{1}{2} \text{tr} \{ G^T G v v^T \} + \text{tr} \{ (HG - I) M^T \} \quad (3.6)$$

と定義する。ここで M は $m \times m$ のラグランジ係数マトリクスである。以上のもとに解 G の必要条件は L の G と M に関する偏導関数を 0 とおいて次のように得られる。

$$\frac{\partial L}{\partial G} = G v v^T + H^T M = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial M} = HG - I = 0 \quad (3.8)$$

ここで (3.7) 式に左側から H をかけて (3.8) 式を代入するとラグランジ係数が

$$M = -(H H^T)^{-1} v v^T \quad (3.9)$$

として求まる。これを再び (3.7) 式に代入すれば

$$\{ G - H^T (H H^T)^{-1} \} v v^T = 0 \quad (3.10)$$

を得る。(3.10) 式が v に無関係に成り立つためには

$$G = H^T (H H^T)^{-1} \quad (3.11)$$

が成立しなければならない。以上によって、初期の制御変数のノルムを最小にする定常非干渉制御のためのフォワードゲインが得られた。

3.3 制御変数の数がシステム入出力の数より少ない場合

制御変数の数 r がシステム入出力の数 m より少ない場合、 H は縦長のマトリクスとなり、(3.2) 式の解 G は一般には存在せず、従って定常非干渉制御はできないことになる。ただし本報告では、入力と出力の差のノルムを最小にするフォワードゲイン G を求め、これを擬似非干渉制御と呼ぶことにする。

いま (3.1) 式を (2.19) 式に代入すると

$$\underline{y} = H G v \quad (3.12)$$

を得る。 $r < m$ であるので

$$H G = I$$

の解 G は一般には存在しない。従って $\underline{y} = v$ となるフォワードゲインが存在しないので、入力と出力の差のノルム $\|\underline{y} - v\|$ を最小にするような G を求めることを考える。すなわち次の評価関数を考える。

$$J = \frac{1}{2} \|\underline{y} - v\|^2 \quad (3.13)$$

上式に (3.12) 式を代入すると

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \|(H G - I) v\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \text{tr} \{ (H G - I)^T (H G - I) v v^T \} \end{aligned} \quad (3.14)$$

となる。この評価関数を G に関して最小にするための必

要条件は

$$\frac{\partial J}{\partial G} = (H^T H G - H^T) v v^T = 0 \quad (3.15)$$

である。(3.15) 式がシステム入力 v に無関係に成立するための必要十分条件として

$$G = (H^T H)^{-1} H^T \quad (3.16)$$

が得られる。(3.16) 式から入力と出力の差のノルムを最小とするフォワードゲインが求まる。本研究ではこのようにして得られた G を求めて行なり制御を擬似非干渉制御と呼び以下で検討することにする。

以上、制御変数の数とシステム入出力の数の各組合わせに対するフォワードゲイン G の求め方を示した。

§ 4. 出力フィードバックによる非干渉制御

前章までは全ての状態量をフィードバックできるとして制御系を構成してきたが、実際問題では必ずしも全ての状態量をフィードバックできるとは限らない。本章では状態量の一部しかフィードバックできない場合についての定常非干渉制御系についての検討を行なう。

4.1 定常非干渉制御系

次の微分方程式で記述される定係数線形システムを考える。

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = C x(t) \quad (4.2)$$

$$z(t) = D x(t) \quad (4.3)$$

ここで、 $x(t)$ は n 次元状態変数、 $u(t)$ は r 次元制御変数、 $y(t)$ は m 次元システム出力、 $z(t)$ は l 次元観測出力である。すなわち、状態 $x(t)$ そのものは観測することができず、 $z(t)$ のみがフィードバック用に観測できるものとする。また A は $n \times n$ のシステムマトリクス、 B は $n \times r$ の制御マトリクス、 C は $m \times n$ の出力マトリクス、 D は $l \times n$ の観測マトリクスであり、上記システムは完全可制御とする。

いま制御変数 $u(t)$ を次のように得るものとする。

$$u(t) = F z(t) + G v \quad (4.4)$$

ここで v は m 次元システム入力、 F は $r \times l$ のフィードバックゲイン、 G は $r \times m$ のフォワードゲインであり、 F 、 G はそれぞれ最大ランクをもっているものとする。こうすると閉ループ系

$$\dot{x}(t) = (A + B F D) x(t) + B G v \quad (4.5)$$

$$y(t) = C x(t) \quad (4.6)$$

が得られる。上記閉ループ系のブロック図を図 2 に示す。ここで設計パラメータは F と G であるが、本章でも 2 章と同様に、 F は系の過渡特性改善のために用い、 G を定常非干渉制御のために用いることにする。ただ 2 章と異

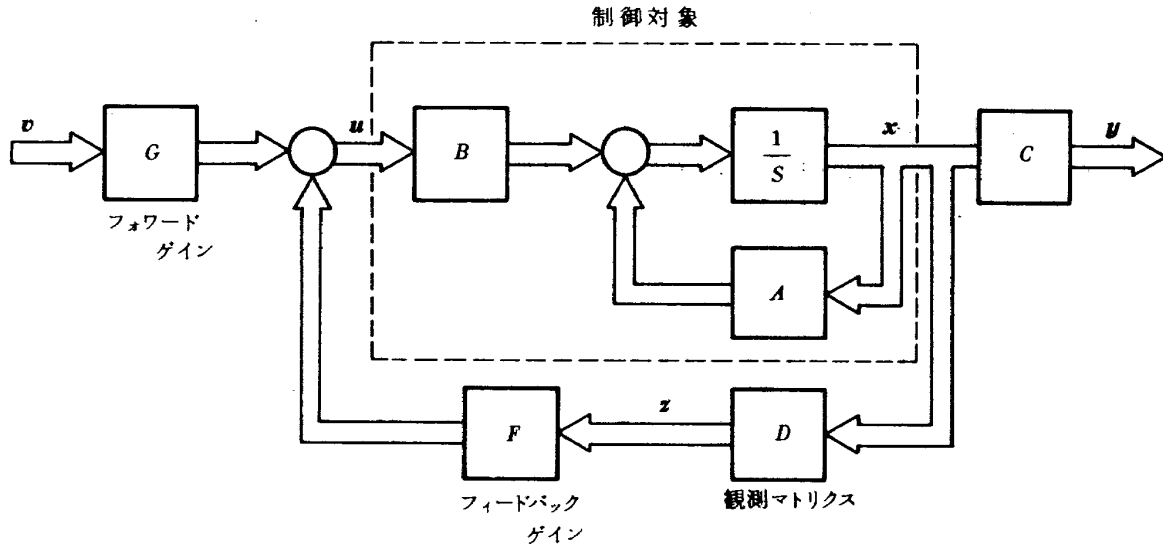


図2 出力フィードバック制御系

なる点は、全ての状態量がフィードバックできないので、通常の状態フィードバックによる最適レギュレータ問題として定式化できないことである。従って、本研究では出力フィードバックによる準最適レギュレータ問題として定式化して F を求め、その後3章と同様の手法で G を求めることにする。

4.2 フィードバックゲイン F

2.2 節と同様の手続きによって、(2.11)式に対応する偏差の方程式

$$\dot{\mathbf{x}}_e(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_e(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_e(t) \quad (4.7)$$

を得る。ここで $\mathbf{x}_e(t)$ は状態変数の定常値からの偏差を、 $\mathbf{u}_e(t)$ は制御変数の定常値からの偏差を表わしている。そして、次の2次形式評価関数

$$J = \int_0^{\infty} \{ \mathbf{x}_e^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}_e(t) + \mathbf{u}_e^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}_e(t) \} dt \quad (4.8)$$

を最小にするフィードバックゲイン F を求めることを考える。(4.4)式の制御則から

$$\mathbf{u}_e(t) = \mathbf{F} \mathbf{D} \mathbf{x}_e(t) \quad (4.9)$$

の関係が得られ、これを(4.7)、(4.8)式に代入すると

$$\dot{\mathbf{x}}_e(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D}) \mathbf{x}_e(t) \quad (4.10)$$

$$J = \int_0^{\infty} \{ \mathbf{x}_e^T(t) (\mathbf{Q} + \mathbf{D}^T \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F} \mathbf{D}) \mathbf{x}_e(t) \} dt \quad (4.11)$$

となる。(4.10)式から

$$\mathbf{x}_e(t) = e^{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D})t} \mathbf{x}_e(0) \quad (4.12)$$

が得られるので、これを(4.11)式に代入すると

$$J = \mathbf{x}_e^T(0) \left\{ \int_0^{\infty} e^{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D})^T t} \times (\mathbf{Q} + \mathbf{D}^T \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F} \mathbf{D}) e^{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D})t} dt \right\} \mathbf{x}_e(0) \quad (4.13)$$

となる。いま

$$P \triangleq \int_0^{\infty} e^{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D})^T t} (\mathbf{Q} + \mathbf{D}^T \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F} \mathbf{D}) e^{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D})t} dt \quad (4.14)$$

とおくと、 $(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D})$ が漸近安定であるならば、 P はマトリクス代数方程式

$$P(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D}) + (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{D})^T P + \mathbf{Q} + \mathbf{D}^T \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F} \mathbf{D} = 0 \quad (4.15)$$

の準正定は一意解として得られることが知られている。こうすると評価関数は改めて

$$J = \mathbf{x}_e^T(0) P \mathbf{x}_e(0) \quad (4.16)$$

と表わすことができる。上式から、評価関数が初期値に依存しており、従って、このままでは求める F も初期値に依存することになる。そこで、初期値を確率変数とみなして、評価関数 J の初期値に関する期待値をとり、評価関数の期待値を最小にする F を求めることにする。まず $\mathbf{x}_e(0)$ を単位マトリクスを共分散とする平均値0の確率変数とする。すなわち

$$E \{ \mathbf{x}_e(0) \} = 0$$

$$E \{ \mathbf{x}_e(0) \mathbf{x}_e^T(0) \} = \mathbf{I}$$

とする。ここで $E \{ \cdot \}$ は期待値を表わす。こうして新たに評価関数 J_0 を

$$J_0 \triangleq E \{ \mathbf{x}_e^T(0) P \mathbf{x}_e(0) \} = \text{tr } P \quad (4.17)$$

とおく。ただし $\text{tr} \cdot$ はマトリクスのトレースを表す。こ

うすると、(4.17)の評価関数を最小にする F が求まれば、それは初期値に関して確率的な意味で最適なフィードバックゲインを与えるものである。

以上により、問題は(4.15)式の拘束条件の下に(4.17)式の評価関数を最小にする F を見出すという拘束条件付きの最小化問題になる。そこで $n \times n$ の対称なラグランジ係数マトリクス M を導入し、次のラグランジ関数 L を定義する。

$$L = \text{tr} P + \text{tr} \{ P(A+BFD) + (A+BFD)^T P + Q + D^T F^T R F D \} M \quad (4.18)$$

こうすると前記拘束条件付き最小化問題の解 F の必要条件は L を F, M, P に関して偏微分して 0 とおくことによって次のように得られる。

$$\frac{\partial L}{\partial F} = 2(B^T P M D^T + R F D M D^T) = 0 \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial M} &= P(A+BFD) + (A+BFD)^T P + Q + D^T F^T R F D \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P} = (A+BFD)M + M(A+BFD)^T + I = 0 \quad (4.21)$$

(4.19)～(4.21)式は F, M, P に関する 2 次のマトリクス代数方程式であり、解析的に解を求めることは出来ない。これに対する数値解法は種々提案されているが、 F が与えられれば(4.20)(4.21)式から P, M が求まるので、今回は、 F を独立変数とみなして $\left\| \frac{\partial L}{\partial F} \right\|$ を最小にする F を Powell 法⁽⁶⁾によって求めた。

以上で出力フィードバックによる定常非干渉制御のフィードバックゲイン F の求め方について述べた。フォワードゲイン G については第 3 章と同じであるのでここでは省略する。

§ 5. 状態フィードバックによる STOL 機の縦の定常非干渉制御

本章では、USB 方式パワリフト STOL 機を対象とし、状態フィードバックによる縦の定常非干渉制御について検討する。システム出力としては速度 u 、経路角 γ 、姿勢角 θ を考え、制御変数としてはエレベータ舵角 δ_e 、スラスト変化 δ_s 、USB フラップ舵角 δ_f が使えるものとする。以上の変数について表 1 に示す 4 つの組合せについて検討する。

5.1 USB 方式パワリスト STOL 機の応答特性

本報告書で数値計算の対象とした STOL 機は 4 基のターボファンエンジンを備え、高揚力システムとして Upper Surface Blowing (USB) 方式を採用した中型

表 1 制御変数とシステム出力の組合せ

	制 御 変 数	シ ス テ ム 出 力
CASE 1	$\delta_e \quad \delta_s \quad \delta_f$	$u \quad \gamma$
CASE 2	$\delta_e \quad \delta_s \quad \delta_f$	$u \quad \gamma \quad \theta$
CASE 3	$\delta_e \quad \delta_s$	$u \quad \gamma$
CASE 4	$\delta_e \quad \delta_s$	$u \quad \gamma \quad \theta$

表 2 ファンジェット STOL 機の機体諸元

項 目	記 号	数 値
主 翼 面 積	S	120.5 m ²
機 体 重 量	W	36,860 kg
平均空力翼弦長	\bar{c}	4.434 m
機体慣性モーメント	I_r	133,000 kg·m·sec ²
全 幅	b	30.6 m
全 長	l	30.0 m
全 高	h	10.0 m

表 3 釣合飛行条件

項 目	記 号	数 値
飛 行 高 度	H	Sea Level
飛 行 速 度	U_0	72 kt (37.04 m/s)
飛 行 重 量	W	36,860 kg
USB フラップ角	δ_f	60 deg
経 路 角	γ_0	0 deg
迎 え 角	α_0	6.5 deg
バックサイド・パラメータ	$\partial \gamma / \partial u$	0.0143 sec/m

輸送機である。その機体諸元を表 2 に、また数値例として採用した飛行条件を表 3 に示す。 $\frac{\partial \gamma}{\partial u} = 0.0143$ (rad·sec/m) であり、バックサイド領域での飛行条件となっている。

STOL 機の縦の運動方程式は安定軸まわりの微小擾乱を仮定して次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= X_u u(t) + X_\alpha \alpha(t) - g \cos \theta_0 \theta(t) \\ &\quad + X_{\delta_e} \delta_e(t) + X_{\delta_s} \delta_s(t) + X_{\delta_f} \delta_f(t) \\ \dot{\alpha}(t) &= Z_u u(t) + Z_\alpha \alpha(t) + Z_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}(t) + (1 + Z_q) q(t) \\ &\quad - \frac{g}{U_0} \sin \theta_0 \theta(t) + Z_{\delta_e} \delta_e(t) + Z_{\delta_s} \delta_s(t) \\ &\quad + Z_{\delta_f} \delta_f(t) \\ \dot{q}(t) &= M_u u(t) + M_\alpha \alpha(t) + M_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}(t) + M_q q(t) \\ &\quad + M_{\delta_e} \delta_e(t) + M_{\delta_s} \delta_s(t) + M_{\delta_f} \delta_f(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

表 4 空 力 微 係 数

有次元 係 数	定 義	単 位	無次元係数との関係	数 値
X_u	$\frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial u}$	$\frac{1}{\text{sec}}$	$q^* S C_{X_u} \frac{1}{m U_o}$	-0.0880
Z_u	$\frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial u} \frac{1}{U_o}$	$\frac{1}{m}$	$q^* S C_{Z_u} \frac{1}{m U_o} \frac{1}{U_o}$	-0.0194
M_u	$\frac{1}{I_r} \frac{\partial M}{\partial u}$	$\frac{1}{m \cdot \text{sec}}$	$q^* S \bar{c} C_{m_u} \frac{1}{I_r} \frac{1}{U_o}$	0.0154
X_α	$\frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial \alpha}$	$\frac{m}{\text{sec}^2}$	$q^* S C_{X_\alpha} \frac{1}{m}$	2.72
Z_α	$\frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial \alpha} \frac{1}{U_o}$	$\frac{1}{\text{sec}}$	$q^* S C_{Z_\alpha} \frac{1}{m U_o}$	-0.603
M_α	$\frac{1}{I_r} \frac{\partial M}{\partial \alpha}$	$\frac{1}{\text{sec}^2}$	$q^* S \bar{c} C_{m_\alpha} \frac{1}{I_r}$	-0.395
$Z_{\dot{\alpha}}$	$\frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial \dot{\alpha}} \frac{1}{U_o}$	1	$q^* S (-C_{L\dot{\alpha}}) \frac{1}{m U_o} \frac{\bar{c}}{2 U_o}$	-0.00870
$M_{\dot{\alpha}}$	$\frac{1}{I_r} \frac{\partial M}{\partial \dot{\alpha}}$	$\frac{1}{\text{sec}}$	$q^* S \bar{c} C_{m\dot{\alpha}} \frac{1}{I_r} \frac{\bar{c}}{2 U_o}$	-0.355
Z_q	$\frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial q} \frac{1}{U_o}$	1	$q^* S (-C_{Lq}) \frac{1}{m U_o} \frac{\bar{c}}{2 U_o}$	-0.0605
M_q	$\frac{1}{I_r} \frac{\partial M}{\partial q}$	$\frac{1}{\text{sec}}$	$q^* S \bar{c} C_{mq} \frac{1}{I_r} \frac{\bar{c}}{2 U_o}$	-0.667
X_{δ_e}	$\frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial \delta_e}$	$\frac{m}{\text{sec}^2}$	$q^* S (-C_{D\delta_e}) \frac{1}{m}$	0.
Z_{δ_e}	$\frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \frac{1}{U_o}$	$\frac{1}{\text{sec}}$	$q^* S (-C_{L\delta_e}) \frac{1}{m U_o}$	-0.0523
M_{δ_e}	$\frac{1}{I_r} \frac{\partial M}{\partial \delta_e}$	$\frac{1}{\text{sec}^2}$	$q^* S \bar{c} C_{m\delta_e} \frac{1}{I_r}$	-0.858
X_{δ_η}	$\frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial \delta_\eta}$	$\frac{m}{\text{sec}^2}$	$q^* S C_{X\delta_\eta} \frac{1}{m}$	2.13
Z_{δ_η}	$\frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial \delta_\eta} \frac{1}{U_o}$	$\frac{1}{\text{sec}}$	$q^* S C_{Z\delta_\eta} \frac{1}{m U_o}$	-0.123
M_{δ_η}	$\frac{1}{I_r} \frac{\partial Z}{\partial \delta_\eta}$	$\frac{1}{\text{sec}^2}$	$q^* S \bar{c} C_{m\delta_\eta} \frac{1}{I_r}$	-0.372
X_{δ_f}	$\frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial \delta_f}$	$\frac{m}{\text{sec}^2}$	$q^* S (-C_{D\delta_f}) \frac{1}{m}$	-2.05
Z_{δ_f}	$\frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial \delta_f} \frac{1}{U_o}$	$\frac{1}{\text{sec}}$	$q^* S (-C_{L\delta_f}) \frac{1}{m U_o}$	-0.0680
M_{δ_f}	$\frac{1}{I_r} \frac{\partial X}{\partial \delta_f}$	$\frac{1}{\text{sec}^2}$	$q^* S \bar{c} C_{m\delta_f} \frac{1}{I_r}$	-0.0197

 q^* : 動圧

(5.1) 式を整理すると次の状態方程式に書き表わすことができる。

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (5.2)$$

ここで

$$x(t) = [u(t), \alpha(t), q(t), \theta(t)]^T$$

$$u(t) = [\delta_e(t), \delta_q(t), \delta_f(t)]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha \\ \frac{Z_u}{1-Z_\alpha} & \frac{Z_\alpha}{1-Z_\alpha} \\ M_u + \frac{M_\alpha}{1-Z_\alpha} Z_u & M_\alpha + \frac{M_\alpha Z_\alpha}{1-Z_\alpha} \\ 0 & 0 \\ 0 & -g \cos \theta_0 \\ \frac{1+Z_q}{1-Z_\alpha} & -\frac{g \sin \theta_0}{U_0 (1-Z_\alpha)} \\ M_q + \frac{M_\alpha (1+Z_q)}{1-Z_\alpha} & -\frac{g M_\alpha \sin \theta_0}{U_0 (1-Z_\alpha)} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_q} \\ \frac{Z_{\delta_e}}{1-Z_\alpha} & \frac{Z_{\delta_q}}{1-Z_\alpha} \\ M_{\delta_e} + \frac{M_\alpha Z_{\delta_e}}{1-Z_\alpha} & M_{\delta_q} + \frac{M_\alpha Z_{\delta_q}}{1-Z_\alpha} \\ 0 & 0 \\ X_{\delta_f} & \\ \frac{Z_{\delta_f}}{1-Z_\alpha} & \\ M_{\delta_f} + \frac{M_\alpha Z_{\delta_f}}{1-Z_\alpha} & \\ 0 & \end{bmatrix}$$

である。表 3 の飛行形態での空力微係数の値を表 4 に示す。

さて、出力方程式を

$$y(t) = C x(t) \quad (5.3)$$

とすると、入出力関係はラプラス演算子 s を用いて

$$y(s) = C (SI - A)^{-1} B u(s) \\ = \frac{C \operatorname{adj}(SI - A) B}{\det(SI - A)} u(s) \quad (5.4)$$

と表わすことができる。ここで \det は行列式を、 adj は余因子行列を表わしている。すなわち、機体の入出力伝

達関数の極はマトリクス A の固有値で与えられ、零点は $C \operatorname{adj}(SI - A) B$ から求まる。本研究で用いた STOL 機の数値例で

$$y(t) = [u(t), r(t), \theta(t)]^T$$

としたときの短周期、長周期の各パラメータを表 5 に示す。長周期の実部は正であり、縦運動は不安定であることを示している。また表 6 には各入出力に対応する零点の値を示す。一般に右半平面に零点があると、逆応答や正負反転現象など好ましくない応答特性が生じることが知られている。

表 5 STOL 機縦運動モード特性

項 目	記 号	数 値
短周期		
固有振動数	ω_{sp}	1.04 rad/sec
減 衰 率	ζ_{sp}	0.276
周 期	T_{sp}	6.04 sec
長周期		
固有振動数	ω_{ph}	0.435 rad/sec
周 期	T_{ph}	14.0 sec

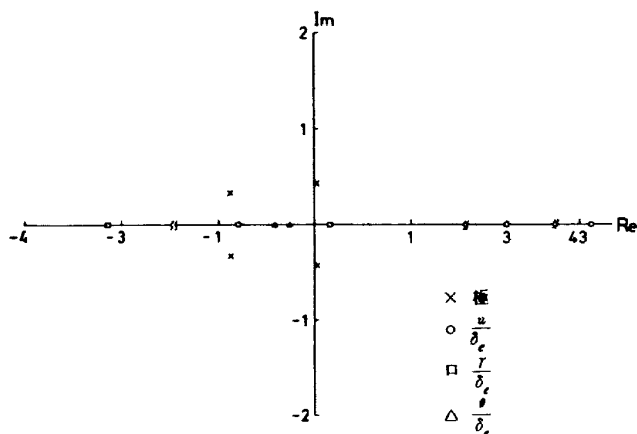
表 6 零 点

入出力関係	零 点		
$N \delta_e''(s)$	-0.795	43.1	
$N \delta_e'(s)$	0.160	3.02	-3.15
$N \delta_e(s)$	-0.416	-0.258	
$N \delta_q''(s)$	-0.658	-0.392 - 1.03j	-0.392 + 1.03j
$N \delta_q'(s)$	-1.94	0.349 - 0.485j	0.349 + 0.485j
$N \delta_q(s)$	-0.446	-0.0282	
$N \delta_f''(s)$	-0.0633	-0.812 - 0.284j	-0.812 + 0.284j
$N \delta_f'(s)$	0.712	-0.606 - 0.314j	-0.606 + 0.314j
$N \delta_f(s)$	-7.30	-1.22	

(1) エレベータ・ステップ応答

エレベータ舵角入力 δ_e に対する極零点の配置を図 3 に、また $\delta_e = -10^\circ$ のエレベータ・ステップ入力に対する機体応答を図 6-a に示す。 u/δ_e の正の零点⁽⁷⁾ は初期の増速を表わすが、右半面遠方にあるためにその影響はほとんど現われていない。 r/δ_e の大きな正の零点は初期の尾翼の Down Lift の効果を表わしているがこの零点も大きな値をもつため初期の沈下はほとんど現れない。原点近傍の零点はバックサイドの特性を表わすものであり、近似的に

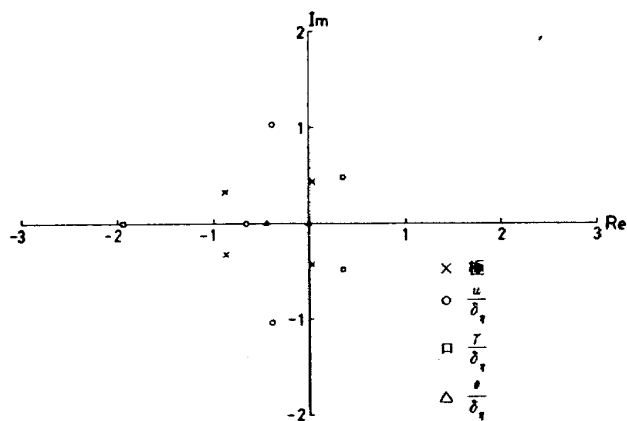
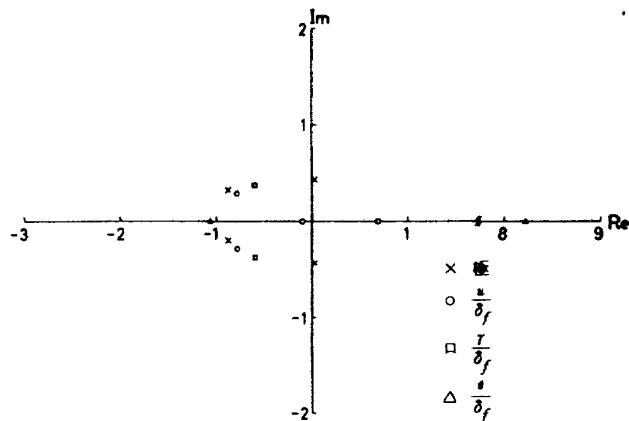
$$S = X_u + (g - X_\alpha) \frac{Z_u}{Z_\alpha} \quad (5.5)$$

図3 δ_e 入力極と零点

と表わすことができ、フロントサイドでは左半平面に、バックサイドでは右半平面に現れる。この零点が右半平面にあることは、 r の定常値が、初期の立上りの方向と逆になることを意味している。本数値例では系が不安定なので r の応答は振動的に発散しているが、操縦桿引きに対して経路角 r が減少している傾向を見ることができる。

(2) スラスト・ステップ応答

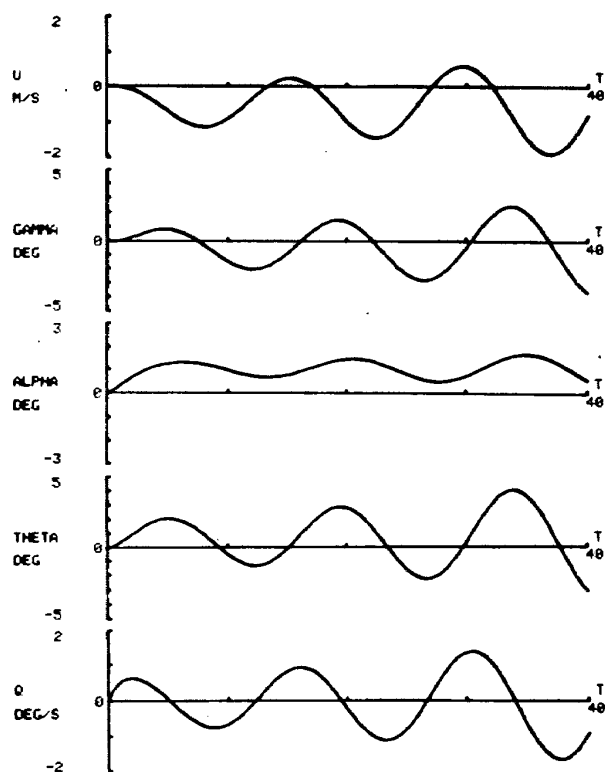
スラスト変化入力 δ_r に対する極零点の配置を図4に、また $\delta_r = 10\%$ のスラスト・ステップ入力に対する機体の応答を図6-bに示す。 r 応答は初め Direct Lift 効果で上昇するが、機首下げに伴う揚力の減少で r 応答が途中で反転し、増速による動圧の上昇によってさらに正の側へ反転して定常上昇に移る。右半平面の2つの共役複素零点がこれらの反転現象を表わしている。初期におけるこの反転現象によって δ_r に対する r 応答に約5秒の実効遅れを与えている。

図4 δ_r 入力極と零点図5 δ_f 入力極と零点

(3) フラップ・ステップ応答

フラップ舵角入力 δ_f に対する極零点の配置を図5に、また $\delta_f = 10^\circ$ のフラップ・ステップ入力に対する機体応答を図6-cに示す。 r/δ_f の伝達関数は右半平面に1つの零点を有している。これはフラップ下げに対して、初期に経路角は増加するが、迎角の減少により時間とともに反転して定常的には負の値になることがわかる。

以上のように、本研究で扱っている STOL 機は応答特性がバックサイドのものであって、反転現象が現れるとともに応答速度も遅く、通常のものに比べて操縦が難

a) ステップ入力 $\delta_e = -1^\circ$ に対する機体の応答

しくなっている。

5.2 $\delta_e, \delta_v, \delta_f$ を用いた場合の定常非干渉制御

制御変数としてエレベータ舵角 δ_e 、フラスト変化 δ_v 、フラップ舵角 δ_f の3つを用いた場合の定常非干渉制御について検討する。

5.2.1 フィードバックゲイン F

フィードバックゲイン F は、2章で示したように、2次形式評価関数にもとづく最適レギュレータ問題として定式化すれば、(2.14)式で表わされるリカッチ方程式を解くことによって(2.16)式で与えられる。ただし、最適レギュレータ問題として定式化するためには評価関数に含まれている重みマトリクス Q と R を与える必要がある。本報告では、状態変数と制御変数の許容変動量を定め、それから Q 、 R の値を設定した。

まず速度 u 、経路角 γ 、姿勢角 θ の定常状態からの許容変動量をそれぞれ u_* 、 γ_* 、 θ_* とする。またエレベータ舵角 δ_e 、スラスト変化 δ_v 、フラップ舵角 δ_f の許容変動量をそれぞれ δ_{e*} 、 δ_{v*} 、 δ_{f*} とする。以上のもとに2次形式評価関数を次式で与える。

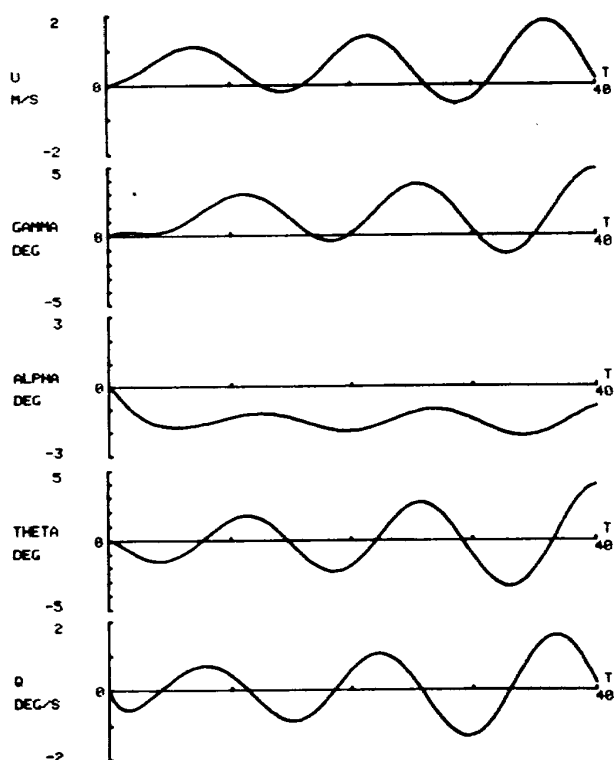
$$J = \int_0^{\infty} \left\{ \rho \left(\frac{u_e^2}{u_*^2} + \frac{\gamma_e^2}{\gamma_*^2} + \frac{\theta_e^2}{\theta_*^2} \right) + \left(\frac{\delta_{ee}^2}{\delta_{e*}^2} + \frac{\delta_{ve}^2}{\delta_{v*}^2} + \frac{\delta_{fe}^2}{\delta_{f*}^2} \right) \right\} dt \quad (5.6)$$

ここで $u_e, \gamma_e, \theta_e, \delta_{ee}, \delta_{ve}, \delta_{fe}$ はそれぞれ $u, \gamma, \theta, \delta_e, \delta_v, \delta_f$ の定常値からの偏差を表わしている。(5.6)式は(2.12)式に対応するものであり、このとき Q 、 R はそれぞれ次のようになる。

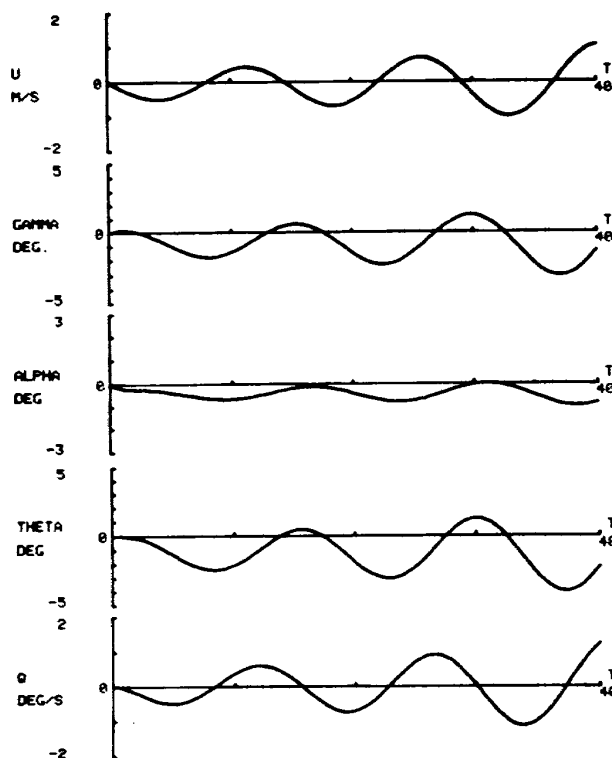
$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{u_*^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma_*^2} & 0 & -\frac{1}{r_*^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\delta_{e*}^2} & 0 & \frac{1}{r_*^2} + \frac{1}{\theta_*^2} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{e*}^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\delta_{v*}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\delta_{f*}^2} \end{bmatrix}$$

本報告書で採用した許容変動量の値を表7に示しておく。ただし(5.6)式の中の ρ は状態変数のコストと制御変数



b) ステップ入力 $\delta_v = 5\%$ に対する機体応答



c) ステップ入力 $\delta_f = 5^\circ$ に対する機体の応答

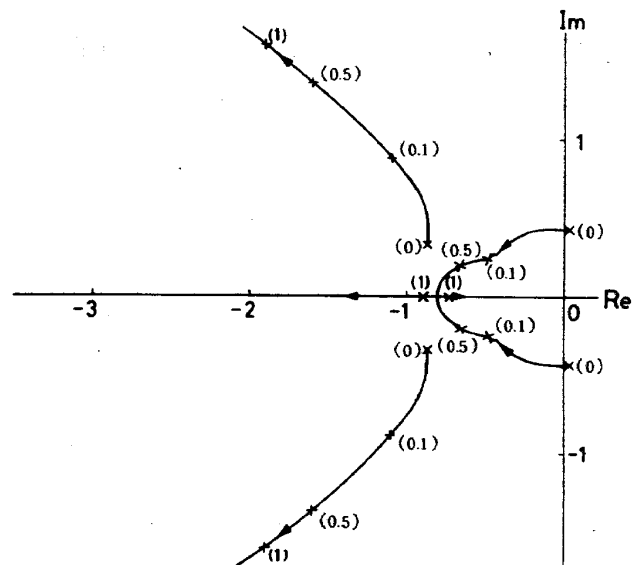
図6 フェンジェット STOL 機のステップ応答

表 7 状態と制御の許容範囲

項 目		数 値
状態変数	x 軸方向の速度 u	$\pm 4 \text{ m/sec}$
	経路角 γ	$\pm 1 \text{ deg}$
	姿勢角 θ	$\pm 1 \text{ deg}$
制御変数	スラストコントロール δ_s	$\pm 20 \%$
	エレベータ舵角 δ_e	$\pm 5 \text{ deg}$
	USBフラップ舵角 δ_f	$\pm 10 \text{ deg}$

のコストの比を与えるスカラー量である。 Q, R, ρ を与えるとフィードバックゲイン F が求まるから Q, R を固定し ρ を変えて閉ループ系の根軌跡を描くことができる。制御変数として $\delta_e, \delta_s, \delta_f$ を用いた場合の ρ をパラメータとした根軌跡を図 7 に示す。この根軌跡より、短周期と長周期とも減衰係数が 0.7 以上という条件のもとに $\rho = 0.1$ を規準値として選ぶ。 $\rho = 0.1, 1$ の場合のフィードバックゲインの値を表 8 に示す。

$\rho = 0.1, 1$ の場合の速度変更と経路変更の応答結果を図 8 a, b に示す。経路制御による速度へのカップリングはあまり現れず良好な制御成績が得られているが、

図 7 制御変数 $\delta_e, \delta_s, \delta_f$ のときの閉ループ系根軌跡

$\rho = 0.1$ の場合速度を変えようとするとき経路角 γ へのカップリングが大きく現れている。 $\rho = 1$ の場合には γ へのカップリングが小さくなっているため、評価関数の γ に対する重みを増加することによって改善されるものと思われる。

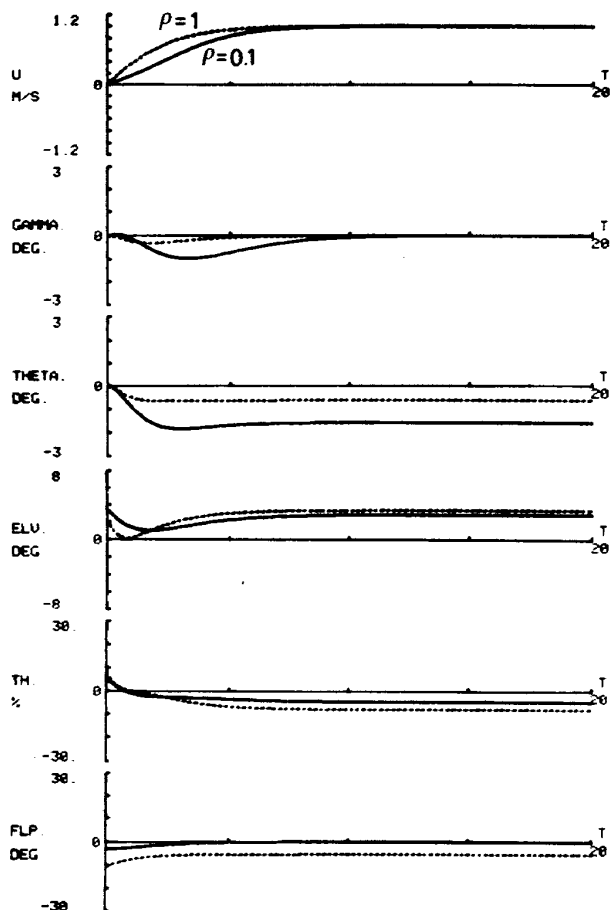


図 8 a 3 制御変数による非干渉制御 (速度制御)

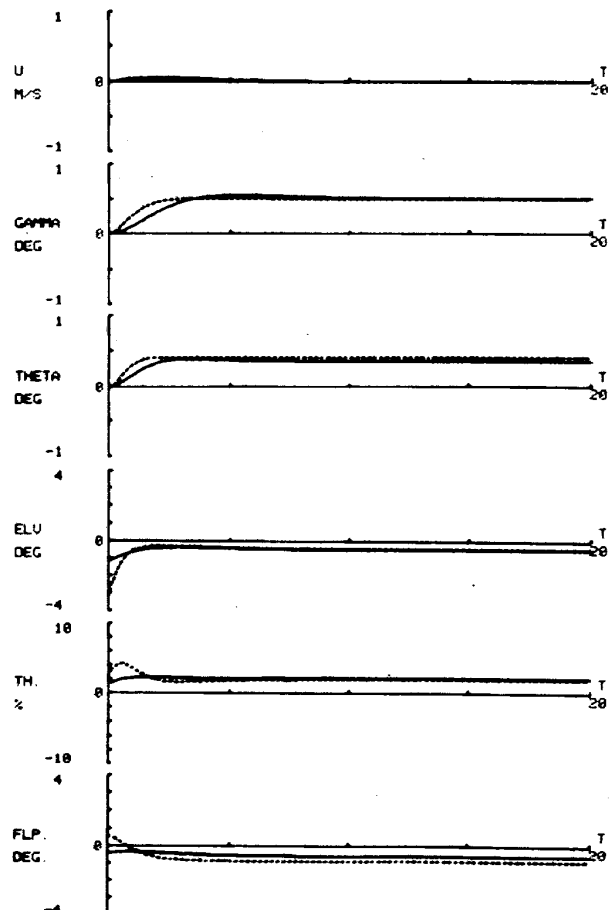


図 8 b (経路角制御)

表 8 3 制御変数の場合のフィードバックゲイン F

$\rho = 0.1$	-0.028	0.437	-0.961	-1.85
	0.041	-0.518	-1.23	-1.633
	-0.049	-0.236	-0.103	0.412
$\rho = 1$	-0.071	1.810	-2.342	-6.52
	0.101	-5.096	-2.175	-0.506
	-0.073	-2.267	0.074	3.151

速度と経路角だけでなく姿勢角 θ も含めた 3 変数を非干渉化した場合との比較を $\rho = 0.1$ の場合について図 9 a, b に示す。 θ も含めて非干渉化しようとする、特に速度制御の場合に、フラップ δ_f と推力 δ_τ の変化が非常に大きくなる。これは姿勢角 θ を維持しようとするために、機首を下げて抵抗を減少させるという方法がとれず、フラップのみで抵抗減少をはからねばならないことによるものである。

5.3 δ_e, δ_τ を用いた場合の定常非干渉制御

前節では $\delta_e, \delta_\tau, \delta_f$ の 3 つの制御変数を用いて制御を行なったが、本節では δ_e と δ_τ のみを用いて定常非干

渉制御を行う場合について検討する。

5.3.1 フィードバックゲイン F

5.2 節と同様の手順で F を求める。ただし、制御変数が δ_e と δ_τ の 2 つだけであるので R だけが異なり、

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_e^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\delta_\tau^2} \end{bmatrix}$$

である。前節と同様に ρ をパラメータとした根軌跡を図 10 に示す。制御変数 δ_f を除いても、根軌跡そのものはほとんど変わっていない。この場合も減衰係数が 0.7 以上という条件のもとに $\rho = 0.1$ を規準値として選ぶ。また、 $\rho = 0.1, 1$ の場合のフィードバックゲイン F の値を表 9 に示す。

表 9 2 制御変数の場合のフィードバックゲイン F

$\rho = 0.1$	-0.026	0.456	-0.978	-1.905
	0.052	-0.433	-1.287	-1.860
$\rho = 1$	-0.066	1.963	-2.39	-6.79
	0.106	-4.96	-2.22	-0.753

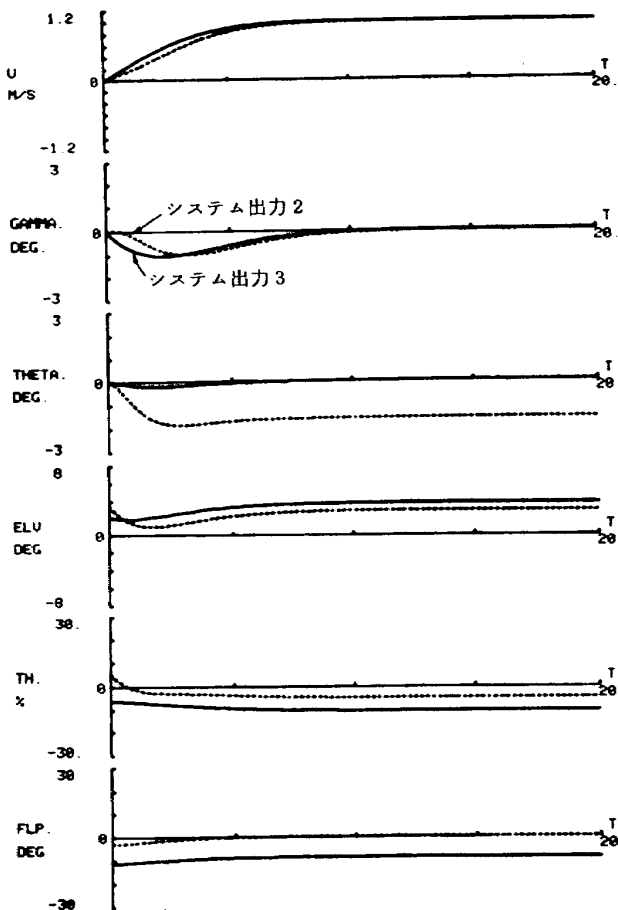


図 9 a 姿勢保持をした場合との比較 (速度制御)

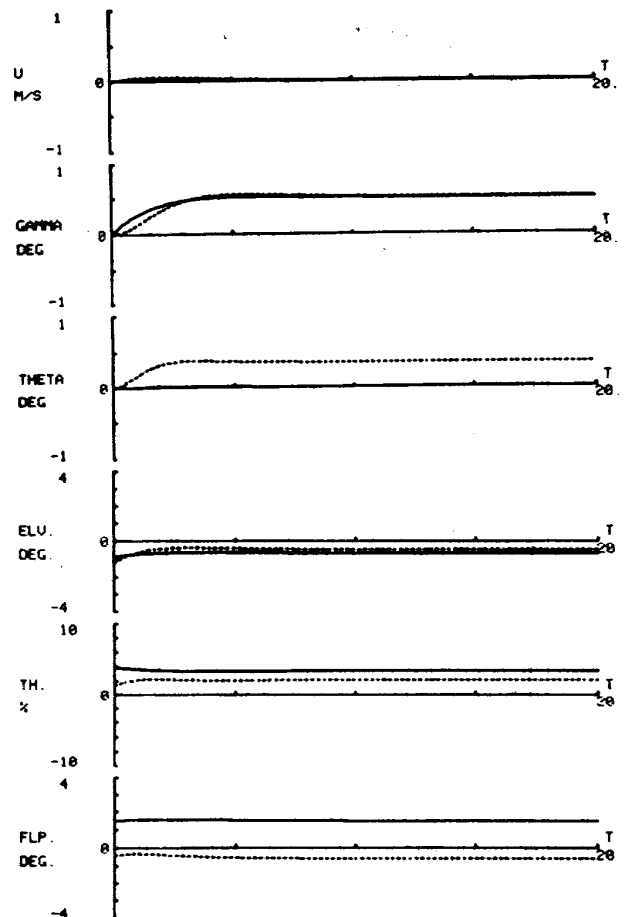


図 9 b (経路角制御)

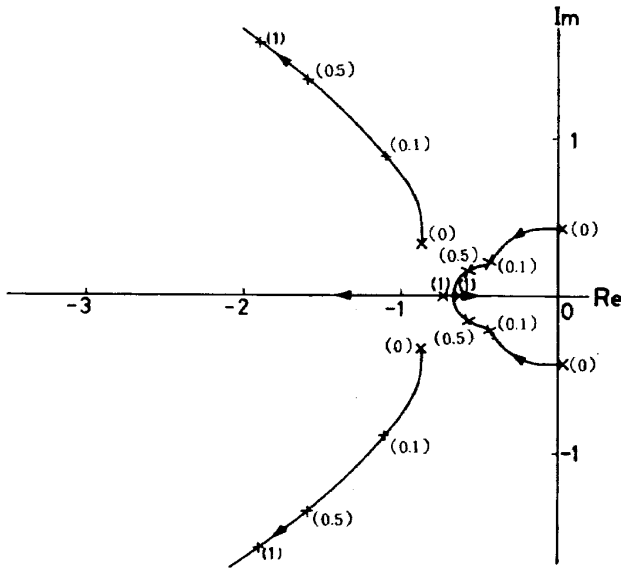


図 10 制御変数 δ_e, δ_f のときの閉ループ系根軌跡

$\rho = 0.1$ の場合について制御変数が 3 つある場合との比較を図 11a, b に示すが、速度制に対して経路角の反転現象が少し大きくなっている他はほとんど同じ制御成績が得られている。以上から姿勢角 θ を積極的に非干渉化しないならば必ずしもフラップを追加する必要はない

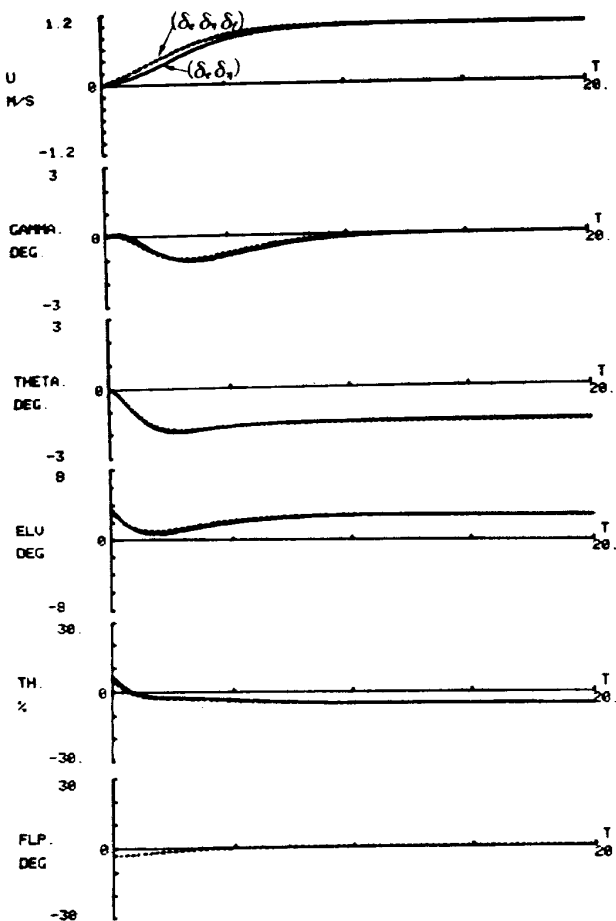


図 11a 制御変数 2 と 3 の場合の比較 (速度制御)

ように思われる。従って、着陸進入時の姿勢角を積極的に制御する必要があるか、制御しないとすればカップルの程度は許容し得るものかどうかといった検討が必要であろう。

δ_e, δ_f の 2 制御変数で、速度、経路角、姿勢角の 3 変数非干渉化をしようとした擬似非干渉制御系の応答結果を図 12 a, b に示す。応答図から分るように 2 つの制御変数で 3 つのシステム入出力を非干渉化することは近似的にもできていない。この点についての幾何学的解釈と説明を付録に示しておく。

§ 6. 出力フィードバックによる STOL 機の縦の定常非干渉制御

前章では、USB 方式パワリフト STOL 機を対象として、速度 u 、迎え角 α 、姿勢角 θ 、姿勢角速度 q の全ての状態変数がフィードバックできるとして、縦の定常非干渉制御系の検討を行なった。本章では、状態変数のうち迎え角 α および速度 u がフィードバックに使えない場合について定常非干渉制御系を構成しシミュレーション検討を行なう。制御変数としてはエレベータ舵角 δ_e 、スラスト変化 δ_s 、フラップ舵角 δ_f が使えるものとする。

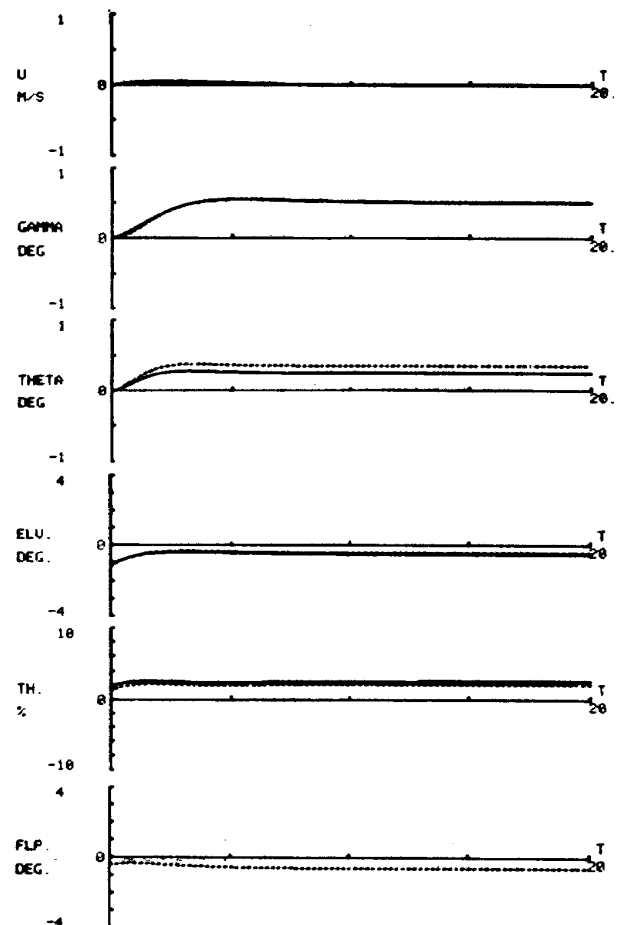


図 11b (経路角制御)

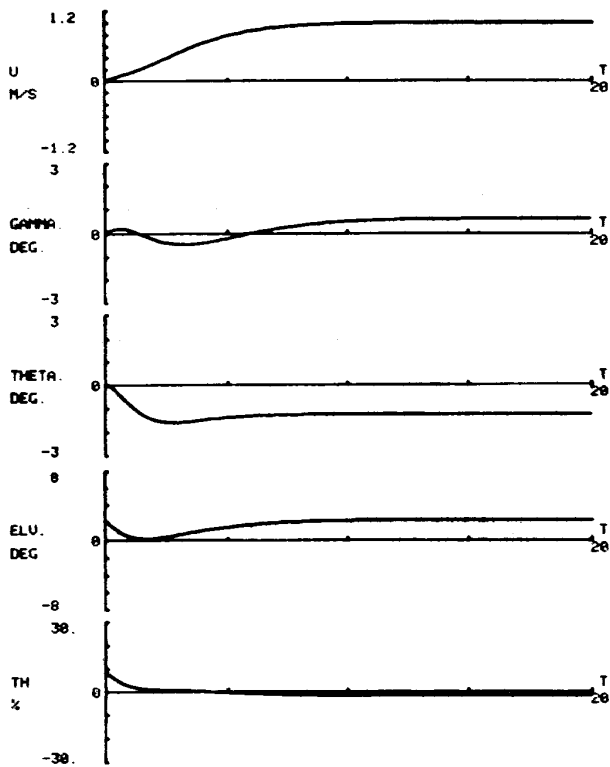


図 12a 擬似非干渉制御（速度応答）

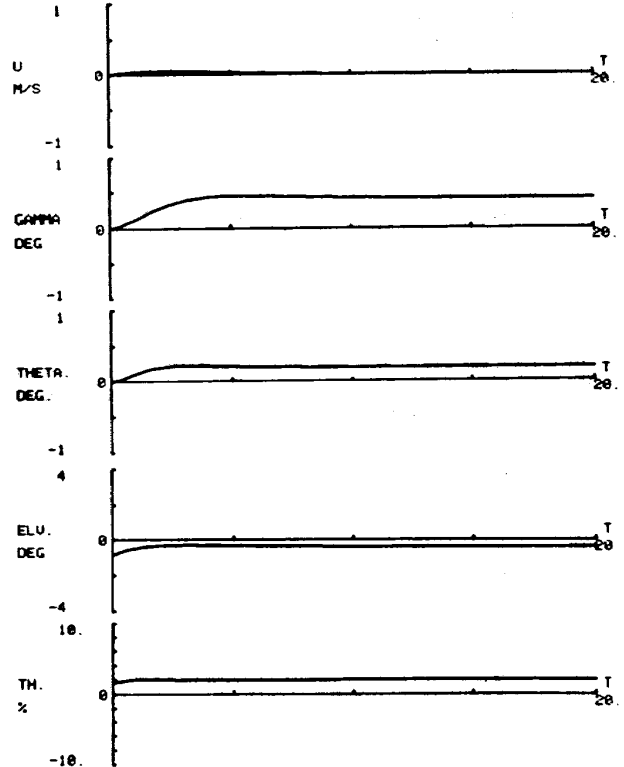


図 12b （経路角制御）

フィードバックゲイン F は 4 章で述べた出力フィードバックのアルゴリズムで求める。(4.19)～(4.21)式で与えられる必要条件の数値解を得るために Powell 法を用いた。5 章と同じ評価関数にもとづいて ρ を変えたときに得られる閉ループ系の根軌跡を図 13 に示す。この根軌跡より、短周期と長周期の減衰係数が 0.7 付近という条件のもとに $\rho = 0.02$ として状態フィードバック制御の場合との比較を図 14 a, b に示す。図 14 は速度と経路角の 2 変数非干渉制御の応答結果であり、状態フィードバック, (u, q, θ) フィードバック, (q, θ) フィー

ドバックの 3 つの場合の比較である。速度制御の場合に、フィードバック変数が減少するに従って経路角へのカップリングが増していくのが特徴的である。たゞこれは評価関数の重み係数とも関連していると思われるのでさらに検討が必要であろう。経路角制御については出力フィードバックでもほとんど状態フィードバックと同等の制御成績が得られている。図 15 は速度、経路角、姿勢角の 3 変数非干渉化の場合で、前図と同様のことが云える。

以上、出力フィードバックでも状態フィードバックとほぼ同等の非干渉制御成績が得られることがわかったが、パラメータ変化による影響に違いが現れると思われるので今後さらに検討する必要がある。

§ 7. ま と め

定常非干渉制御を STOL 機の縦の制御に適用する場合の問題点について以下の検討を行なった。

① バックサイド領域で飛行している STOL 機の右半面の零点の影響をシミュレーションによって検討し、経路角応答の遅れや反転現象が現れる事がわかった。

② そして状態フィードバックと出力フィードバックによる定常非干渉制御系の設計法について検討した。まず状態フィードバックの場合について、非干渉化すべきシステム入出が速度と経路角の 2 つの場合と、縦揺れ角も含めた 3 つの場合をとりあげた。また、操作量として、

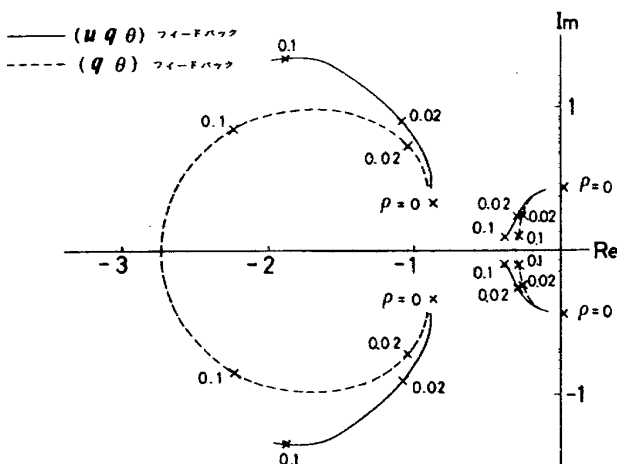


図 13 出力フィードバック系の根軌跡

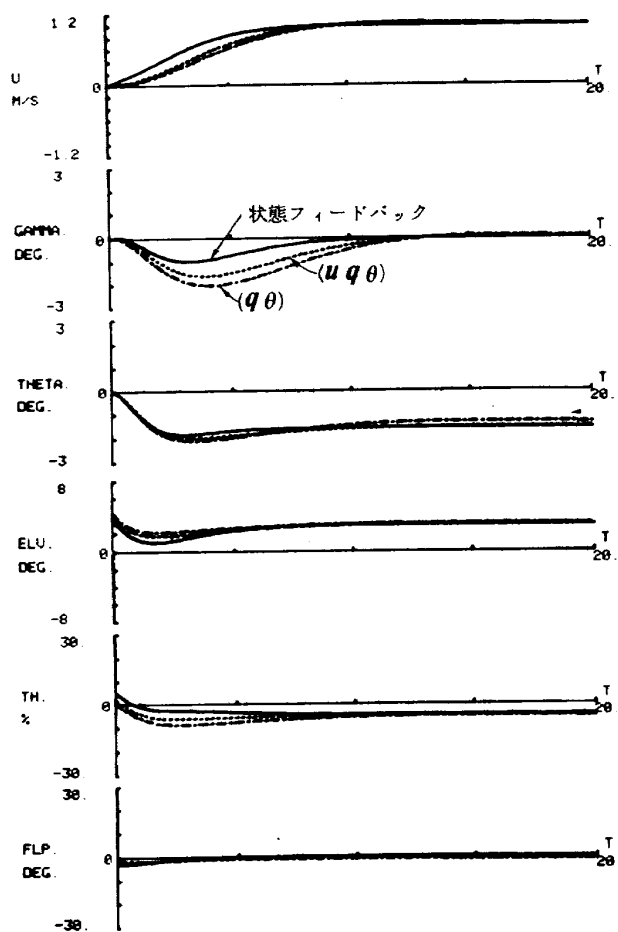


図 14 a 出力フィードバック制御系, 2変数非干渉化(速度制御)

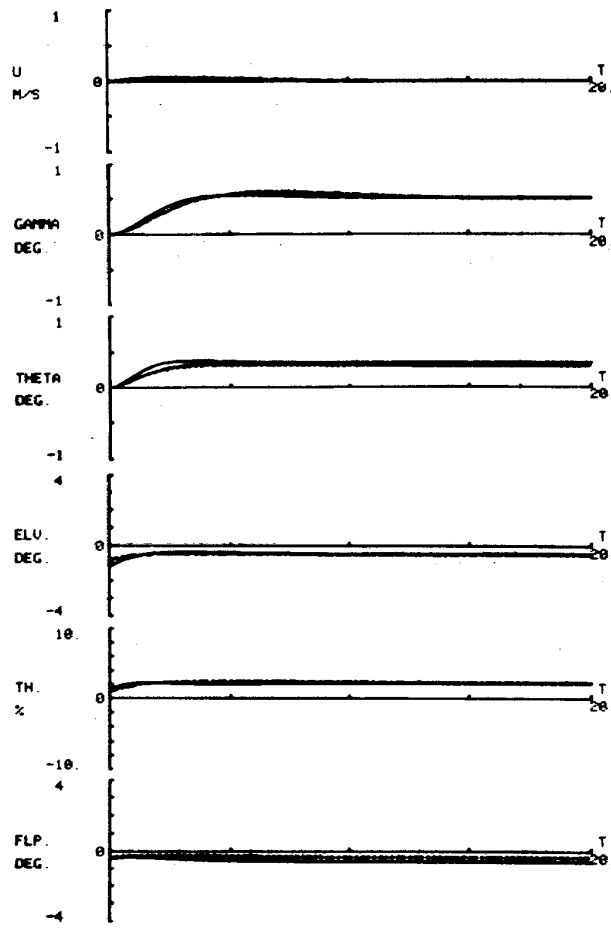


図 14 b (経路角制御)

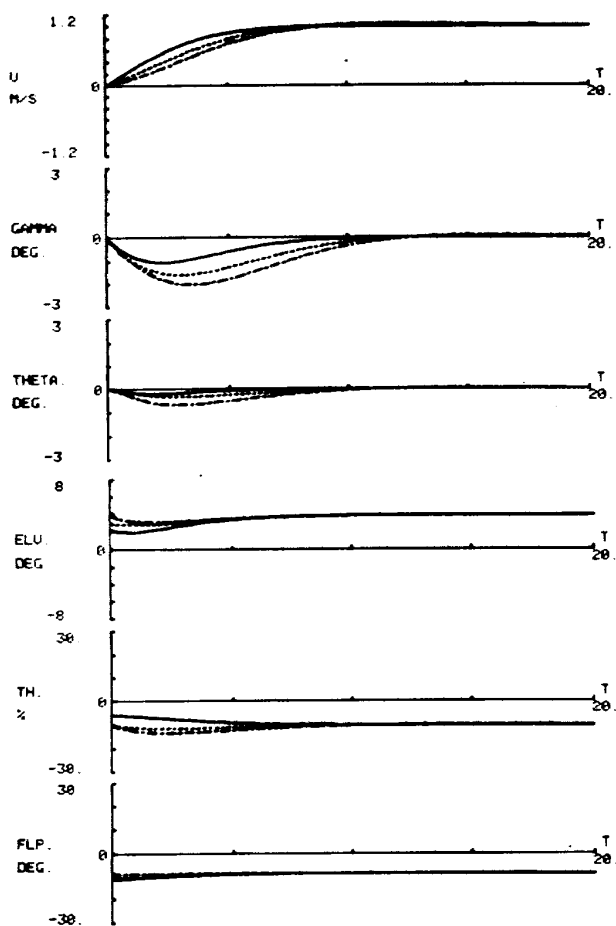


図 15 a 出力フィードバック制御系, 3変数非干渉化(速度制御)

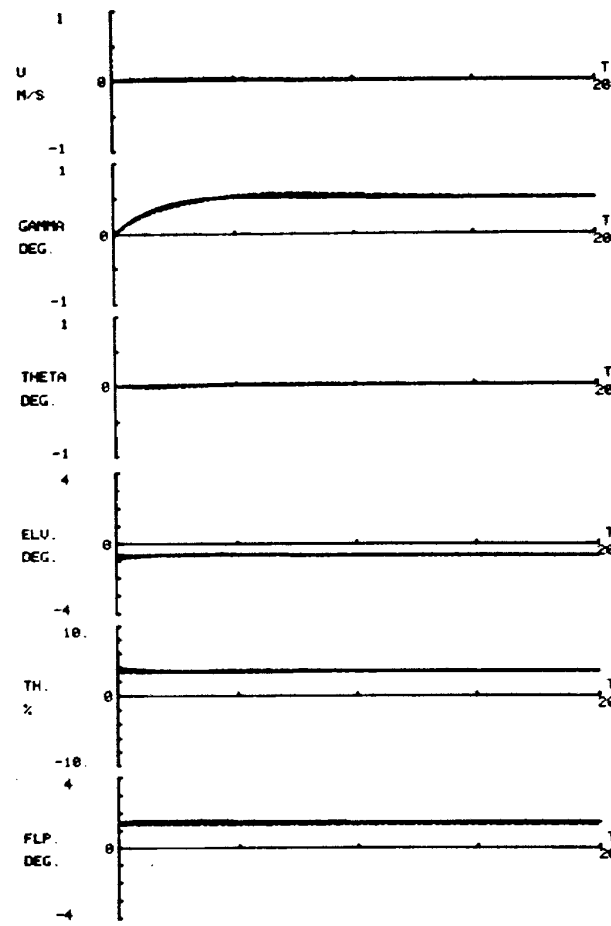


図 15 b (経路角制御)

昇降舵と推力の 2 つの場合と、フラップも含めた 3 つの場合をとりあげ、システム入出力と操作量の数の各組合わせについて、定常非干渉制御系の設計法を検討した。本研究では、フィードバックゲインをシステムの過渡応答特性の改善に用い、最適レギュレータ問題として定式化して求めた。またフォワードゲインを非干渉化のために用い、システム入出力と操作量の数の各組合わせについてフォワードゲインの求め方を示すとともにその物理的意味の説明を行なった。

③ 操作量の数がシステム入出力の数より少ない場合を擬似非干渉制御として検討を行なったが、シミュレーション検討を通して、非干渉制御が近似的にも達成できない事が明らかとなり、その幾何学的解釈についての検討を行なった。

④ 操作量の数がシステム入出力の数と等しいかそれ以上の場合には良好な結果が得られることがシミュレーション実験によって明らかになった。また、フィードバック系を適当に設計することによって、過渡応答の影響を小さくできる事も示された。

⑤ 迎え角 α さらに速度 u がフィードバック信号として使用できない場合を考慮して出力フィードバックによる非干渉制御系を設計して状態フィードバックとの比較を行なった結果、良好な制御成績が得られることがわかった。然し、フィードバック信号の数が少なくなるほど制御成績が少しずつ劣化することも明らかになった。

今後の課題として、評価関数の重みマトリクス選定の妥当性の検討、飛行条件の変化によるパラメータ変化や操縦系統の非線形性の影響およびその影響を少なくするための低減度非干渉制御系の設計法の開発などがある。

おわりに、本研究について当所計測部の航空制御工学研究会の諸氏の有益な助言を得たことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 耐空性審査要領, 鳳文書林
- 2) Morse, A.S. and Wonham, W.M.: Status of Noninteracting Control, IEEE Trans. Vol. AC-16 pp.568-581, 1971
- 3) Feinreich, B et al.: In Flight Simulation Study of Decoupled Longitudinal Controls for the Approach and Landing of a STOL Aircraft, NASA CR-2710, 1977
- 4) Wolovich, W.A.: Static Decoupling, JACC, pp.61-64, 1973
- 5) Morgan, B.S.: The Synthesis of Linear Multivariable Systems by State-Variable Feedback, IEEE Trans. Vol. AC-9 pp.405-411, 1964
- 6) Powell, M.J.D.: An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables Without Calculating Derivatives Computer J., Vol.7, pp.155-162, 1964
- 7) 坂東俊夫: 伝達関数 $u(s)/\delta_e(s)$ に現れる正の零点について, 討議資料, 1978

付録 擬似非干渉制御系について

本稿では3つのシステム入力に対して、2つの制御変数を用いる組合せ“擬似非干渉制御系”としてシミュレーションを行なったが、定常非干渉制御系としては成立し得なかった。以下に幾何学的な解釈のもとに検討を行なった結果を示しておく。

初めに2次元空間で擬似逆行列の意味を考える。(2,1)型列マトリクスを A とし、その擬似逆行列を G とし、それらを

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}, \quad G = [g_1 \ g_2] \quad (\text{A} \cdot 1)$$

と表わす。ここで G は擬似逆行列であるから

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} [g_1 \ g_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A} \cdot 2)$$

とならねばならない。(A・2)式において

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 g_1 \\ a_2 g_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 g_2 \\ a_2 g_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A} \cdot 3)$$

とおく。いま、 y_1, y_2 を座標軸とする平面を考えると、

$$y_1 = a_1 g_1 = \frac{a_1}{a_2} a_2 g_1 = \frac{a_1}{a_2} y_2$$

であるから

$$y_2 = \frac{a_2}{a_1} y_1 \quad (\text{A} \cdot 4)$$

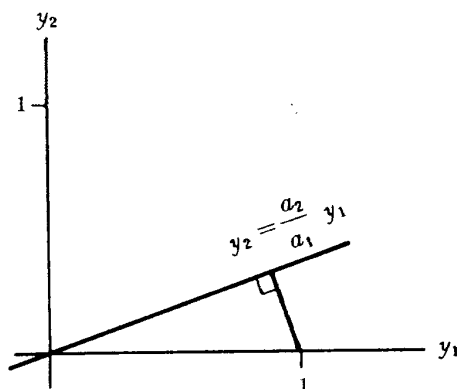
は g_1 をパラメータとした直線となる。ここでもし

$$|a_2| < |a_1| \quad (\text{A} \cdot 5)$$

であれば付図A-1のような直線となる。擬似逆行列 G を求めることはまず

$$|y_1 - 1|, |y_2 - 0|$$

を最小とするような g_1 を求めることである。このことは、 y_1 軸上の点(1, 0)から直線 $y_2 = \frac{a_2}{a_1} y_1$ への距離を最小にする直線上の点を見出すことである。これは点(1, 0)から直線 $y_2 = \frac{a_2}{a_1} y_1$ に下ろした垂線の足であ



付図 A - 1

る。付図A-1のように直線が y_1 軸に近い場合

$$a_1 g_1 \cong 1$$

$$a_2 g_2 \cong 0$$

となるような g_1 が得られる。

y'_1, y'_2 を座標軸とする平面においては

$$y'_1 = a_1 g_2 = \frac{a_1}{a_2} a_2 g_2 = \frac{a_1}{a_2} y'_2$$

より

$$y'_2 = \frac{a_2}{a_1} y'_1 \quad (\text{A} \cdot 6)$$

という g_2 をパラメータとした直線となる。そして(A・5)式より付図A-2のような直線となる。ここでは

$$|y'_1 - 0|, |y'_2 - 1|$$

を最小とするようなパラメータ g_2 を求めねばならない。それは前と同様に点(0, 1)から直線上に下ろした垂線の足として求められる。しかし直線が付図A-2のように y'_1 に近い場合には、垂線の足における g_2 に対して

$$y'_1 = a_1 g_2$$

$$y'_2 = a_2 g_2$$

は各々、0, 1に近い値を取ることは不可能である。ゆえに擬似逆行列 G の成分 g_2 は不完全なものとなる。

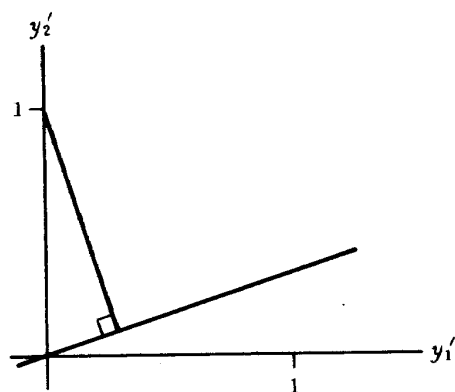
次に3次元空間で擬似逆行列を考えてみる。ここでは、マトリクス A とその擬似逆行列 G を

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \end{bmatrix} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

とおく。 G は擬似逆行列であるから

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A} \cdot 8)$$

となる。ここで



付図 A - 2

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} g_{11} + a_{12} g_{21} \\ a_{21} g_{11} + a_{22} g_{21} \\ a_{31} g_{11} + a_{32} g_{21} \end{pmatrix} \quad (\text{A}\cdot 9)$$

$$\begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} g_{12} + a_{12} g_{22} \\ a_{21} g_{12} + a_{22} g_{22} \\ a_{31} g_{12} + a_{32} g_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A}\cdot 10)$$

$$\begin{pmatrix} y''_1 \\ y''_2 \\ y''_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} g_{13} + a_{12} g_{31} \\ a_{21} g_{13} + a_{22} g_{31} \\ a_{31} g_{13} + a_{32} g_{31} \end{pmatrix} \quad (\text{A}\cdot 11)$$

と置く。(A・9)式において、 g_{11}, g_{21} を消去して整理すると

$$y_1 (a_{32} a_{21} - a_{31} a_{22}) + y_2 (a_{31} a_{22} - a_{32} a_{11}) - y_3 (a_{21} a_{12} - a_{22} a_{11}) = 0 \quad (\text{A}\cdot 12)$$

となる。これは、 g_{11}, g_{21} をパラメータとした平面の方程式である。ここで仮に

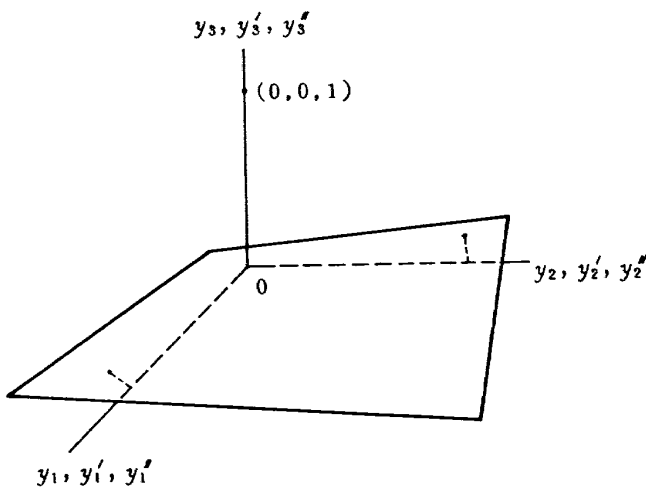
$$\left. \begin{aligned} |a_{21} a_{12} - a_{22} a_{11}| &> |a_{32} a_{21} - a_{31} a_{22}| \\ |a_{21} a_{12} - a_{22} a_{11}| &> |a_{31} a_{12} - a_{32} a_{11}| \end{aligned} \right\} \quad (\text{A}\cdot 13)$$

であるとすれば、平面は付図 A-3 のようになる。

擬似逆行列の成分 g_{11}, g_{21} を求めることは

$$|y_1 - 1|, |y_2 - 0|, |y_3 - 0|$$

を最小にするような g_{11}, g_{21} を求めることである。このことは y_1 軸上の点 $(1, 0, 0)$ から平面までの距離を最



付図 A-3

小にする平面上の点を見出すことであり、 y_1 軸上の点 $(1, 0, 0)$ から平面上に下ろした垂線の足として求められる。図 A-3 のように、平面が y_1 軸に近い場合には

$$a_{11} g_{11} + a_{12} g_{21} \cong 1$$

$$a_{21} g_{11} + a_{22} g_{21} \cong 0$$

$$a_{31} g_{11} + a_{32} g_{21} \cong 0$$

となるような g_{11}, g_{12} が得られる。

y'_1, y'_2, y'_3 を座標軸とする 3 次元空間においては、 g_{12}, g_{22} をパラメータとした平面の方程式が得られる。

$$y'_1 (a_{32} a_{21} - a_{31} a_{22}) + y'_2 (a_{31} a_{12} - a_{32} a_{11}) - y'_3 (a_{21} a_{12} - a_{22} a_{11}) = 0 \quad (\text{A}\cdot 14)$$

(A・13) 式より付図 A-3 において、 y_1, y_2, y_3 軸をそれぞれ y'_1, y'_2, y'_3 軸に置き換えただけの同じ平面となる。そして

$$|y'_1 - 0|, |y'_2 - 1|, |y'_3 - 0|$$

を最小にするような g_{12}, g_{22} は、同様に y'_2 軸上の点 $(0, 1, 0)$ から平面に垂線を下したときの足として求められる。(A・14) 式で得られる平面は y'_2 軸にも近いので

$$a_{11} g_{12} + a_{12} g_{22} \cong 0$$

$$a_{21} g_{12} + a_{22} g_{22} \cong 1$$

$$a_{31} g_{12} + a_{32} g_{22} \cong 0$$

となるような g_{12}, g_{22} を求めることができる。

次に y''_1, y''_2, y''_3 を座標軸とする 3 次元空間においても、同様の平面の方程式が得られる。

$$y''_1 (a_{32} a_{21} - a_{31} a_{22}) + y''_2 (a_{31} a_{12} - a_{32} a_{11}) - y''_3 (a_{21} a_{12} - a_{22} a_{11}) = 0 \quad (\text{A}\cdot 15)$$

これは、(A・13) 式より、付図 A-3 において y_1, y_2, y_3 軸をそれぞれ y''_1, y''_2, y''_3 と置き換えたものであることがわかる。ここでは

$$|y''_1 - 0|, |y''_2 - 0|, |y''_3 - 1|$$

を最小にする g_{13}, g_{31} を求めねばならない。これは、 y''_3 軸上の点 $(0, 0, 1)$ から平面に垂線を下ろしたときの足として求められるが、付図 A-3 のように平面が、 y''_1, y''_2 平面に近い場合には

$$a_{11} g_{13} + a_{12} g_{31}$$

$$a_{21} g_{13} + a_{22} g_{31}$$

$$a_{31} g_{13} + a_{32} g_{31}$$

のそれぞれが、 $0, 0, 1$ に近い値となるような、 g_{13}, g_{31} は得られない。すなわち、擬似逆行列の第 3 列目は不完全となるのである。これは解平面が原点を通る平面である以上さけることのできない現象である。

航空宇宙技術研究所資料406号

昭和55年2月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) ㊦182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山5-6-17
