

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-422

梁，板結合構造物の振動(V)

稿 武 敏 ・ 小 松 敬 治

1980年9月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

梁、板結合構造物の振動(V)*

塙 武敏** 小松 敬治**

概 要

航空機構造模型の振動特性に関連した二三の補足資料について述べる。模型は胴体と後退角翼をもった薄肉構造模型で、胴体と翼との結合した系に脚を想定したスプリングを付けたものである。この系が空中にある状態から、スプリング付加位置で三点単純支持された条件まで、このスプリング定数を変化させたとき系の振動特性がどのように変化するかを吟味した。また、この模型の翼部分の内部に水を満たした場合、質量増加の振動数およびモードへの影響、ならびに、片持翼の場合に剪断中心と重心とが一致しない場合の振動特性の変化についても吟味したものである。

このような構造物の初期設計段階においては、こゝで用いた古典的な数値解析法によっても系の振動特性を充分推定することが可能であることを示すとともに、このような系の振動特性を示した。

1. 緒 言

TR-137, 160, 291 および 363 において、梁と板との結合した系の振動解析と実験とを述べたが、こゝでは、これらの構造物模型の振動およびそれに関連した解析の二三の資料を補足して置くことにする。

振動解析と実験とは前回と同様であって、数値解析は系の撓み関数を(1)式の形のべき級数で仮定し、エネルギー法によってこれらの系の固有振動数と固有振動のモードとを求めた。

$$w(x, y) = \sum a_{mn} x^m y^n \quad (1)$$

振動実験は電磁加振器で試験体を加振し、共振法によってこの系の共振振動数を求め、このとき試験体に砂を散布して共振時の振動モードのノードラインを求めるとともに、二三の実験においては数点での変位を測定して、そのモードを求めた。

以下個々の系について、解析結果または解析結果と実測結果との比較を述べる。

2. 航空機構造模型の振動

航空機構造模型全系の振動解析と実測

こゝで取り扱った模型を図1に示す。模型はアルミニウム合金により製作したもので、さきにTR-363に用いた模型と異なり、より実機に近い構造とした。この模型で対象とした系は、航空機が空中にある場合、着地時の系に相当する脚スプリングを附加した場合およびこの航空機模型を脚位置にて単純支持した場合であって、こ

れらの条件で固有振動数および振動モードがどのように変化するかを吟味した。また、今回はこのようにして求められた振動解析結果を利用して、航空機が結合部を介して他の系と組合せられるようなものの特性を推定することを考へ、とくに、固有振動モードにおいて、この結合部にどのような荷重がかかるかについても定性的な吟味をおこなった。

模型は胴長2000mm、翼スパン1700mmのもので、重量約9kgf(88.3N)の試験模型(以下本体とよぶ)に、脚と考えたスプリングを結合したものである。このスプリング下端を固定した系2種類、本体を自由に吊った場合および脚スプリング結合部を除き単純にこの点を支持した系の計4つの場合について、共振振動数と振動モードおよびノードラインとを実測した。

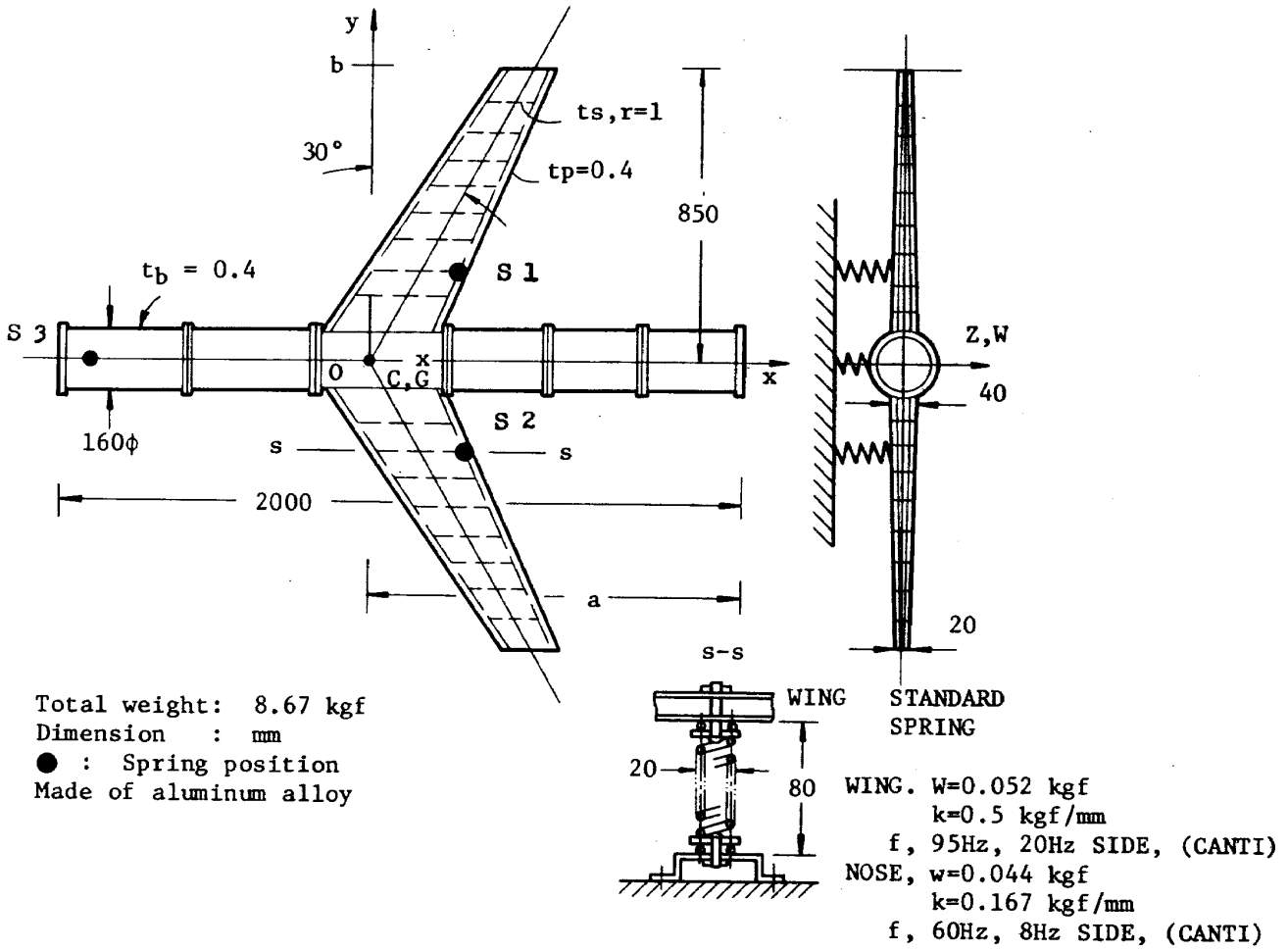
模型を製作するに当っては、実機の相似模型を作ればのちの実機との換算が簡単に進められるが、相似模型では工作の問題と費用の点からかなりの努力が必要となる¹⁾。今回は、数値解析結果と実測値との対応が主目的なので、通常行われているDistorted模型を、より実機的な構造に近づけるようにして製作した。

大略の寸法を図1-1に示した。

模型には30°の後退角をつけた。模型は、力学的特性を支配する剛性と慣性質量の分布比を夫々別箇に実機の比と同じ比に近づけた模型を製作することを目的とした。脚スプリングの相似は考慮せず、単に、翼部分の脚と胴体前方部の脚とのスプリング定数の比を約3と固定し、計算では、基準定数に倍数をかけたスプリング定数として、これを変化させた。実験は、自由に吊った場合、ある基準のスプリングをつけたもの、これの約5倍の定数

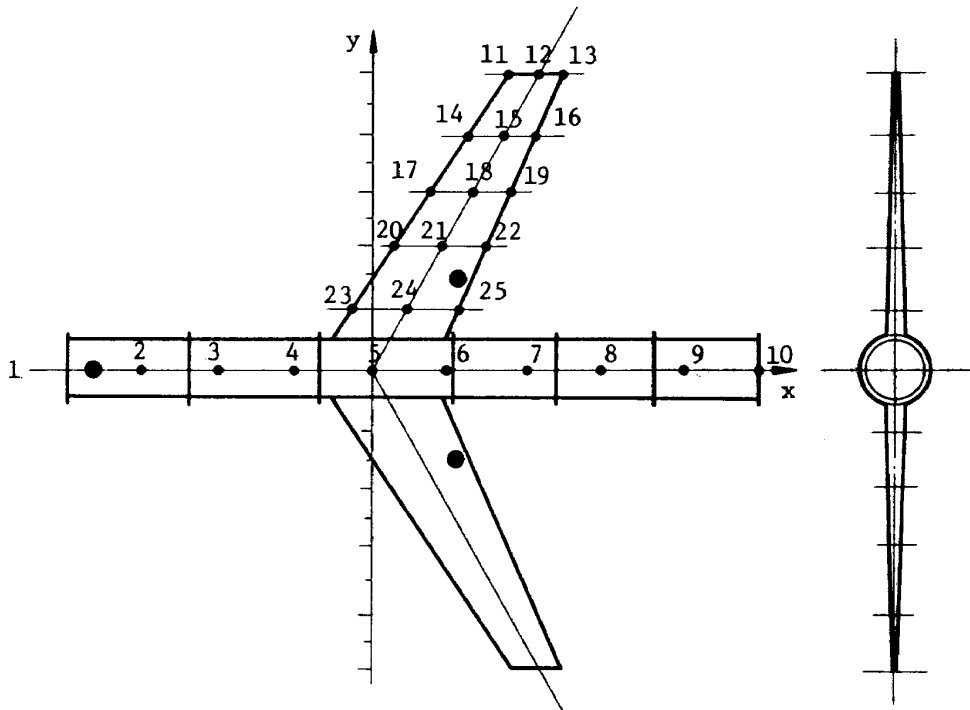
* 昭和55年7月28日受付

** 機体第二部



Schematic drawing of model

図 1 - 1 航空機構造模型の寸法等



Numbers of Measured Point

図 1 - 2 測定位置

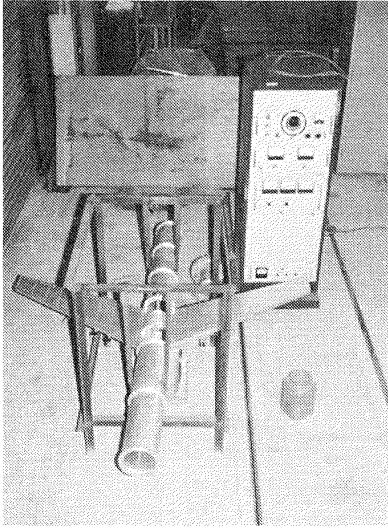


図1-3 全系自由振動吊り下げ条件

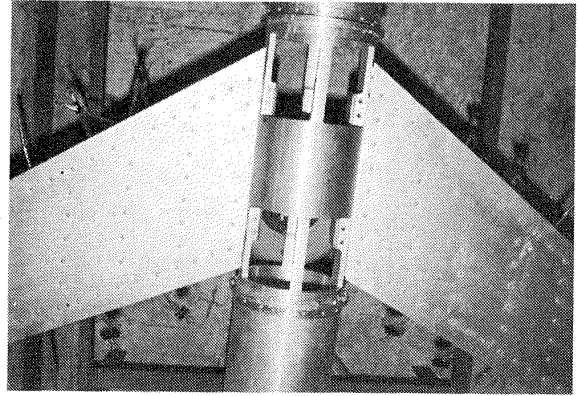


図1-7 翼、胴結合部分

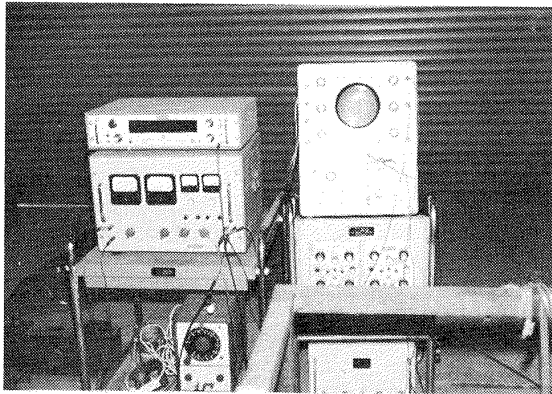


図1-4 測定装置

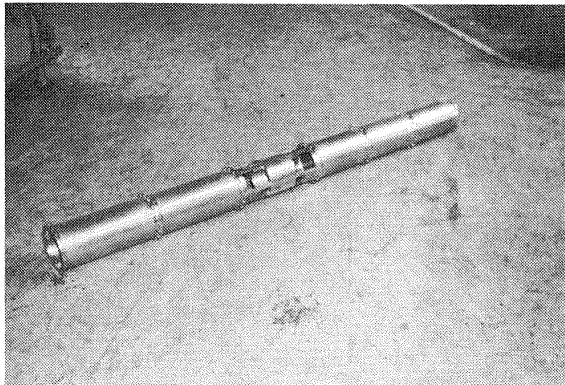


図1-5 胴体部分

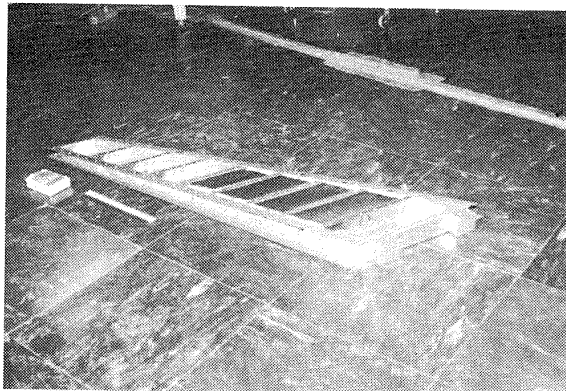


図1-6 翼部分(外板取付前)

の Springs をつけたものおよび脚部を単純支持したものの4種類である。

2.1 数値解析

数値解析は、模型の置かれた水平面の撓みの試験関数を(1)式のように仮定し、この関数を用いて、段付梁と想定した部分的に一樣な翼と胴体の曲げおよび捩りに関するエネルギーを計算し、エネルギー法によって固有振動数と振動モードとを求めた。こゝでは翼も梁と考えて、アスペクト比の大きな場合としたが、翼がデルタ翼のような場合にも同様な(1)式の仮定によって求められる²⁾。図1-1のように、Spring は翼の軸から後方に離れた位置および胴体前方の位置にあるが、(1)式で仮定した平面の撓みから、これらのSpring の歪みエネルギーが求められる。これを本体が空中にある場合の歪みエネルギーの項に追加することによって、脚のない自由な条件の場合の解析プログラムを拡張することは容易である。計算法を付録1に示した。

こゝで、Spring は下端が固定され、上端が本体に結合されているときのエネルギーを考えたが、このときSpring は慣性質量を持たないものとし、脚部分の系は振動系を形成しないものとした。

実際の数値計算では、(1)式を有限項で仮定し、求められた定常振動に関する汎関数を最小にするため、 a_{mn} について偏微分し振動数方程式が得られる。この振動数方程式は、脚Spring を振動系と考えないで、単に付根部の変位に関するSpring の歪エネルギーのみを考えたので、(1)式の項数と同じ数の成分を持つ行列式となる。付録1の数値解析用に求められた式を吟味すると、剛性および慣性質量の基準量の比率が振動数換算に係る値となり、振動モードについては、夫々の基準量に対する分布比を実機の分布比に等しくして置けば実機と同様になるとの考えにより、基準量の比率については相似に

することは止め、単に剛性の分布比率および慣性質量の分布比率を実機と相似に、相似とならなくともこれに近くすることを目標にした。この様にして作られた模型の固有値から実機固有値への換算は容易である。

図1に示した模型のこれらの値と、参考としてYS-11の概略値とを表1に比較して置いたが、模型ではR4S, P8Bの捩れに関する値が少しく実機とかけはなれた値

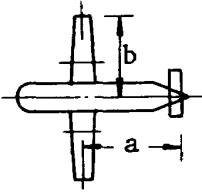
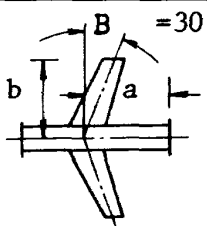
になっているようである。

数値計算はFACOM230の倍精度計算で行なった。

2.2 振動実験

現在、振動試験法および振動応答量処理法に関する計測器類の進歩には目をみはるものがあるが、ここでは、数値解析と同様、ごく基礎的な実験方法によった。

表1 各種定数および定数比等(付録1の計算式参照)

		[Y]	[M]	
UPPER: a, b, Jw, =1 LOWER: a, b, mm a, b, Jw, REAL VALUE	$Jw = \frac{1}{\cos B}$	YS-11 		
		a=13800; Jw=1 b=16000	a=1115, Jw= b= 850, 1.16	
P3S	$\frac{(EI)W}{(EI)B} \left(\frac{a}{b}\right)^3 Jw$	0.17 0.11	0.19~0.03 0.49~0.07	
P4S	$\frac{(GK)W}{(EI)B} \left(\frac{a}{b}\right)^3 Jw$	0.09 0.06	0.13~0.01 0.33~0.04	
P7B	$\frac{(EI)B}{(EI)B}, 1$	-	-	
P8B	$\frac{(GK)B}{(EI)B} \left(\frac{a}{b}\right)^2 Jw$	0.45~0.78 0.33~0.58	0.77 1.3	
R3S	$\frac{(\rho A)W}{(\rho A)B} \left(\frac{b}{a}\right) Jw$	0.29~0.58 0.35~0.68	0.20 0.18	
R4S	$\frac{(\rho I)W}{(\rho A)B} \left(\frac{1}{ab}\right) Jw$	(0.73~1.31) x10 ⁵ (0.03~0.06) x 10 ⁻²	2.05x10 ³ 0.25x10 ⁻²	
R7B	$\frac{(\rho A)B}{(\rho A)B}, 1$	-	-	
R8B	$\frac{(\rho I)B}{(\rho A)B} \left(\frac{1}{b}\right)^2$	(2.0~20) x10 ⁵ (0.1~1.1) x10 ⁻²	6.4x10 ³ 0.88x10 ⁻²	
				[Y]/[M]
SPAN	mm	32000	1700	18.8
LENGTH	mm	26300	2000	13.2
WEIGHT	Kgf	14535 22800	8.67	1676. 2630.

$$Ri = \omega ia^2 \sqrt{\frac{(\rho A) B_{max}}{(EI) B_{max}}}$$

$$fi = \frac{Ri}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{(EI)}{(\rho A) B_{Max}}} = RiK$$

$$K[Y] = \frac{1}{2\pi \cdot 13800^2} \sqrt{\frac{1.29 \times 10^{10} E}{0.248 \sim 0.453 \cdot 9800}}$$

$$= 1.17 \sim 1.58$$

$$K[M] = \frac{1}{2\pi \cdot 1115^2} \sqrt{\frac{0.4 \times 80^3 E \pi}{2.59 \cdot 390 \times 9800}}$$

$$= 10.44$$

$$\frac{K[M]}{K[Y]} = 8.6 \sim 6.6$$

手軽な装置であり、容易に共振実験ができるので、参考のため簡単に述べて置く。装置は図2に示したように、発振器の発振周波数を手で掃引して行き、電磁加振器にて本体に同相または逆相の加振力を加へ、加振電圧と本体に近接した渦電流型変位計から得られた振巾とをブラウン管で比較し、振巾最大の時の加振周波数を系の共振振動数とし、この振動数を系の固有振動数とした。振巾測定は、 P_1 、 P_2 に示す対称位置、または、一個を移動させて、各点の振巾も測定した。傾斜角はスパンを分割した数点の翼前縁と後縁との実測振巾から計算によって求めた。図1-2参照。

支持方法は、全縁自由の場合には、自転車のタイヤチューブを用いて本体を水平に吊った。図2に破線で示し、スプリング支持の場合と重ねて示した。

共振振動数が判明してから、または、加振周波数掃引開始時から翼面上に砂を散布して、振動モードのノードラインを観察し、記録した。スプリング支持系の場合には、特に、スプリング部の共振に注目し、実験を行なった。低次の周波数加振の場合にスプリング定数の横特性による横ゆれ、前後ゆれの生じる共振があったが、今回は上下振動について論じているのでこの振動は除外した。上下振動に関しては、低次の振動では、特にスプリングのみが共振している現象は見られなかった。参考のため、スプリングの片持状態での固有振動特性を図1に併記して置いた。一端固定で他端自由の場合の縦振動と横振動(SIDE)の値を示した。

三点支持の条件の場合は、図1のスプリングを除き、半径約14mmの円形台座を一本のボルトでナットを介して止めたものであって、単純支持の条件を必ずしも満足する条件ではなかった。

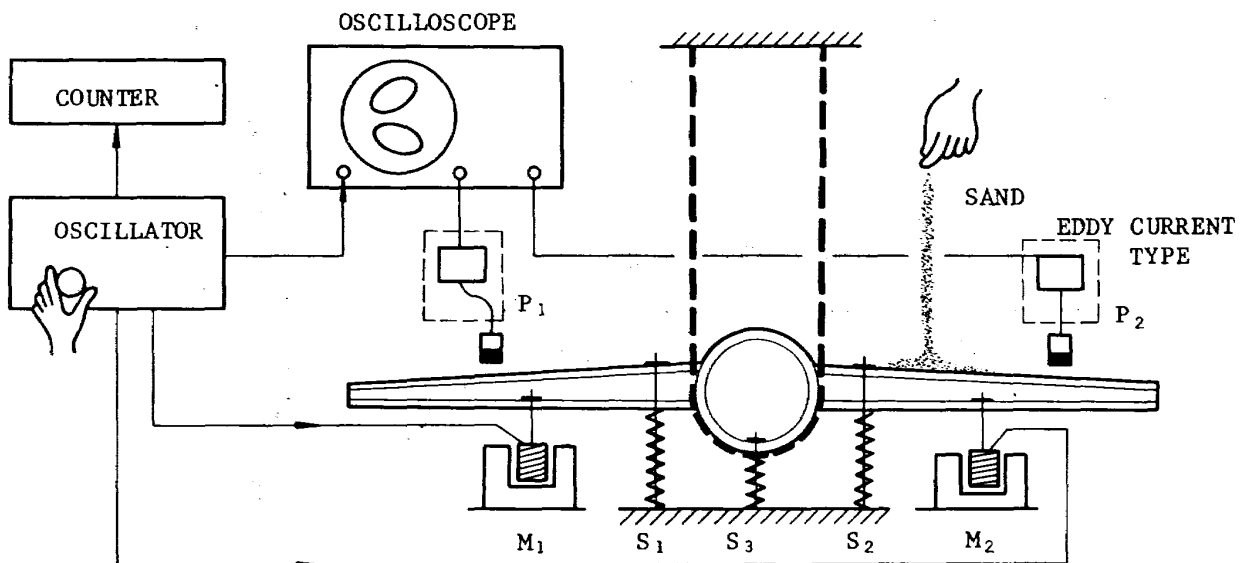
また、こゝでは、減衰については詳しく測定しなかった。詳しく減衰特性を吟味するためには、上記の方法に加へるに、入出力を位相的に考慮した各成分の測定や、多点加振および測定箇所を増す必要があると思う。

こゝでは本体の翼部分を分離し、片持条件にして自由振動させ、振巾の変化を記録した結果を示すに留めた。

共振周波数を判定する時に用いたリサージュ波形は、高次の振動の場合を除いて、振巾最大の場合が、リサージュ波形が円となる場合とほぼ一致していた。対称振動、逆対称振動および各点振巾の正負(位相の相異)は、振巾測定用ピックアップの一つを固定位置に置き、他の一箇所を移動しこれと比較しその波形の正負によって判別した。

2.3 数値解析と実験との比較

数値解析の結果と振動実験の結果について述べる。図3はスプリング拘束のない場合の対称振動について4次迄の結果を示した。それぞれの図の左上には計算と実測とによる振動数を示したもので、 f_{ic} 、 f_{ie} は計算による*i*番目の固有振動数と実測による固有振動数を示す。左図の実線は水平方向より見た胴体および翼の計算による変位を示し、この変位は原点、 $x=0$ 、 $y=0$ の点の



Suspension and data acquisition diagram for vibration tests of the model

図2 振動測定系

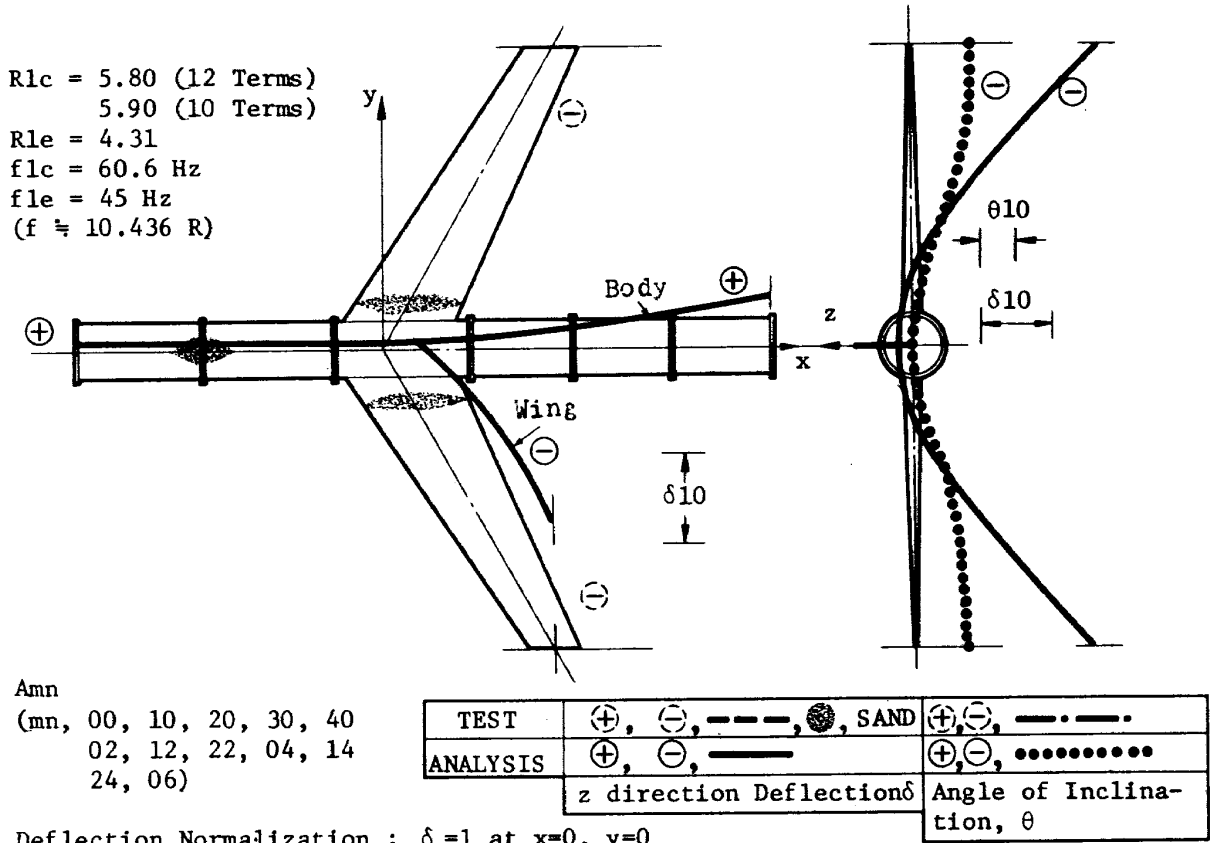


図 3 - 1 全系对称振動第一モード(自由)空

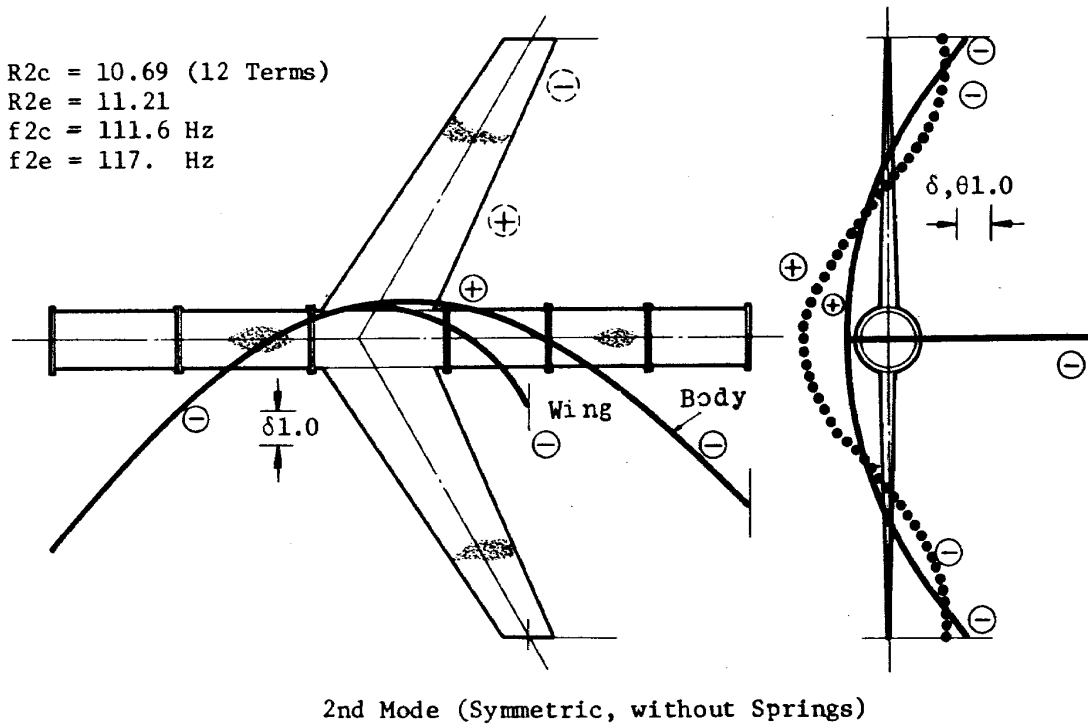


図 3 - 2 全系对称振動第二モード(自由)空

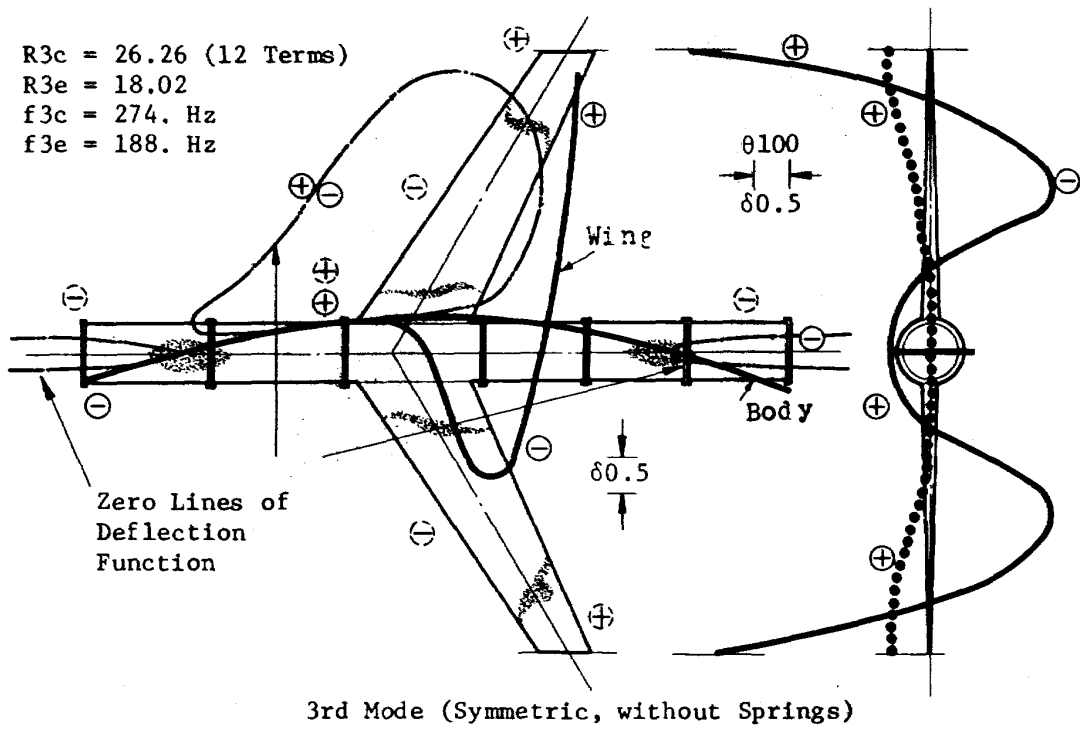


図3-3 全系対称振動第三モード(自由)空

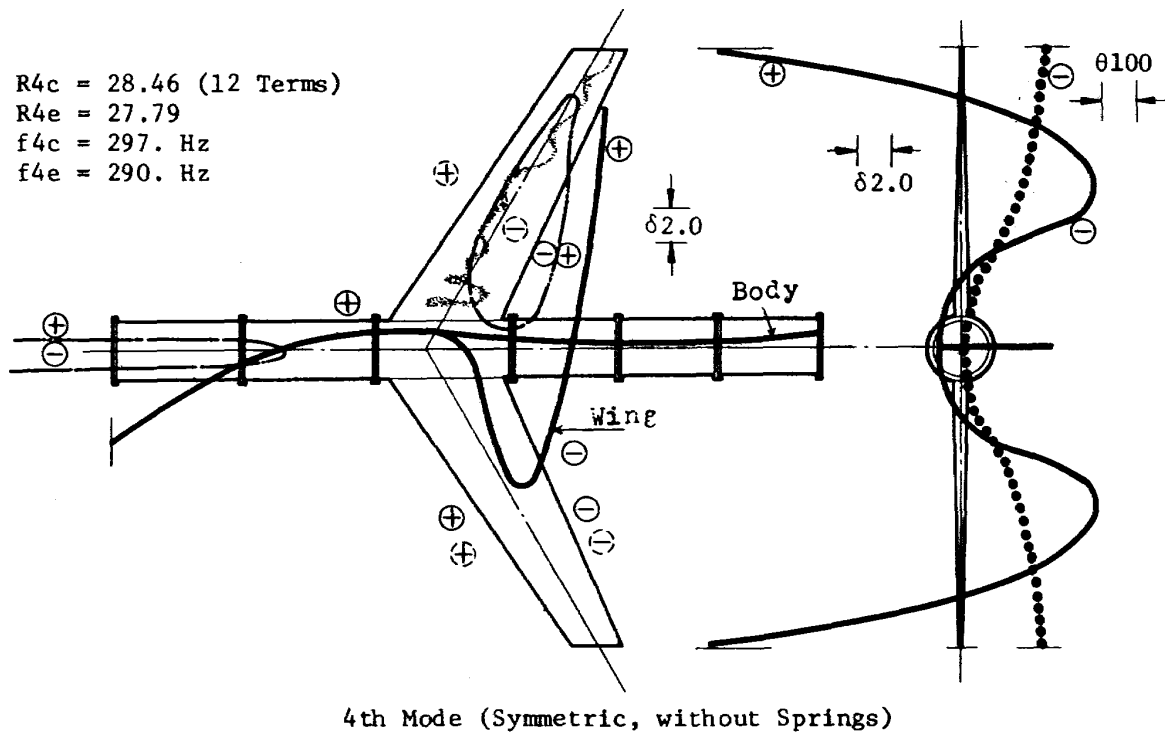


図3-4 全系対称振動第四モード(自由)空

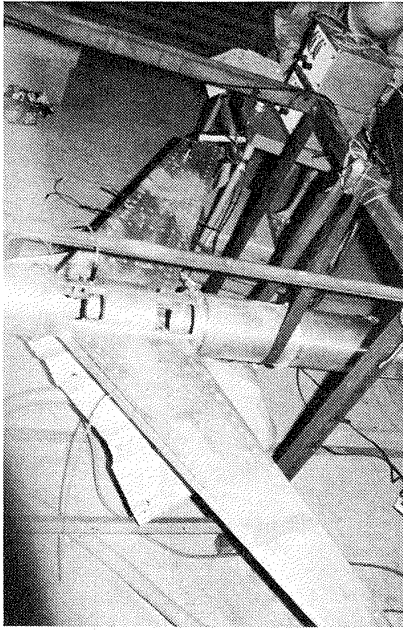


図3-5 全系対称振動第二モード
(自由)空 111, 116, 117Hz

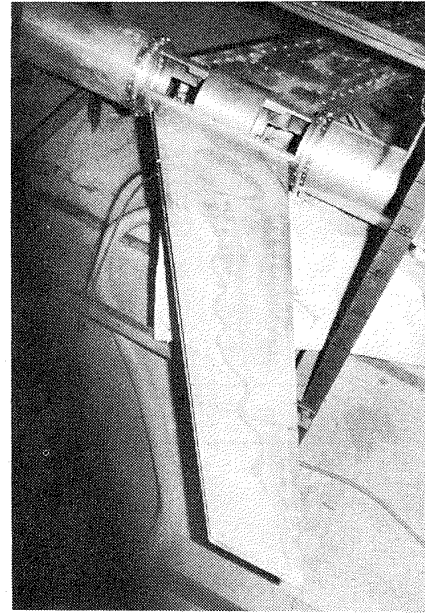


図3-7 全系対称振動第四モード
(自由)空 290Hz

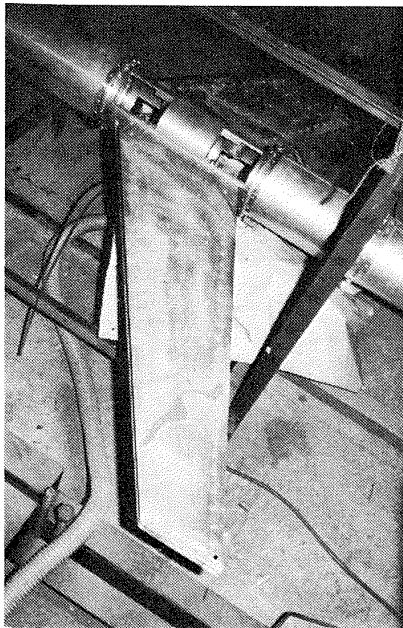


図3-6 全系対称振動第三モード
(自由)空 188Hz

変位を1としてノーマライズしてある。右図の点線は計算による x 方向の傾斜角の比率を示し、 \oplus とは原点変位が上方を+1としたときに後方尻上りの場合を正としている。この図には実測モードは記入していないが、実測によるノーダルラインを砂の集中した点として図中に描き入れて示して置いた。計算の零点と比較して見ていただきたい。また、図3-3, 3-4には、振動計算によって求められた試験関数を用いると、この関数の曲面の様子がわかるので、この関数の零点を二点鎖線で示した。ここでは、この線と胴体および翼の中心を通る軸との交

点のみが意味があるのであるが、砂の分布(翼は部分平面である)と比較してみるのも面白い。

図3-4のモードでは、翼は対称な振りを主としたものと上下曲げ振動との連成したものであり、翼の上下の撓みが生じているが、その量は傾斜角 θ の目盛と比較し、他のモードの場合と、その様子が異なることがわかる。

図4は、基準スプリングをつけたときの対称振動と逆対称振動について振動解析と実測との結果を比較したものである。対称振動については実測の撓みも破線で記入してあるので、計算による撓みと比較していただきたい。また、図4-3, ~-6の右図に示すように、翼の x 方向傾斜角も実測で求めた値を太い一点鎖線で示して置いた。

スプリング支持の場合には実験では横ゆれ、前後ゆれの場合もあり、本体は図4-1, -2のように剛体運動に近い振動モードが生じる。これは通常低次の振動モードに生じ、実用的には問題にならう。

図5は逆対称運動について、スプリング定数が変化すると振動モードがどのように変化するか一例を示したものである。

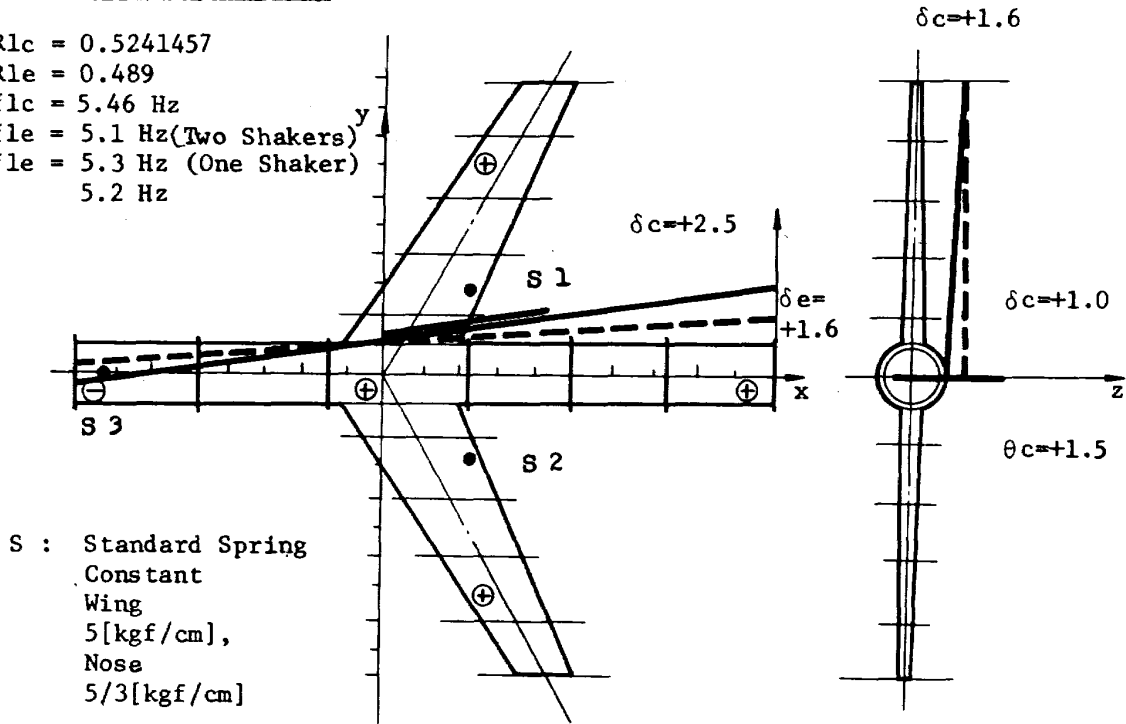
表2は、基準スプリング定数を $S \times 1$ とし、この定数を、10倍、100倍……と変化し、単純支持と考えられるところまでの6種の系について、それぞれの固有値を低次のものから5箇、枠内の上部に示した。また、これをグラフにして、実測値と合わせ、対応する振動モードの計算結果の様子を書き入れたものが図6である。

図6について振動解析結果と実験結果とを比較してみると、対称振動では自由支持に近い所では第4モード、

TEST	⊕, ⊖, ---, ●, SAND	⊕, ⊖, ---
ANALYSIS	⊕, ⊖, —	⊕, ⊖, ●●●●●●●●
	z direction Deflection δ	Angle of Inclination, θ

(S) × 1 (Symmetric)

R1c = 0.5241457
 R1e = 0.489
 f1c = 5.46 Hz
 f1e = 5.1 Hz (Two Shakers)
 f1e = 5.3 Hz (One Shaker)
 5.2 Hz



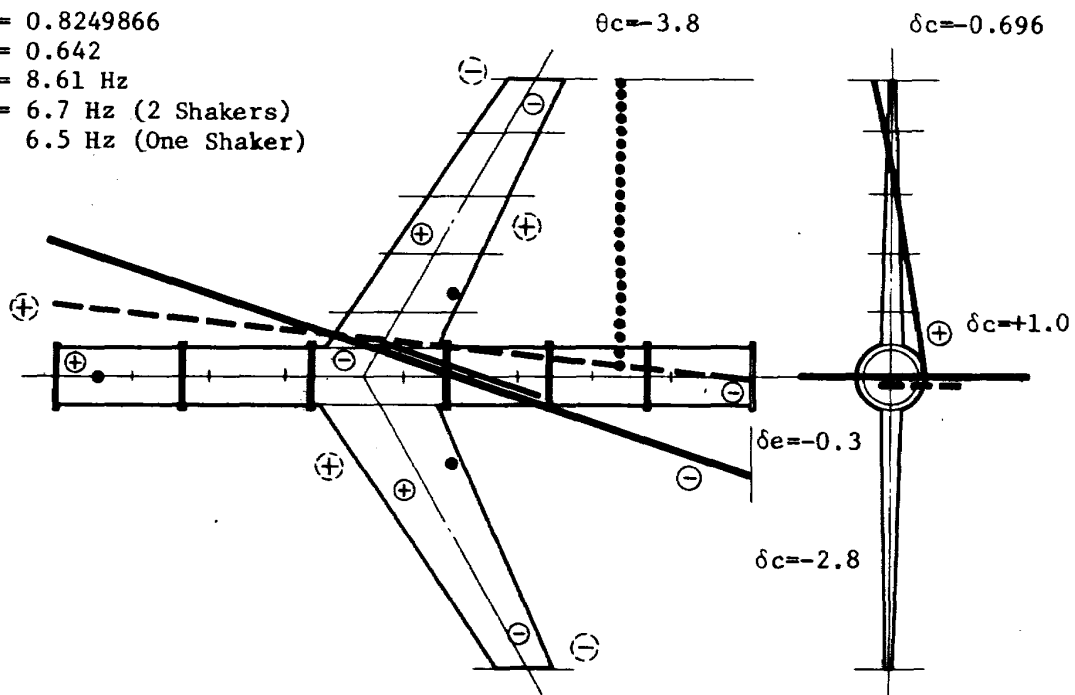
S : Standard Spring
 Constant
 Wing
 5 [kgf/cm],
 Nose
 5/3 [kgf/cm]

1st Mode, Mode Shape Symmetric to x-z Plane, with Springs

図4-1 全系対称振動第一モード(S×1)空

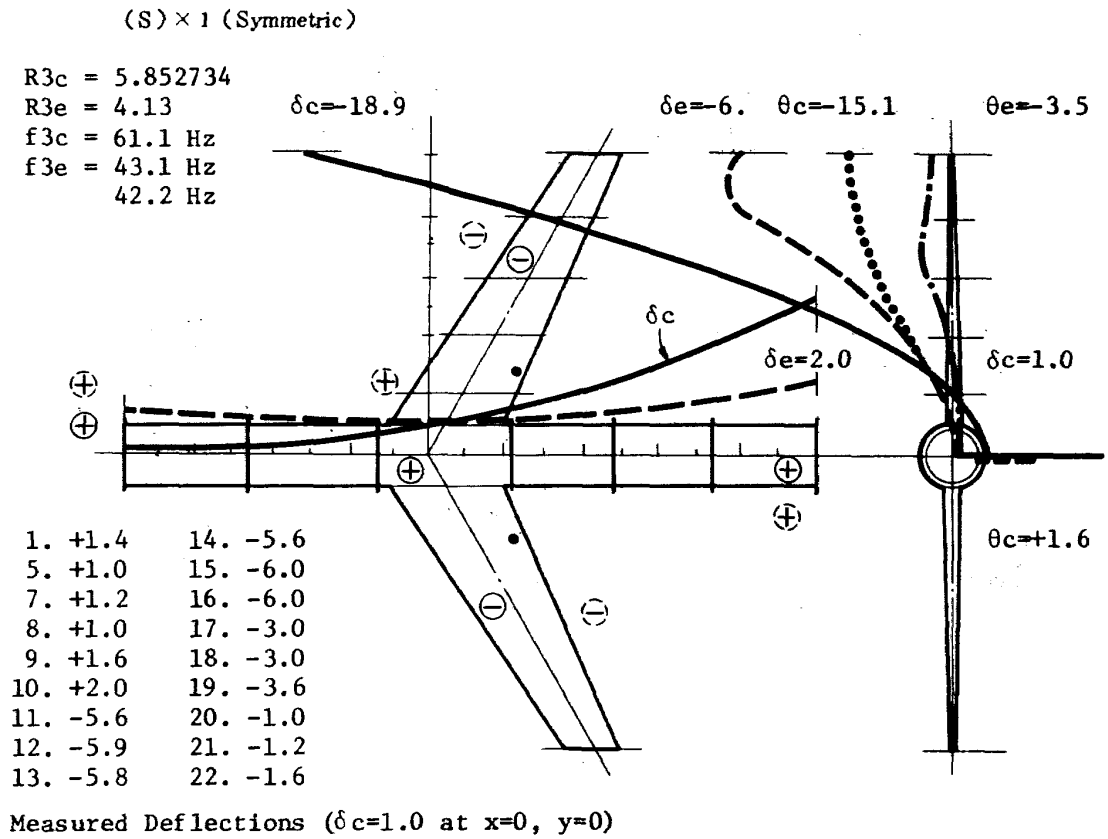
(S) × 1 (Symmetric)

R2c = 0.8249866
 R2e = 0.642
 f2c = 8.61 Hz
 f2e = 6.7 Hz (2 Shakers)
 6.5 Hz (One Shaker)



2nd Mode, (Symmetric)

図4-2 全系対称振動第二モード(S×1)空



3rd Mode (Symmetric)

図 4-3 全系对称振動第三モード (S×1) 空

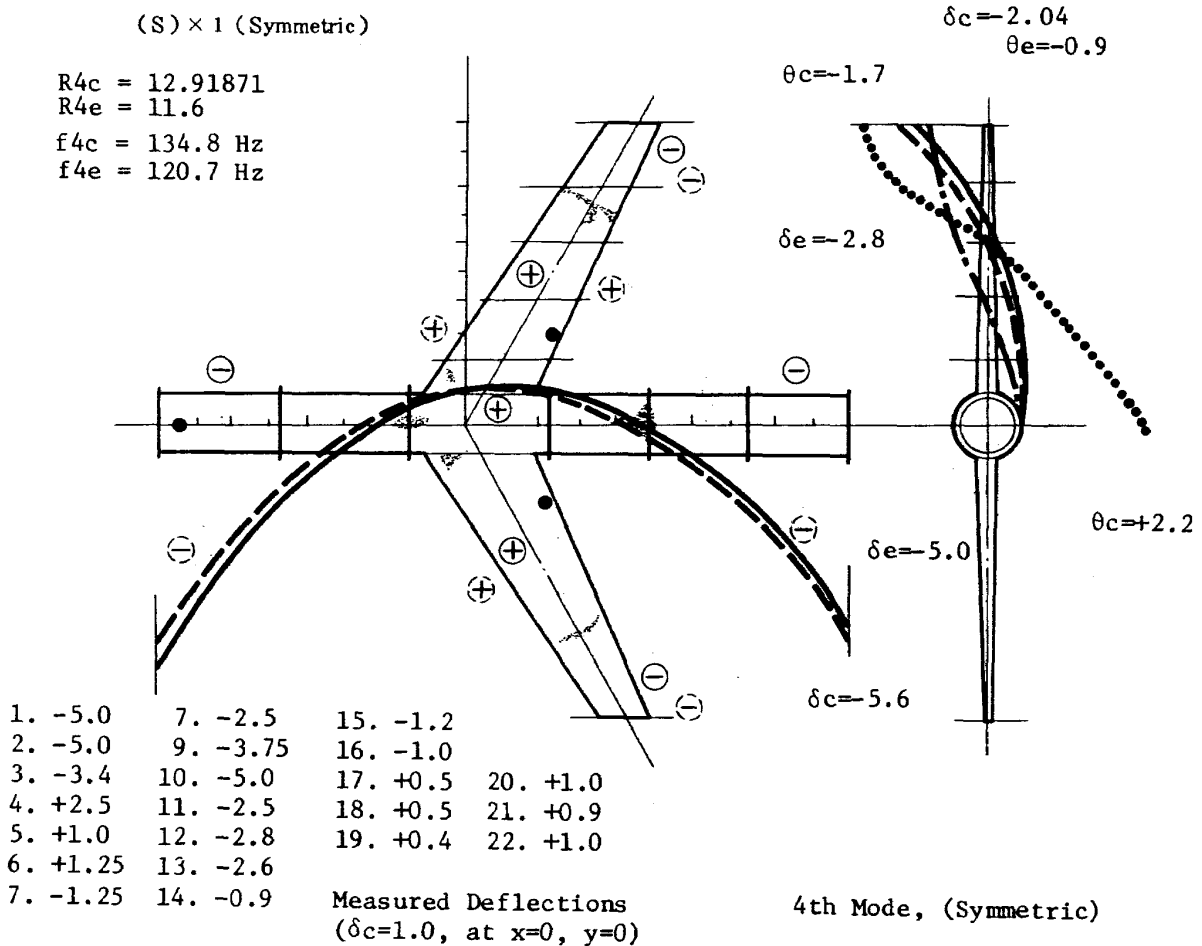


図 4-4 全系对称振動第四モード (S×1) 空

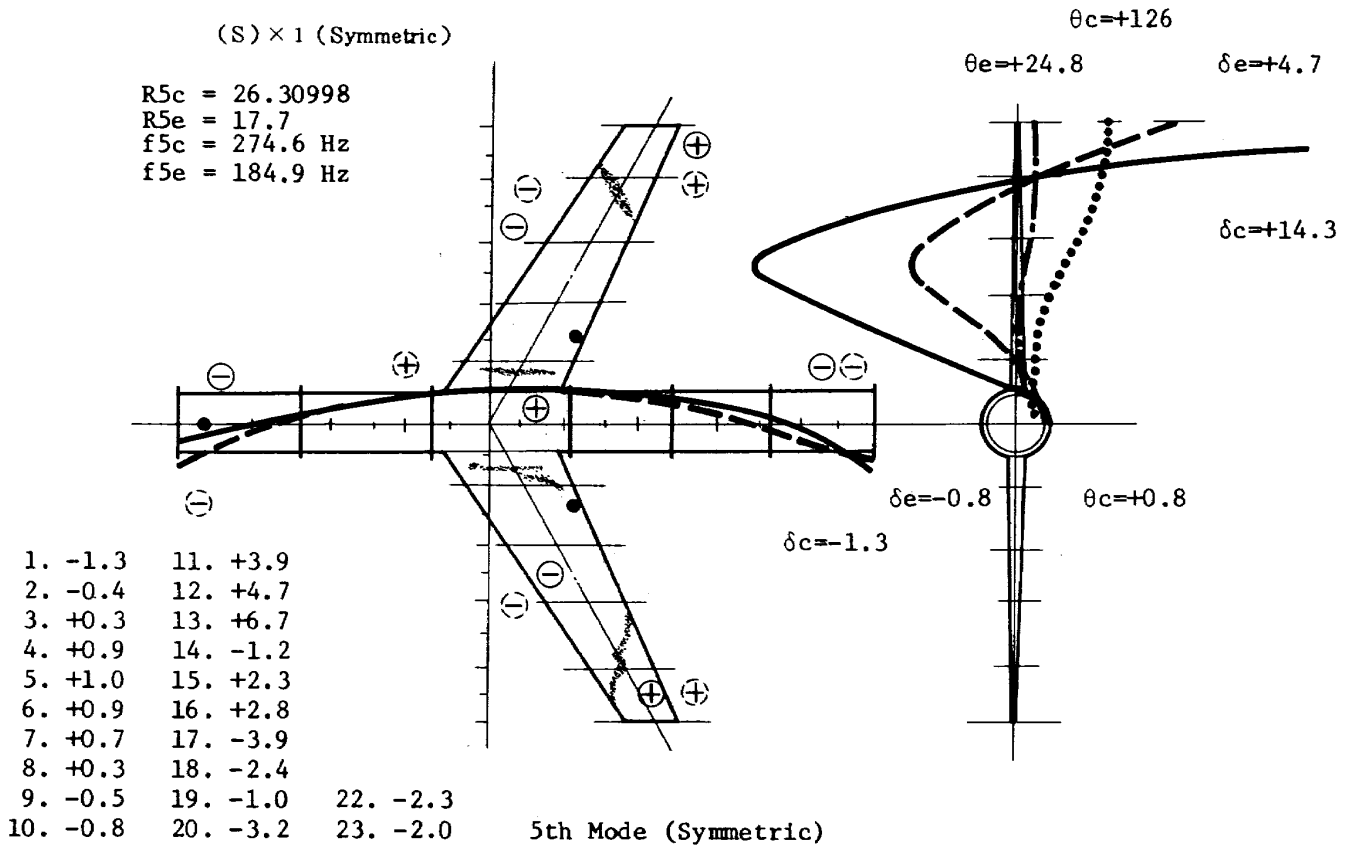


図4-5 全系対称振動第五モード(S×1)空

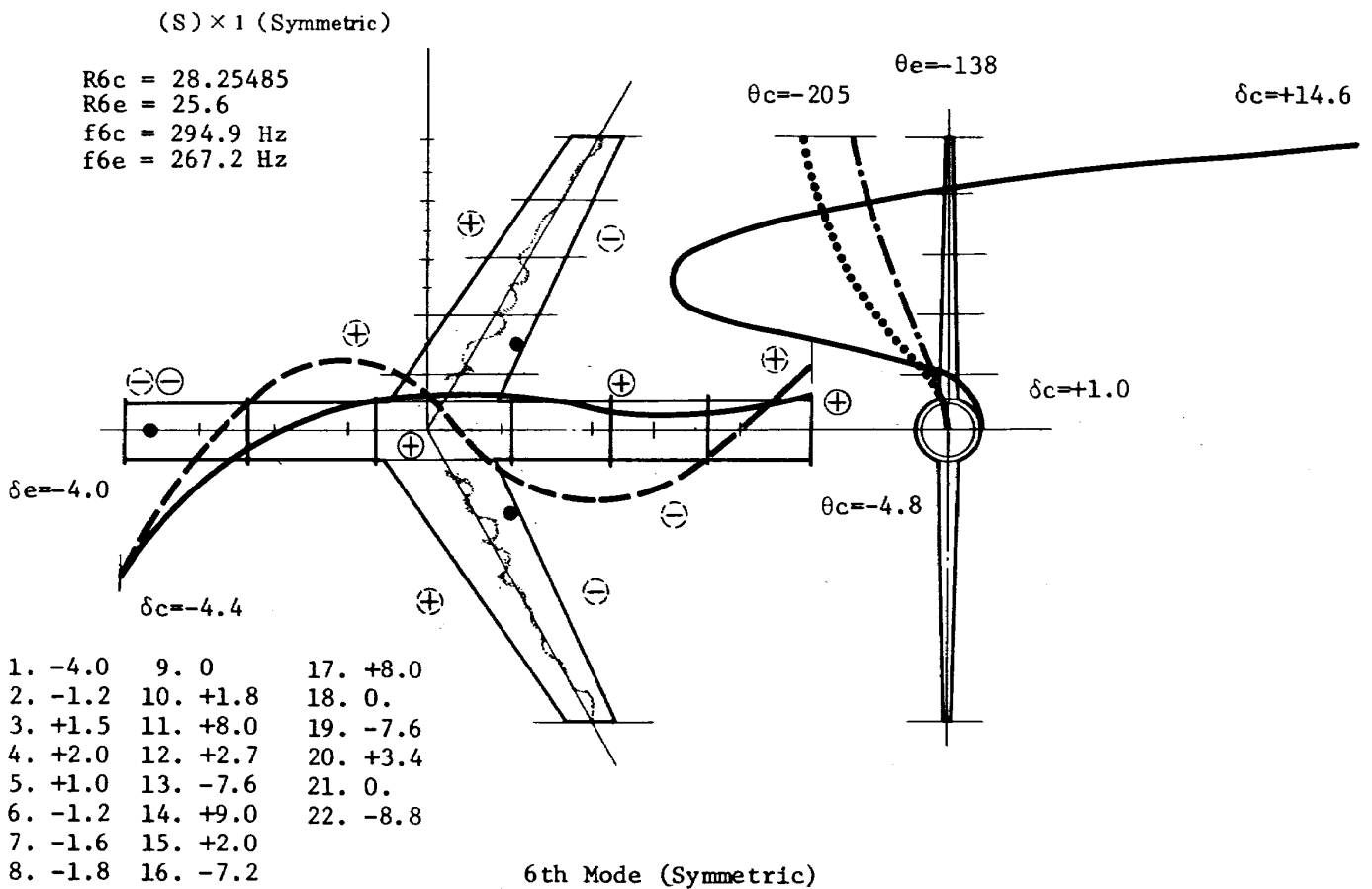


図4-6 全系対称振動第六モード(S×1)空

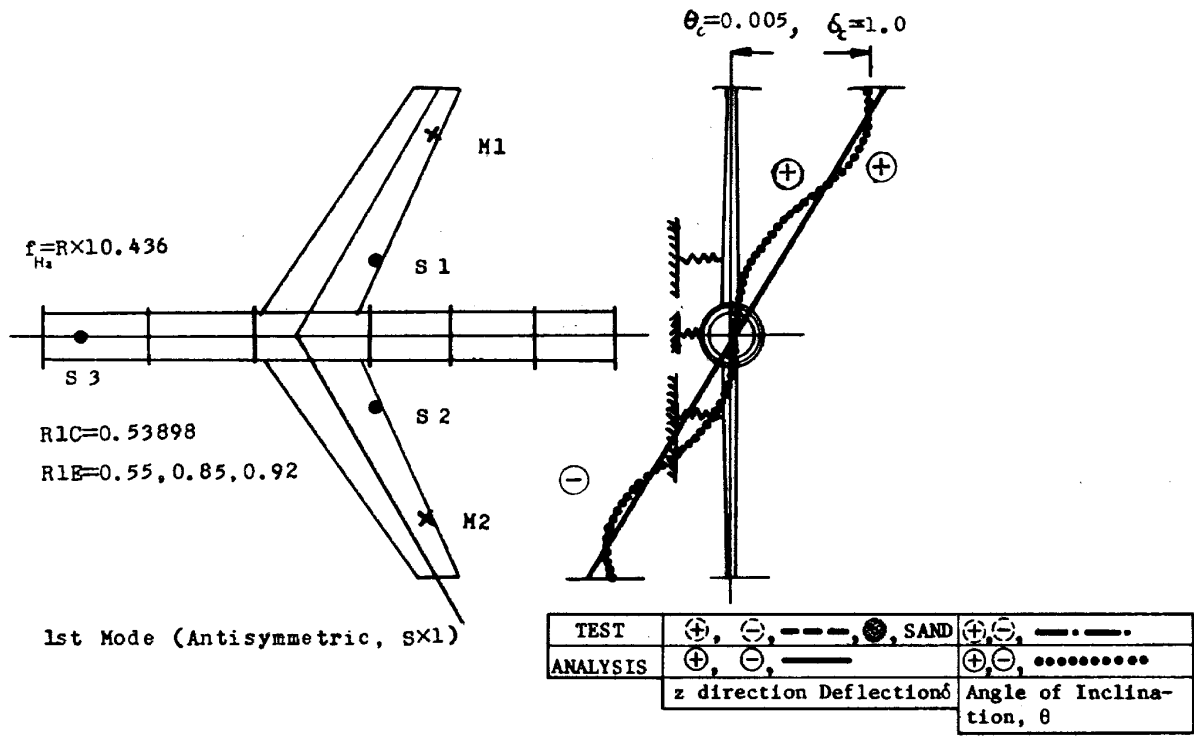


図 4 - 7 全系逆対称振動第一モード (SX1) 空

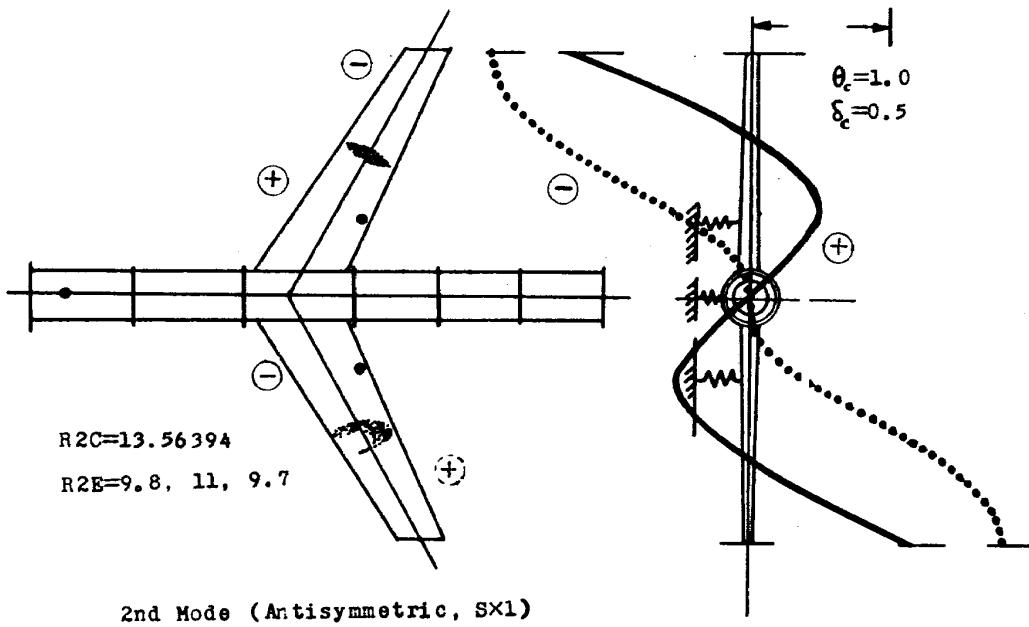


図 4 - 8 全系逆対称振動第二モード (SX1) 空

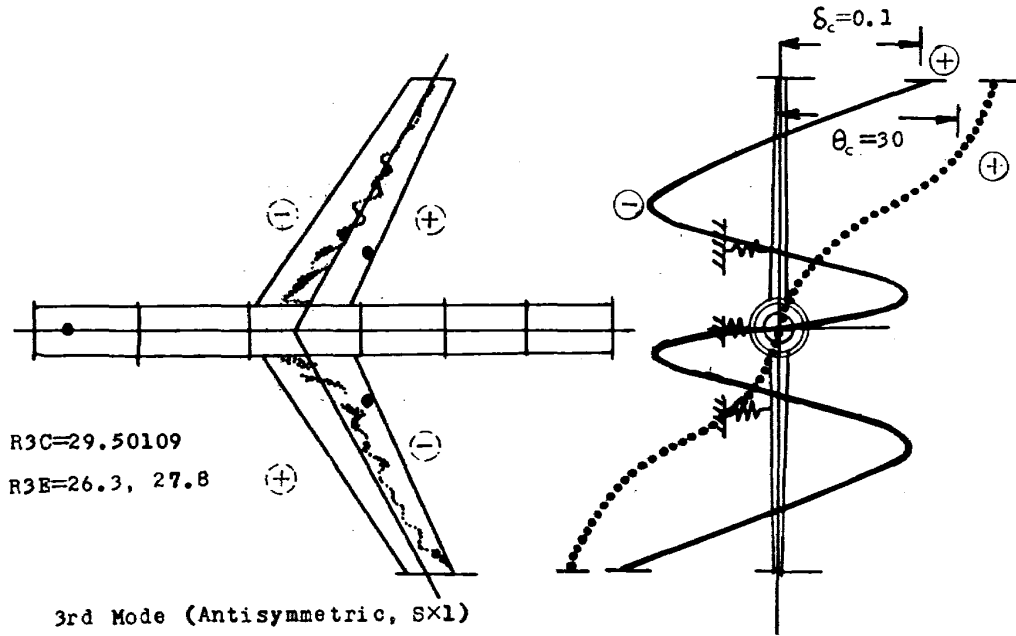


図4-9 全系逆対称振動第三モード(Sx1)空

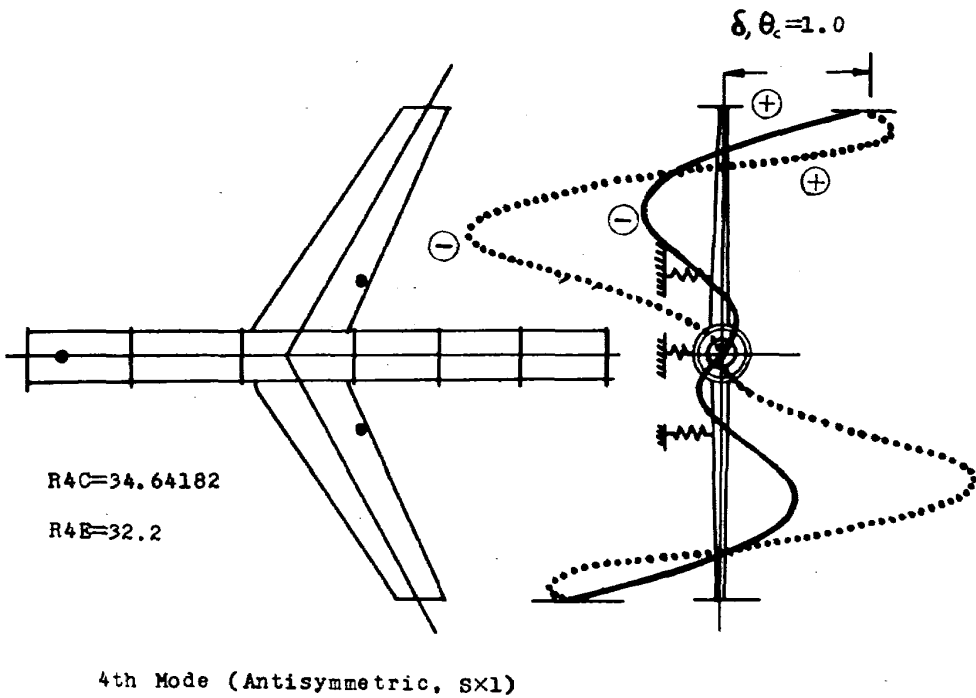


図4-10 全系逆対称振動第四モード(Sx1)空

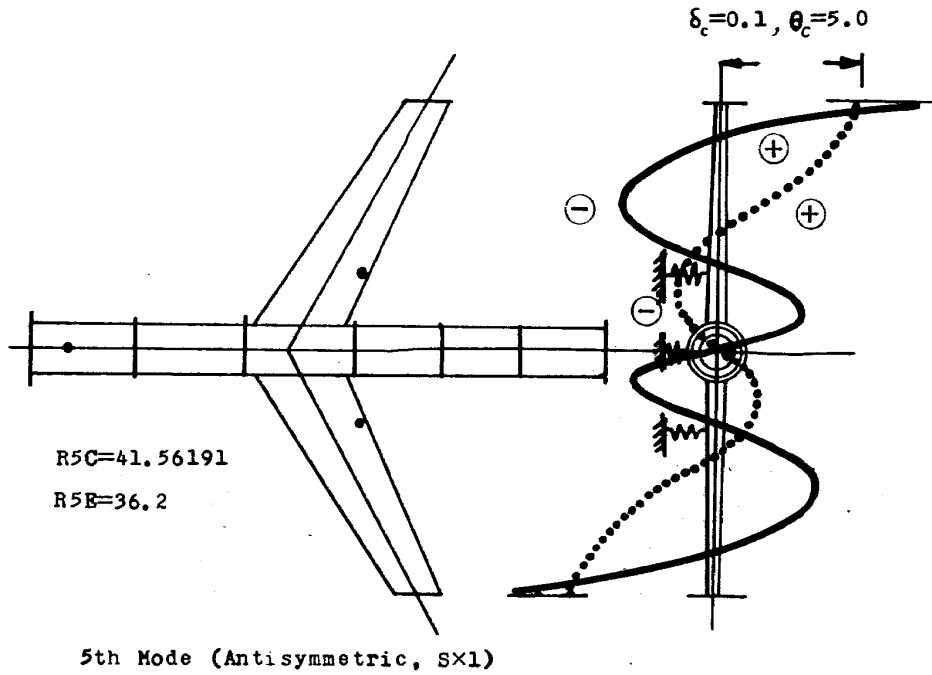


図 4 - 11 全系逆対称振動第五モード (S×1) 空

表 2 - 1 スプリング定数変化による, 固有振動数, 各モードの最高変位と最高歪みとの比率, 全系対称振動, 空の場合

SPRING CONSTANT

MODE	S x 1	S x 10	S x 100	S x 500	S x 1000	S x 10 ¹⁰
R1 1st	0.5241 ∞	1.641 ($\frac{W}{W}$) 389926	4.5676 ($\frac{W}{B}$) 7194	5.6382 ($\frac{N}{W}$) 467	5.6820 ($\frac{W}{W}$) 264	5.7136 ($\frac{W}{W}$) 467
R2 2nd	0.8250 ∞	2.5180 ($\frac{N}{B}$) 45438	5.8984 ($\frac{N}{W}$) 3434	6.5836 ($\frac{N}{B}$) 1277	6.7863 ($\frac{N}{B}$) 648	7.0019 ($\frac{W}{B}$) 52
R3 3rd	5.8527 ($\frac{N}{M}$) 326	5.860 ($\frac{W}{W}$) 1240	6.2211 ($\frac{N}{B}$) 7301	10.2276 ($\frac{W}{W}$) 2045	12.0239 ($\frac{W}{W}$) 1765	15.0318 ($\frac{W}{B}$) 214
R4 4th	12.9187 ($\frac{N}{B}$) 6840	13.403 ($\frac{N}{B}$) 7890	18.0250 ($\frac{N}{B}$) 8593	26.5874 ($\frac{N}{W}$) 913	26.6610 ($\frac{W}{W}$) 443	26.7180 ($\frac{W}{W}$) 386
R5 5th	26.3099 ($\frac{W}{W}$) 786	26.333 ($\frac{W}{W}$) 1112	26.4861 ($\frac{W}{W}$) 963	29.4861 ($\frac{N}{B}$) 61068	34.1954 ($\frac{N}{W}$) 314206	39.1571 ($\frac{W}{B}$) 73
R6 6th	28.2549 ($\frac{W}{W}$) 425	← fHz = 10.436 R1 ← $\frac{\delta \max (\text{Nose or Wing})}{\epsilon \max (\text{Wing or Body})}$ ← Position of Spring $\delta \max$ ← Position of Model $\epsilon \max$				

The ratio of maximum deflection at springs to maximum strain of the model in each mode

表2-2 スプリング定数変化による、固有振動数、各モードの最高変位と最高歪みとの比率、全系逆対称振動、空の場合

		S×0	*S×1	S×5	S×10	S×500	**S×1000	S×2000	S×10000	S×100000
1st	R	0.	0.539	1.20	4.60	6.75	7.22	7.47	7.69	7.74
	δ_R	-	∞	∞	23330.	16957.	422.	912.	52.	158.
	O(θ)	0.	0.	0.02	0.3	6.	0.8	0.86	0.9	0.9
2nd	R	13.54	13.56	13.65	15.64	21.86	25.07	26.59	27.42	27.56
	δ_R	-	1132.	1353.	1032.	944.	1058.	939.	318.	138.
	O(θ)	2.	3.	3.	4.	10.	17.	28.	35.	37.
3rd	R	29.50	29.50	29.51	29.73	31.15	33.70	34.57	34.60	34.61
	δ_R	-	3088.	1492.	8733.	13111.	898.	126.	69.	77.
	O(θ)	350.	350.	350.	300.	70.	14.	3.	2.	2.
4th	R	34.64	34.64	34.64	34.64	34.67	34.83	37.61	39.81	40.10
	δ_R	-	76.	52.	41.	479.	110.	1692.	513.	192.
	O(θ)	1.	1.	1.8	1.8	14.	5.4	45.	50.	50.
5th	R	41.56	41.56	41.57	41.64	42.06	42.86	45.31	51.66	53.12
	δ_R	-	1074.	449.	6248.	2096.	1462.	900.	177.	4.
	O(θ)	31.	31.	31.	25.	19.	30.	2.	2.	2.

1st row ...spring constant, R....eigenvalues, $f=R \times 10.4$, $\delta_R \propto \delta_{wing \max} / \epsilon_{wing \max}$, $O(\theta) \propto \theta_{wing \max} / \delta_{wing \max}$, *, **, 図5, 図6-2参照。

単純支持の近くでは第3モードが合わないが、これ以外では、このような系を作る場合の初期設計の系の特性を推定するには充分な解析値であることを示している。第4モードについては、これは翼の曲げ二次の振動に近いので、外板の剛性定数の取り方などに問題があるのではないかと思う。

逆対称振動においては、三点単純支持の最低次に不明の振動が生じているが、一般に3次までの振動はほぼ解析値近傍にあることがわかる。この不明の振動については、支持治具が多少剛性が少なかったと思われるふしもあるが、この支持条件による新たな振動であるかどうかは確認していない。

2.4 結合部の動的荷重の推定

次に、この計算結果を用いて、結合した系の結合部に

かゝる動的荷重を推定するときに参考となると思われる定性的な考察を行なった。

これまでは、スプリング部は実機の脚を想定して、この脚のため系がどのような振動特性を示すものか、たとえば、地上振動試験において、実機の脚のタイヤの空気圧を低くして試験するような場合の例を含めて吟味したが、この脚を、この系の本体を他の系に結合する部分と考えたとき、この結合部にどのような動的荷重がかゝるか推定するための準備として、これまでの固有振動解析結果を少しく吟味してみた。

スペース・シャトルを考えるまでもないが、部分系の結合によって、ある複雑な構造物を作ったとき、系によっては、この結合部に掛かる動的荷重としては、部分系を剛体と考えた振動系を考えれば、第一近似的には充分であろうと思われる。しかしながら一般の結合系におい

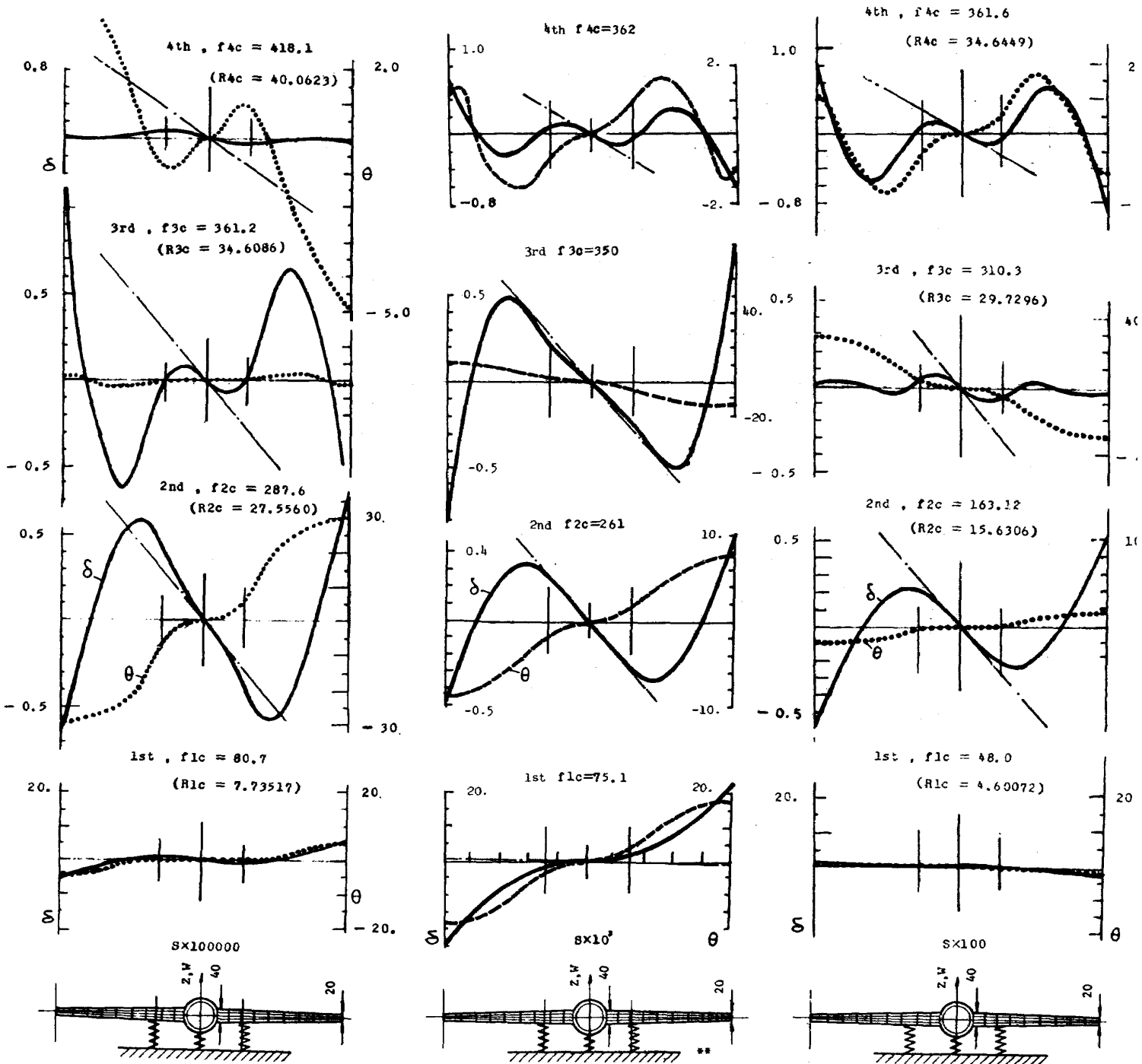
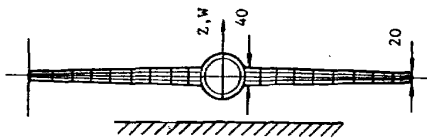
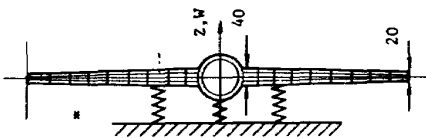
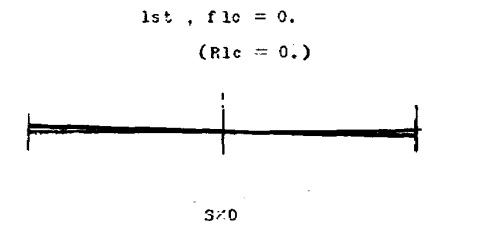
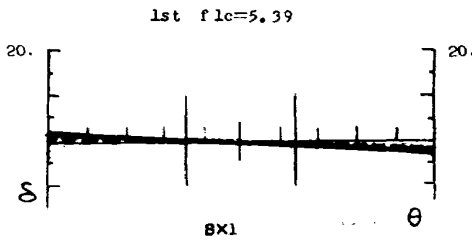
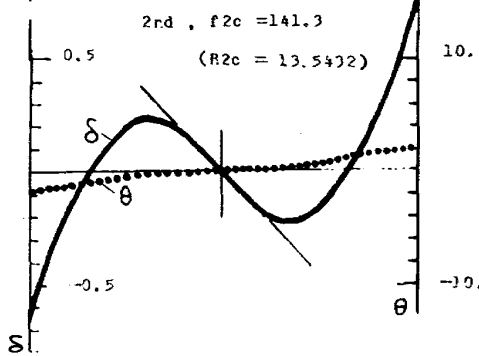
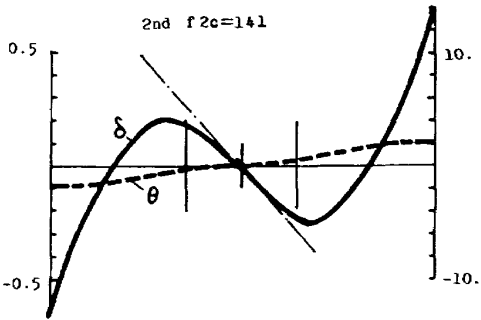
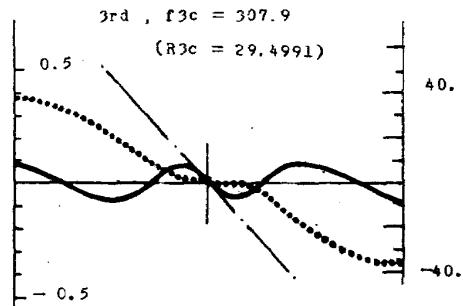
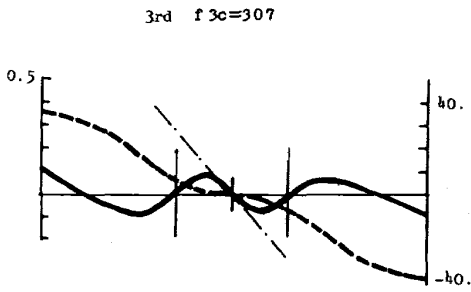
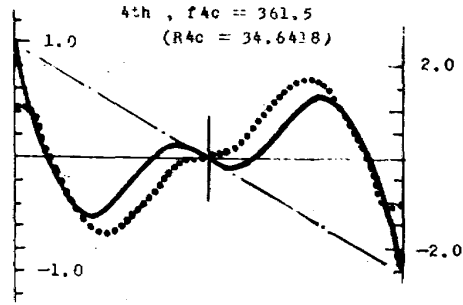
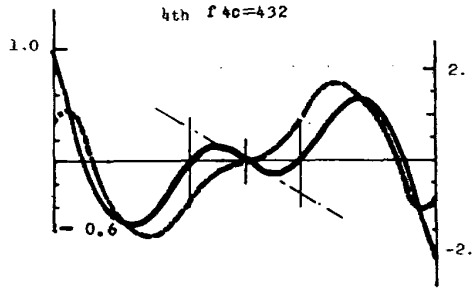


図5 スプリング定数変化によるモード等の変化,



全系逆対称振動, 空の場合

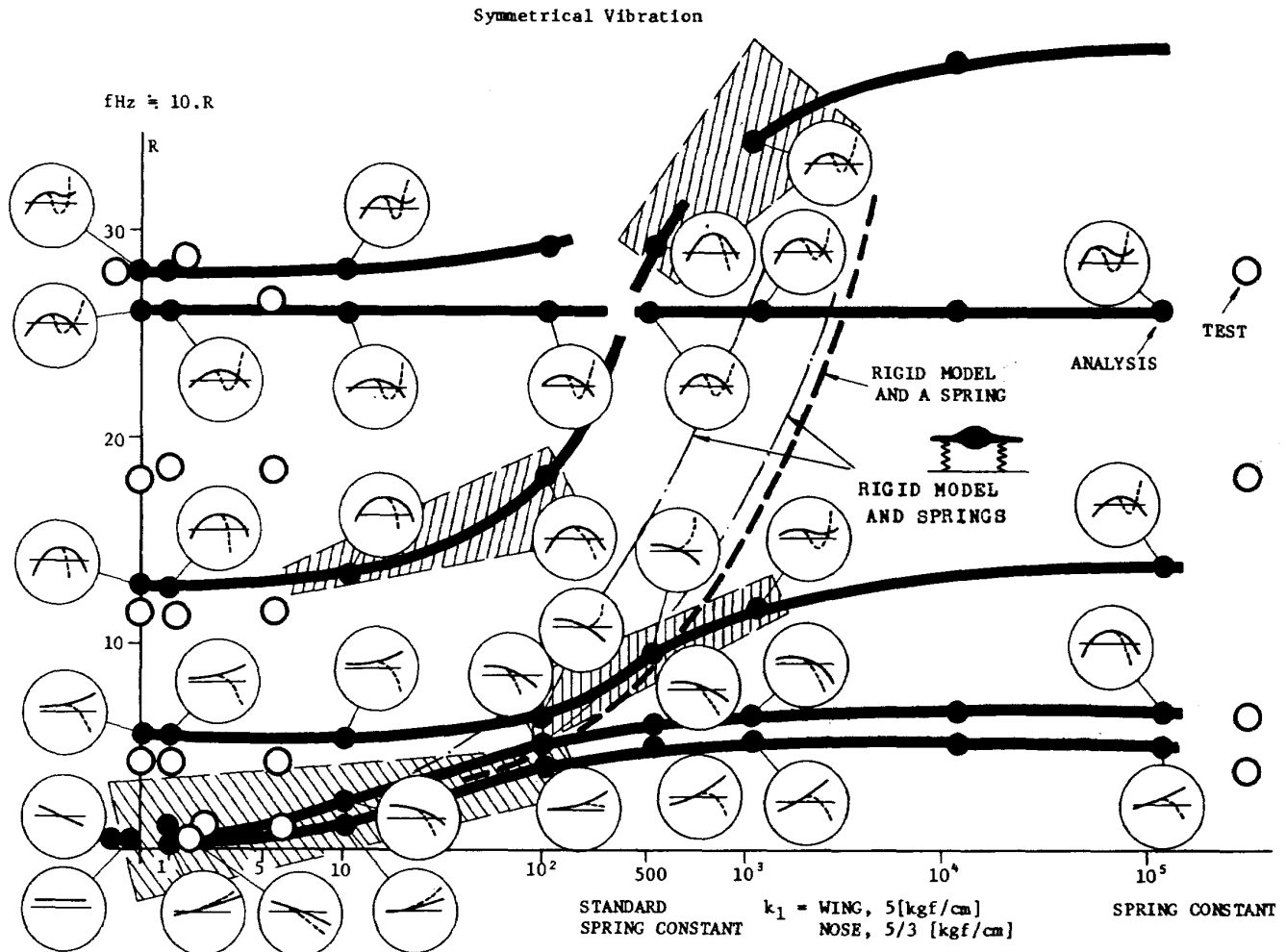


図 6-1 全系対称振動のスプリング定数変化による固有振動数, モードおよび実測振動数等, 空の場合

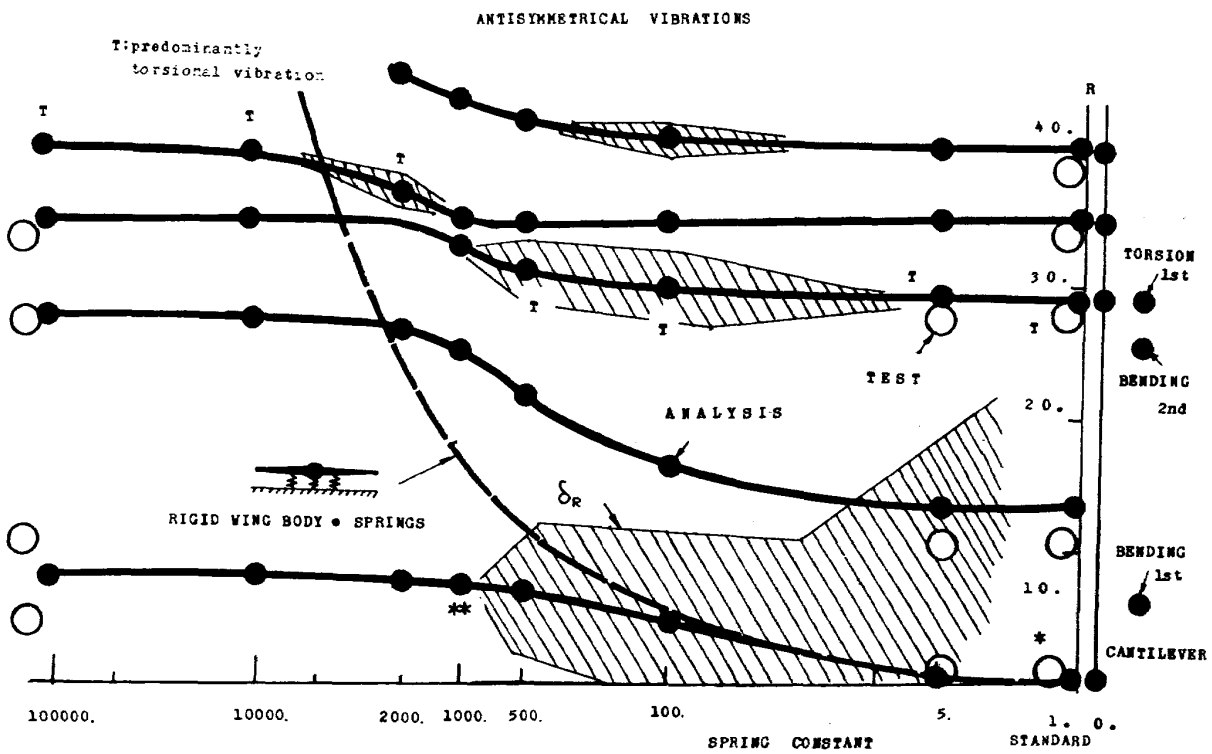


図 6-2 全系逆対称振動のスプリング定数変化による固有振動数等, 空の場合

ては必ずしも単純な近似を許すような構造ばかりとはいえない。例えば、ロケットの分離の結合部では強度剛性に上限も下限もあるであろうし、また、局部的には結合部より剛性の低い本体を結合するような場合もあろう。そこで、この様な複雑な系では、単に本体を剛体とするだけでは近似が不足する場合もあろうかと思う。

こゝで吟味するのは、二箇の本体を結合したものでなく、一箇は剛な地面、あるいは結合される本体に対して充分剛な重い物体と考えられるものの場合である。

この系の結合部について、それぞれの振動モードにおいてどのような変位が生じるか求めてみた。動的応答に対してはこれらの重ね合わせで近似的に推定できよう。

表2-1において求められた振動モードは、原点の変位を1(1mmでもよいが)としてノーマライズしてあるので、こゝでは、この基準の各モードについて、本体(胴体部または翼部)の最高振動歪みに対するスプリング部の撓みの比率を計算した。歪みと撓みであるので、ノンディメンションではないが、これにある定数のかゝったものを考えればよい。

対称振動の場合を表2-1の枠の下段の数値で示した。この数値の左方の $(\frac{N}{W})$ 等の記号は、それぞれのモードにおいて、最高スプリング部の撓みが生じる場所を分子の文字(この場合は胴体前方、N、のスプリングの撓み)で表わし、分母は最高歪みの生じる本体の部分(この場合は翼の部分、W、に最高歪みがある)を示す文字である。

歪みは、図式的に最も小さい半径部と考えられる位置の曲率半径を求め、胴体または翼の半径または厚さを考慮して最高歪みの量を求めた。

表2-2の逆対称振動の場合には、振り角と曲げ撓みとの比率も求めてみたので併記した。

表2-2は、 $S \times 1$ が図1のスプリングの場合で、第一行はこのスプリングを単に整数倍したときのもので、これらの系について第5モードまで示した。各モードについて、 $R, \delta_R, O(\theta)$ を示したが、 R は固有値、また、 $\delta_R, O(\theta)$ の値は、翼付根のy方向の傾斜を基準にしてノーマライズしたモードについて求めたもので、 δ_R は翼の最大歪量で脚付根の変位を割った値であり、 $O(\theta)$ は翼の最大変位量でx方向翼の最大傾斜角を割った値である。

これらの比の値は、脚部が機体変形に対して大きく変位するモードおよび翼の曲げ変形に対して振り変形の大きなモードを示す目安となる。

これらの比率の値を見ると、常識的ではあるがさきののべたように、本体が剛体変位に近い時の振動に近いモ

ードの場合に大きな撓みを生じていることがわかる。この様子を図6の斜線部をもって示した。図6の破線と一点鎖線で示した曲線は、本体を剛な構造としてスプリングで支持したとき、このスプリング定数を増加して行った場合の振動の様子を示しているが、組み合わせた系は、この曲線の近傍にあるモードにおいて結合部の撓みが大きくなっている。

結合部の問題は種々の構造物に考えられ、これらの構造物の動的荷重の解明は重要な問題であろう。スペースシャトルの場合、1/8のシミュレート・モデルの実験において⁷⁾この種の原因による振動が生じているといわれている。

3. 二三の補足資料

3.1 翼の一部に水を入れた模型の振動

3.1.1 全系の自由支持条件での振動

全系自由支持条件で翼内部タンクに水を入れた系の対称振動解析と実験とについて述べる。

水との連成振動は興味深い問題であるが、こゝでは水のスロッシング振動は考えず単に慣性質量の増加とみた場合に限定しておこなった。

模型は図7に示すように、斜線部にそれぞれ隔絶された8箇の、小骨と桁とに囲まれた空間に合った形状の真鍮製のタンクを作り、これに水を満たした時のもので、図8には8箇のタンクに水を満たした場合の数値解析結果と実測値とを示した。図3のタンク空の場合の値と比較して、計算結果は固有値が低下しているが、実測値では、測定精度を考慮すると振動数が低下していると判定するには不十分であるが、やゝこの傾向を示している。たゞ3、4次となるとモードの変化が生じている。

3.1.2 翼部のみの片持条件での振動

前項と同様に水の入った翼の振動の例として、翼部分のみ取りはずし、片持条件の振動解析と実測との結果を示す。この場合、減衰係数も参考のため測定したのでその結果も併記する。

図9に水の入らない空の場合と水を2箇所のタンクに入れた場合(付根部)および4箇所に満たした場合の固有振動数および振動モードの計算値と実測振動数および振動のノーダルラインとを示す。

実測は計算の場合の固定辺、つまり胴体中心軸部ととなり、この中心軸から少しく外側の辺を固定した条件になっている。

この結果を図3および図4と比較すると、翼を片持とみた場合の振動と胴体と結合した全系の振動との相違が明らかにわかる。図9-13にグラフで示した。

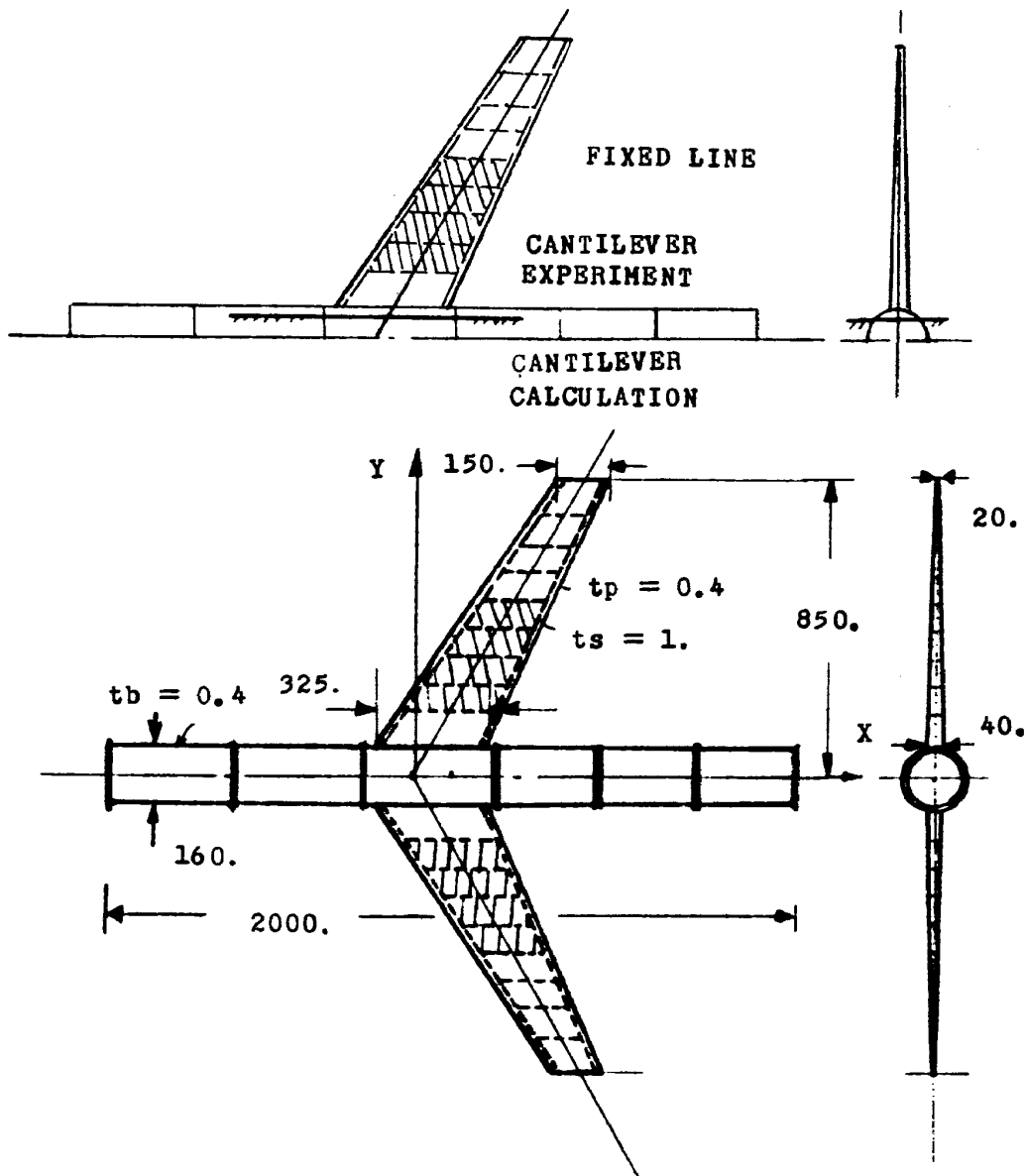


図7 片持翼と全系との水を入れた場合の模型

減衰係数の測定は、任意の変位を与えて放ち、以降の自由振動を記録した。

図10にその測定結果を示した。

つぎに、重心と剪断中心とが一致しない片持翼の振動解析方法をTR-363に述べたが、数値解析を行なったので、その結果を示しておく。

3.2 重心と剪断中心とが一致しない片持翼の振動解析例

非対称断面の梁が自由振動すると一般に曲げと振りとの連成した振動となる。この曲げと振りとの連成振動は断面の重心と剪断中心とが一致しない場合には常におこるものであって、一般的な場合には二つの互いに垂直な曲げ振動と振り振動とが連成して三重連成振動を生じ

る^{3),4)}

このような連成振動の微分方程式による解法やエネルギー法による解法については古くから研究されておるが、さきに構造翼の振動解析に用いた方法²⁾が二重連成の場合に容易に応用できるので、一つの計算例として示して置きたい。

微分方程式によって連成振動を解く場合は別として、エネルギー法では試験関数としてはそれぞれ曲げの撓みと振り角とを表わす関数を仮定して解く方法とがとられている。今回示す方式もこの方法に属するものであるが、ここでは曲げと振りに関する試験関数を別々に仮定しないで、二次元の関数として一つの曲面を仮定することになる。つまり図11に示すように、試験関数としては梁の重心を通り断面の対称軸に平行な平面を基準とし、こ

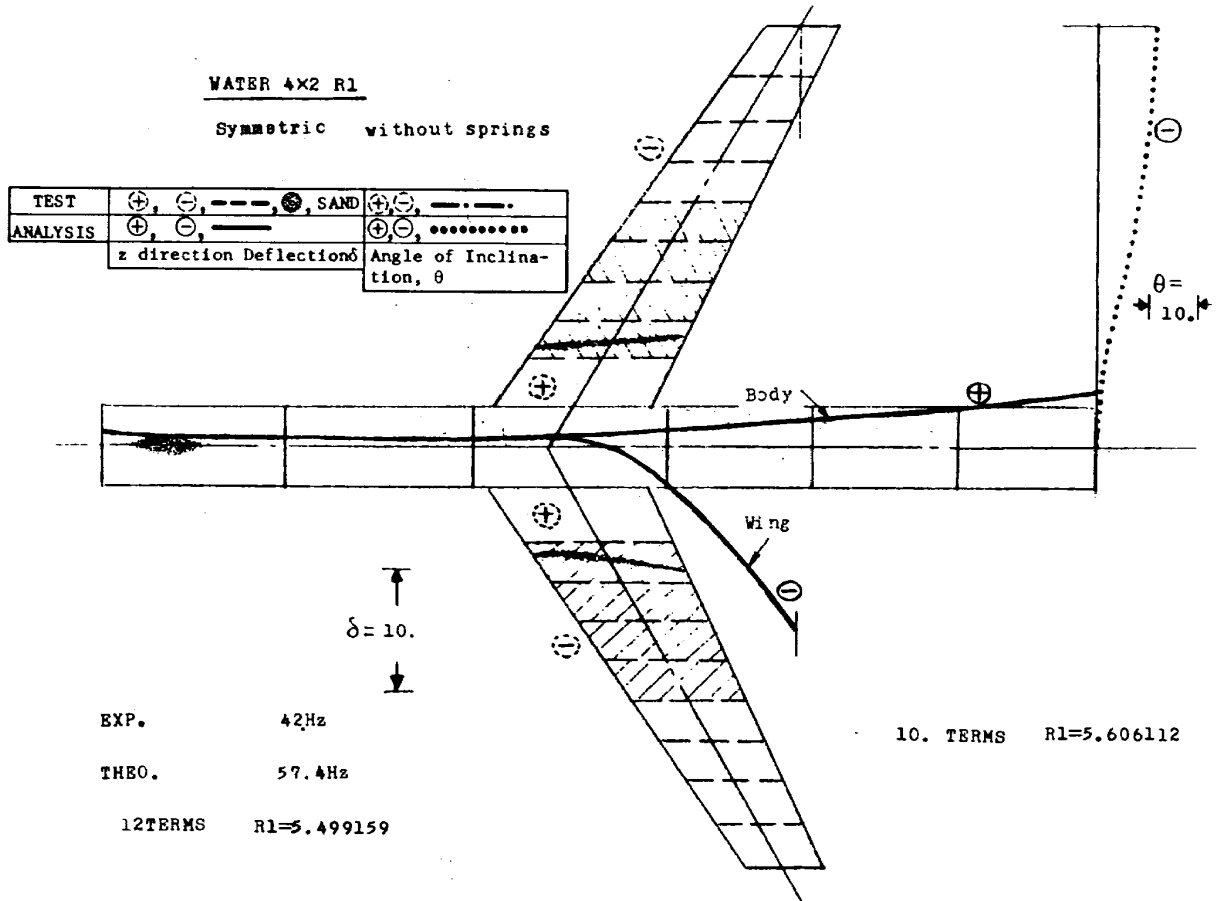


図8-1 全系対称振動第一モード(自由)水8

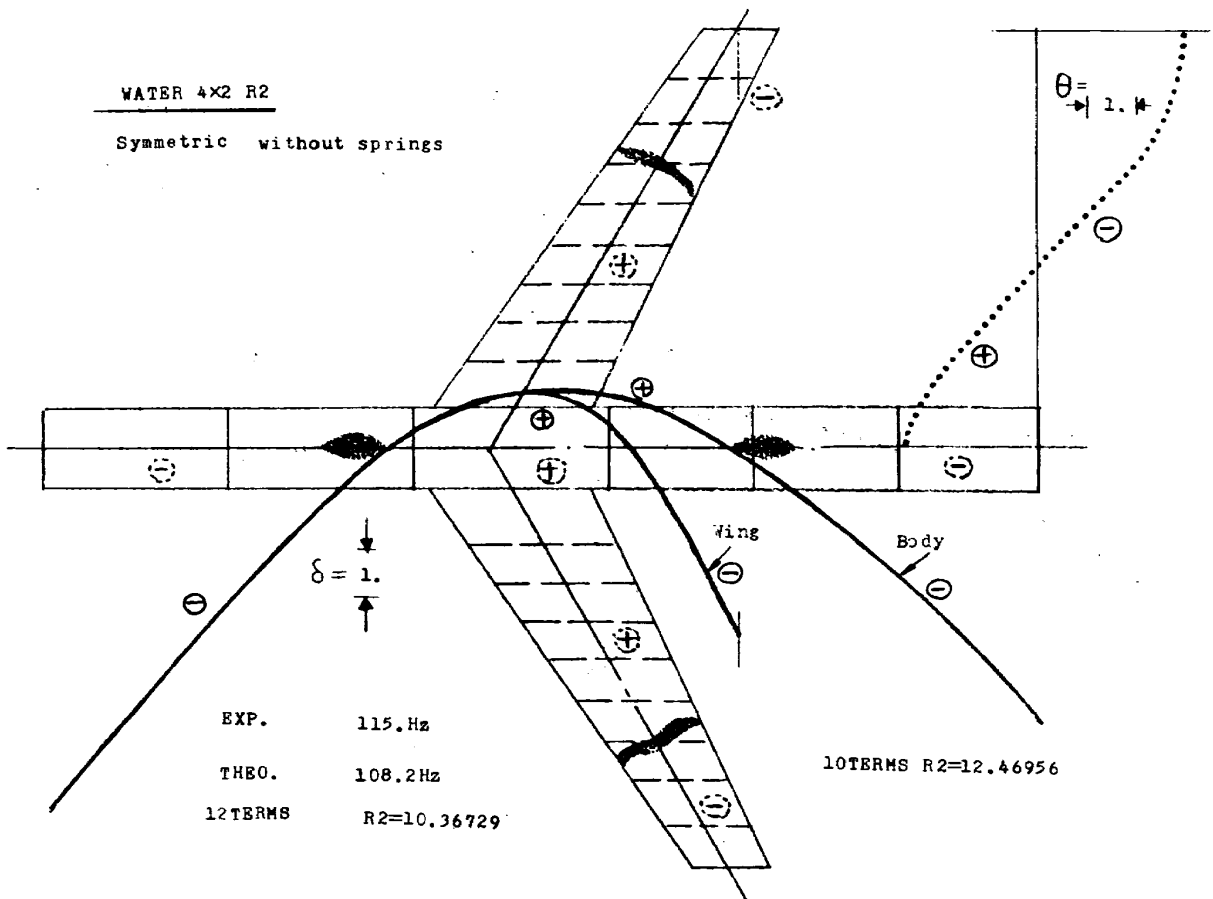


図8-2 全系対称振動第二モード(自由)水8

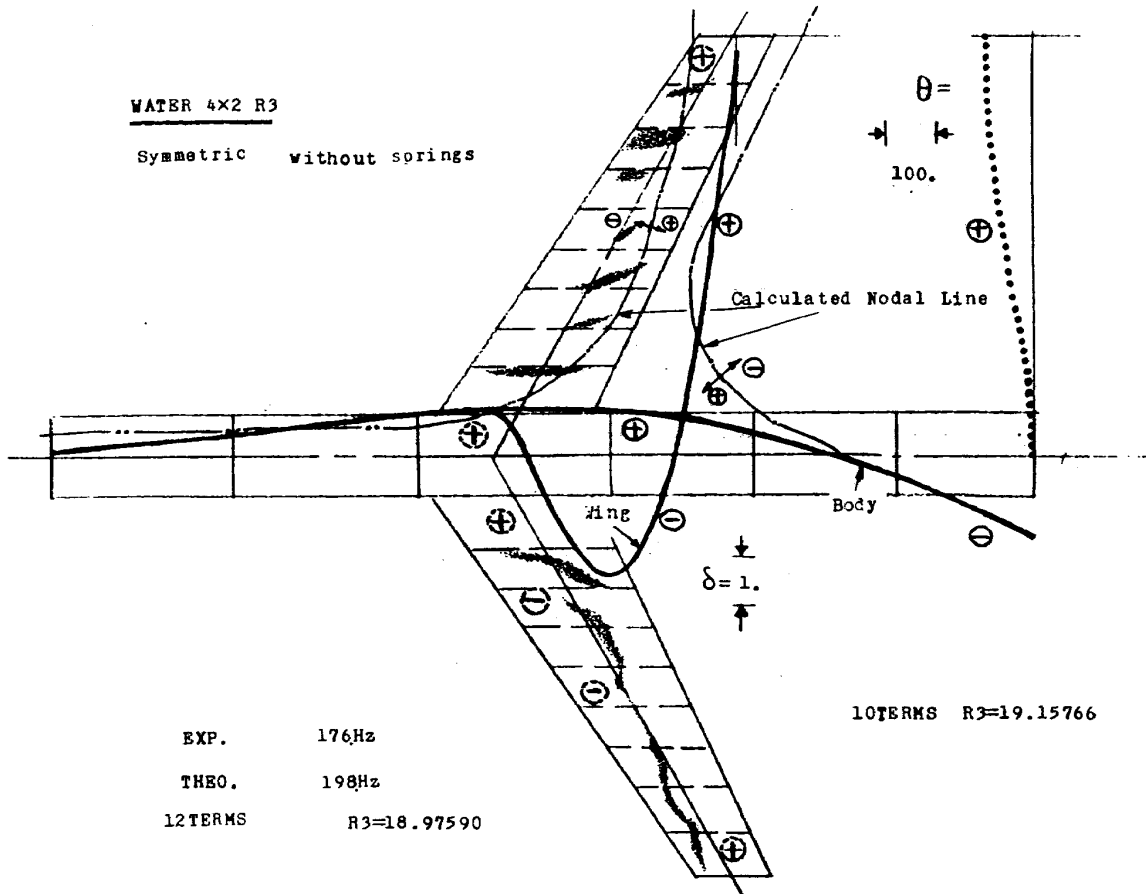


図 8-3 全系対称振動第三モード(自由)水 8

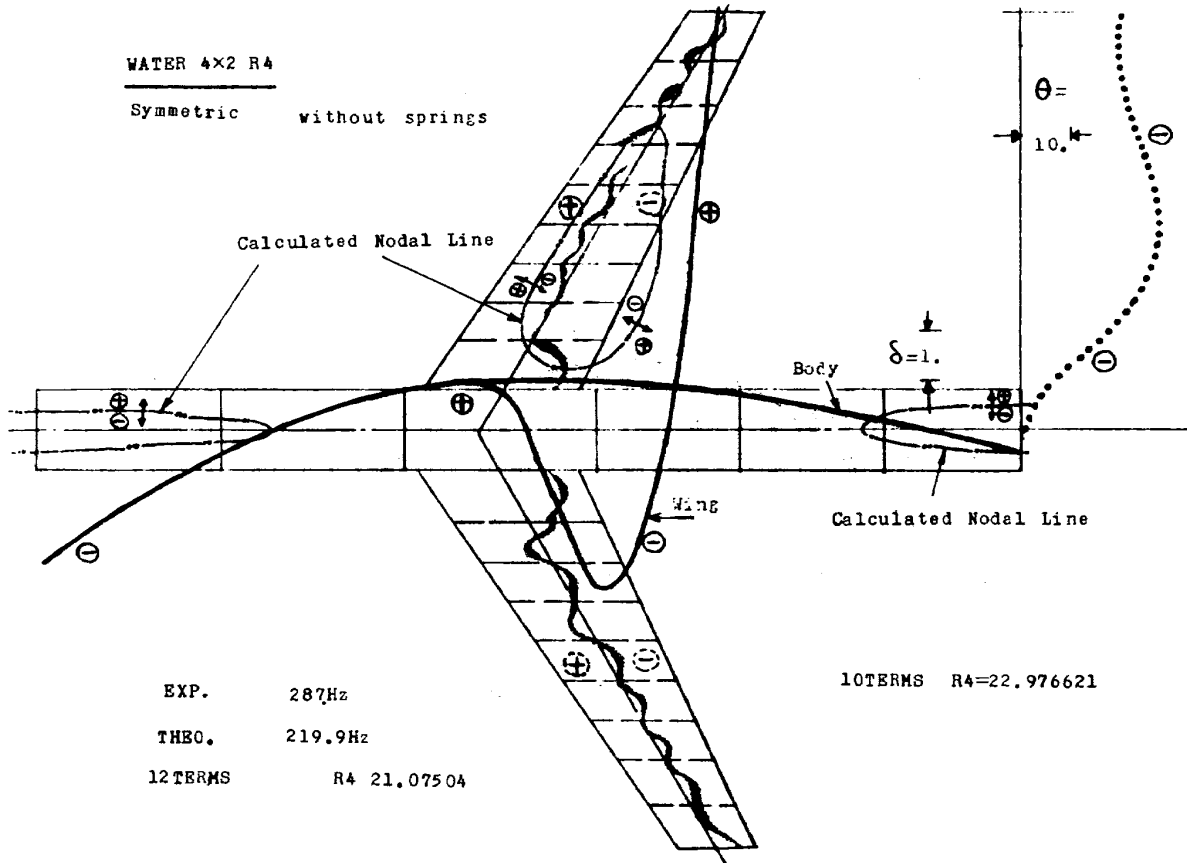
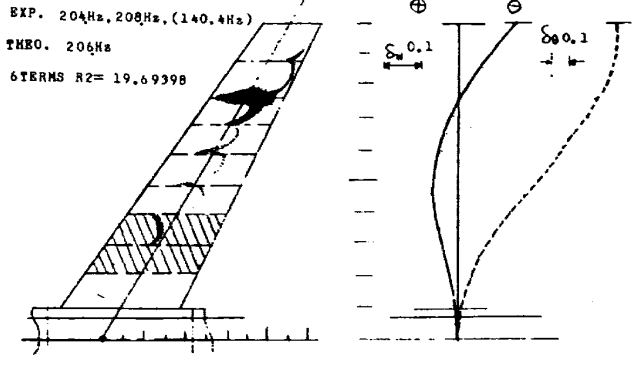
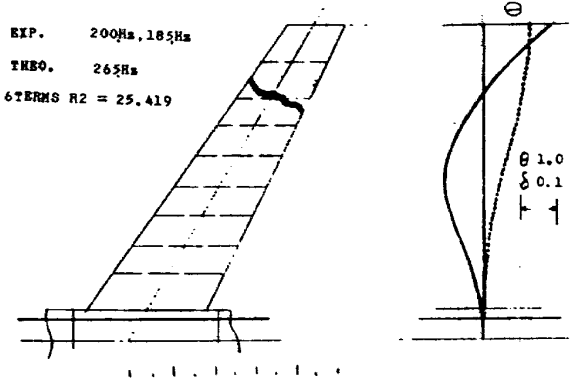
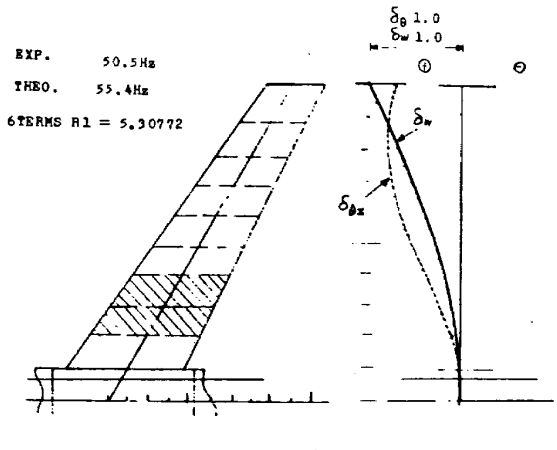
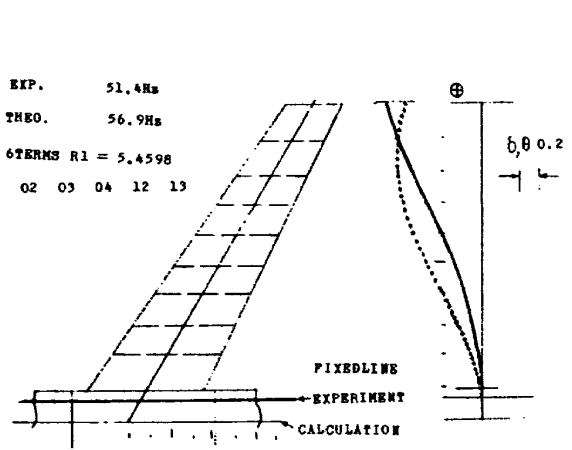


図 8-4 全系対称振動第四モード(自由)水 8



WEIGHT 1.73Kgf

WEIGHT 2.49Kgf

図9-1 片持翼第一, 第二モード 空

図9-3 片持翼第一, 第二モード 水2

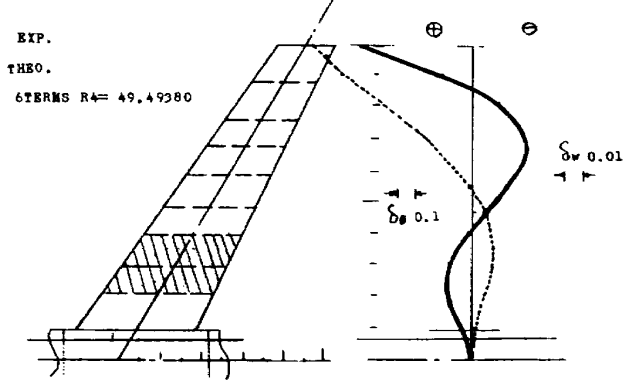
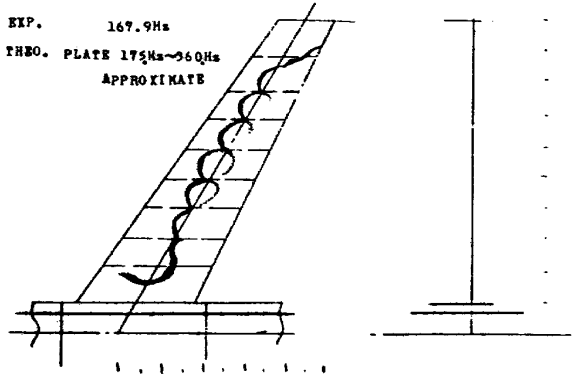
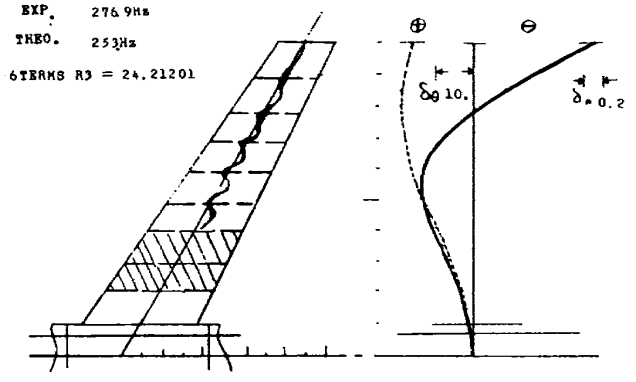
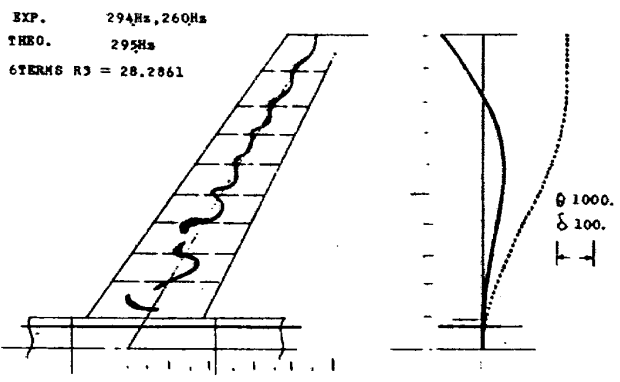


図9-2 片持翼第三, パネル振動 空

図9-4 片持翼第三, 第四モード 水2

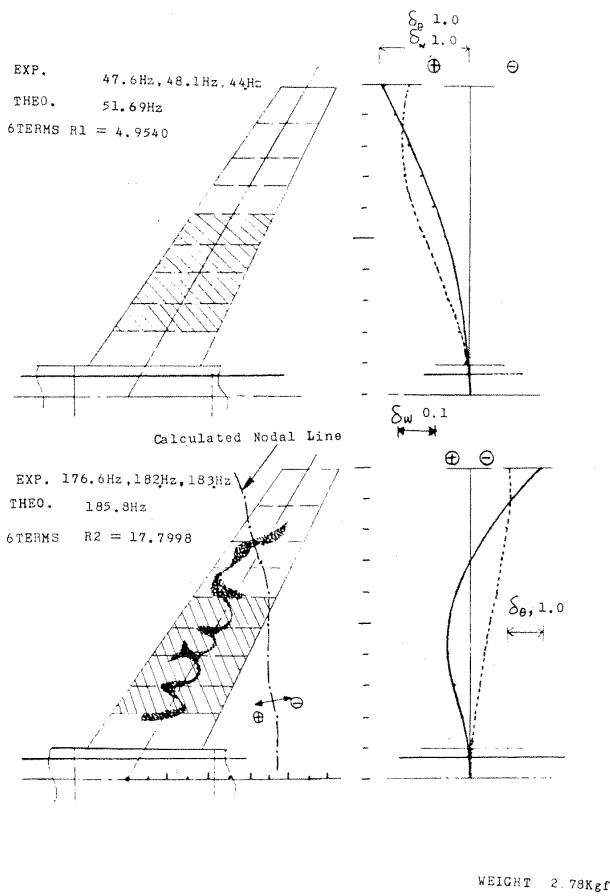


図 9-5 片持翼第 二 , 第二モード, 水 4

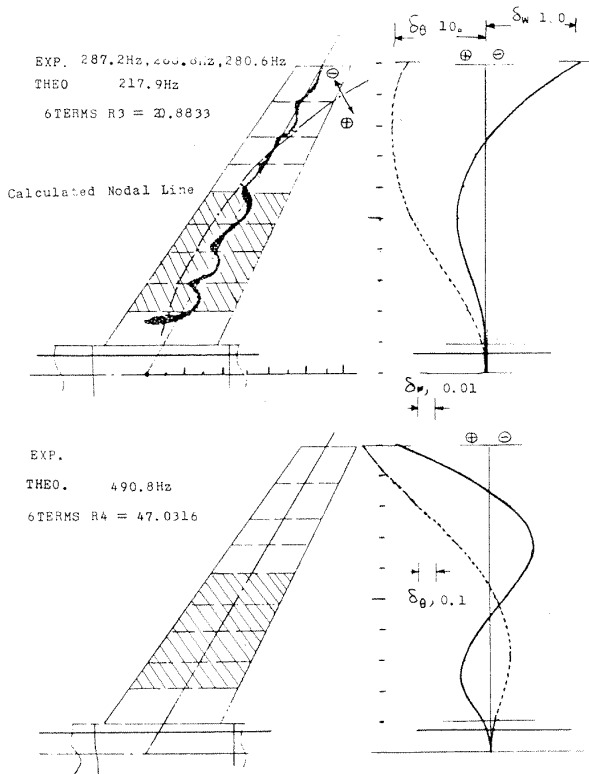


図 9-6 片持翼第三, 第四モード, 水 4

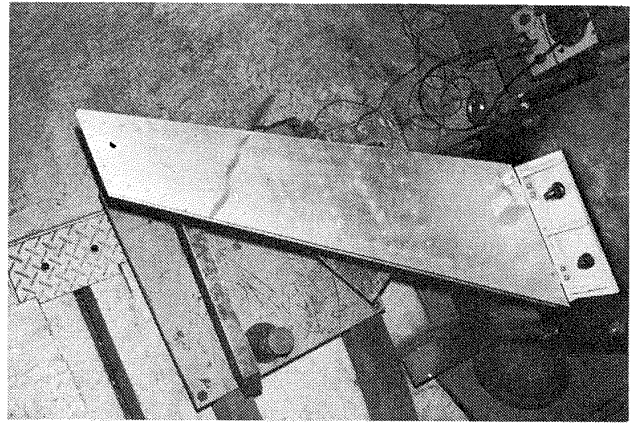


図 9-7 片持翼, 空, 図 9-1 第二モード, 185Hz

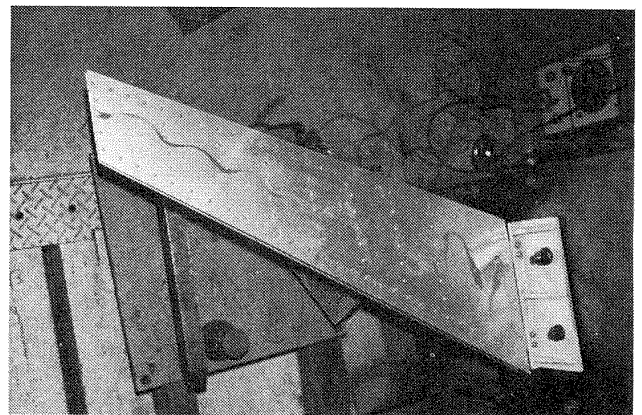


図 9-8 片持翼, 空, 図 9-2 第三モード, 260Hz

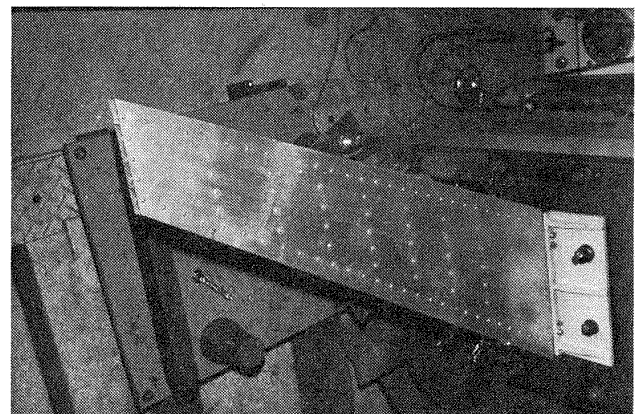


図 9-9 片持翼, 水 2, 図 9-3 第二モード, 208Hz

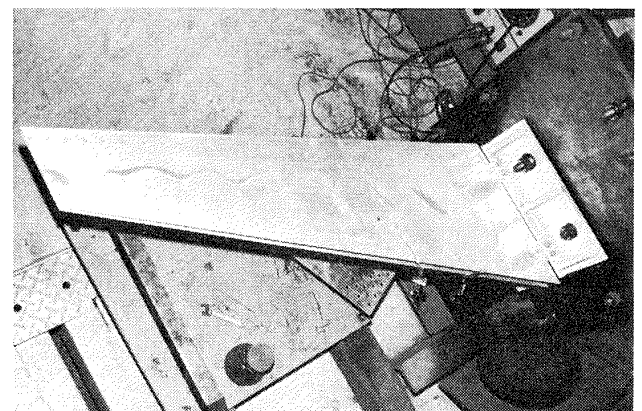


図 9-10 片持翼, 水 2, 図 9-4 第三モード, 261Hz

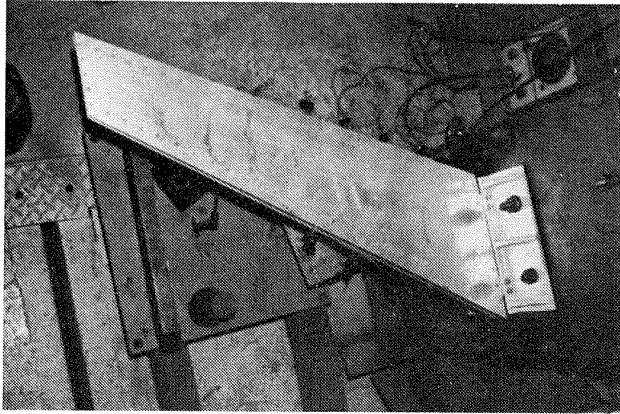


図9-11 片持翼, 水4,
図9-5第二モード, 201Hz

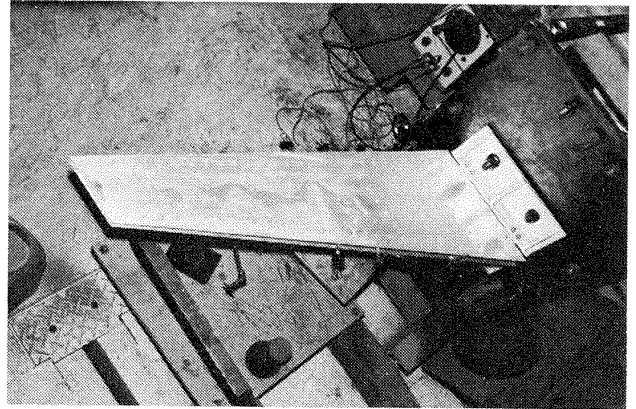


図9-12 片持翼, 水4,
図9-6第三モード, 265Hz

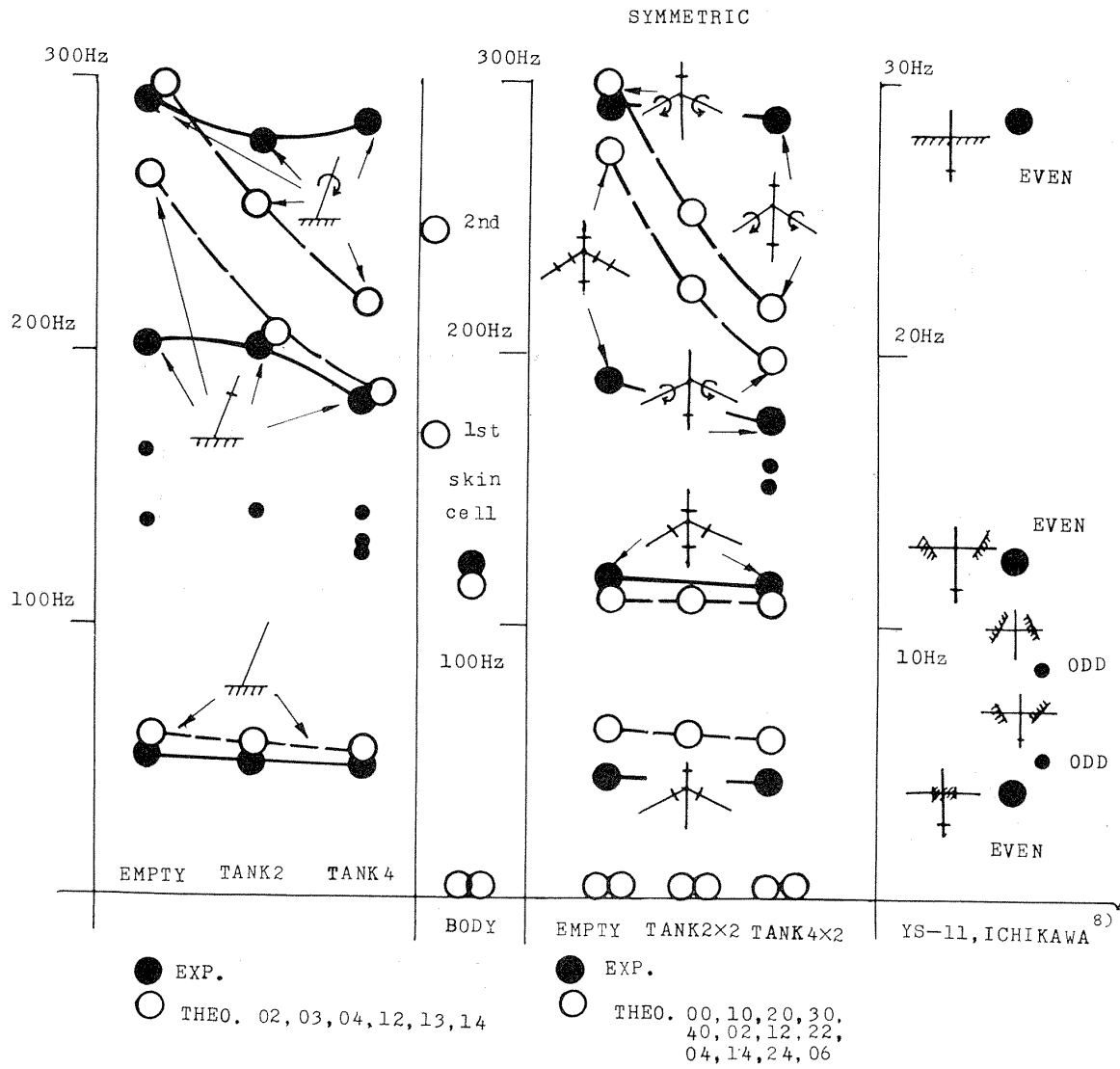


図9-13 片持翼と全系およびYS-11の振動の対比

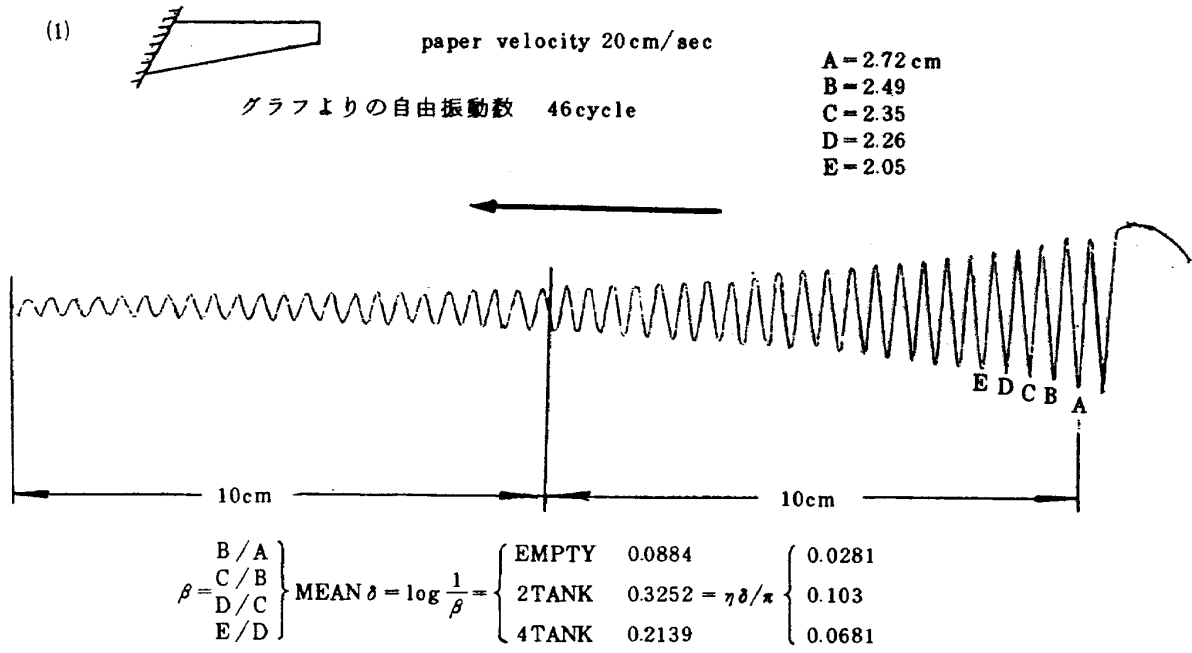


図 10 - 1 減衰係数の測定, 片持翼, 空の場合

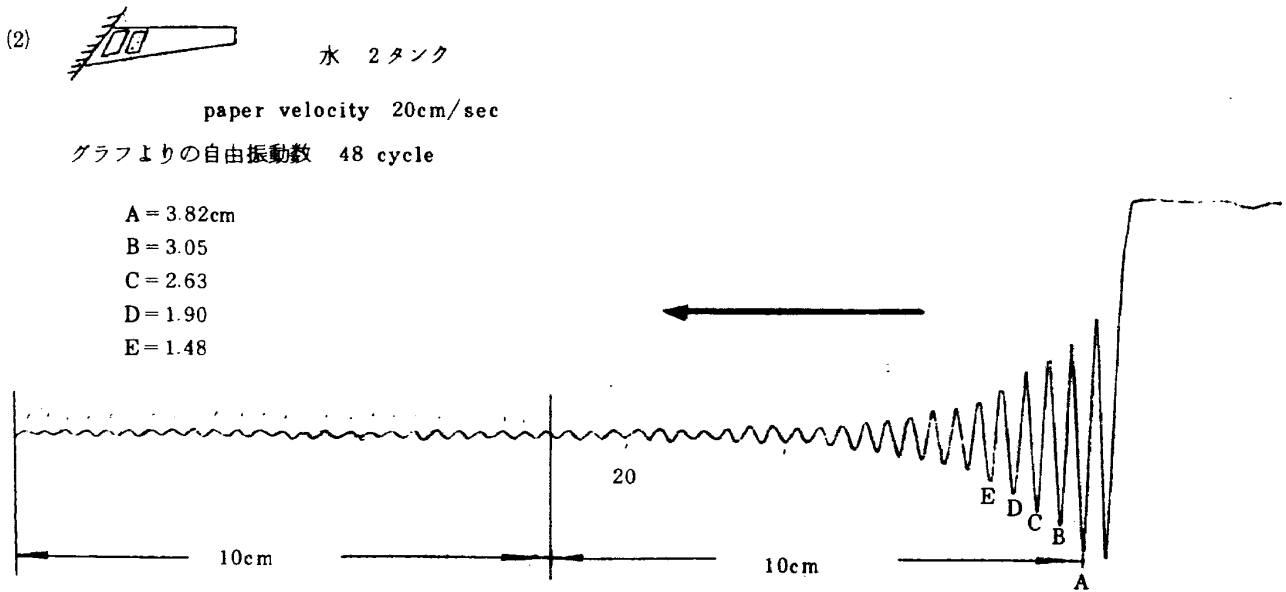


図 10 - 2 減衰係数の測定, 片持翼, 水 2 の場合

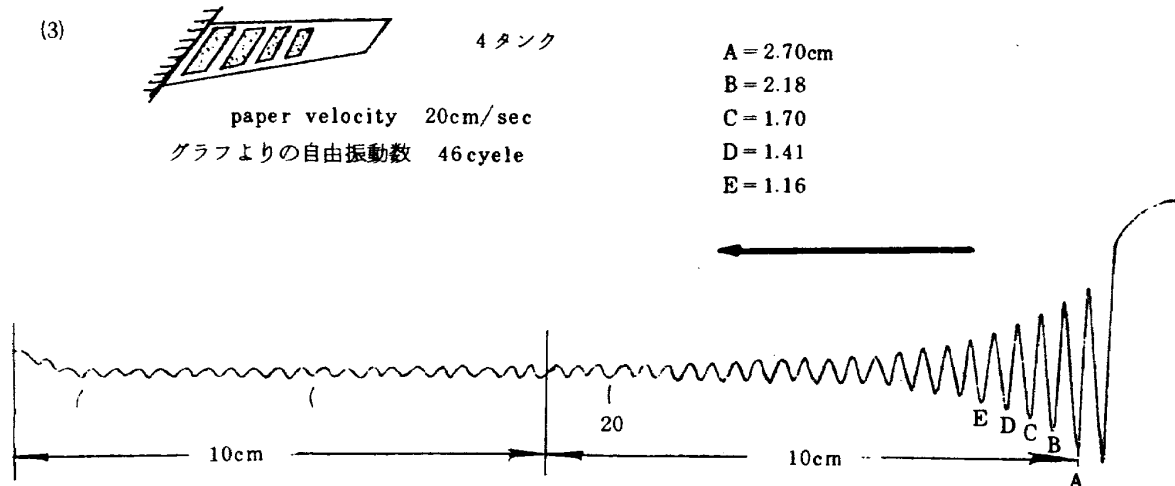


図 10 - 3 減衰係数の測定, 片持翼, 水 4 の場合

の x, y 平面からの撓みを表わす x, y の関数 $w(x, y)$ を仮定する。そして、直線と仮定した弾性軸と重心軸とがそれぞれ異なった位置でこの撓み関数の上にあると考える。このように考えると、弾性軸および重心軸位置の撓み関数が与えられるから、これらからそれぞれのエネルギーが求められる。つまりさきに図 12 に示したような構造翼の振動解析を行なったときに、桁が任意の位置

にあるときの一般式を導き、仮定した撓みの曲面を表わす(1)式から、これらの位置にある桁の曲げと捩りに関する歪エネルギーと運動エネルギーの値を計算するプログラムが求められている。この式を利用する。

さて、梁の弾性軸と重心軸とが一致しない二重連成振動に関するエネルギーは次のように与えられる。図 11 を参照して、歪エネルギーは、 Ot' 軸上で、(2)式となり

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{l'} (EIw'^2_{t'} + GJ\theta'^2_{t'}) dt' \quad (2)$$

また、運動エネルギーは、(3)式となる。

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{l'} \{ \rho A (\dot{w} + e\dot{\theta})^2 + \rho I_G \dot{\theta}^2 \} dt' \quad (3)$$

ところで、この(3)式の運動エネルギーの式の $(\dot{w} + e\dot{\theta})^2$, $\dot{\theta}^2$ の w および θ は、剪断中心軸 Ot' 上の値をとるわけであるが、梁と仮定して論じる場合には、この剪断中心と重心とは e の長さの回転半径の直線で結ばれると考える。一方、ここでは、二次元の関数の撓みを仮定しているので、剪断中心と重心との間では、一般に撓みによって曲面となる。しかし、梁と考えた仮定と一致させるためには、この関数には Ot' , Gt 間で変位は直線的となる拘束条件を満足するようにする必要がある。ここでは、この間の撓みは少ないと仮定して、 Gt 軸上の θ の値と Ot' 軸上の θ の値とは等しいものとし、図 11 の関係より、 Ot' 軸上で値から算定される Gt 軸上の $w + e\theta$ の値は、 Gt 軸上の w の値と等しいと考える。このようにすると、(3)式で与えられる運動エネルギーは

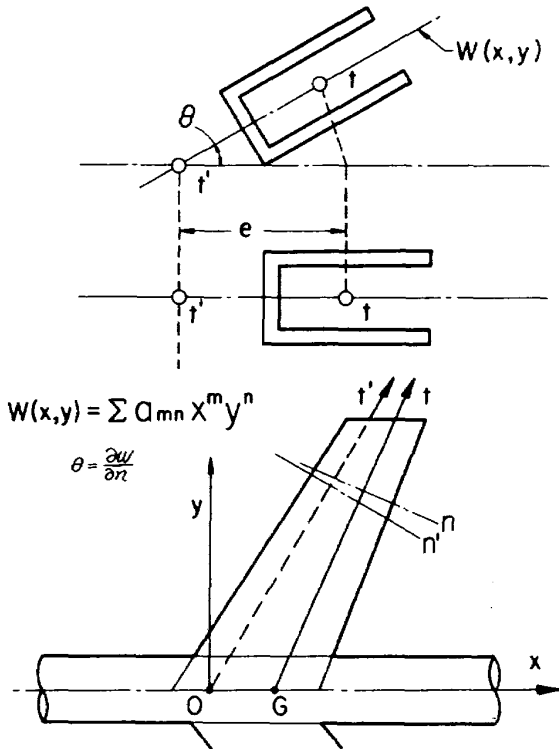


図 11 重心軸と剪断中心軸の一致しない系

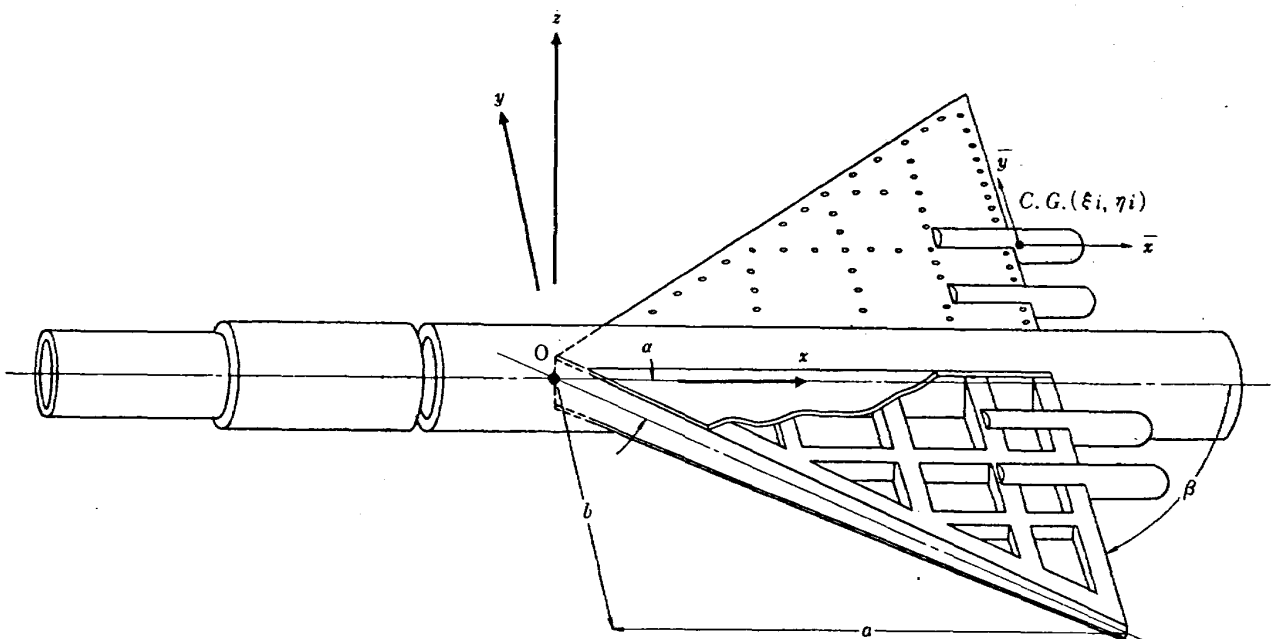


図 12 高速飛行体構造模型

(4)式となる。

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \{ \rho A \dot{w}^2 + \rho I_G \dot{\theta}^2 \} dt \quad (4)$$

与えられた試験関数から Ot' 軸上の(2)式の V と Gt 軸上の(4)式の T とは簡単に求められる。

以下計算実例を示す。

まず、等断面、図 13、で付根辺に垂直な片持梁の振動数の第一近似解を求めるため、試験関数として、ごく簡単な(5)式を用いる。

$$w(x, y) = a_{02} y^2 + a_{12} xy^2 \quad (5)$$

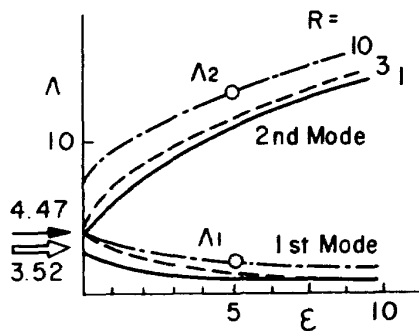
この場合は、

$$A^2 = \left\{ \frac{10}{3} ck + 10(1+\epsilon) \right\} \pm \sqrt{\left\{ \frac{10}{3} ck + 10(1+\epsilon) \right\}^2 - \frac{400}{3} ck}, \quad (6)$$

こゝに、 $A = \omega L^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}$, $c = \frac{GJ}{EI}$,

$$k = \frac{\rho AL^2}{\rho I_G}, \quad \epsilon = e^2 \frac{\rho A}{\rho I_G}$$

$$w = a_{02} y^2 + a_{12} xy^2$$



$$A = \omega L^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}, \quad R = \frac{GJ}{EI} \frac{\rho AL^2}{\rho I_G}, \quad \xi = e^2 \frac{\rho A}{\rho I_G}$$

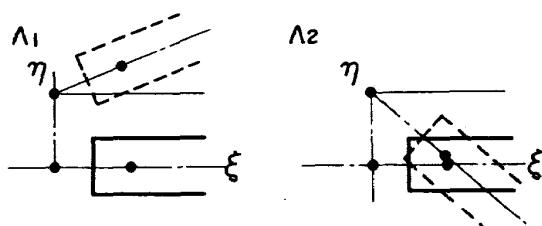


図 13 重心軸・剪断中心軸の一致しない系の解析, 例 1

である。 c , k および ϵ が与えられれば、 ω が(6)式から求められる。 $\epsilon = 0$ の場合は両軸の一致する片持梁の解で、この場合の ω は独立な曲げと振りの角振動数の第一近似の値となり、 $A_1 = \sqrt{20ck/3}$, $A_2 = \sqrt{20}$ となる。

(6)式の ϵ を横軸にとり A を縦軸とし、 $ck = R$ の値をパラメタとしてグラフに示したものが図 13 である。この近似解では独立な 2 根が等根になるのは、 $R = 3$ で $A = 4.47$ であるが、厳密解では $R = 5$ で $A = 3.516$ である。モードの例として、 $R = 10$, $\epsilon = 5$ の場合の A_1 , A_2 の白丸の点の固有値に相当するものを図 13 に併記した。

また、飯田⁶⁾ の値および Garland³⁾ の実測値と本論の第一近似値とを比較したものを図 14, 15 に示した。

こゝで求めた結果を先人の実測値および計算値と比較

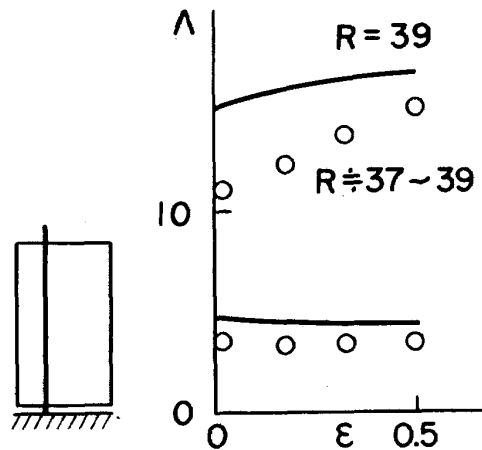
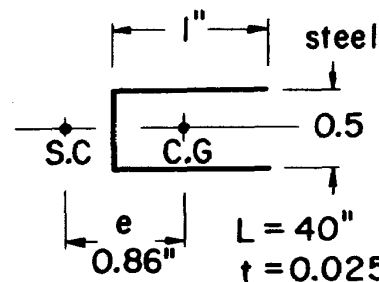


図 14 重心軸・剪断中心軸の一致しない系の解析, 例 2



Garland.
 $R \approx 2.5$ $\epsilon \approx 4.1$
 exp. $11.8\text{Hz} \sim 43.3\text{Hz}$
 cal. $11.9\text{Hz} \sim 45.3\text{Hz}$
 Our 1st App.
 $16.4\text{Hz} \sim 71.8\text{Hz}$

図 15 重心軸・剪断中心軸の一致しない系の解析, 例 3

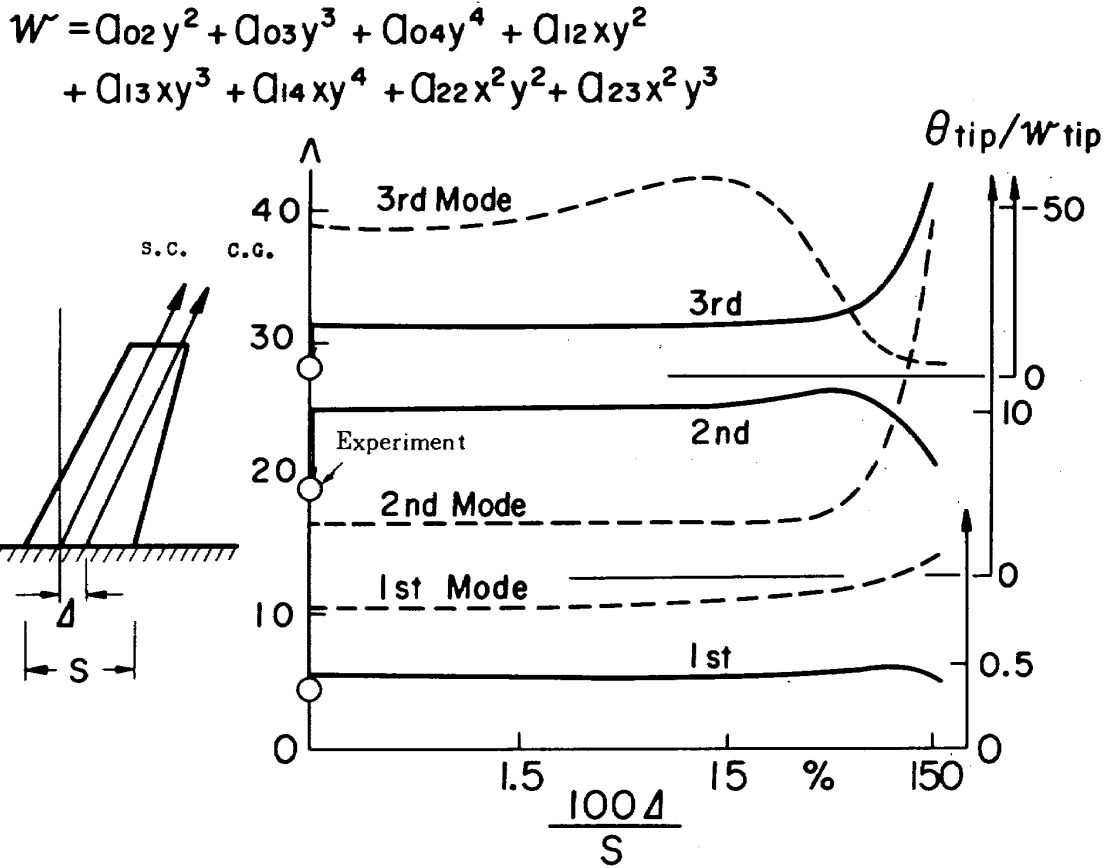


図 16 片持翼の例

すると第二固有値において差がみられるが、第一近似値であることを考えれば、定数パラメタの変化による定性的な傾向はかなりよく表わしていると思う。

次に示す例は、実測との対応はないが、さきに 3.1.2 において行なった模型（重心軸と剪断中心軸とが一致していると考えておこなったが）について、定数は変化せず、単に両軸が機械的に平行に分離したものと仮定し、 e の値を変化させたときの数値計算をおこなった結果を示す。使用した定数は図 1 に示した模型の翼の片持翼部分の値である。この模型について重心軸のみが弾性軸に平行に付根辺にそって Δ 量だけ後退したときの計算をおこなった。図 16。この計算の試験関数は 8 項からなる次の(7)式を用いた。

$$w(x, y) = a_{02}y^2 + a_{03}y^3 + a_{04}y^4 + a_{12}xy^2 + a_{13}xy^3 + a_{14}xy^4 + a_{22}x^2y^2 + a_{23}x^2y^3 \quad (7)$$

計算プログラムはさきに用いたプログラム²⁾を利用した。計算結果を図 16 に示した。横軸には、この図では重心軸と弾性軸との平行距離、 Δ の付根寸法、 S に対する比をパーセントで示し、縦軸は振動数パラメタ λ

で示し、図中の実線で表わした。また、翼端回転角と翼端撓みとの比をとった値も同図に破線で示した。

横軸 15% 近傍から、第二、第三モードに変化が認められる。

4. 結 び

尾翼部のない航空機構造模型を製作し、これに脚と考えたスプリングをつけた系の振動解析と実験とおこなった。

構造模型はできるだけ実機に近い模型とし、エンジンおよび尾部の構造を追加したより実機に近い形状の系の振動特性をつかむための第一歩としておこなったものである。

数値解析および実測との結果からみて、この様な系の振動特性はほぼつかめたものと思う。

しかしながら、例えば、低次のスプリング横特性による振動、計算定数としての翼剛性の算定方法等この系自体としての問題および尾部とエンジン部との新しい振動系を追加した場合の解析法については今後に残された問題となったが、航空機全系の振動特性をつかむためには是非進めておく必要がある。

今回の研究を進めるにあたっては機体第二部中井部長の励ましと、振動測定装置等の使用に当って構造研究室の各位の協力が得られた。

参 考 文 献

- 1) 中井；高速度におけるフラッタ模型，NAL N-4，1964.
- 2) 埴，林，多田，戸田，日下；はり板結合構造物の振動(Ⅲ)，NAL TR-291，1972.
- 3) C. F. Garland; The Normal Modes of Vibration of Beams Having Noncollinear Elastic and Mass Axes, J. App. Mech., September 1940.
- 4) J. M. Gere, Y. K. Lin; Coupled Vibrations of Thin-Walled Beams of Open Cross Section, J. App. Mech., September 1958.
- 5) 埴，小松；はり板結合構造物の振動について(Ⅳ) NAL TR-363，1975.
- 6) 飯田；単桁翼に於ける弾性的屈曲と捩りの連成振動，航空研究所彙報，1936.
- 7) U. J. Blanchard, et al.; Experimental Investigation of The Vibration Characteristics of A Model of An Asymmetric Multielement Space Shuttle, NASA TN-D-8448, September 1977.
- 8) 市川，振動測定振動診断法，日本機械学会第 271 回講習会教材，1967. 3.

付録 I

翼：

$$V_3 = \frac{E_W}{2} \int_0^{t=L} I_W W_{tt}^2 dt \times 2,$$

$$T_3 = \frac{\omega^2}{2} \int_0^{t=L} \rho_W A_W W^2 dt \times 2,$$

$$V_4 = \frac{G_W}{2} \int_0^{t=L} K_W \varphi_i^2 dt \times 2,$$

$$T_4 = \frac{\omega^2}{2} \int_0^{t=L} \rho_W I_{0W} \varphi^2 dt \times 2,$$

胴体：

$$V_7 = \frac{E_B}{2} \int_{x_0}^a I_B W_{xx}^2 dx,$$

$$T_7 = \frac{\omega^2}{2} \int_{x_0}^a \rho_B A_B W^2 dx,$$

$$V_8 = \frac{G_B}{2} \int_{x_0}^a K_B \varphi_x^2 dx,$$

$$T_8 = \frac{\omega^2}{2} \int_{x_0}^a \rho_B I_{0B} \varphi^2 dx,$$

スプリング：

$$T_{S1} = \frac{k_{WW}}{2} W_{WW}^2 \times 2, \quad T_{S2} = \frac{k_{BN}}{2} W_{BN}^2 \times 2,$$

..... AI 1

記 号

- $w(x, y)$: 系の z 方向のたわみ関数
- a_{mn} : $w(x, y) = \sum_{m,n} a_{mn} x^m y^n$, 試験関数の $x^m y^n$ の係数, 添字 m, n は x^m, y^n の指数 m, n に対応することを示す
- V_3 : 翼の曲げによるひずみエネルギー
- E_w, E_B : 翼材および胴体材の縦弾性係数, 材料はどれも同じとし, もし材料定数の異なる部分は断面 2 次モーメントの方にしわよせする
- t : 翼の中心軸
- L : 翼の中心軸の長さ
- I_w, I_B : 翼および胴体の断面 2 次モーメント
- I_{wm}, I_{Bm} : 翼および胴体の断面 2 次モーメントの最高値
- N, M : 翼および胴体の分割数
- I_{wt}, I_{Bt} : 翼および胴体の i 番目分割区間で一様断面 2 次モーメントの値, 定数として与える
- w_{tt} : $w(x, y)$ の t 方向二階微分を示す
- J_w : t 軸に関する線積分を y 方向積分にする変換乗数, TR-291²⁾ p.6 の J_j に相当するもの
- b_i : 翼の i 分割点の y 座標
- S_w : 翼付根部中心軸の x 座標で, 原点に一致するときはゼロ
- P_w : 翼の軸の方程式で $x = S_w + P_w y$ の後退角に関係した値, TR-291²⁾ p.5
- b, b_m : 翼先端 y 軸座標
- ${}^p C_r$: ${}^p C_r = \binom{p}{r}$ 組み合わせ
- r : 90° - 後退角(α)
- A_{mn}, A_{rs} : $A_{mn} = a_{mn} a^m b^n, A_{rs} = a_{rs} a^r b^s$
- a : 胴体基準長, ここでは図 1 で翼付根より胴体後端までを a とした
- T_3 : 翼の曲げによる運動エネルギー
- ω : 角振動数

- $\rho_w A_w, \rho_B A_B$: 翼および胴体の単位長さ当りの質量 $\rho_w A_w = \rho_w A_w(t)$
 $\rho_w A_{wm}, \rho_B A_{Bm}$: 翼および胴体の単位長さ当りの最高質量
 $\rho_w A_{wi}, \rho_B A_{Bi}$: 翼および胴体の i 番目分割区間での一様単位長さ当りの質量, 定数として与える
 V_4 : 翼の振りによるひずみエネルギー
 G_w, G_B : 翼および胴体の剪断弾性係数
 $(GK)_w, (GK)_B$: 翼および胴体の振り剛性, $GK = GK(t)$
 φ : 振り角
 φ_t : t 方向の振り角変化
 GK_{wm}, GK_{Bm} : 翼および胴体の振り剛性の最高値
 T_4 : 翼の振り変位による運動エネルギー
 I_{0w}, I_{0B} : 翼および胴体の極慣性モーメント
 I_{0wm}, I_{0Bm} : 翼および胴体の極慣性モーメントの最高値
 I_{0wi}, I_{0Bi} : 翼および胴体の i 番目区間の極慣性モーメント
 T_{s1}, T_{s2} : スプリングの歪みエネルギー
 k_{WW}, k_{BN} : スプリング定数

WING BENDING STRAIN ENERGY

V_3 :

$$V_3 = \frac{E_w}{2} \int_0^{t=L} I_w w_{tt}^2 dt \times 2 = \frac{E_w I_{wm} J_w}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{I_{wi}}{I_{wm}} \right) \left\{ \sum_{m,n} \sum_{r,s} a_{mn} a_{rs} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & [A^2 m(m-1)r(r-1)Im+r-4, n+s + ACm(m-1)s(s-1)Im+r-2, n+s-2 \\
 & + ABm(m-1)rs \quad Im+r-3, n+s-1 + ACn(n-1)r(r-1)Im+r-2, n+s-2 \\
 & + C^2 n(n-1)s(s-1)Im+r, n+s-4 + BCn(n-1)rs \quad Im+r-1, n+s-3 \\
 & + ABmnr(r-1) \quad Im+r-3, n+s-1 + BCmns(s-1) \quad Im+r-1, n+s-3 \\
 & + B^2 mnrs \quad Im+r-2, n+s-2] \}
 \end{aligned}$$

$$V_3 = \frac{E_w I_{wm} J_w}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{I_{wi}}{I_{wm}} \right) \sum \sum AmnArs F_1(U_{ipq}) a^{-(m+r)} b^{-(n+s)} b^{m+n+r+s-3}$$

$$\therefore V_3 = \frac{E_w I_{wm} J_w}{2} b^{-3} \sum_{i=1}^N \left(\frac{I_{wi}}{I_{wm}} \right) \sum \sum AmnArs \{ F_1(U_{ipq}) \} k^{-(m+r)}$$

$$I_{p,q} = \sum_{i=1}^N I_{i,p,q}$$

$$I_{ipq} = \int_{b_{i-1}}^{b_i} (S_w + P_w y)^p y^q dy = P_w^p \sum_{r=0}^p \frac{p C_r}{q+r+1} a^{p-r} (b_i^{r+q+1} - b_{i-1}^{r+q+1})$$

$$I_{ipq} = P_w^p \sum_{r=0}^p \frac{p C_r}{q+r+1} a^{p-r} \left\{ \left(\frac{b_i}{b_m} \right)^{r+q+1} - \left(\frac{b_{i-1}}{b_m} \right)^{r+q+1} \right\} b_m^{p+q+1}$$

$$I_{ipq} = b_m^{p+q+1} U_{ipq}$$

$$U_{ipq} = 2 P_w^p \sum_{r=0}^p \frac{p C_r}{q+r+1} a^{p-r} \left\{ (\eta_i)^{r+q+1} - (\eta_{i-1})^{r+q+1} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 a &= s/P_w & A &= \cos^2 \gamma & A_{mn} &= a_{mn} a^m b^n \\
 s &= S_w/b_m & B &= 2 \sin \gamma \cos \gamma & k &= a/b \\
 \eta_i &= b_i/b_m & C &= \sin^2 \gamma & & \\
 & & J_w &= \frac{1}{\sin \gamma} & &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_1(U_{ipq}) &= [A^2 m(m-1) r(r-1) U_{i, m+r-4, n+s} \\
 &+ AC m(m-1) s(s-1) U_{i, m+r-2, n+s-2} \\
 &+ AB m(m-1) r s U_{i, m+r-3, n+s-1} \\
 &+ AC n(n-1) r(r-1) U_{i, m+r-2, n+s-2} \\
 &+ C^2 n(n-1) s(s-1) U_{i, m+r, n+s-4} \\
 &+ BC n(n-1) r s U_{i, m+r-1, n+s-3} \\
 &+ AB m n r(r-1) U_{i, m+r-3, n+s-1} \\
 &+ BC m n s(s-1) U_{i, m+r-1, n+s-3} \\
 &+ B^2 m n r s U_{i, m+r-2, n+s-2}]
 \end{aligned}$$

WING BENDING KINETIC ENERGY

T_3 :

$$T_3 = \frac{\omega^2}{2} \int_0^{t=L} \rho_w A_w w^2 dt \times 2 = \frac{\omega^2 (\rho A)_{wm} J_w b}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\rho_w A_{wi}}{\rho_w A_{wm}} \right) \sum \sum A_{mn} A_{rs} \{ F_2(U_{ipq}) \} k^{-(m+r)}$$

$$F_2(U_{ipq}) = U_{i, m+r, n+s}$$

WING TORSION STRAIN ENERGY

V_4 :

$$\begin{aligned}
 V_4 &= \frac{G}{2} \int_0^L K(\varphi_i)^2 dt \times 2 = \frac{GK_{wm}}{2} \int_0^L \left(\frac{K_{wi}}{K_{wm}} \right) \varphi_i^2 dt \times 2 = \frac{GK_{wm}}{2} \int_0^L \left(\frac{K_{wi}}{K_{wm}} \right) \left(\frac{\delta^2 w}{\delta n \delta t} \right)^2 dt \times 2 \\
 &= \frac{GK_{wm}}{2} \int_0^{bm} \left(\frac{K_{wi}}{K_{wm}} \right) \left\{ \frac{\delta^2 w}{\delta x^2} D + \frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y} E + \frac{\delta^2 w}{\delta y^2} F \right\}^2 dy \times 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_3 : \quad A &\longrightarrow D \\
 B &\longrightarrow E \\
 C &\longrightarrow F
 \end{aligned}$$

$$V_4 = \frac{GK_{wm} J_w}{2} b^{-3} \sum_{i=1}^N \left\{ \left(\frac{K_{wi}}{K_{wm}} \right) \sum \sum A_{mn} A_{rs} \{ \bar{F}_1(U_{i,pq}) \} k^{-(m+r)} \right\}$$

$$F_1(U_{ipq}) = \bar{F}_1(U_{ipq})$$

$$A, B, C \rightarrow D, E, F$$

\bar{F}_1 は(2)式の関数 F_1 の中の A, B, C を下の D, E, F に変えた関数である。

$$D = -\sin \gamma \cos \gamma$$

$$E = -\sin \gamma + \cos^2 \gamma$$

$$F = \sin \gamma \cos \gamma$$

WING TORSION KINETIC ENERGY

 T_4 :

$$T_4 = \frac{\omega^2 (\rho_w I_{0w})_m}{2} \int_0^L \left(\frac{\rho_w I_{0i}}{\rho_w I_{0wm}} \right) \varphi^2 dt \times 2$$

$$\therefore T_4 = \frac{\omega^2 (\rho_w I_{0w})_m J_w}{2} \sum_{i=1}^N \left\{ \left(\frac{\rho_w I_{0i}}{\rho_w I_{0wm}} \right) \sum \sum A_{mn} A_{rs} F_3(U_{i,pq}) k^{-(m+r)} \right.$$

$$F_3(U_{i,pq}) = [mrG^2 U_i, m+r-2, n+s+nsH^2 U_i, m+r, n+r-2 \\ + (ms+n\tau)GHU_i, m+r-1, n+s-1]$$

$$G = -\sin\tau$$

$$H = \cos\tau$$

BODY BENDING STRAIN ENERGY

 V_7 :

$$V_7 = \frac{1}{2} \int_{x_0}^a E_B I_B w_{xx}^2 dx = \frac{(EI)_{Bm}}{2a^3} \sum_{i=1}^M \frac{(EI)_{Bi}}{(EI)_{Bm}} \sum \sum A_{m0} A_{r0} \frac{m(m-1)r(r-1)}{m+r-3} \{ \xi_i^{m+r-3} - \xi_{i-1}^{m+r-3} \}$$

$$\xi_i = x_i/a$$

BODY BENDING KINETIC ENERGY

 T_7 :

$$T_7 = \frac{\omega^2 (\rho A)_{Bm} a}{2} \sum_{i=1}^M \frac{(\rho A)_{Bi}}{(\rho A)_{Bm}} \sum \sum A_{m0} A_{r0} \frac{1}{m+r+1} \{ \xi_i^{m+r+1} - \xi_{i-1}^{m+r+1} \}$$

BODY TORSION STRAIN

 V_8 :

$$V_8 = \frac{(GK)_{Bm}}{2ab^2} \sum_{i=1}^M \frac{(GK)_{Bi}}{(GK)_{Bm}} \sum \sum A_{m1} A_{r1} \frac{mr}{m+r-1} \{ \xi_i^{m+r-1} - \xi_{i-1}^{m+r-1} \}$$

BODY TORSION KINETIC

 T_8 :

$$T_8 = \frac{\omega^2 (\rho I_{0B})_{am} a}{2b^2} \sum_{i=1}^M \frac{(\rho I_{0B})_i}{(\rho I_{0B})_m} \sum \sum A_{m1} A_{r1} \frac{1}{m+r+1} \{ \xi_i^{m+r+1} - \xi_{i-1}^{m+r+1} \}$$

以上、各部のエネルギーを整理すると、

$$V_3 = \frac{(EI)_{wm} J_w b^{-3}}{2} \sum_{i=1}^N \dots\dots$$

$$T_3 = \frac{\omega^2 (\rho A)_{wm} J_w b}{2} \sum_{i=1}^N \dots\dots$$

$$V_4 = \frac{(GK)_{wm} J_w b^{-3}}{2} \sum_{i=1}^N \dots\dots$$

$$T_4 = \frac{\omega^2 (\rho I_0)_{wm} J_w b^{-1}}{2} \sum_{i=1}^N \dots\dots$$

$$V_7 = \frac{(EI)_{Bm} a^{-3}}{2} \sum_{i=1}^M \dots\dots$$

$$T_7 = \frac{\omega^2 (\rho A)_{Bm} a}{2} \sum_{i=1}^M \dots\dots$$

$$V_8 = \frac{(GK)_{Bm} a^{-1} b^{-2}}{2} \sum_{i=1}^M \dots\dots$$

$$T_8 = \frac{\omega^2 (\rho I_0)_{Bm} a b^{-2}}{2} \sum_{i=1}^M \dots\dots$$

SPRING STRAIN

$$T_s = \frac{2k_{ww}a^3}{(EI)_{Bm}} \sum \sum A_{mn} A_{rs} \xi_w^{m+r} \eta_w^{n+s} + \frac{2k_{BN}a^3}{(EI)_{Bm}} \sum \sum A_{mn} A_{rs} \xi_B^{m+r} \eta_B^{n+s}$$

以上の各部分のエネルギーを整理してまとめると最終的に次の最小にすべき関数 Π が得られる。

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{(EI)_{Bm} a^{-3}}{2} & \left\{ P3S \cdot \sum^N \dots - \lambda^2 a^4 \cdot R3S \cdot \sum^N \dots + P4S \cdot \sum^N \dots - \lambda^2 a^4 \cdot R4S \cdot \sum^N \dots \right. \\ & + P7B \cdot \sum^M \dots - \lambda^2 a^4 \cdot R7B \cdot \sum^M \dots + P8B \cdot \sum^M \dots - \lambda^2 a^4 \cdot R8B \cdot \sum^M \dots \\ & \left. + PS \dots \right\} \end{aligned}$$

..... AI 2

ここに,

$$P3S = \frac{(EI)_{wm}}{(EI)_{Bm}} \left(\frac{a}{b}\right)^3 J_w$$

$$P4S = \frac{(GK)_{wm}}{(EI)_{Bm}} \left(\frac{a}{b}\right)^3 J_w$$

$$P7B = 1$$

$$P8B = \frac{(GK)_{Bm}}{(EI)_{Bm}} \left(\frac{a}{b}\right)^3$$

$$R3S = \frac{(\rho A)_{wm}}{(\rho A)_{Bm}} \left(\frac{b}{a}\right) J_w$$

$$R4S = \frac{(\rho I_0)_{wm}}{(\rho A)_{Bm}} \left(\frac{1}{ab}\right) J_w$$

$$R7B = 1$$

$$R8B = \frac{(\rho I_0)_{Bm}}{(\rho A)_{Bm}} \left(\frac{1}{b^2}\right)$$

$$PS = \frac{2a^3}{(EI)_{Bm}} (k_{ww} + k_{BN})$$

$$R^2 = \lambda^2 a^4 = \omega^2 \frac{(\rho A)_{Bm}}{(EI)_{Bm}} a^4$$

付録 II

模型各定数の見積り (K, FORCE; L, LENGTH; T, TIME; M, MASS)

材料定数

$$E = 7000 \text{ (kgf/mm}^2\text{)} \{ 68.65 GP_a \}, \text{ (KL}^{-2}\text{)} \{ ML^{-1}T^{-2} \}$$

$$\nu = 0.3$$

$$G = 2700 \text{ (kgf/mm}^2\text{)} \{ 26.48 GP_a \}$$

$$\rho = 2.75 \times 10^{-10} \text{ (kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^4\text{)} \{ 2.697 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \}, \text{ (KL}^{-4}T^2\text{)} \{ ML^{-3} \}$$

1. 剛性の見積り 付表 1

(i) 胴体の曲げ剛性分布

$$(EI)_B = (\text{薄肉円筒の曲げ}) = \pi t_B r^3 E (K \cdot L^2), \text{ (ML}^3T^{-2}\text{)} \dots\dots\dots \text{A} \parallel 1$$

$$t_B = 0.4 \text{ mm} \quad = 6.433 \times 10^5 E$$

$$r = 80 \text{ mm} \quad = 4.504 \times 10^9 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2\text{)} \{ 4.417 \times 10^4 N \cdot \text{m}^2 \}$$

(ii) 胴体の捩り剛性分布

$$(GJ)_B = (\text{薄肉閉断面の捩り}) = 2G\pi t_B r^3 (K \cdot L^2), \text{ (ML}^3T^{-2}\text{)} \dots\dots\dots \text{A} \parallel 2$$

$$= 3.474 \times 10^9 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2\text{)} \{ 3.407 \times 10^4 N \cdot \text{m}^2 \}$$

(iii) 翼の曲げ剛性分布

$$(EI)_W = (\text{外板の翼中心軸に関する曲げ剛性}) + (\text{桁の曲げ剛性})$$

$$= 2Ct_w \left(\frac{h}{2}\right)^2 E + \frac{2}{12} (\nu h^3 - (\nu - t_s)(h - 2t_s)^3) E (KL^2), \text{ (ML}^3T^{-2}\text{)} \dots\dots\dots \text{A} \parallel 3$$

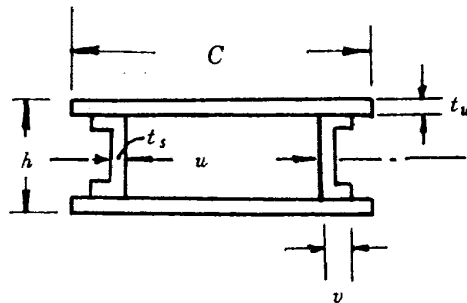


図 A 1

$$t_w = 0.4 \text{ mm}, \quad v = 20 \text{ mm}, \quad t_s = 1.0 \text{ mm},$$

$$C = 294 + (126 - 294) \frac{s}{975} \text{ mm}$$

$$h = 42.5 + (20 - 42.5) \frac{s}{975} \text{ mm}$$

$$u = 212 + (72 - 212) \frac{s}{975} \text{ mm}$$

(iv) 翼の捩り剛性分布

$$(GJ)_W = \frac{4GA^2}{\int \frac{ds}{t}} = 4G(uh)^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{2u}{t_w} + \frac{2h}{t_s}\right)}$$

$$= 2Gu^2 h^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{u}{t_w} + \frac{h}{t_s}\right)} (KL^2), \text{ (ML}^3T^{-2}\text{)} \dots\dots\dots \text{A} \parallel 4$$

- (1) 翼の付根部の剛性, $S = 100\text{mm}$ (Wing Root)
 - $(EI)_w = 9.065 \times 10^8 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2 \text{)} \{ 8.890 \times 10^3 \text{N} \cdot \text{m}^2 \}$
 - $(GJ)_w = 6.378 \times 10^8 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2 \text{)} \{ 6.255 \times 10^3 \text{N} \cdot \text{m}^2 \}$
- (2) 中翼部の剛性, $S \doteq 546\text{mm}$ (Middle Wing)
 - $(EI)_w = 3.955 \times 10^8 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2 \text{)} \{ 3.879 \times 10^3 \text{N} \cdot \text{m}^2 \}$
 - $(GJ)_w = 2.885 \times 10^8 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2 \text{)} \{ 2.829 \times 10^3 \text{N} \cdot \text{m}^2 \}$
- (3) 翼端部の剛性, $S \doteq 975\text{mm}$ (Tip Wing)
 - $(EI)_w = 1.246 \times 10^8 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2 \text{)} \{ 1.222 \times 10^3 \text{N} \cdot \text{m}^2 \}$
 - $(GJ)_w = 6.300 \times 10^7 \text{ (kgf} \cdot \text{mm}^2 \text{)} \{ 6.178 \times 10^2 \text{N} \cdot \text{m}^2 \}$

付表 1

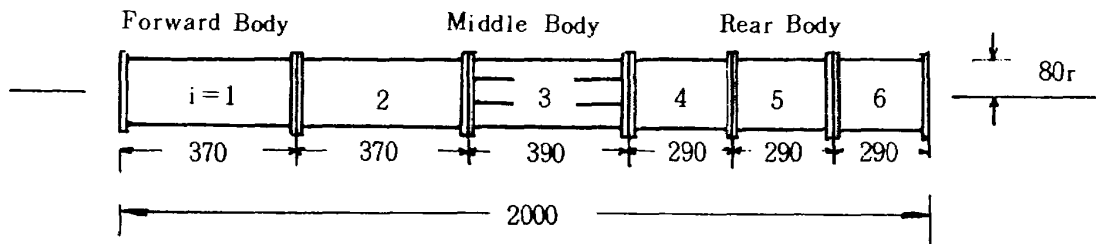
	Wing Root	Middle Wing	Tip Wing	YS-Class
$(EI)_w / (EI)_B$	0.20	0.088	0.028	0.17
$(GJ)_w / (EI)_B$	0.14	0.064	0.014	0.09
$(EI)_w / (EI)_B$	1.00			1.00
$(GJ)_B / (EI)_B$	0.77			(0.45~0.78)

以上の数値は翼を10ヶ、剛体を6ヶに分割し、この区間を一様な値としてプログラム内で計算している。

2. 慣性質量の見積り 付表2

(1) 胴体の撓みに関する慣性質量分布

$$(\rho A)_B = W_i / l_i g \cdot [KL^{-2}T^2], \{ML^{-1}\} \dots\dots\dots \text{AII 5}$$



図A II 2

$$i = 1, 2 \quad 0.57 \text{ kgf} / 370\text{mm} \cdot 9800\text{mm sec}^{-2}$$

$$= 1.572 \times 10^{-7} \text{ (kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^2 \text{)} \{ 1.542 \text{N} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^2 \} \{ 1.542 \text{kgm}^{-1} \}$$

$$i = 3 \quad 2.59 \text{ kgf} / 390\text{mm} \cdot 9800\text{mm sec}^{-2}$$

$$= 6.777 \times 10^{-7} \text{ (kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^2 \text{)} \{ 6.646 \text{N} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^2 \}$$

$$i = 4, 5, 6 \quad 0.53 \text{ kgf} / 290\text{mm} \cdot 9800\text{mm sec}^{-2}$$

$$= 1.865 \times 10^{-7} \text{ (kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^2 \text{)} \{ 1.829 \text{N} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}^2 \}$$

胴全重量 = 5.27 (kgf) { 51.68N }

(ロ) 胴体の振りに関する慣性モーメント分布

(ρI)_B = (質量は円周上に分布していると仮定する)

$$= 2\pi \rho_i r_i^3 = 2\pi \left(\frac{W_i}{l_i g 2\pi r} \right) r^3 = \frac{W_i}{l_i g} r^2 \text{ (KT}^2\text{)}, \{ML\} \dots\dots\dots A \parallel 6$$

前胴体 = 1.006×10^{-3} (kgf · sec²) { $9.865 \times 10^{-3} N \cdot \text{sec}^2$ } { $9.865 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}$ }

中胴体 = 4.337×10^{-3} (kgf · sec²) { $4.253 \times 10^{-3} N \cdot \text{sec}^2$ }

後胴体 = 1.194×10^{-3} (kgf · sec²) { $1.171 \times 10^{-2} N \cdot \text{sec}^2$ }

(リ) 翼の挽みに関する慣性質量分布

実測値が片翼で 1.70 kgf であるので、胴体と同様にこれをスパンにそって分布させる。このとき、翼付根部に 0.7 kgf の集中質量があるので、主要翼部の分布全重量を 1 kgf とした。分布を線型分布で、翼コード寸法に比例すると仮定して、

$$W_s = a s + b \text{ (kgf/mm)}$$

と置く。ここに s は翼中心にそった長さとする。

故に、

$$\frac{W_s = l}{W_s = 0} = \frac{al + b}{b} = \frac{145\text{mm}}{340\text{mm}}$$

また、主要翼部重量は 1 kgf であるので、

$$\int_0^l W_s ds = \frac{a}{2} l^2 + bl = 1 \text{ kgf}$$

となる。この二式より、 a 、 b の係数を求めると、慣性質量分布は次の式で与えられる。

$$(\rho A)_W = 1.4673 \times 10^{-7} - 8.4158 \times 10^{-11} s \text{ (kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^2\text{)}, \{KL^{-2}T^2\}, \{ML^{-1}\} \dots\dots\dots A \parallel 7$$

$S \doteq 100\text{mm}$, 1.383×10^{-7} (kgf · sec² · mm⁻²), { $1.356 N \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2$ } { 1.356kgm^{-1} }

$S \doteq 546\text{mm}$, 1.008×10^{-7} (kgf · sec² · mm⁻²), { $9.885 \times 10^{-1} N \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2$ }

$S \doteq 975\text{mm}$, 0.6442×10^{-7} (kgf · sec² · mm⁻²), { $6.317 \times 10^{-1} N \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2$ }

ちなみに、計算による重量分布を求めてみると、

外板 = $2 \times \frac{(145 + 325)}{2} \times 770 \times 0.4 \times 10^{-3} \times 2.8$ (kgf)

桁 = $2 \times \frac{(80 + 60)}{2} \times 875 \times 1.0 \times 10^{-3} \times 2.8$ (kgf)

小骨 = $10 \times 43.2 \times (82.9 + 30) \times 1.0 \times 10^{-3} \times 2.8$ (kgf)

となり、リベットを考慮しないと 0.885 (kgf) となる。リベットを 0.2 (kgf) 程度とみて測定値の 1 (kgf) とほぼ近い値になる。

付表 2

	Wing Root Middle Body	Middle Wing Forward Body	Tip Wing Rear Body	YS-Class
(ρA) _W / (ρA) _B	0.204	0.149	0.095	0.3~0.6
(ρI) _W / (ρA) _B	$2.227 \times 10^3 L^2$	$0.731 \times 10^3 L^2$	$0.131 \times 10^3 L^2$	$(0.7 \sim 1.3) \times 10^5 L^2$
(ρA) _{Bi} / (ρA) _B	1.00	0.232	0.275	1.00
(ρI) _B / (ρA) _B	$6.40 \times 10^3 L^2$	$1.485 \times 10^3 L^2$	$1.760 \times 10^3 L^2$	$(2.9 \sim 20) \times 10^5 L^2$

(二) 翼の振りに関する慣性モーメント分布

1.の(イ)の項で示した u 、 h からなる箱形断面に前記質量が等分布していると仮定し、振り中心を箱形断面の中心とすると、前項の $(\rho A)_w$ を利用して、

$$\begin{aligned}
 (\rho I)_w &= 2 \left[\frac{\rho u}{12} u^2 + \rho u \left(\frac{u}{2} \right)^2 + \frac{\rho h}{12} h^2 + \rho h \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right] \\
 &= \frac{1}{3} (u^3 + h^3) \frac{(\rho A)_w}{(u+h)} \quad (KT^2), \{ML\} \quad \dots\dots\dots A \parallel 8
 \end{aligned}$$

となる。例えば、 $S \doteq 546$ mm の中翼部での振りに関する慣性モーメントは、

$$\begin{aligned}
 (\rho I)_w, S \doteq 546, & \frac{1}{3} \frac{(133.6^3 + 29.9^3)}{(133.6 + 29.9)} \times 1.0078 \times 10^{-7} \\
 &= 4.954 \times 10^{-4} \quad (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2) \left\{ 4.859 \times 10^{-3} N \cdot \text{sec}^2 \right\} \left\{ 4.859 \times 10^{-3} \text{kgm} \right\} \\
 S \doteq 100, & 1.5092 \times 10^{-3} \quad (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2) \left\{ 1.480 \times 10^{-2} N \cdot \text{sec}^2 \right\} \\
 S \doteq 975, & 8.8974 \times 10^{-5} \quad (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2) \left\{ 8.725 \times 10^{-4} N \cdot \text{sec}^2 \right\}
 \end{aligned}$$

3. 表1の振動数換算式

$$R(0), \{0\} = \omega a^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} \cdot \left[\frac{1}{T} \cdot L^2 \cdot \sqrt{\frac{KT^2}{L \cdot L^3 \cdot L^2}} \right], \left\{ \frac{1}{T} \cdot L^2 \cdot \sqrt{\frac{M}{L^3 \cdot L^2}} \right\} \dots\dots\dots A \parallel 9$$

$$f \left[\frac{1}{T} \right], \left\{ \frac{1}{T} \right\} = \frac{R}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \cdot \left[\frac{0}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{K}{L^2 \cdot L^4}} \right], \left\{ \frac{0}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{ML}{T^2 \cdot L^2 \cdot L^4}} \right\} \dots\dots\dots A \parallel 10$$

航空宇宙技術研究所資料422号

昭和55年9月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182
印刷所 株式会社 三興印刷
東京都新宿区信濃町12 三河ビル
