

ISSN 0452-2982

UDC 531.3.38:

62-503.4:

62-551.454:

62-501.22

航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-522

チューンドドライジャイロのパラメータ変化の
影響度に関する一考察

新 宮 博 公 ・ 大 月 正 男 ・ 園 田 景 一

1983 年 10 月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

チューンドドライジャイロのパラメータ変化の影響度に関する一考察*

新 宮 博 公** 大 月 正 男** 國 田 景 一***

1. まえがき

チューンドドライジャイロ(以下, TDG)の運動特性の解析, 機構部分の諸元決定, 零位(リバランス)制御回路(RCC)の設計等には, クレイグが導いたほぼ厳密なる運動方程式(以下, 一般式)¹⁾を直接用いることは稀で, 通常は構成パラメータの中で運動特性に与える影響度の小さい項を省略して得られる近似運動方程式(以下, 近似式)を用いている^{2)~5)}。TDGに限らず力学的ジャイロの原理を角速度(または角度)検出用センサに適用する際には, 外乱トルクの影響を低減するために, ロータの角運動量が比較的大きくなるような設計がなされるので, 近似式はそれなりの有用性をもっている。筆者らは, 以前に設計諸元に即してTDGの近似式および近似伝達関数を導き, それらの有用性を定量的に評価しつつ, RCCの設計に必要な基本概念を確立している⁵⁾が, その評価においてTDG構成要素の相対的な大小と近似度の関係は必ずしも明らかにされていない。しかし, 原理の解析, 機構部分の設計解析をより厳密にするには, 近似度を定量的に解析評価することが, 他のパラメータ変動の評価と同様に重要となる。本稿では改めて近似度の詳細な評価を試みるとともに, ミスチューニング, ダンピングの出力への影響度の評価をも試みた。近似式を導く際には, ジンバルの慣性モーメントはロータのそれに比して小さいこと, 内部外部両ヒンジの剛性は等しいことがそれぞれ仮定されている⁵⁾が, そのような仮定を緩めた場合, 近似式を用いた設計解析はどの程度有効であるかを定量的に明らかにするために, 省略項が他の

項に比して相対的に微小でないとき(0.5~10%)の近似精度を求め, 慣性モーメント比および剛性比と近似化誤差との関係を検討した。また, ロータの回転数 f_N がチューニング周波数 f_{N_0} に一致しないとき(ミスチューニング状態)の出力誤差の近似解析解を導き, この解の妥当性をシミュレーションによって評価するとともに, ミスチューニング量($\Delta f_N = f_N - f_{N_0}$)と所要出力精度との関係をも検討した。さらに, ロータのスピン軸まわりのドラッグトルク T_0 およびスピン軸に直角な軸まわりのロータ, ケース間のダンピングトルク($D_R \dot{\theta}_{(XY)}$)の出力への影響度を調べ, T_D , D_R の許容度を定める一手法を試みた。以上のシミュレーションによって, TDGの機構部分の構成パラメータの変動と運動特性との関係が明らかになり, TDGの設計および力学的な解析の側面に有用な一資料を得ることができた。

主要な記号および用語

- A, B, C ; ロータの x, y, z 軸まわりの慣性モーメント [$\text{gr} \cdot \text{cm}^2$]
 A_1, B_1, C_1 ; シンバルの x_1, y_1, z_1 軸まわりの慣性モーメント [$\text{gr} \cdot \text{cm}^2$]
 D ; フレクシャヒンジの角変位時のダンピング係数 [$\text{dyne} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}$]
 D_R ; スピン軸に垂直な軸まわりのロータ, ケース間のダンピング係数 [$\text{dyne} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}$]
 E_X, E_Y ; ロータに作用する X, Y 軸まわりの誤差トルク [$\text{dyne} \cdot \text{cm}$]
 f_r ; 2次遅れ補償要素(伝達関数)の周波数 [Hz]
 f_{N_0} ; チューニング周波数($=N_0/2\pi$) [Hz]
 f_N ; ロータのスピン回転数($=N/2\pi$) [Hz]
 G_I ; インフェーズスプリングレート ($^\circ/\text{h}$)

* 昭和58年7月26日 受付

** 計測部

*** 元計測部研修生

arcsec)
 G_Q ; クォードレチャスプリングレート ($^{\circ}/h$
 /arcsec)
 $I_{tg}(XY)$; トルク発生器電流 [mA]
 i_1, j_1, k_1 ; x_1, y_1, z_1 軸方向の単位ベクトル
 K_{x_1}, K_{y_1} ; フレクチャーヒンジの x_1, y_1 軸まわりの
 の捩れ剛性 [dyne · cm/Rad]
 K_{sg} ; 信号発生器の感度 [mV/mRad]
 K_a ; サーボアンプのゲイン [mA/mV]
 K_N ; インフェーズスプリングレートの平均値
 [D.C./Rad]
 K_{tg} ; トルク発生器の感度 [dyne · cm/mA]
 K_{TG} ; トルク発生器のスケールファクタ ($=K_{tg}$
 /H) [deg/sec/mA]
 K_f ; リバランスループのゲイン ($=K_{sg}K_aK_{tg}$)
 [dyne · cm/Rad]
 M_X, M_Y ; トルク発生器がロータに与える X, Y 軸
 まわりのトルク [dyne · cm]
 N_0 ; チューニング角周波数 [rad/sec]
 N ; ロータのスピンの角周波数 [rad/sec]
 n ; ジンバル個数
 O_v ; オーバシュート [%]
 T_D ; ロータ回転時のケースに対するドラッグ
 トルク [D.C.]
 T_{le}, T_{la} ; 位相進み遅れ補償要素の折点角周波数の
 逆数 (時定数) [sec]
 T_s ; 整定時間 [msec]
 $V_{sg}(XY)$; S.G. 出力電圧 [mV]
 $W_{(XY)}$; TDG の X, Y 軸方向の出力 [deg/sec]
 $W_A(XY)$; 近似式を用いてシミュレーションしたと
 きの $W_{(XY)}$ [deg/sec]
 $W_G(XY)$; 一般式を用いてシミュレーションしたと
 きの $W_{(XY)}$ [deg/sec]
 $\delta W_{(XY)}$; $W_A(XY)$ と $W_G(XY)$ との差 [deg/sec]
 $\Delta W_M(XY)$; チューニング, ミスチューニング両状態
 における出力の差 [deg/sec]
 x, y, z ; シャフト固定軸 (z ; シャフトスピン軸)
 x_1, y_1, z_1 ; ジンバル固定軸 ($x_1 = x$; 内部ヒンジ軸,
 y_1 ; 外部ヒンジ軸, z_1 ; ロータのスピ
 ン軸)
 X, Y, Z ; ケース固定軸 ($Z = z$)

θ_x, θ_y ; ロータの x_1, y_1 軸まわりの対シャフト相
 対角変位 [rad]
 θ_X, θ_Y ; ロータの X, Y 軸まわりの対シャフト相
 対角変位 [rad]
 $\dot{\phi}_X, \dot{\phi}_Y$; ケースの X, Y 軸まわりの対慣性空間角
 速度 [deg/sec]
 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$; シャフトの x, y, z 軸まわりの対慣性
 空間角速度 [deg/sec]
 $\omega_{x_1}, \omega_{y_1}, \omega_{z_1}$; ジンバルの x_1, y_1, z_1 軸まわりの対慣
 性空間角速度 [deg/sec]
 $\Delta \omega_D(XY)$; ダンピングトルク ($D_R \dot{\theta}_{(XY)}$) による出
 力誤差 [%]
 $\Delta \omega_T(XY)$; ドラッグトルク T_D による出力誤差 [deg/
 sec]
 上記の各記号で接尾辞が $\dot{\phi}_{XY}$ のように付されている
 ときには複素変数表示 ($\dot{\phi}_{XY} = \dot{\phi}_X + j \dot{\phi}_Y$) を意味し、
 $\dot{\phi}_{(XY)}$ のような表現は “ $\dot{\phi}_X$ および $\dot{\phi}_Y$ ” を意味する
 ものとする。

略 語

CRL ; Cross-Axis Compensation Rebalance
 Loop
 DRL ; Direct-Axis Compensation Rebalance
 Loop
 D.C. ; dyne · cm
 D.C.S. ; dyne · cm · sec
 RCC ; Rebalance Control Circuit
 S.G. ; Signal Generator
 T.G. ; Torque Generator
 TDG ; Tuned Dry Gyro

式の合成

$$D_q = D_R + D$$

$$\Delta f_N = f_N - f_{N_0}$$

$$B_0 = \{C + (A_1 - B_1 + C_1)/2\} N$$

$$B_1 = (C + A_1) N$$

$$I = (A + B + A_1)/2$$

$$\Delta I = (A - B + A_1)/2$$

$$\Delta I_s = (A - B + C_1 + B_1)/2$$

$$J = (A_1 + B_1 - C_1)/2$$

$$K = (K_{x_1} + K_{y_1})/2$$

$$K_N = K - N^2 J$$

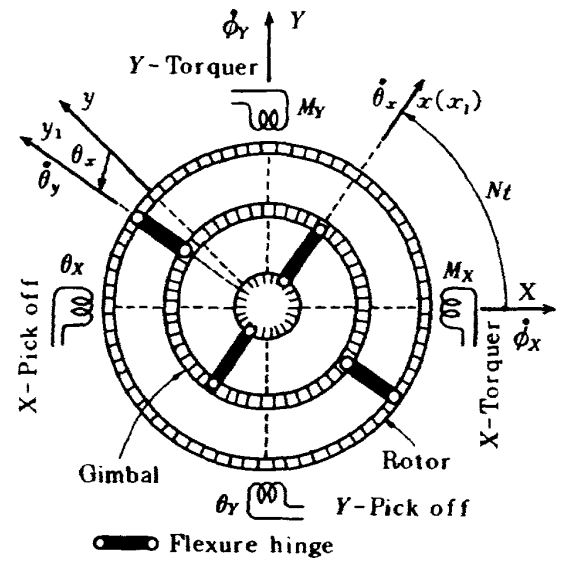
$$\Delta K = (K_{x_1} - K_{y_1})/2$$

$$T_q = T_D + ND$$

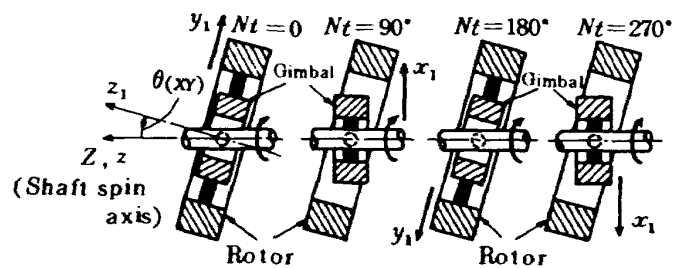
2. TDGのモデル

TDGの運動特性をシミュレーションによって評価するために必要となるモデルを明らかにする。

まず、TDG本体のモデルとしては、図1(a)、(b)に示すような単一ジンバル系（ジンバル個数 $n=1$ ）を仮定し、対応する座標系として XYZ （ケース固定）、 xyz （シャフト固定）、 $x_1y_1z_1$ （ジンバル固定）をとる。シャフト（S）とジンバル、ジンバルとロータはそれぞれ内部ヒンジ（ x_1 軸まわりに振れる）、外部ヒンジ（ y_1 軸まわりに振れる）によって連結され、これらの各要素は、相対位置関係を変えながらも（ $\theta_{(XY)}$ の発生）、一体となってシャフトスピン軸まわりに回転する（図1(b)参照）。ここでケースとはシャフト（S）を支える外枠のことで、飛翔体、プラットフォーム等にTDGを取付ける際に装着部分となる。各ヒンジは、ロータ、ジンバルに対して、その軸（ x_1 、 y_1 軸）まわりにのみ対シャフト相対角変位の自由度を与えるので、ジンバルの y_1 軸まわりの変位は生じない（内部ヒンジは y_1 軸まわりには変位しない）。したがって、内部ヒンジ軸 x_1 は常にシャフトスピン軸に直交（ $x_1=x$ となる）し、ロータがシャフトに対処ある相対角変位 $\theta_{(XY)}$ （原理的にはロータの位置が慣性空間固定でシャフトが角変位する⁵⁾）を生じたときには、ロータのスピン回転角（ $=Nt$ ）とジンバル運動（ y_1 軸まわりの角変位）との関係は図1(b)のような挙動（コーニング運動）になる。また、ジンバルの個数 n は任意にとれる⁵⁾が、国内外で製作されているTDGの多くは、筆者らの知る限り、 $n=1$ となっているので、本稿でもそのようなTDGモデルに基いて考察を進めた。構成要素の諸元は、国産TDG第2号（JDG-2）⁶⁾の設計



(a) スピン軸に垂直な面からみたとき



(b) スピン軸方向の面からみたとき

図1 TDGのモデル

パラメータに準じて表1のように定める。TDGの一般式⁵⁾は、単一ジンバル系の場合でも時変係数項を含み、かなり複雑になるが、設計使用条件に即して近似化すれば次のようになる（付録1参照）。

$$\left. \begin{aligned} I\ddot{\theta}_X + D_q\dot{\theta}_X + K_N\theta_X + H_1\dot{\theta}_Y + T_q\theta_Y \\ = -I\ddot{\phi}_X - H_0\dot{\phi}_Y + M_X + E_X \\ I\ddot{\theta}_Y + D_q\dot{\theta}_Y + K_N\theta_Y - H_1\dot{\theta}_X - T_q\theta_X \\ = -I\ddot{\phi}_Y + H_0\dot{\phi}_X + M_Y + E_Y \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

本研究でのTDGの用法は、リバランス回路RCCを付して、角速度検出用センサとして用いる場合を仮

表1 数値評価用諸定数

慣性モーメント	ヒンジの振れ剛性
$A = B = 571.933 \text{ [gr} \cdot \text{cm}^2]$	$K_{x_1} = 794867.0 \text{ [dyne} \cdot \text{cm}]$
$C = 1060.356 \text{ [gr} \cdot \text{cm}^2]$	$K_{y_1} = 794867.0 \text{ [dyne} \cdot \text{cm}]$
$A_1 = B_1 = 3.898967 \text{ [gr} \cdot \text{cm}^2]$	ジンバル個数
$C_1 = 5.906 \text{ [gr} \cdot \text{cm}^2]$	$n = 1$

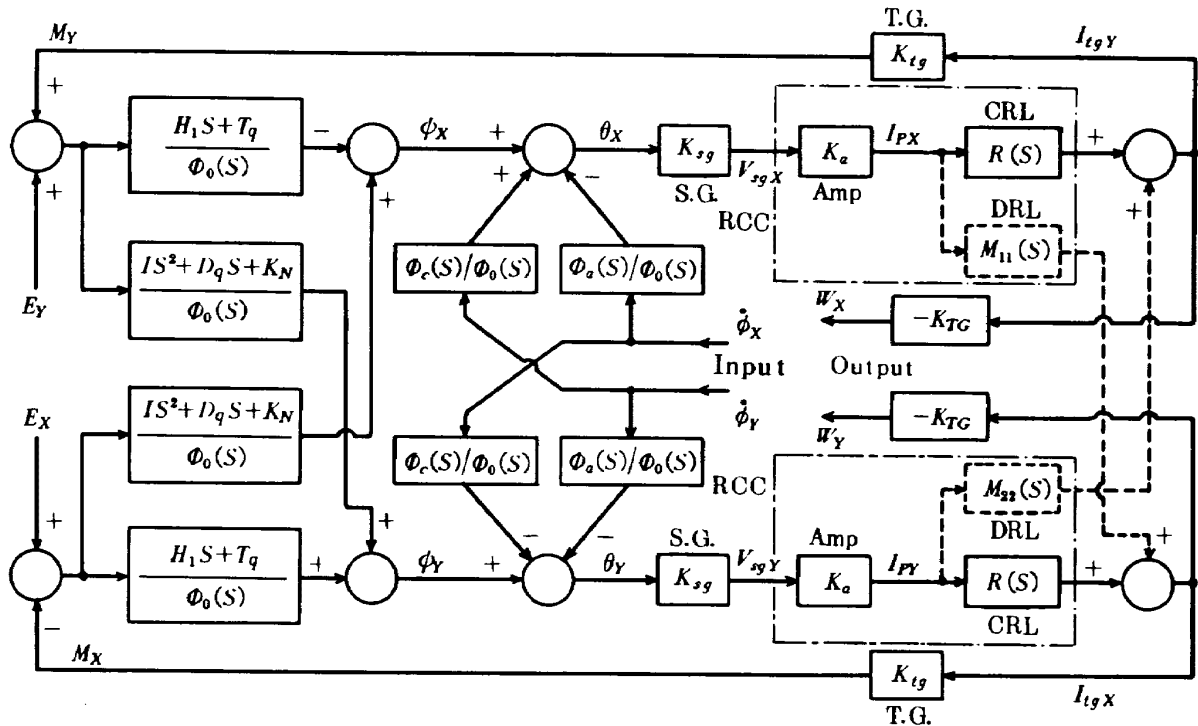


図2 TDGの入出力関係

定しているの、上式の $M_{(YX)}$ は $\theta_{(XY)}$ に比例して与えられる⁵⁾すなわち、図1のPick offとTorquerとはRCCで連結され、閉ループが形成されている。 $\theta_{(XY)}$ は信号発生器(S.G., Pick off)で電圧 $V_{sg(XY)}$ に変換され、Ampで増幅電流変換され、RCC(補償回路を含む)を通った後 $I_{tg(YX)}$ となり、最終的には $M_{(YX)}$ となる⁵⁾これらの変換過程を考慮しつつ、(2-1)式の各変数($\dot{\theta}_{(XY)}$, $\theta_{(XY)}$, $\dot{\phi}_{(XY)}$, $\phi_{(XY)}$)の初期値をすべて零とおいて、式の両辺をラプラス変換し、入出力関係(伝達関数)をブロック線図で表わせば図2のようになる。図2において $\phi_0(S)$, $\phi_a(S)$, $\phi_c(S)$ は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \phi_0(S) &= (IS^2 + D_q S + K_N)^2 + (H_1 S + T_q)^2 \\ \phi_a(S) &= I^2 S^3 + ID_q S^2 + (IK_N + H_0 H_1) S + H_0 T_q \\ \phi_c(S) &= I(H_1 - H_0)S^2 + (IT_q - H_0 D_q)S - H_0 K_N \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

である。また、DRLの伝達関数 $M_{11}(S)$, $M_{22}(S)$ は

$$M_{11}(S) = -M_{22}(S) = \frac{IS^2 + D_q S + K_N}{H_1 S + T_q} R(S) \quad (2.3)$$

として与えられる⁵⁾図2のブロック線図において、DRLを用いないときの伝達関数は

$$\begin{bmatrix} W_X \\ W_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_a(S) & -P_c(S) \\ P_c(S) & P_a(S) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

の形で表わされる。ここで $P_a(S)$, $P_c(S)$ は

$$\left. \begin{aligned} P_a(S) &= \frac{K_f}{H_0} \left\{ \{ H_0(H_1 S + T_q) + IS(IS^2 + D_q S + K_N) \right. \\ &\quad \left. + H_0 K_f R(S) \} R(S) / [(IS^2 + D_q S + K_N)^2 \right. \\ &\quad \left. + \{ H_1 S + T_q + K_f R(S) \}^2 \} \\ P_c(S) &= \frac{K_f}{H_0} \left\{ \{ I(H_1 - H_0)S^2 + (IT_q - H_0 D_q)S - H_0 K_N \right. \\ &\quad \left. + K_f IS R(S) \} R(S) / [(IS^2 + D_q S + K_N)^2 \right. \\ &\quad \left. + \{ H_1 S + T_q + K_f R(S) \}^2 \} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

である。DRLを用いるときの入出力関係は

$$\begin{bmatrix} W_X \\ W_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_a(S) & -Q_c(S) \\ Q_c(S) & Q_a(S) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$Q_a(S) = \frac{K_f R(S)}{H_1 S + T_q + K_f R(S)}$$

$$Q_c(S) = \frac{K_f IS R(S)}{H_0 \{ H_1 S + T_q + K_f R(S) \}}$$

となる。以上でTDGの入出力関係(図2)の構成を明らかにすることができたが、今度はシミュレーションに必要な各構成要素の数値(性能諸元)を決定する。その手順については、文献5)に詳しいので、

ここでは略述に留める。表1の値を基に算出される
チューニング(角)周波数 N_0 , f_{N_0} は

$$\left. \begin{aligned} N_0 &= \sqrt{K/J} = 916.66 \text{ [rad/sec]} \\ f_{N_0} &= N_0/2\pi = 145.89 \text{ [Hz]} \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

となり、角運動量 H_0 , H_1 は、 $N=N_0$ として

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= \left\{ C + \frac{1}{2} (A_1 - B_1 + C_1) \right\} N \\ &= 974695.0 \text{ [D.C.S.]} \\ H_1 &= (C + A_1) N = 975562.0 \text{ [D.C.S.]} \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

となる。出力角(オフセット角) $\theta_{(XY)}$ の許容最大値を $\pm 0.2 \text{ deg}$ 、ステップ入力時のオーバーシュート O_v の許容最大値を20%とした場合、定常状態における $|\theta_{(XY)}| (= |\theta_{XY}(0)| \text{ とする})$ は、

$$|\theta_{(XY)}(0)| = |\theta_{(XY)}|_{t=\infty} \leq 0.2 \times \frac{1}{1.2} = 0.167 \text{ [deg]} \quad (2.9)$$

でなければならないが、一方、定常状態では入力 $\dot{\phi}_{(XY)}$ と出力角 $\theta_{XY}(0)$ との関係は

$$H_0 |\dot{\phi}_{(XY)}| = K_{tg} |I_{tg}(XY)| = K_f |\theta_{XY}(0)| \quad (2.10)$$

となる(図2参照)⁵⁾ので、 $\dot{\phi}_{(XY)}$ の最大を $\pm 50^\circ/\text{s}$ とすれば、(2.8)~(2.10)式より K_f は

$$K_f \geq 0.3 \times 10^9 \text{ [D.C./Rad]} \quad (2.11)$$

でなければならない。図2のような制御系では、一般にゲイン K_f が大きくなれば O_v が増大する傾向にあるので、シミュレーションでは、 O_v を20%以下に抑えつつ上記の範囲の K_f を用いるようにした。 K_f の最良値は、 T_s , O_v を共に最小にするような値であ

り、その決定は伝達関数 $R(S)$ の各要素の決定とともにシミュレーションによって行なった。DRLを用いないとき(以下、DRL=OFF)の $R(S)$ は、2次の位相補償要素に1次の位相補償要素を乗じたものを仮定し

$$R(S) = \frac{4\pi^2 f_r^2}{S^2 + 4\pi\zeta f_r S + 4\pi^2 f_r^2} \frac{T_{le} S + 1}{T_{la} S + 1} \quad (2.12)$$

のようにとる。上記の $R(S)$ の各要素(f_r , ζ , T_{le} , T_{la})および K_f の最良値は

$$\left. \begin{aligned} f_r &= 150 \text{ Hz}, \quad \zeta = 0.7, \quad T_{le} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ sec} \\ T_{la} &= 10^{-4} \text{ sec}, \quad K_f = 0.3 \times 10^9 \text{ [D.C./Rad]} \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

となる⁷⁾この場合、 T_s , O_v は $T_s = 14 \text{ msec}$, $O_v = 8.2\%$ となる。また、DRLを用いるとき(以下、DRL=ON)の $R(S)$ は2次の位相補償要素だけで十分であることがシミュレーションによってわかったので

$$R(S) = \frac{4\pi^2 f_r^2}{S^2 + 4\pi\zeta f_r S + 4\pi^2 f_r^2} \quad (2.14)$$

のようにとる。このとき各パラメータの最良値は

$$\left. \begin{aligned} f_r &= 2000 \text{ Hz}, \quad \zeta = 0.2 \\ K_f &= 1.5 \times 10^9 \text{ [D.C./Rad]} \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

となり、 T_s , O_v は $T_s = 3 \text{ msec}$, $O_v = 0.24\%$ となる⁷⁾。以上の各構成要素の諸元をまとめれば表2のようになるので、次章以後の各シミュレーションはこの表2の各式、各数値および表1の諸元を用いて行なうものとする。(2.1)式の $K_N (= K - N^2 J)$, $D_q (= D_R$

表2 TDGの性能諸元および $R(S)$ のモデル

角 速 度 角 運 動 量		$N_0 = 916.66 \text{ rad/sec}, f_{N_0} = 145.89 \text{ Hz}$ $H_0 = 974695.0 \text{ D.C.S.}, H_1 = 975562.0 \text{ D.C.S.}$
$R(S)$	DRL = OFF	$R(S) = \frac{4\pi^2 f_r^2}{S^2 + 4\pi\zeta f_r S + 4\pi^2 f_r^2} \frac{T_{le} S + 1}{T_{la} S + 1}$ $f_r = 150 \text{ Hz}, \quad \zeta = 0.7$ $T_{le} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ sec}, \quad T_{la} = 10^{-4} \text{ sec}$ $K_f = 0.3 \times 10^9 \text{ [D.C./Rad]}$
	DRL = ON	$R(S) = \frac{4\pi^2 f_r^2}{S^2 + 4\pi^2 \zeta f_r S + 4\pi^2 f_r^2}$ $f_r = 2000 \text{ Hz}, \quad \zeta = 0.2$ $K_f = 1.5 \times 10^9 \text{ [D.C./Rad]}$

+D), $T_q (=T_D+ND)$ が出力にどのように影響するかは、付録 2, 付録 3 で詳しく解析され、それらの値が零であることが最適(出力への影響度零という意味で)とされている。したがって、シミュレーションでは、その影響度を評価するとき以外は、それらの各値を零と仮定する。

なお、近似式を用いたときの入出力関係のシミュレーションは、図 2 のブロック線図に従って行なえばよいが、一般式の場合、式を伝達関数の形に表わすことが困難なので次の手順で行なう。まず、図 2 より $M(XY)$ と $\theta(XY)$ との関係式を求め、これを一般式(付録 1)に代入することにより $\dot{\phi}(XY)$ と $\theta(XY)$ との関係式($E_{XY}=0$ を仮定)を得る。次に、 $\theta(XY)$ を $I_{tg}(XY)$ で表わし(図 2), その関係式を、 $\dot{\phi}(XY)$ と $I_{tg}(XY)$ との関係式に変形する。こうして得られた式は、 $\dot{\phi}(XY)$ を入力、 $I_{tg}(XY)$ を出力とする線形時変係数 2 階連立方程式となるので、時々刻々(シミュレーションでは 1msec 毎に出力が求められるようになってい)解いて、 $I_{tg}(XY)$ を求め、これにスケールファクター K_{TG} を乗ずれば出力 $W_{(YX)}$ が求まる。RCC を含む TDG の入出力関係を求めるシミュレーションプログラムの詳細な構造については後日発表予定である。

3. 機構部の諸定数変化と近似化誤差

ジンバル、ロータの慣性モーメント比 R_a , および内部外部ヒンジの剛性比 R_k を変化させ、近似式を導くときの仮定(1) $A, B, C \gg A_1, B_1, C_1$ および仮定(2) $K_{x_1}=K_{y_1}$ (付録 1 参照)を緩めたときの近似化誤差(一般近似両式の解の差異)をシミュレーションによって定量的に評価する。ここで R_a, R_k は

$$R_a = \frac{C_1}{C}, \quad R_k = \frac{K_{x_1}}{K_{y_1}} \quad (3.1)$$

のように定義する。また、一般、近似両式の解とは、それぞれの式を用いてシミュレーションしたときの出力(図 2 の W_X, W_Y) $W_{GX}, W_{GY}, W_{AX}, W_{AY}$ を表わすものとする。したがって、 W_X, W_Y における近似化誤差 $\delta W_X, \delta W_Y$ は

$$\left. \begin{aligned} \delta W_X &= W_{AX} - W_{GX} \\ \delta W_Y &= W_{AY} - W_{GY} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

となる。

3.1 ジンバル、ロータ慣性モーメント比の影響
国産 TDG は第 1 次試作⁹⁾, 第 2 次試作⁹⁾を終えているが、いずれの場合にも、 R_a の値は 5×10^{-3} 程度なので、本節では、 R_a が増大するときの近似式の有効度を明らかにするために R_a を 5×10^{-3} から 0.1 まで変化させたときの近似化誤差($\delta W_X, \delta W_Y$)を $t=0 \sim 50$ msec (ステップ入力印加後 50 msec)において評価する。評価関数としては、1 msec 毎のサンプリングデータの絶対値($|\delta W_X|, |\delta W_Y|$)の時間平均値対入力値の比($=\delta W_{ca}$)および最大絶対値対入力値の比($=\delta W_{cm}$)を用いる。 $\delta W_{ca}, \delta W_{cm}$ は

$$\left. \begin{aligned} \delta W_{ca} &= \text{Mean}(|\delta W_X|)/|\dot{\phi}_X|, \text{Mean}(|\delta W_Y|)/|\dot{\phi}_Y| \\ \delta W_{cm} &= \text{Max}(|\delta W_X|)/|\dot{\phi}_X|, \text{Max}(|\delta W_Y|)/|\dot{\phi}_Y| \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

となる。上式の Mean, Max は時間に関する平均, 最大を意味する。 δW_{ca} によって入力に対する相対誤差(正負は考えない)の絶対値の平均を、また、 δW_{cm} によって相対誤差の絶対値最大をそれぞれ知ることができる。ところで、角運動量 H_0, H_1 が変化すると、系の過渡特性が変わり、純粋に近似化の影響を評価できないので、 R_a が変わっても

$$H_0 = \left\{ C + \frac{1}{2} (A_1 - B_1 + C_1) \right\} N = \text{const.} \quad (3.4)$$

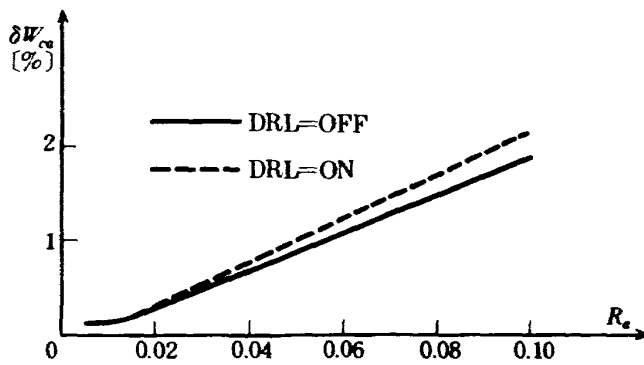
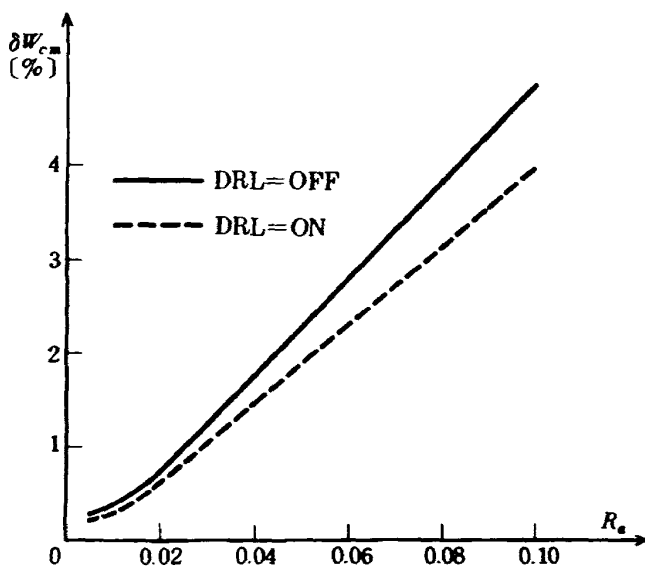
$$H_1 = (C + A_1) N = \text{const.}$$

なるような条件を設けなければならない。 N はチューニング角周波数 N_0 に保たれているとする。上記の条件は、ロータ、ジンバルの慣性モーメント(C, A_1, B_1, C_1)と R_a との関係($N=N_0, H_0, H_1=\text{const.}$)を次のように変化させることによって満たされる。

$$C = \frac{2 H_0}{(R_a + 2) N} \quad (3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{2 R_a H_0}{(R_a + 2) N} \\ A_1 = B_1 &= \frac{(R_a + 2) H_1 - 2 H_0}{(R_a + 2) N} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

以上の各条件下で R_a と $\delta W_{ca}, \delta W_{cm}$ との関係を計算した結果を図 3, 4 に示す。 $\delta W_{ca}, \delta W_{cm}$ それぞれにおいて δW_X による結果と δW_Y による結果との差異がかなり生じると予想されたが、その値はたかだか 10^{-2} 程度であった。図において、 R_a が 0.02 以上になると、 $\delta W_{ca}, \delta W_{cm}$ は R_a に正比例しているが、

図3 R_a と近似化誤差の関係(その1)図4 R_a と近似化誤差の関係(その2)

R_a が0.02以下ではそのような傾向を示していない。これは、定常状態($t=\infty$)でのシミュレーションでないために、一般式の応答結果に含まれる微小振動項⁵⁾の影響が R_a による近似化誤差よりも相対的に大きく効くためと考えられる。また、DRLの効果は、 δW_{ca} と δW_{cm} とでは逆になっている。DRLが過渡応答特性の向上(オーバシュート低減、整定時間短縮)に有効になること⁵⁾を考えれば、 δW_{cm} の低減化は当然である。しかし、(2.3)式より明らかなように、DRL=ONは、 $R(s)$ よりも位相進み要素が大きい(分母の次数差の減少)ことを意味する。したがって、DRLによって微小振動項の振幅減衰速度が低下し、同一時刻 t (十分整定後)における $|\delta W_x|$ 、 $|\delta W_y|$ がより大きく現われ、これに伴って δW_a もより大きくなると推定される。

3.2 内部外部ヒンジ剛性不一致度の影響

不等弾性効果^{9),10)}の影響を低減するためには、内

部外部両ヒンジの剛性 K_{x1} 、 K_{y1} は同一($R_k=1$)であることが要求されるが、製造結果は必ずしもそうなるとは限らない⁵⁾。しかし、 $R_k \neq 1$ のときの近似式の有用度が分れば、製造精度の許容限界を決めることができるので、本節では、ロータ、ジンバルの慣性モーメントを一定にして、 R_k を0.1~10.0の範囲で変化させ、これによる近似化誤差を評価する。なお、 $R_k \geq 1$ は $K_{x1} \geq K_{y1}$ を意味する。評価そのものは、前節と全く同様に、ステップ入力($\dot{\phi}_x$, $\dot{\phi}_y$)印加時の、 $t=0 \sim 50$ msecにおけるサンプリングデータ(1 msec 毎に算出)の絶対値を用いて行なう。評価関数としては、その絶対値の時間平均値対入力値の比($=\delta W_{ka}$)、最大絶対値対入力値の比($=\delta W_{km}$)を用いる。 δW_{ka} 、 δW_{km} はそれぞれ

$$\begin{aligned} \delta W_{ka} &= \text{Mean}(|\delta W_x|)/|\dot{\phi}_x|, \text{Mean}(|\delta W_y|)/|\dot{\phi}_y| \\ \delta W_{km} &= \text{Max}(|\delta W_x|)/|\dot{\phi}_x|, \text{Max}(|\delta W_y|)/|\dot{\phi}_y| \end{aligned} \quad (3.7)$$

となり、(3.3)式と全く同じである。ただ異なるのは、(3.3)式の独立変数が R_a 、(3.7)式の独立変数が R_k であるということだけである。この評価でも、 H_0 、 H_1 を一定にしなければならないが、慣性モーメントが変らないという設定条件(仮定)のため、ロータのスピン角周波数 N をチューニング角周波数 N_0 に一致させ、この N_0 を(2.7)式の値に保つだけでよい。

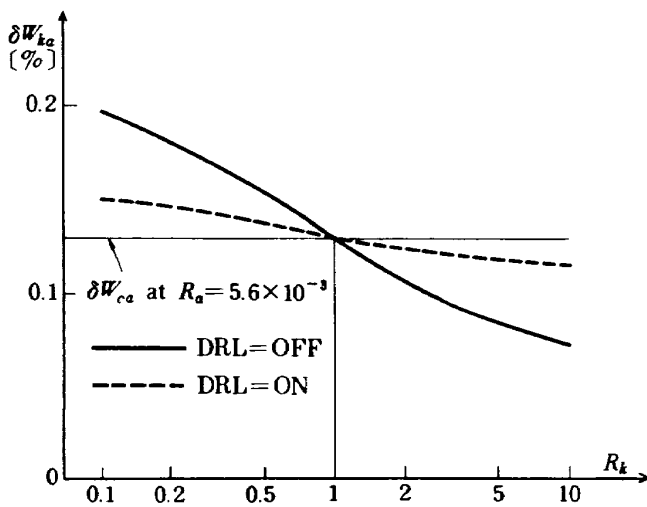
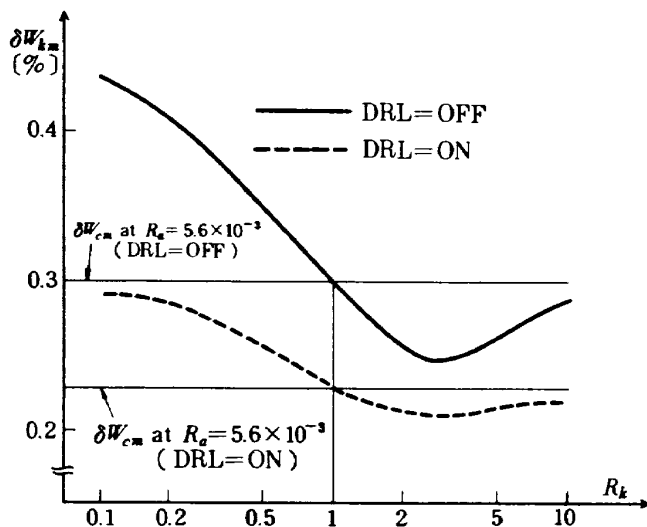
(2.7)式より、 N_0 を一定にするには

$$K_{x1} + K_{y1} = 2K = \text{const.} \quad (3.8)$$

にすればよいことがわかる。したがって、 K を一定にして、 K_{x1} 、 K_{y1} と R_k の関係を

$$\left. \begin{aligned} K_{x1} &= \frac{2R_k}{R_k+1} K \\ K_{y1} &= \frac{2}{R_k+1} K \end{aligned} \right\}$$

のように定めれば、 N_0 は一定になり、 H_0 、 H_1 も一定になる。このような条件下で求めた R_k と δW_{ka} 、 δW_{km} の関係を図5、6に示す。 δW_{ka} 、 δW_{km} においても、 δW_x 、 δW_y による評価結果の差異は、前節と同様、ほとんどなかった(10^{-2} 程度)。ところで、 $R_k=1$ ならば近似化誤差は零になるはずであるが、図5、6をみればわかるように、一定の誤差成分が付加された傾向を示している。これは、 R_a (この場合 5.6×10^{-3} 、零にはできない)の影響が残存するため

図5 R_k と近似化誤差の関係(その1)図6 R_k と近似化誤差の関係(その2)

あり, $R_k=1$ における δW_{ka} (図5), δW_{km} (図6)の値は, $R_a=5.6 \times 10^{-3}$ における δW_{ca} (図3), δW_{cm} (図4)にそれぞれ一致している。また, 図5において, R_k が1より大きい小さいか($K_{x_1} \geq K_{y_1}$ か $K_{y_1} \geq K_{x_1}$)で, δW_{ka} と δW_{ca} との差の極性が逆になっているが, 一般式における R_k の影響が $\Delta K (=K_{x_1} - K_{y_1})$ に $\sin 2Nt$, $\cos 2Nt$ を乗じた形になること(付録1参照)を考えれば, 当然そのような極性逆転は起る。さらに, 試作ジャイロの R_k の変動範囲($R_k=1$ を基準)が $0.7 \sim 1.5^{5), 8)}$ であることおよび R_a が 5.6×10^{-3} 程度であることを考えれば, R_k による近似化誤差(0.05%以下)は, R_a によるそれ(1.3%)よりも2桁近く小さくなるので, R_k の影響度は R_a に比して無視できる。

4. ミスチューニング効果

TDGは, インフェーズスプリングレートによる誤差を消去するために, ロータのスピンの回転数 $f_N (=f_{N_0} + \Delta f_N)$ をチューニング周波数 f_{N_0} (機構部の諸元によってきまる)に一致させること($\Delta f_N = 0$)が要求される(付録3)。しかし, 電子回路系統との関係で $\Delta f_N = 0$ にすることが困難なとき, あるいは, 角運動量設定の関係で任意の f_N を用いたいときには, Δf_N の許容度を明らかにし, 条件 $\Delta f_N = 0$ を緩めることが必要となる。 Δf_N の許容度は, Δf_N による出力 $W_{(XY)}$ の変動量 $\Delta W_{M(XY)}$ ($\Delta f_N = 0$ のときの $W_{(XY)}$ との差)の許容度によって決まるので, 本章では Δf_N と $\Delta W_{M(XY)}$ との関係を考察する。

まず, (2.4), (2.5)式において, $K_N \neq 0$ (ミスチューニング状態), $D_R = D = T_D = 0$ ($D_q = T_q = 0$)を仮定し, $\dot{\phi}_{(XY)}$ はステップ入力とすれば, 定常状態での出力は

$$\begin{bmatrix} W_X \\ W_Y \end{bmatrix} = \frac{K_f}{K_N^2 + K_f^2} \begin{bmatrix} K_f & K_N \\ -K_N & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

となり, K_N の影響が残る。一方, チューニング状態では $W_{XY} = \dot{\phi}_{XY}$ となるので, ミスチューニングによる出力の変動を ΔW_{MX} , ΔW_{MY} とすれば, それらは

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta W_{MX} \\ \Delta W_{MY} \end{bmatrix} &= \frac{K_f}{K_N^2 + K_f^2} \begin{bmatrix} K_f & K_N \\ -K_N & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \end{bmatrix} \\ &= -\frac{K_N}{K_N^2 + K_f^2} \begin{bmatrix} K_N & -K_f \\ K_f & K_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_X \\ \dot{\phi}_Y \end{bmatrix} \quad (4.2) \end{aligned}$$

となる。上式はミスチューニング効果を解析的に推定する式である。同効果による出力の変動 ΔW_{MX} , ΔW_{MY} は, $\dot{\phi}_X$, $\dot{\phi}_Y$ 双方に依存しているが, 一般には $K_f \gg |K_N|$ なので, 近似的に

$$\Delta W_{MX} \approx \frac{K_N}{K_f} \dot{\phi}_Y, \quad \Delta W_{MY} \approx -\frac{K_N}{K_f} \dot{\phi}_X \quad (4.3)$$

となり, ΔW_{MX} , ΔW_{MY} はそれぞれ $\dot{\phi}_Y$, $\dot{\phi}_X$ のみに依存すると考えてよい。本稿でも, K_f は 0.3×10^9 [D.C./Rad]であるのに対し, K_N は, $\Delta f_N = 200$ Hzにしても, -0.37×10^7 [D.C./Red]程度となるので, 明らかに $K_f \gg |K_N|$ となっている。

いま, チューニング周波数 f_{N_0} に対し Δf_N を $-50 \sim 150$ Hzまでとり, (4.2)式による推定値と一般式を用いてシミュレーションしてから求めた値との比

較を表3, 4に示す。シミュレーションでは, $\dot{\phi}_X$, $\dot{\phi}_Y$ をステップ入力とし, $t=0\sim 400$ msec までの出力を求め, $t=300\sim 400$ msecにおける1 msec 毎のサンプリングデータの平均値と基準入力との差を用いている。本来ならば, 定常状態($t\rightarrow\infty$)における値で比較しなければならないが, これは不可能なので, $\Delta f_N=0$ (チューニング状態)において, 出力の平均値(時間間隔 100 msec)と入力の差が入力に対して相対的に 10^{-5} 程度あるいはそれ以下になるような, 十分大きい t の値までシミュレーションすることにした。したがって, 10^{-5} のオーダーあるいはそれ以下の値は零と同等に扱うことにする。表からわかるように, 推定値とシミュレーション値とはよく一致しており, (4.2)式の推定方法は, ミスチューニング効果をみるのに十分適用性があると云える。ただ, Δf_N が -50 Hz 以下になるとその一致度が悪化する傾向が現われたが, これはロータの回転数が低くなると角運動量も小さくなり, 出力の収束, 整定が遅れ, $t=400$ msec 程度では不十分なためである(シミュレーションでも確かめられた)。この Δf_N がもっと小さくなるときの影響度を比較するには t をもっと大きくしなければならないが, 角運動量が小さくなると誤差トルクの影響度が大きくなるので, 通常は回転数を高くして角運動量を大きくする必要はあってもその逆の必要性はない¹¹⁾。ここでは $t=400$ msec で出力特性が大きく悪化しない条件として Δf_N の下限を -50 Hz までとって考察を行なった。

さてここで, ミスチューニング状態で $K_f \gg |K_N|$ ならば ΔW_{MXY} が $\dot{\phi}_{YX}$ に依存することの意味を考えてみる。TDGの近似式より, $K_N \neq 0$ のときには $K_N \theta_X$, $K_N \theta_Y$ に相当しただけのトルクが X, Y 軸まわりに作用することは明らかである(付録2, 3参照)。一方, 出力 W_X, W_Y は Y, X 軸まわりのトルクにバランスする(図2)ので, 入力 $\dot{\phi}_{XY}$ によって出力角 $\theta_{(XY)}$ が発生し, $K_N \theta_X, K_N \theta_Y$ がロータに作用すれば, その影響は当然 W_Y, W_X に現われ, $\Delta W_{M(XY)}$ は $\dot{\phi}_{(YX)}$ に依存した量となる。このようにミスチューニング効果は出力角(オフセット角)が零でない(入力 $\dot{\phi}_{(XY)}$ が零でない)ときにのみ発生する。表3の値は, 入力 $\dot{\phi}_{(XY)} = 1.0^\circ/\text{s}$ における値であるが, このときの出力角 $\theta_{(XY)}$ は(2.10)式より

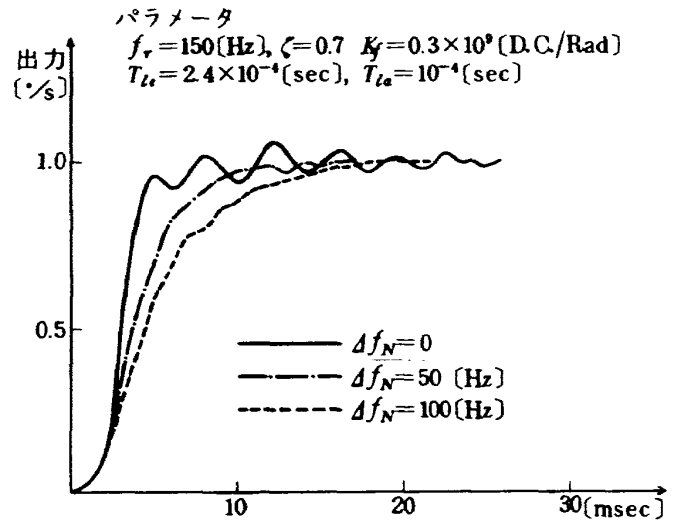


図7 ミスチューニング時の過渡応答(その1)
($\Delta f_N > 0$ のとき)

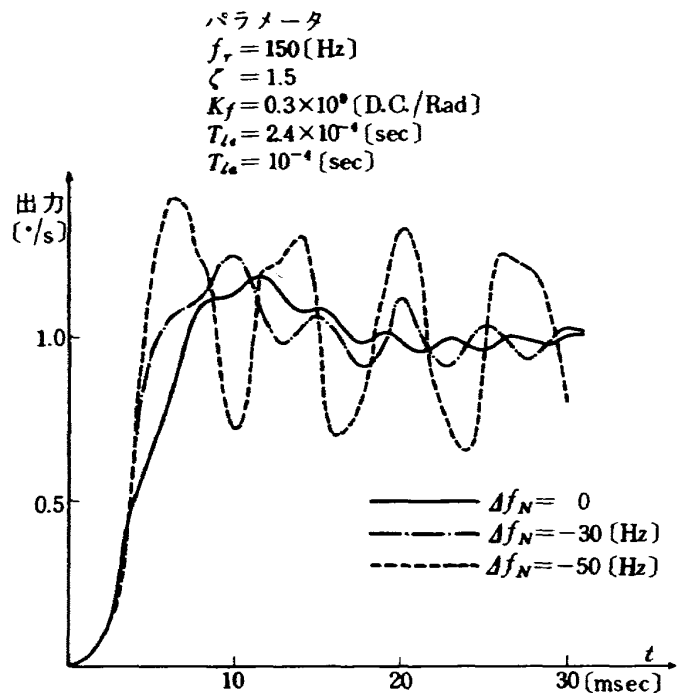


図8 ミスチューニング時の過渡応答(その2)
($\Delta f_N < 0$ のとき)

$$\theta_{(XY)} = \frac{H_0}{K_f} \dot{\phi}_{(XY)} \quad (4.4)$$

となるから, インフェーズスプリングレート [$^\circ/\text{h}/\text{sec}$] を求めるには, (4.4)式と表2の定数より求められる $\theta_{(XY)}$ の値で表3の値を除すればよい。

さらに, ミスチューニングの過渡応答特性への影響を考察した結果として, Δf_N の正負による特性の相違を図7, 8に示すが, 図より, Δf_N を正で大きくしても特性の変化が少ないこと, 負で大きくすれ

表 3 ミスチューニング効果(その1) ($\dot{\phi}_X = \dot{\phi}_Y = 1 \text{ }^\circ/\text{s}$)

Δf_N [Hz]	推 定 値		シミュレーション値	
	ΔW_{MX}	ΔW_{MY}	ΔW_{MX}	ΔW_{MY}
-50	0.150	-0.151	2.395	-0.757
-30	0.098	-0.098	0.098	-0.098
-20	0.068	-0.068	0.068	-0.067
-10	0.035	-0.035	0.035	-0.035
-5	0.018	-0.018	0.018	-0.018
0	0	0	0	0
5	-0.018	0.018	-0.018	0.018
10	-0.037	0.038	-0.038	0.037
20	-0.078	0.078	-0.078	0.077
30	-0.120	0.120	-0.120	0.119
50	-0.213	0.212	-0.213	0.211
70	-0.316	0.314	-0.315	0.312
100	-0.490	0.485	-0.488	0.482
150	-0.832	0.818	-0.827	0.813
200	-1.239	1.209	-1.233	1.202

単位 $10^{-2} \text{ }^\circ/\text{s}$ 表 4 ミスチューニング効果(その2) ($\dot{\phi}_X = 1 \text{ }^\circ/\text{s}$, $\dot{\phi}_Y = 0$)

Δf_N [Hz]	推 定 値		シミュレーション値	
	ΔW_{MX}	ΔW_{MY}	ΔW_{MX}	ΔW_{MY}
-50	-2.27×10^{-4}	-0.151	86.29×10^{-2}	-0.158
-30	-0.96×10^{-4}	-0.098	4.79×10^{-4}	-0.097
-20	-0.46×10^{-4}	-0.068	2.27×10^{-4}	-0.067
-10	-0.12×10^{-4}	-0.035	1.30×10^{-4}	-0.035
-5	-0.03×10^{-4}	-0.018	-0.68×10^{-4}	-0.018
0	0	0	0	0
5	0.03×10^{-4}	0.018	-0.70×10^{-4}	0.018
10	-0.14×10^{-4}	0.038	-1.43×10^{-4}	0.037
20	-0.60×10^{-4}	0.078	-3.10×10^{-4}	0.077
30	-1.44×10^{-4}	0.120	-5.32×10^{-4}	0.119
50	-4.53×10^{-4}	0.213	-9.57×10^{-4}	0.211
70	-9.94×10^{-4}	0.315	-16.43×10^{-4}	0.313
100	-23.79×10^{-4}	0.488	-32.35×10^{-4}	0.484
150	-68.05×10^{-4}	0.825	-74.69×10^{-4}	0.820
200	-149.91×10^{-4}	1.224	-156.45×10^{-4}	1.217

単位 $10^{-2} \text{ }^\circ/\text{s}$

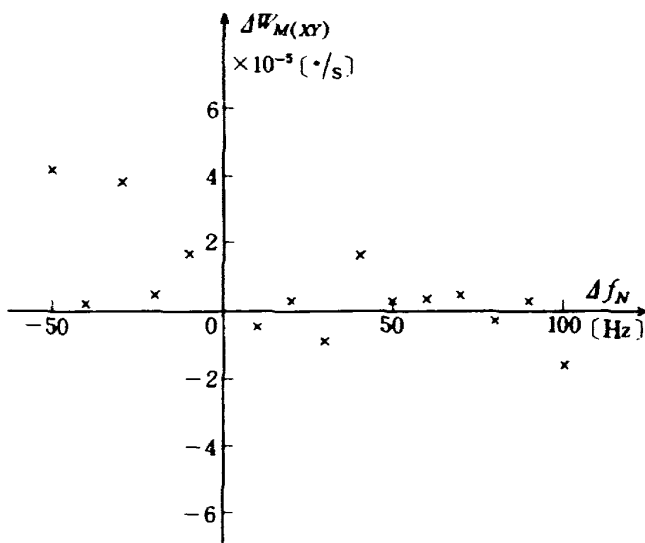


図9 ミスチューニング効果のDRL補正

ば応答が著しく悪化すること等がわかる。なお、図7, 8でパラメータ ζ （補償回路のダンピングファクタ）の値は異なるが、 $\Delta f_N < -30$ Hzでは ζ を大きくしなければ解が得られない（発散する）ために、 ζ を1.5にしてシミュレーションした。また、DRLによるミスチューニング効果の補正⁵⁾の例を図9に示す。図の値は、各 Δf_N において1°/sステップ入力に対する出力の差異を示しているの、そのまま相対比率になるが、これよりDRLによってミスチューニング効果はほぼ完全に除去され得ることがわかる。

5. ダンピングの影響

TDGの構造としては、ケースの中にロータ、ジンバル、S.G., T.G.等の機構部を組み込むようになっている⁶⁾ので、それら各部品とケースとの間には当然ながら空間部分ができる。その部分は真空にすることが必要であるが、軸受オイル（シャフトとケースの接触部分は軸受構造）の気化（損失）を防ぐために、通常はヘリウム等のガスが封入され、ある圧力（JDG-2の場合は10～60 mm Hg）に保たれる。したがって、ロータがスピンするとき、あるいは、角変位 $\theta_{(XY)}$ を生じるときには、ロータ、ケース間にダンピングトルクが発生する（付録3参照）これらのトルクには、スピン軸まわりに発生するドラッグトルク T_D （スピン角速度に比例する）とスピン軸に垂直な軸まわりに発生するダンピングトルク

$D_R \dot{\theta}_{(XY)}$ とがあるが、その他、ジンバルの角運動（ヒンジの捩れ運動）に関係するダンピング係数 D の影響もある。 T_D , D_R , D は

$$\left. \begin{aligned} T_q &= T_D + N D \\ D_q &= D_R + D \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

なる関係式において、 T_q がドラッグトルクとして、 D_q がダンピング係数（X, Y軸まわり）として、それぞれTDGの運動に影響する（付録1参照）。ロータのスピン軸まわりに発生するトルク T_q はクォードレチャスプリングレートとなり、そのX, Y軸方向成分 $T_q \theta_Y$, $-T_q \theta_X$ がロータに作用するが、 D_q は $\dot{\theta}_{(XY)}$ に乘じられた形（ $D_q \dot{\theta}_X$, $D_q \dot{\theta}_Y$ ）でロータに作用する（付録3参照）。

TDGを変位ジャイロとして用いるときは、ロータの位置（方位）が慣性空間固定とし、ロータ、ケース間の相対角変位 $\theta_{(XY)}$ がケースの慣性空間に対する動きとして測定されるので、測定精度を向上させるにはダンピングによるトルクを零にしなければならない。しかし、RCCを組み込んでレートジャイロとして用いるときには、RCCにDRLを付加（図2）し、DRLの伝達関数（(2.3)式）に T_q , D_q の測定値を代入することによりダンピングの影響を補正することができる。以下に、 T_q , D_q の出力への影響度をシミュレーションによって定量的に評価する。ところで、 D の影響は T_q , D_q 双方に含まれるので、 $D=0$ （ $T_q=T_D$, $D_q=D_R$ ）とにおいてシミュレーションを行ない、 T_D , D_R による出力変動を評価する。このような評価を行なっても、結果は T_q , D_q による評価と等価になる（(5.1)式参照）。これらの評価結果を基に、出力の許容変動度と T_q , D_q の許容度との関係を明らかにすることができる。

まず、 $\dot{\phi}_X = \dot{\phi}_Y = 1$ (°/s)とにおいて、 T_D による出力の変動 $\Delta \omega_T(XY)$ をシミュレーションによって求めれば図10のようになる。この $\Delta \omega_T(XY)$ (°/s)は、 $T_D \neq 0$ のときの出力から $T_D = 0$ のときの出力を引いたものであるが、定常状態（ $t = \infty$ ）での $\Delta \omega_T(XY)$ を求めることは不可能なので、ここでは $t = 300 \sim 400$ msecにおける1 msec毎のサンプリングデータ（データ個数=100）の平均値を $\Delta \omega_T(XY)$ とした。 T_0 は常にスピン角速度を減速させる方向に作用するので、スピン軸方向（ z_i ）を基準（正の方向）とした場合、

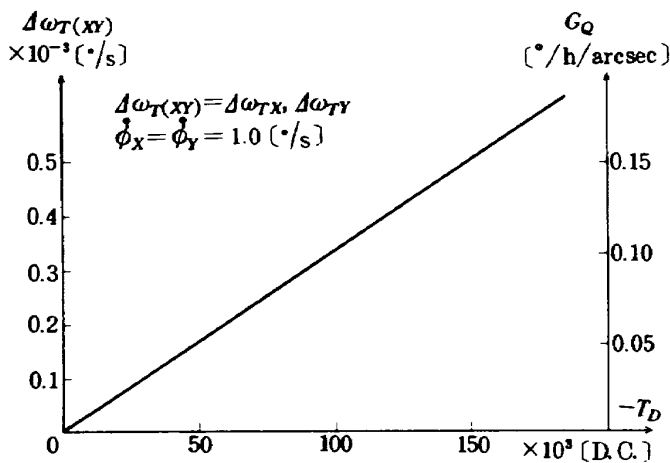


図10 ドラッグトルク T_D による出力の変動分 ($\Delta\omega_T(XY)$, G_Q)

T_D は常に負の値を有することになる。また、図10のクォードレチャスプリングレート G_Q [$^{\circ}/h/\text{arcsec}$] は、 $\Delta\omega_T(XY)$ [$^{\circ}/s$] を出力角 $\theta_{(XY)}$ で除したものである。なお、 $\Delta\omega_{TX}$ と $\Delta\omega_{TY}$ との差異はほとんどなかった。TDG第2次試作では、 G_Q の規格は 0.03 [$^{\circ}/h/\text{arcsec}$] 以下となっているが、その場合、 $|T_D|$ は $30,000$ (D.C.) 以下(図10)でなければならない。つぎに、 D_R と出力変動との関係を考察する。 $D_R \neq 0$ のときの出力 $W_{(XY)}$ と $D_R = 0$ のときの出力 W_{X0} , W_{Y0} との差の百分率 $\Delta\omega_D(XY)$ を

$$\left. \begin{aligned} \Delta\omega_{DX} &= \frac{W_X - W_{X0}}{W_{X0}} \times 100 \\ \Delta\omega_{DY} &= \frac{W_Y - W_{Y0}}{W_{Y0}} \times 100 \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

のようにとり、 $t = 0 \sim 40$ msec における 1 msec 毎のサンプリングデータ $\Delta\omega_D(XY)$ (データ個数 = 40) の絶対値の最大 $\delta\omega_m(XY)$ および平均値 $\delta\omega_a(XY)$ をもって D_R の影響を評価する。この $\delta\omega_m(XY)$, $\delta\omega_a(XY)$ を式で表わせば

$$\left. \begin{aligned} \delta\omega_m(XY) &= \text{Max}(|\Delta\omega_{DX}|), \text{Max}(|\Delta\omega_{DY}|) \\ \delta\omega_a(XY) &= \text{Mean}(\Delta\omega_{DX}), \text{Mean}(\Delta\omega_{DY}) \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

となる。入力としては、 $\dot{\phi}_X = \dot{\phi}_Y = 1$ [$^{\circ}/s$] を印加したが、上式の値は百分率(%)であり、入力の大さに依存しない量である。ところで、 D_R の影響はDRLによって補正可能である⁵⁾ので、その値が既知として、これをDRLの伝達関数のパラメータ((2.3)式の D_q)に代入し、このときの $\delta\omega_m(XY)$, $\delta\omega_a(XY)$ と、

DRLなしのときの $\delta\omega_m(XY)$, $\delta\omega_a(XY)$ とを比較すれば、補正の精度を知ることができる。いま、 D_R による $\delta\omega_m(XY)$, $\delta\omega_a(XY)$ の変化を、それぞれ、DRLを用いない場合、用いる場合に分けてシミュレーションした結果を図11～図14に示す。これらの図より、 D_R は出力にある程度影響を与えるとはいうものの、その影響度は、 $D_R = 10,000$ (D.C.S.) になっても最大 2.2% (図11)、平均 0.03% (図13) 程度であること、これらの値はDRL補正によって2桁近く小さく(事実上、零とみなせる程小さく)できる(図12, 14)ことがわかる。さらに、DRLによって D_R の影響度を消去する場合、 D_R の測定(または推定)誤差が仮に $\pm 1,000$ (D.C.S.) あったとしても、その誤差値の影響度は最大 0.2% (図11)、平均 0.003% (図13) 程度なので、 D_R を求めるときの精度はかなり低くてよいことになる。 D_R の出力への影響度 $\Delta\omega_D(XY)$ は、ロータがケースに対して相対的に動作($\dot{\theta}_{(XY)} \neq 0$)しているときのみ発生するので、入力が一定ならば、 $t \rightarrow \infty$ になるにつれて $\dot{\theta}_{(XY)} = 0$ となり、 $\Delta\omega_D(XY) = 0$ となっていくが、入力時間がともに

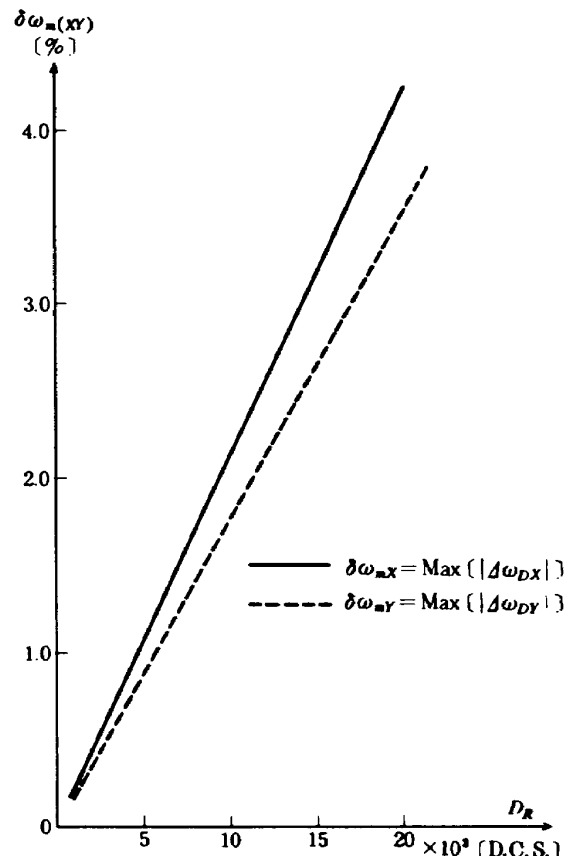


図11 D_R と最大出力変化 $\delta\omega_m(XY)$ との関係(その1) (DRL = OFF)

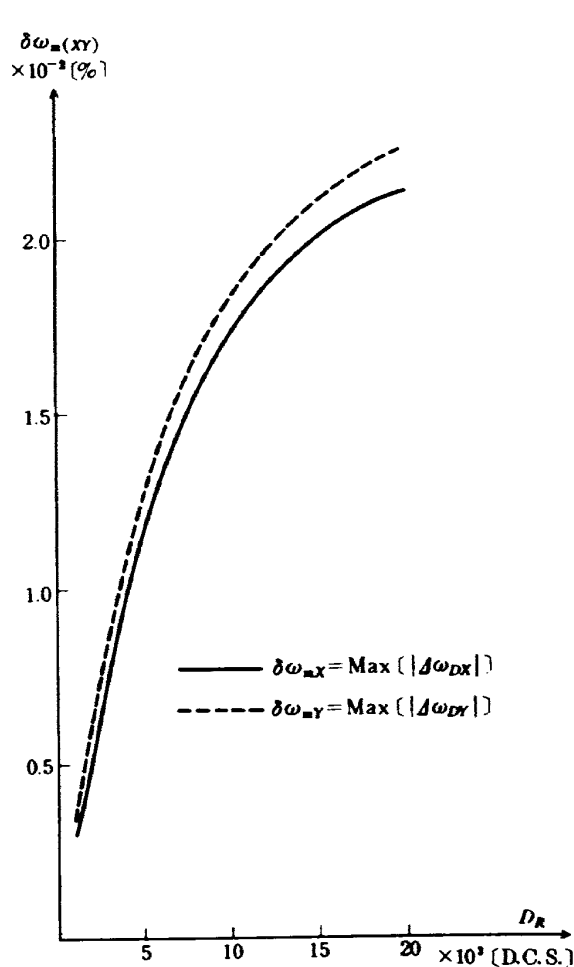


図12 D_R と最大出力変化 $\delta\omega_m(XY)$ との関係(その2)
(DRL=ON)

変るならば、 $\Delta\omega_D(XY) \neq 0$ の状態が t に関係なく持続する。このように $\Delta\omega_D(XY)$ は状態 (θ_{XY}) の大小依存の誤差であるので、入力の変動が大きいときに使用するTDGの製作においては、 D_R を小さくするか、あるいはDRLを使用するかして $\Delta\omega_D(XY)$ を低減する必要がある。

6. あとがき

本研究では、TDGの構成要素のパラメータ変化と運動特性の関係を解析、シミュレーションし、その許容変動度を定める一手法を確立することができた。TDGの特性解析には通常近似式を用いている^{2),3)}が、ジンバル、ロータの慣性モーメント比 R_a 、内部外部ヒンジの剛性比 R_k と近似化精度との関係を検討した結果、 R_a が通常値(5.6×10^{-3} 程度)の10倍になっても δW_{ca} が1%以下であること(図3)、 R_k の影響度はそれよりもさらに小さいこと(図5)等から

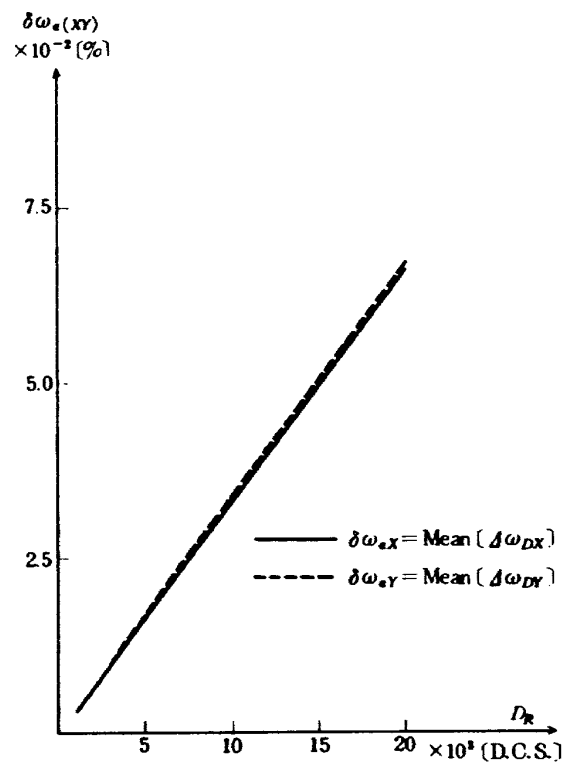


図13 D_R と平均出力変化 $\delta\omega_a(XY)$ との関係(その1)
(DRL=OFF)

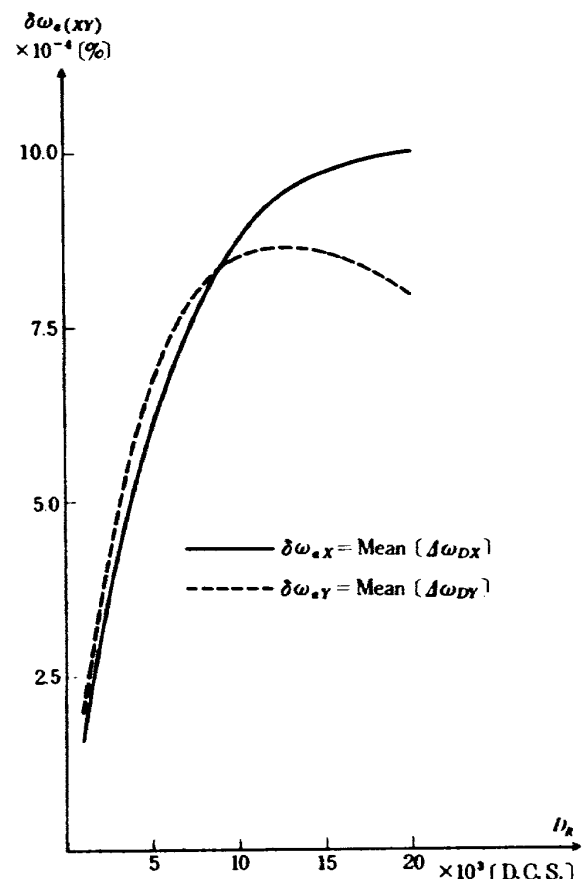


図14 D_R と平均出力変化 $\delta\omega_a(XY)$ との関係(その2)
(DRL=ON)

考えると、それらの比が数十倍以上にならない限り、近似化誤差は十分小さく（1%以下のオーダー）保てるので、一般式に含まれる微小振動項（ $A_1, B_1, C_1, \Delta K$ と $\sin 2Nt, \cos 2Nt$ とのカップリング項）⁵⁾の影響は小さく、近似式を用いた解析、シミュレーション、設計等は十分有効であることがわかった。また、ミスチューニング効果 $\Delta W_M(XY)$ は、入力の大さきによって変る状態依存の誤差であり、それがスケールファクタ誤差の許容範囲におさまっておらず、表2, 3より、 $\Delta f_N = \pm 5\text{Hz}$ で $\Delta W_M(XY)$ は0.01%以上になっているので、高精度センサ（要求精度は通常0.01%程度）としてのTDGにおいては、かなり精度よくロータの回転数 f_N をチューニング周波数 f_{N_0} に一致させなければならない。さらに、ドラッグトルク T_D による出力誤差を評価し、クォードレチャスプリングレート G_Q の許容度を求める一手法を得た。同時に、 T_D の作用方向と直角な方向に作用するダンピングトルク（ $D_R \dot{\theta}_{(XY)}$ ）の出力への影響度を考察し、 D_R の許容度を評価するとともに、DRL補正によって D_R の影響度 $\Delta \omega_D(XY)$ はほとんど零にできることを明らかにした。TDGを構成する各種パラメータの中で代表的と思われる項目をとりあげて、出力への影響度を評価した。今後は、他の項目についても考察し、より厳密な運動特性の解析、TDG設計時のオーバーデザインの除去等を進める必要がある。

最後に、本研究を進めるにあたり、宇宙開発事業団の池内正躬氏、太原雅彦氏、鈴木秀人氏および滝沢悦貞氏との日頃のTDG開発に関する討論が役立ったことを付記して感謝の意を表わす。

参 考 文 献

- 1) Craig, R. J. G.; Theory of Operation of an Elastically Supported Tuned Gyroscope, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-8, pp280-288, May 1972
- 2) Coffman, D. E.; Feasibility Study of a Digital Rebalance Loop for a Dry Tuned TDF Gyro, NASA CR-144089, May 1974
- 3) Bortz, John E.; Dynamic Errors in a Tuned Flexure-Mounted Strapdown Gyro, NASA CR-124161, Sept. 1972
- 4) Bahrami, K.; Inertial Attitude Control of Voyager Spacecraft using Dry Tuned Rotor Gyro, NASA Contract NAS-100, 1977
- 5) 新宮博公, 大月正男, 早野友康; チューンドドライジャイロの近似伝達関数の有用性について, NAL TR-720, 1982年7月
- 6) 池内正躬, 太原雅彦, 鈴木秀人他4名; チューンドドライジャイロの研究開発—第2次試作—, 第21回計測自動制御学会学術講演会予稿集 pp.641-642, 昭和57年7月
- 7) 新宮博公, 大月正男; TDG(チューンドドライジャイロ)の応答特性向上に関する考察, 第25回宇宙科学技術連合講演会講演集 pp.142-143, 昭和56年10月
- 8) 萩原強, 池内正躬, 太原雅彦他6名; チューンドドライジャイロの研究開発—第1次試作—, 第24回宇宙科学技術連合講演会講演集 pp.254-255, 昭和55年10月
- 9) 大月正男, 新宮博公他3名; 浮動型1自由度積分ジャイロの不等弾性誤差, NAL TR-188, 1970年1月
- 10) Mocomber, G. R. and Fernandez, M.; Inertial Guidance Engineering, Prentice Hall Inc., pp492-496, 1962年
- 11) 池内正躬, 早川義彰; Tuned Dry Gyro, 日本航空宇宙学会誌第28巻312号, pp.1-7, 1980年1月
- 12) Howe, E. W. and Savet, P. H.; The Dynamically Tuned Free Rotor Gyro, Control Engineering, Vol-2, No 6, pp67-72, June 1964

付 録

本文に関連する事項として、TDGの一般式とその近似化、ジンバルダイナミックス、インフェーズ・クォードレチャ両スプリングレートについて述べる。以下に用いる記号、付号、略語等は、本文と同じ意味を有するとする。

付録1 TDGの一般式とその近似化

本研究で用いた一般式および近似式は、文献5)に詳しいので、ここではそれらの概要を述べる。文献5)では、より一層の一般性を期して $n \neq 1$ (n th ジンバル)でも成立するような解析がなされているが、ここでは本文との関係を明らかにするために、文献の式に $n = 1$ (単一ジンバル)を代入して得られる式を示すとともに、これに対応する近似式を示す。TDGの製作使用条件に関する仮定を、(i) ロータの変位角速度 $\dot{\theta}_{(xy)}$ は N に比して小さい($\dot{\theta}_{(xy)} \ll N$)、(ii) 入力角速度 $\dot{\phi}_{(xy)}$ は N に比して小さい($\dot{\phi}_{(xy)} \ll N$)、(iii) θ_i ($i = x, y$)は微小($\sin \theta_i = \theta_i$, $\cos \theta_i = 1$)のように設ければ、一般式の成立条件が文献5)と同じになる。また、 $n = 1$ の場合には、 $x (=x_1)$ 軸と n 番目のジンバルの内部ヒンジ軸となす角 α_n は、 $\alpha_n = \alpha_1 = 0$ となる。これらの条件を考慮しつつ、文献5)の付録の式(A1-22), (A1-23)に $n = 1$ を代入したときの一般式は、

$$\begin{aligned} & (I + \Delta I \cos 2Nt) \ddot{\theta}_X + (\Delta I \sin 2Nt) \ddot{\theta}_Y \\ & + (D + D_R - 2\Delta I (\sin 2Nt) N) \dot{\theta}_X \\ & + (C + A_1 + 2\Delta I \cos 2Nt) N \dot{\theta}_Y + (K - N^2 J \\ & - (\Delta I \cos 2Nt) N^2 + (\Delta K + N^2 \Delta I_s) \cos 2Nt) \theta_X \\ & + (DN + T_D - (\Delta I \sin 2Nt) N^2 \\ & + (\Delta K + N^2 \Delta I_s) \sin 2Nt) \theta_Y \\ & = - (I + \Delta I \cos 2Nt) \ddot{\phi}_X - (\Delta I \sin 2Nt) \ddot{\phi}_Y \\ & + ((\Delta I_s + \Delta I) \sin 2Nt) N \dot{\phi}_X \\ & - ((\Delta I_s + \Delta I) \cos 2Nt + \{C + \frac{1}{2}(A_1 - B_1 \\ & + C_1)\}) N \dot{\phi}_Y + M_X + E_X \quad (A1-1) \\ & (\Delta I \sin 2Nt) \ddot{\theta}_X + (I - \Delta I \cos 2Nt) \ddot{\theta}_Y \\ & + (-C - A_1 + 2\Delta I \cos 2Nt) N \dot{\theta}_X \\ & + (D + D_R + 2\Delta I (\sin 2Nt) N) \dot{\theta}_Y + (-DN - T_D \\ & - (\Delta I \sin 2Nt) N^2 + (\Delta K + N^2 \Delta I_s) \sin 2Nt) \theta_X \\ & + (K - N^2 J + (\Delta I \cos 2Nt) N^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - (\Delta K + N^2 \Delta I_s) \cos 2Nt) \theta_Y \\ & = - (\Delta I \sin 2Nt) \ddot{\phi}_X - (I - \Delta I \cos 2Nt) \ddot{\phi}_Y \\ & + (- (\Delta I_s + \Delta I) \cos 2Nt + \{C + \frac{1}{2}(A_1 - B_1 \\ & + C_1)\}) N \dot{\phi}_X - ((\Delta I_s + \Delta I) \sin 2Nt) N \dot{\phi}_Y \\ & + M_Y + E_Y \quad (A1-2) \end{aligned}$$

のような形で表わされる。上式は明らかに線形時変係数2階連立方程式となっており、変数としては、 $\theta_{(xy)}$, $\dot{\phi}_{(xy)}$, $M_{(xy)}$, $E_{(xy)}$ をとりあげることができる。このうち $\dot{\phi}_{(xy)}$, $E_{(xy)}$ は入力として外部からTDGに与えられる量であり、 $M_{(xy)}$ は $\theta_{(xy)}$ とRCCの伝達関数によって決められるので、(A1-1), (A2-1)式は、 $\dot{\phi}_{(xy)}$, $E_{(xy)}$ を既知量、 $\theta_{(xy)}$ を未知変数とする連立方程式となる。解 $\theta_{(xy)}$ を求め、これをトルカ-電流に変換し、その電流値にスケールファクタ K_{TG} を乗ずれば出力 $W_{(xy)}$ が得られる(図2参照)。なお、式の各係数は、すべて本文表1の設計仕様より求めることができる。ところで、時変係数を有する一般式から、RCCを含む伝達関数を導くことは困難であるだけでなく、たとえ導かれたとしてもそれを用いた設計解析はかなり複雑になる。そのため通常は、一般式を近似化して得られる近似式を基に近似伝達関数を導き、これを設計解析に用いている。いま、TDGのパラメータに関する仮定を

- (1) $A, B, C \gg A_1, B_1, C_1$
- (2) $K_{x_1} = K_{y_1}$ ($\Delta K = 0$)
- (3) $N \gg \dot{\theta}_{(xy)}, \dot{\phi}_{(xy)}$
- (4) $\dot{\phi}_{(xy)}$ の角周波数 $\ll 2N$

のようにとれば、(A1-1), (A1-2)式の時変係数に関する項は省略できるので、近似式は

$$\begin{aligned} & I \ddot{\theta}_X + D_q \dot{\theta}_X + K_N \theta_X + H_1 \dot{\theta}_Y + T_q \theta_Y \\ & = -I \ddot{\phi}_X - H_0 \dot{\phi}_Y + M_X + E_X \quad (A1-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & I \ddot{\theta}_Y + D_q \dot{\theta}_Y + K_N \theta_Y - H_1 \dot{\theta}_X - T_q \theta_X \\ & = -I \ddot{\phi}_Y + H_0 \dot{\phi}_X + M_Y + E_Y \quad (A1-4) \end{aligned}$$

となる。ここで D_q, K_N, T_q は

$$\left. \begin{aligned} D_q &= D + D_R \\ T_q &= T_D + ND \\ K_N &= K - N^2 J \end{aligned} \right\} \quad (A1-5)$$

である。上記の仮定(1)~(4)はTDGの設計使用条件に即した仮定である⁵⁾。(A1-3), (A1-4)式より、入力 $\dot{\phi}_{(xy)}$, 誤差トルク $E_{(xy)}$ が零でなければ(この

とき $\theta_{XY} \neq 0$), $K_N \theta_X + T_Q \theta_Y$, $K_N \theta_Y - T_Q \theta_X$ がそれぞれ X , Y 軸まわりのトルク ($E_{(XY)}$ に等価) としてロータに作用し, $\dot{\theta}_{XY}$ が零でなければ, ダンピングトルク $D_R \dot{\theta}_X$, $D_R \dot{\theta}_Y$ がロータに作用することがわかる。

いま, $\dot{\theta}_{(XY)}$ の変化は緩やかで $\ddot{\theta}_{XY} \approx 0$, 各種ダンピング, ドラッグトルクはほとんどない ($D_Q \approx 0$, $T_Q \approx 0$) と仮定し, 入力 $\dot{\phi}_{XY} = 0$, 誤差トルク $E_{XY} = 0$ の状態で, TDG を開ループで作動 (RCC を用いない, $M_{XY} = 0$) としたとすれば, (A1-3), (A1-4) 式は

$$K_N \theta_X + H_1 \dot{\theta}_Y = 0 \quad (A1-6)$$

$$K_N \theta_Y - H_1 \dot{\theta}_X = 0 \quad (A1-7)$$

となる。これより

$$\ddot{\theta}_{XY} + \left(\frac{K_N}{H_1}\right) \theta_{XY} = 0 \quad (A1-8)$$

なる運動方程式が得られる。これより, θ_{XY} は周期解 (周期 $T_\theta = 2\pi H_1 / K_N$) となり, ロータは, スピン軸に垂直な軸まわりに角振動することがわかる。このような運動を取除き, 入力が零のときにオフセット角 (θ_{XY}) を零にするには, T_θ を無限大にすればよいが, それには $K_N = 0$ (チューニング状態) なるように, ヒンジの振り剛性 K_{x_1} , K_{y_1} , スピン角速度 N , ジンバルの慣性モーメント (A_1, B_1, C_1) の関係を設定することが必要となる。

付録2 TDGのジンバルダイナミックス

TDGの入出力関係は, $\dot{\phi}_{(XY)}$ と $M_{(YX)}$ とを対応させることにより成立する (図2参照)。 $M_{(YX)}$ は $\theta_{(XY)}$ に比例して与えられるが, (A1-1), (A1-2) 式より明らかのように, $\theta_{(XY)}$ に比例する項は左辺にもある。それらの係数 G_I , G_Q を近似的に

$$\left. \begin{aligned} G_I &= K - N^2 J \mp (\Delta I \cos 2Nt) N^2 \pm (\Delta K + N^2 \Delta I_z) \cos 2Nt \\ &\approx K - N^2 J = K_N \\ G_Q &= DN + T_D \mp (\Delta I \sin 2Nt) N^2 \pm (\Delta K + N^2 \Delta I_z) \sin 2Nt \\ &\approx DN + T_D \end{aligned} \right\} \quad (A2-1)$$

とする。 $G_I \theta_{(XY)}$, $G_Q \dot{\theta}_{(XY)}$ はそれぞれ $\theta_{(XY)}$ が零でない (入力が零でない) ときに発生するトルクであり, ロータに誤差トルクとして作用する。 T_D はロータ, ケース間のドラッグトルク (ロータのスピ

ンバルの角運動量 H_g , 角速度 ω_g は

$$\left. \begin{aligned} H_g &= A_1 \omega_{x_1} i_1 + B_1 \omega_{y_1} j_1 + C_1 \omega_{z_1} k_1 \\ \omega_g &= \omega_{x_1} i_1 + \omega_{y_1} j_1 + \omega_{z_1} k_1 \end{aligned} \right\} \quad (A2-2)$$

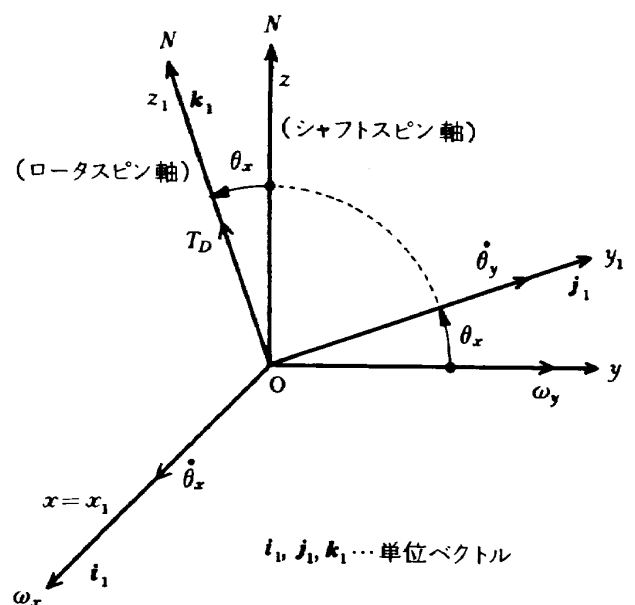
のように表わせる。単一ジンバル系 ($n=1$) においてはジンバルの角変位は付図1のようになり⁵⁾ ジンバル軸 x_1 の方向は, θ_y によって変化することなく, 常にシャフトスピン軸 z に垂直であるので, ω_g の各要素は

$$\left. \begin{aligned} \omega_{x_1} &= \omega_x + \dot{\theta}_x \\ \omega_{y_1} &= \omega_y \cos \theta_x + N \sin \theta_x \approx \omega_y + N \theta_x \\ \omega_{z_1} &= -(\omega_y + \dot{\theta}_y) \sin \theta_x + N \approx N \end{aligned} \right\} \quad (A2-3)$$

となる。ジンバルに外部から作用する x_1 , y_1 軸まわりのトルクを G_{x_1} , G_{y_1} とすれば, 角運動量保存則により

$$\left. \begin{aligned} G_{x_1} &= [(\dot{H}_g)_I]_{x_1} = [(\dot{H}_g)_G + \omega_g \times H_g]_{x_1} \\ G_{y_1} &= [(\dot{H}_g)_I]_{y_1} = [(\dot{H}_g)_G + \omega_g \times H_g]_{y_1} \end{aligned} \right\} \quad (A2-4)$$

が得られる。上式の $(\dot{H}_g)_I$, $(\dot{H}_g)_G$ は慣性固定座標



付図1 ジンバルの角変位

系, ジンバル固定座標系での時間微分を意味する。
また, サフィックス x_1, y_1 はそれぞれ x_1 成分, y_1 成分を意味する。ジンバルに外部 (ケース) から直接トルクが与えられることがない (ロータまたはシャフトを介して伝達される) とすれば, G_{x_1}, G_{y_1} は, ロータがジンバルに与えるトルク (T_{x_1}, T_{y_1}) とシャフトがジンバルに与えるリアクショントルク (T_{xs}, T_{ys}) の差となり

$$\left. \begin{aligned} G_{x_1} &= T_{x_1} - T_{xs} \\ G_{y_1} &= T_{y_1} - T_{ys} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2-5})$$

のように表わされる。さて今度は上式右辺の $T_{x_1}, T_{y_1}, T_{xs}, T_{ys}$ の物理的意味を考えてみる。本文図 1 をみればわかるように, ロータがシャフトに対して x_1 軸まわりに相対角変位 θ_x を生じるとき, この θ_x はジンバル, シャフト間の x_1 軸まわりの相対角変位ともなる。すなわち, ロータ, ジンバルは x_1 軸まわりには一体となって (剛体的に結合された状態で) 回転する。一方, ロータが y_1 軸まわりに相対角変位 θ_y を生じても, これによるジンバルの y_1 軸まわりの対シャフト相対角変位は生じない (ジンバルは y_1 軸まわりには回転不可)。したがって, ロータが x_1 軸まわりに対シャフト相対角変位 (以下, 角変位) するときには, ヒンジによる振れトルク ($K_{x_1} \theta_x$) およびダンピングトルク ($D \dot{\theta}_x$) の向きとロータの角速度の向きとは逆になり, 見かけ上シャフトがジンバルにトルク (反作用トルク) を与えることになるので, ヒンジによるトルクは T_{xs} となる。ロータが y_1 軸まわりに角変位するときは, ヒンジによるトルク ($= K_{y_1} \theta_y + D \dot{\theta}_y$) は, ロータがジンバルから $-y_1$ 軸まわりに受けるトルクであると同時に $+y_1$ 軸まわりにジンバルに与えるトルク T_{y_1} (作用反作用の法則) ともなる。この場合, 外部ヒンジ軸 (y_1 軸) まわりにジンバルからロータにトルクが伝達されないことになる。以上のことより, ヒンジの特性 (振り, ダンピング) によるトルクとして

$$\left. \begin{aligned} T_{xs} &= K_{x_1} \theta_x + D \dot{\theta}_x \\ T_{y_1} &= K_{y_1} \theta_y + D \dot{\theta}_y \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2-6})$$

が得られる。(A2-2)~(A2-6) 式より T_{x_1}, T_{y_1} は

$$\left. \begin{aligned} T_{x_1} &= T_{xs} + G_{x_1} \\ &= K_{x_1} \theta_x + D \dot{\theta}_x + A_1 (\dot{\omega}_x + \ddot{\theta}_x) \\ &\quad + (C_1 - B_1) (\omega_y + N \theta_x) N \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2-7})$$

$T_{y_1} = K_{y_1} \theta_y + D \dot{\theta}_y$)
となり, ジンバルの角運動量の時間的変化は x_1 軸まわりの運動にのみ関係する。上式はジンバル固定座標系 $O-x_1 y_1 z_1$ (シャフトと共に回転する) で表わされているので, 使用上の便宜性を考え, ケース固定座標系 $O-XYZ$ で表わされる運動方程式に変換する。両座標系間の関係は, 図 1 より, 近似的に

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos Nt & -\sin Nt & 0 \\ \sin Nt & \cos Nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2-8})$$

となる。また, $\theta_{(xy)}$ は微小 ($\sin \theta_{(xy)} = \theta_{(xy)}$, $\cos \theta_{(xy)} = 1$) と仮定しているのので, これと $\theta_{(XY)}$ との関係は上式の変換式を用いて

$$\theta_{xy} = \theta_{XY} e^{-jNt} \quad (\text{A2-9})$$

と表わされる。シャフトの角速度 ω_x, ω_y は, ケースの x, y 軸まわりの角速度ともなるので, これらとケースの X, Y 軸まわりの角速度 (すなわち, 入力 $\dot{\phi}_{(XY)}$) との関係は, 上式の変換方法を適用し

$$\omega_{xy} = \dot{\phi}_{XY} e^{-jNt} \quad (\text{A2-10})$$

となる。ヒンジによるトルク (T_{xs}, T_{y_1}) の X, Y 軸方向成分 T_{gX}, T_{gY} は, (A2-6)~(A2-10) 式より

$$\left. \begin{aligned} T_{gX} &= K \theta_X + \Delta K (\theta_X \cos 2Nt + \theta_Y \sin 2Nt) \\ &\quad + D \dot{\theta}_X + DN \theta_Y \\ T_{gY} &= K \theta_Y + \Delta K (\theta_X \sin 2Nt - \theta_Y \cos 2Nt) \\ &\quad + D \dot{\theta}_Y - DN \theta_X \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2-11})$$

となる。同様に (A2-7) 式の G_{x_1} を (A2-8)~(A2-10) 式によって X, Y 軸方向に分解した成分 G_X, G_Y は

$$\begin{aligned} G_X &= G_{x_1} \cos Nt \\ &= \frac{A_1}{2} (1 + \cos 2Nt) \ddot{\theta}_X + \frac{A_1}{2} (\sin 2Nt) \ddot{\theta}_Y \\ &\quad - (A_1 \sin 2Nt) N \dot{\theta}_X + A_1 (1 + \cos 2Nt) N \dot{\theta}_Y \\ &\quad - JN^2 (\theta_X + \theta_X \cos 2Nt + \theta_Y \sin 2Nt) \\ &\quad + \frac{A_1}{2} (\ddot{\phi}_X + \ddot{\phi}_X \cos 2Nt + \ddot{\phi}_Y \sin 2Nt) \\ &\quad + \frac{A_1 - B_1 + C_1}{2} N (\dot{\phi}_Y - \dot{\phi}_X \sin 2Nt + \dot{\phi}_Y \cos 2Nt) \end{aligned} \quad (\text{A2-12})$$

$$\begin{aligned} G_Y &= G_{x_1} \sin Nt \\ &= \frac{A_1}{2} (\sin 2Nt) \ddot{\theta}_X + \frac{A_1}{2} (1 - \cos 2Nt) \ddot{\theta}_Y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -A_1(1-\cos 2Nt)N\dot{\theta}_X + (A_1\sin 2Nt)N\dot{\theta}_Y \\
& -JN^2(\dot{\theta}_Y + \theta_X \sin 2Nt - \dot{\theta}_Y \cos 2Nt) \\
& + \frac{A_1}{2}(\ddot{\phi}_Y + \ddot{\phi}_X \sin 2Nt - \ddot{\phi}_Y \cos 2Nt) \\
& + \frac{A_1-B_1+C_1}{2}N(-\dot{\phi}_X + \dot{\phi}_X \cos 2Nt + \dot{\phi}_Y \sin 2Nt)
\end{aligned}
\quad (A2-13)$$

となる。上式はジンバルの角運動量の時間的変化をケース固定座標系で求めたものである。(A2-7)式の左辺をケース固定座標系に変換したもの、すなわち、ロータがジンバルに与えるトルクのX, Y軸方向成分を T_{RX} , T_{RY} とすれば、それらは

$$\begin{bmatrix} T_{RX} \\ T_{RY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos Nt & -\sin Nt \\ \sin Nt & \cos Nt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{x_1} \\ T_{y_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{gX} + G_X \\ T_{gY} + G_Y \end{bmatrix}
\quad (A2-14)$$

となるので、(A2-11)~(A2-14)より T_{RX} , T_{RY} は

$$\begin{aligned}
T_{RX} = & \frac{A_1}{2}(1+\cos 2Nt)\ddot{\theta}_X + \frac{A_1}{2}(\sin 2Nt)\ddot{\theta}_Y \\
& + (D-A_1N\sin 2Nt)\dot{\theta}_X + A_1(1+\cos 2Nt)N\dot{\theta}_Y \\
& + (K-N^2J+(\Delta K-N^2J)\cos 2Nt)\theta_X \\
& + (DN+(\Delta K-N^2J)\sin 2Nt)\theta_Y \\
& + \frac{A_1}{2}(\ddot{\phi}_X + \ddot{\phi}_X \cos 2Nt + \ddot{\phi}_Y \sin 2Nt) \\
& + \frac{A_1-B_1+C_1}{2}N(\dot{\phi}_Y - \dot{\phi}_X \sin 2Nt + \dot{\phi}_Y \cos 2Nt)
\end{aligned}
\quad (A2-15)$$

$$\begin{aligned}
T_{RY} = & \frac{A_1}{2}(\sin 2Nt)\ddot{\theta}_X + \frac{A_1}{2}(1-\cos 2Nt)\ddot{\theta}_Y \\
& - A_1(1-\cos 2Nt)N\dot{\theta}_X + (D+A_1N\sin 2Nt)\dot{\theta}_Y \\
& - (DN-(\Delta K-N^2J)\sin 2Nt)\theta_X \\
& + (K-N^2J-(\Delta K-N^2J)\cos 2Nt)\theta_Y \\
& + \frac{A_1}{2}(\ddot{\phi}_Y + \ddot{\phi}_X \sin 2Nt - \ddot{\phi}_Y \cos 2Nt) \\
& + \frac{A_1-B_1+C_1}{2}N(-\dot{\phi}_X + \dot{\phi}_X \cos 2Nt + \dot{\phi}_Y \sin 2Nt)
\end{aligned}
\quad (A2-16)$$

となる。(A2-15), (A2-16)式は、ロータがジンバルに与えるトルクによってジンバルはどのような運動をするかを示すものであるが、これはまた、ジンバルが運動すれば、これに釣合っただけの反作用トルクがロータに作用すること(角運動量保存則)を意

味する。

いま、 $\Delta K \approx 0$ ($K_x \approx K_y$), $\ddot{\phi}_{XY} \approx 0$ (入力 $\dot{\phi}_{(XY)}$ は定常), $\ddot{\theta}_{XY} \approx 0$ ($\dot{\theta}_{XY}$ の変化は緩やか)を仮定し、かつ時変係数項の影響は、出力時に平均化されて零に近くなるとすれば、 T_{RX} , T_{RY} は近似的に

$$\left. \begin{aligned} T_{RX} \approx & (K-N^2J)\theta_X + DN\theta_Y + D\dot{\theta}_X \\ & + A_1N\dot{\theta}_Y + \frac{1}{2}(A_1-B_1+C_1)N\dot{\phi}_Y \\ T_{RY} \approx & -DN\theta_X + (K-N^2J)\theta_Y + D\dot{\theta}_Y \\ & - A_1N\dot{\theta}_X - \frac{1}{2}(A_1-B_1+C_1)N\dot{\phi}_X \end{aligned} \right\} \quad (A2-17)$$

となる。これより、 $K-N^2J$, D が零でなければ、TDGに入力が印加されたとき(このとき $\theta_{(XY)} \neq 0$)に、上式に対応しただけのトルクがロータに作用するので、たとえ E_{XY} が零でなくても、 T_{RX} , T_{RY} が誤差トルクと等価な働きをする。 T_{RX} , T_{RY} の各要素のうち、 $DN\theta_Y + D\dot{\theta}_X$, $-DN\theta_X + D\dot{\theta}_Y$ はヒンジによるダンピングトルクのX, Y軸方向成分となっているが、これは、ロータがX, Y軸まわりに角速度 $\dot{\theta}_X$, $\dot{\theta}_Y$ で回転すると同時に z_1 軸まわりに N でスピン(このX, Y軸方向成分はそれぞれ $N\theta_Y$, $-N\theta_X$)することによって説明できる。また、 $(K-N^2J)\theta_{(XY)}$ のうち、 $K\theta_{(XY)}$ はヒンジによる振れトルクであり、 $N^2J\theta_{(XY)}$ は、 $A_1N\dot{\theta}_{XY}$, $\frac{1}{2}(A_1-B_1+C_1)N\dot{\phi}_{XY}$ とともに角運動量の時間的変化 $(\dot{H}_g)_I$ の主要成分である。(A2-17)式を角運動量保存則の形に書き表わせれば

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2}(A_1-B_1+C_1)Nj\dot{\phi}_{XY} + A_1Nj\dot{\theta}_{XY} + N^2J\theta_{XY} \\
& = K\theta_{XY} - DNj\theta_{XY} + D\dot{\theta}_{XY} - T_{RXY} \quad (A2-18)
\end{aligned}$$

が得られる。 θ_{XY} はロータのオフセット角であり、入力印加時には必ず零でないある値を有する(図2参照)が、 θ_X , θ_Y はそれぞれ $\dot{\phi}_X$, $\dot{\phi}_Y$ に対応して独立に変化するので、 T_{RXY} を低減するには、 D を零にし、かつ、 $K_N (=K-N^2J)$ を零にすることが必要である。

(A1-1), (A1-2)式の左辺で $\theta_{(XY)}$ に比例する項を T_{KX} , T_{KY} とし、これらを(A2-1)式の G_I , G_Q を使って表わすと

$$\left. \begin{aligned} T_{KX} = & G_I\theta_X + G_Q\theta_Y + G_K(\theta_X \cos 2Nt + \theta_Y \sin 2Nt) \\ T_{KY} = & -G_Q\theta_X + G_I\theta_Y + G_K(\theta_X \sin 2Nt - \theta_Y \cos 2Nt) \\ G_K = & \Delta K + (\Delta I_s - \Delta I)N^2 \end{aligned} \right\} \quad (A2-19)$$

となるが、ここでも $\cos 2Nt$, $\sin 2Nt$ を含む項(トルク)の出力への影響は平均化されて零になる(または、そのような急激な変化に TDG は追従できない)とすれば、 $T_{K(XY)}$ は近似的に

$$\left. \begin{aligned} T_{KX} &\approx G_I \theta_X + G_Q \theta_Y \\ T_{KY} &\approx -G_Q \theta_X + G_I \theta_Y \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2-20})$$

となる。 $\dot{\theta}_{XY} \approx 0$ (θ_{XY} の変化は緩やか)とすれば、 $T_{R(XY)}$ は近似的に

$$\left. \begin{aligned} T_{RX} &\approx T_{RX}' = (K - N^2 J) \theta_X + DN \theta_Y \\ T_{RY} &\approx T_{RY}' = -DN \theta_X + (K - N^2 J) \theta_Y \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2-21})$$

となる((A2-16)式参照)ので、(A2-1), (A2-20), (A2-21)式より

$$\left. \begin{aligned} T_{KX} &= T_{RX}' + T_D \theta_Y \\ T_{KY} &= T_{RY}' - T_D \theta_X \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2-22})$$

が得られる。上式より、ロータにはジンバル運動によるトルク $T_{R(XY)}$ とドラッグトルク T_D の X , Y 軸方向成分($T_D \theta_Y$, $-T_D \theta_X$)とが作用することがわかる。これらは、いずれも TDG の出力の変動に影響し、入力が零でない(したがって $\theta_{XY} \neq 0$)ときには定常的にも零にならないので、 $K_N = D = T_D = 0$ なるような設計が必要となる。

付録3 インフェーズスプリングレートおよびクォードレチャスプリングレート

ロータに作用するトルクとしては、固有の誤差トルク E_{XY} 以外にジンバルの運動によるトルク $T_{R(XY)}$ 、ドラッグトルク T_D が存在することを付録2で述べたが、以下、この $T_{R(XY)}$ 、 T_D の作用について検討する。 $T_{R(XY)}$ 、 T_D よりなるトルク T_{KXY} は、(A2-19)式から明らかなように角変位 $\theta_{(XY)}$ に比例しているので、その比例係数 G_I 、 G_Q をバネ効果におけるスプリングレートとみなすことができる。角変位 θ_X (または θ_Y) に比例するトルクとして $G_I \theta_X$, $-G_Q \theta_X$ (または、 $G_I \theta_Y$, $G_Q \theta_Y$) とがある。このうち、 $G_I \theta_X$ $G_I \theta_Y$ は変位方向($\dot{\theta}_X$, $\dot{\theta}_Y$ の方向)のトルクとなるが、 $G_Q \theta_Y$, $-G_Q \theta_X$ は変位方向とは 90° ずれた($-Z$ 軸まわり)方向のトルクとなる。このような現象から、 G_I をインフェーズスプリングレート(Inphase Spring Rate)、 G_Q をクォードレチャスプリングレート(Quadrature Spring Rate)と呼んでいる¹¹⁾。 G_I 、 G_Q は単位変位角(オフセット角)当りのトル

ク(D.C./Rad)となるが、通常はそれらをドリフトレート($^\circ/\text{h}$)に換算(角運動量 H_0 で除す)したものの(単位; $^\circ/\text{h}/\text{arcsec}$)で表わしている。 G_I の要素としては K 、 $-N^2 J$ がある((A2-1)式)。

$K\theta_{(XY)}$ が $\theta_{(XY)}$ に比例するトルクとなるのに対し、 $-N^2 J \theta_{(XY)}$ が $-\theta_{(XY)}$ に比例するトルクとなるので、 K をヒンジによる正のスプリングレート、 $-N^2 J$ を負のスプリングレートと称している¹²⁾そして、正負両スプリングレートが打消し合う状態をチューニング状態⁵⁾とよんでいる。また、 G_Q の要素としては D , T_D がある。このうち、ジンバルの角運動に関するダンピング係数 D は、ジンバル振動のエネルギー損失によって発生するものであるが、その値は、周囲ガスとヒンジ材料そのもののダンピング特性によって決まる。ロータ、ケース間のスピン軸まわりのダンピング特性の要因となるドラッグトルク T_D の値は、周囲ガス(TDGをハードウェアとして組立てたときには、ロータ、ケース間の隙間は真空ではなく、軸受オイルの気化による軸受摩擦を防ぐためにヘリウム等が封入され、圧力が10~60mmHgに保たれる)と軸受損失によって決まる。一方、ロータの周辺に何らかの気体が存在すれば、これによるダンピングトルクはスピン軸に垂直な X , Y 軸方向にも作用し、その大きさは $\dot{\theta}_{(XY)}$ に比例した量($=D_R \dot{\theta}_{(XY)}$)となる。 $\dot{\theta}_{(XY)}$ は、 N のように、一定にはならないので、 $D_R \dot{\theta}_{(XY)}$ を角速度に依存しない量(例えば T_D)として表わすことはできない。また(A1-1), (A1-2)式よりわかるように、 D_R は、 D とともに、 $D_q = D_R + D$ なる形のダンピング係数として、TDGの運動に影響する。ロータの角変位は必ずヒンジの捩れ変位を伴うこと、 x_1 軸まわりにはジンバルとともに、 y_1 軸まわりには単独で(ジンバルに関係なく)角変位することを考えれば、ロータがヒンジのダンピング係数 D の影響を受けるのは当然である。したがって、ロータは X , Y 軸まわりに、周囲ガスによる制動作用($D_R \dot{\theta}_{(XY)}$)、ヒンジによる制動作用($D \dot{\theta}_{(XY)}$)を受けることになるが、これらの作用は $\dot{\theta}_{XY} = 0$ で零になるので、TDGにRCCを付して角速度検出用センサーとして用いるときには大して問題にならないし、例えば問題になったとしてもDRLによって補正可能⁵⁾である。本文ではその可能度の評価を行なっている。しかし、TDGは原理的には変位ジャイ

ロ(Displacement Gyro)であり、ケースが角変位してもロータは慣性空間固定の状態を保つが、外乱(例えば、ロータ、ケース間のダンピング、ドラッグトルク)があればその状態は乱される³⁾。TDGを変位ジャイロとして用いるときは、ダンピングによる制動作用が誤差源ともなるので注意を要する。

航空宇宙技術研究所資料522号

昭和58年10月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺町1880
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表) ㊦182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山5-6-17
