

ISSN 0452-2982  
UDC 621. 454. 2:532. 1  
533. 1:536. 2:536. 6

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-564

液水／液酸ロケットの推進剤および燃焼ガスの  
物性値高速計算用プログラム

若松義男・苅田丈士・冠昭夫

1987年3月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

1. まえがき .....	1
2. 水素および酸素の諸物性 .....	2
2. 1 気体の密度(状態方程式) .....	2
2. 2 液体の密度 .....	4
2. 3 気体のエンタルピ .....	5
2. 4 気体の定圧比熱 .....	6
2. 5 液体のエンタルピ .....	8
2. 6 液体の比熱 .....	8
2. 7 気体のエントロピ .....	9
2. 8 液体のエントロピ .....	10
2. 9 気体の比熱比 .....	10
2.10 飽和蒸気圧 .....	12
2.11 蒸発潜熱 .....	12
2.12 気体の粘性係数 .....	13
2.13 液体の粘性係数 .....	14
2.14 気体の熱伝導率 .....	15
2.15 液体の熱伝導率 .....	15
2.16 液体の等温弾性率 .....	16
2.17 表面張力 .....	17
2.18 二相の取扱い .....	17
3. 水素 / 酸素燃焼ガスの諸物性 .....	18
4. TROY コードの概略 .....	22
4. 1 TROY の構成と使いかた .....	22
4. 2 TROY コードと GASP コードとの比較 .....	22
5. あとがき .....	27

# 液水／液酸素ロケットの推進剤および燃焼ガスの物性値高速計算用プログラム\*

若松義男\*\* 劍田丈士\*\* 冠昭夫\*\*

## 1. まえがき

近年、我が国においても水素／酸素ロケットの実用化が進み、H-Iロケットの第2段用としてLE-5エンジンが開発され、また新たにH-IIロケットのブースター用にLE-7エンジンの開発が始まった。エンジンの開発および研究においては、各コンポーネント供試品の設計計算、基礎試験、シミュレーション計算、そして総合試験などのあらゆる過程において、推進剤である水素と酸素およびそれらの燃焼ガスの状態方程式や熱力学物性および輸送特性値などの諸物性値を必要とする。特に、ロケットエンジンの起動や停止などの動特性のシミュレーションにおいては、時間の刻み毎に頻繁に物性計算が繰り返されるので、シミュレーションの中で用いられる物性計算用のサブプログラムは計算速度を重視する必要がある。従来、数種の物質に対応できる汎用度と精度とを兼ね備えた物性計算コードは発表されているが、計算速度とのバランスをも考慮に入れると、必ずしも満足できるものではない。そこで著者らは、ロケットエンジン動特性のシミュレーションへの応用を目的に、精度と速度の両者にバランスのとれた水素／酸素ロケット専用の物性計算コードとしてTROY(Time-saving Routine for H<sub>2</sub> and O<sub>2</sub> Property)を作成したので、その内容と結果について報告する。

シミュレーションに必要な物性値としては、推進剤では密度(状態方程式)、比エンタルピ(以降は単にエンタルピと呼ぶ)、比エントロピー(以降は単にエントロピーと呼ぶ)、比熱、比熱比、飽和条件、蒸発潜熱、粘性係数、熱伝導率、等温圧縮率、表面張力などがあげられる。推進剤が高圧かつ低温の状態で使用される範囲では、気体の状態方程式は実在

気体効果を考慮した取り扱いとしなければならない。また燃焼ガス関係では燃焼温度、分子量、比熱、比熱比、特性速度などが重要である。

実在気体の状態式としては、van der Waalsの式が歴史的には著名だが、今日では計算機用に実用的に使われることの多いのは、2個の定数を含んだ代数式ではRedlich-Kwongの式(R-K式)とその変形式、さらに項の数を増してより精度を上げた代数式ではBenedict-Webb-Rubinの式(B-W-R式)とその変形式、あるいはビリアル級数などである。

熱力学的性質や分子輸送特性値については、通常はデータブックなどから実験値を収集するが、高圧で極低温の流体や高温の燃焼ガスについては、物性値測定が困難あるいは不可能なことが多く広範な実験データは完備されていない。しかしエンタルピ等の熱力学的物性については状態方程式と熱力学の関係式を応用して求めることができるし、また今日では、後に述べるように分子運動論の応用による理論的な推算法の利用により、数パーセントの誤差で粘性係数を予測することなども可能である。このような理論的な推算法がまだ確立されていない物性については、多くの物質の広範なデータから一般化した回帰式や経験式を利用することもできる。

単体あるいは化合物の物性に関する既存のデータブックとしては文献1が著名であるが、水素と酸素の高圧低温におけるデータは不十分である。極低温におけるデータは、簡便な図表として文献2に掲載されているが、精度を必要とする際には十分ではない。気液両相の広範囲な圧力温度について、データが表形式で網羅されている点で、NASAから刊行されている計算機編集のデータ集(水素については文献3、酸素については文献4)が最も便利である。文献3、4のデータ集は、主としてNBSによる豊富なデータを中心に作成されたものである。

既存の水素や酸素用の計算コードとしては文献5

\* 昭和62年1月26日受付

\*\* 角田支所

あるいはGASPコード<sup>6)</sup>が利用できる。特にGASPコードはパラ水素、ヘリウム、ネオン、メタン、窒素、一酸化炭素、酸素、ふっ素、アルゴン、二酸化炭素の10種類の物質について熱力学的性質や分子輸送係数などの物性を求めることのできるものであり、精度と汎用性の点で優れたものである。

既存の計算コードの代表例であるGASPコードにおいては状態方程式として、気液両相に適用できるように定数等を定めた修正B-W-R式を用いている。エンタルピなどの熱力学物性については、熱力学的一般関係式を利用することにより気液両相について同一路ーチンで計算でき、また状態式の項数が多いことから精度も良いという利点を有するが、反面、密度計算の際に解が代数的に求まらないことから、計算に時間がかかるという側面を有しており、これはロケットエンジンのシミュレーション計算では無視できない欠点となる。そこでTROYコードにおいては状態方程式として、項数も少なく代数解の得られるR-K式を用い、液体密度および十分な精度が得られない圧力と温度範囲の熱力学物性については、文献3、4により回帰式を作成することによって計算時間の短縮を図った。GASPの輸送係数の計算には分子運動論に基づく推算法を用いており、TROYでも同様の手法によった。これ以外の物性については、物理的関係式や文献3、4に基づく回帰式などを適宜組合せるという方法を取った。

燃焼ガスの物性計算用としては、化学および熱力学の平衡条件を求めるのにGordonらのCECコード<sup>7)</sup>が広く使われている。これはロケット性能計算を含んでおり、後には粘性係数や熱伝導率などの輸送係数の計算もできるように拡張された<sup>8)</sup>。水素/酸素の燃焼ガス物性に関するデータを集録した文献9、10は、これらの手法を用いて計算した結果を編集したものである。TROYコードにおいては、同様の方法で計算した結果を基に回帰式を作成した。

なお水素については、原子核のスピン方向の違いによりパラ水素とオルソ水素の区別があり、この両者は物性も若干異なる。常温の水素はこの両者の混合物（パラ水素濃度25～75%）として存在するが、ロケット燃料としての温度条件における平衡組成に注目すると、パラ水素のみを考慮すれば十分であり

(20.27Kにおいてパラ水素平衡濃度99.8%)<sup>3)</sup>、本報告ではパラ水素のみを取り扱う。

## 2. 水素および酸素の諸物性

水素および酸素の基本特性値を表1<sup>3,4,11)</sup>に示す。

### 2.1 気体の密度（状態方程式）

実在気体の記述には圧縮係数Zの導入が便利である。

$$PV = ZRT \quad (2.1-1)$$

ここでP：圧力(Pa)、V：比容積(m<sup>3</sup>/kg)、Z：圧縮係数(-)、R：ガス定数(J/kg·K)、T：絶対温度(K)である。

但し、

$$R = R_0/M \quad (2.1-2)$$

で、R<sub>0</sub>：一般ガス定数(=8314J/kmol·K)、M：分子量である。圧縮係数は、温度、圧力をそれぞれ臨界定数で無次元化した対臨界温度T<sub>r</sub>=T/T<sub>c</sub>および対臨界圧力P<sub>r</sub>=P/P<sub>c</sub>を用いて

$$Z = f(T_r, P_r) \quad (2.1-3)$$

と表わせる。ここで、T<sub>c</sub>：臨界温度(K)、P<sub>c</sub>：臨界圧力(Pa)である。各種のZ線図が得られており、いかなる気体にたいしても数%の誤差で適用できるとされるが、計算機での使用には適さないので以下に述べる一般状態方程式を使用する。

計算機には、数個～数十個の定数を含む代数式の形をした一般状態方程式が適している。2個の定数を含む実用式としては、Redlich-Kwongの式(R-K式)が著名であり、更に補正を加えたものとして、Wilsonの式、Barnes-Kingの式、Soaveの式などがある<sup>12)</sup>。またそれ以上の定数を含むものとしては、8個の定数を含むBenedict-Webb-Rubinの式(B-W-R式)、9個の定数を含むBarner-Adlerの式、23個の定数を含むSugie-Luの式などがあるが、B-W-R式が著名である<sup>13)</sup>。

R-K式は次のように記述される。

$$P = RT / (V - b) - a / \{ T^{0.5} V (V + b) \} \quad (2.1-4)$$

ここで、a、bは、臨界点における条件

$$(dP/dV)_{Tc} = 0 \quad (2.1-5)$$

$$(d^2P/dV^2)_{Tc} = 0 \quad (2.1-6)$$

から次のように与えられる。

$$a = Q_a R^2 T_c^{2.5} / P_c \quad (2.1-7)$$

$$b = Q_b R T_c / P_c \quad (2.1-8)$$

但し、 $Q_a$ ,  $Q_b$ は

$$Q_a = 0.42748 \dots \quad (2.1-9)$$

$$Q_b = 0.08664 \dots \quad (2.1-10)$$

(2.1-1) 式を (2.1-4) 式に代入し変形すると次式を得る。

$$Z^3 - Z^2 + (A^* - B^{*2} - B^*)Z - A^*B^* = 0 \quad (2.1-11)$$

ここで

$$A^* = Q_a P_r / T_r^{2.5} = a P / (R^2 T^{2.5}) \quad (2.1-12)$$

$$B^* = Q_b P_r / T_r = b P / (RT) \quad (2.1-13)$$

である。従って、気体の密度  $\rho$  ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) を求める問題は (2.1-11) 式の 3 次代数式の解を求める問題に帰着することになり、これは R-K 式の大きな特徴である。

GASP コード<sup>7)</sup>においては、Bender が展開した次の修正 B-W-R 式<sup>14)</sup>を基本にしている。

$$P = \sum_{i=1}^6 A_i(T) \rho^i + \sum_{j=1}^2 B_j(T) \rho^{2j+1} \exp(-c\rho^2) \quad (2.1-14)$$

ここで、 $A_i(T)$  と  $B_j(T)$  は  $T$  の多項式である。この式は、文献 5 でも利用された Strobridge の修正 B-W-R 式<sup>15)</sup>の高密度領域での精度を上げるために、 $A_i(T)$  として更に 2 項追加したもので、気液両相に使える。 $A_i(T)$  と  $B_j(T)$  の関数形を表 2 に、また水素と酸素に対する係数を表 3 に示す。

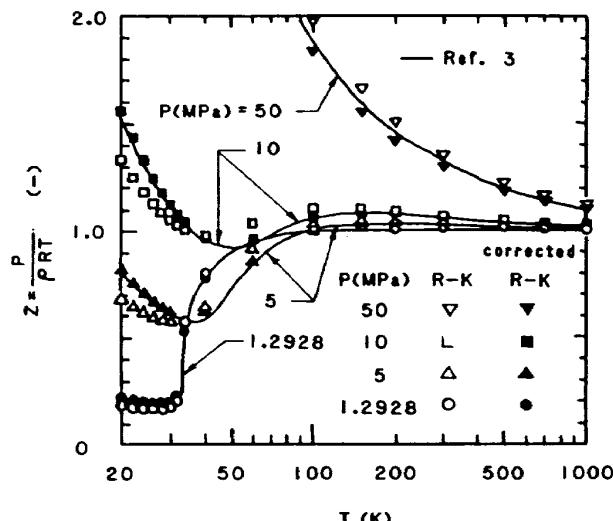


図 1 水素の圧縮係数

計算精度の点からすると、項数の多いビリアル級数あるいは GASP に使用したような B-W-R 式の方が優れている。特に、(2.1-14) 式は同じ状態式を気液両相の計算に使えるため、エンタルピ、比熱、エントロピーといった熱力学物性についても気相と液相を統一的に取り扱える利点を有する。しかし、項数が多いことと解析的な解法が使えないために、R-K 式に比べて計算に時間がかかる。本計算コード作成の目的とする、計算精度とともに計算速度をも同時に満足するという立場から、TROY 計算コードにおいては、R-K 式を使用することにした。しかし、そのために液相の密度と熱力学物性および実在気体効果が特に強い気相領域の熱力学物性の記述には、後述するような回帰式を導入する必要を生じた。水素、酸素について (2.1-11) 式による圧縮係数の値を文献 3, 4 と比較したものを白抜き記号で図 1 および図 2 に示す。

水素のような低分子量のいわゆる量子気体に R-K 式を適用するには、臨界定数を次式のような温度の関数として置き換えることが必要で<sup>16)</sup>、図 1 の塗りつぶした記号で示すように精度が大幅に改善される。

$$T_c = T_c^0 / \{1 + C_1 / (MT)\} \quad (2.1-15)$$

$$P_c = P_c^0 / \{1 + C_2 / (MT)\} \quad (2.1-16)$$

水素に対しては、 $T_c^0 : 43.6$  (K),  $P_c^0 : 20.2$  (atm),  $C_1 = 21.8$  (K),  $C_2 = 44.2$  (K) であり、また  $M$  : 分

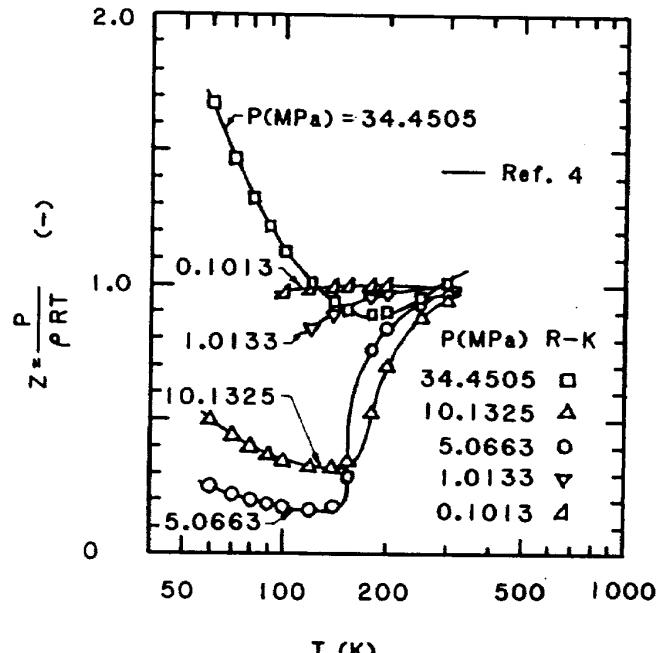


図 2 酸素の圧縮係数

子量,  $T$ : 温度 (K) である。但し、実際のプログラムの中では (2.1-16) 式の  $P_c$  には変換係数  $0.101325 \times 10^6$  をかけて単位を Pa としている。また、後に熱力学物性の補正に用いるために、 $X$ ,  $Y$  および  $Q$  を次式で定義する。

$$X = \{C_1/(MT)\}(T_c/T_c^0) \quad (2.1-17)$$

$$Y = \{C_2/(MT)\}(P_c/P_c^0) \quad (2.1-18)$$

$$Q = X - Y \quad (2.1-19)$$

## 2.2 液体の密度

液体の密度は、文献 1, 2 の値の実測値を基に回帰曲線を作成する方法を探った。但し回帰曲線の関数形には、液体密度の推算式の中から Yamada and Gunn の方法<sup>17)</sup> と Yen and Woods の方法<sup>18)</sup> を選び、両者の比較を行った。

Yamada and Gunn の方法は飽和液体の比容積のみを求めるものである。

$$V_s = V^R Z_{cr} \phi(T_r, T_r^R) \quad (2.2-1)$$

ここで、 $V_s$ : 飽和液体の比容積 ( $\text{m}^3/\text{kg}$ ) である。  
また

$$Z_{cr} = 0.29056 - 0.08775\omega \quad (2.2-2)$$

$$\phi(T_r, T_r^R) = (1-T_r)^{2/7} - (1-T_r^R)^{2/7} \quad (2.2-3)$$

但し、 $T_r^R$ : 対臨界基準温度 ( $T^R/T_c$ )、 $V^R$ :  $T^R$  における基準比容積 ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )、 $\omega$ : 偏心因子である。また肩字は、 $R$ : 基準状態を示す。基準状態として、水素側に  $P^R = 0.6 \text{ MPa}$ ,  $T^R = 22 \text{ K}$ ,  $V^R = 0.01440 \text{ m}^3/\text{kg}$  を、酸素側に  $P^R = 0.101325 \text{ MPa}$ ,  $T^R = 90.18 \text{ K}$ ,  $V^R = 0.0008763 \text{ m}^3/\text{kg}$  を選んだ。但し水素については文献 1 のデータを基準にすると、(2.2-3) 式に現れる指数が  $2/7$  では回帰式としての精度が十分ではないので、 $2/10$  に修正して使用した。

Yen and Woods の方法はサブクール状態の密度を求めるもので、まず飽和点の密度が次式で表される。

$$\rho_s/\rho_c = 1 + \sum_{j=1}^4 K_j (1-T_r)^{j/3} \quad (2.2-4)$$

ここで

$$K_1 = 17.4425 - 214.578 Z_c + 989.625 Z_c^2 - 1522.06 Z_c^3 \quad (2.2-5)$$

$$K_2 = -3.28257 + 13.6377 Z_c + 107.4844 Z_c^2 - 384.211 Z_c^3 \quad (Z_c \leq 0.26) \quad (2.2-6)$$

$$K_2 = 60.2091 - 402.063 Z_c + 501.0 Z_c^2 + 641.0 Z_c^3 \quad (Z_c > 0.26) \quad (2.2-7)$$

$$K_3 = 0 \quad (2.2-8)$$

$$K_4 = 0.93 - K_2 \quad (2.2-9)$$

である。但し、 $\rho_s$ : 飽和点密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )、 $\rho_c$ : 臨界点密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )、 $Z_c$ : 臨界点圧縮係数 (-) である。

更にサブクールの液体に対する捕正項として、次式が使用される。

$$\rho - \rho_s = \rho_c (\Delta \rho_r + \delta Z_c) \quad (2.2-10)$$

右辺第 1 項は  $Z_c = 0.27$  の物質に対して飽和蒸気圧からの圧力差の補正を、第 2 項は  $0.27$  と異なる  $Z_c$  に対する補正を施すものである。各項はそれぞれ、次のように表される。

$$\Delta \rho_r = E + F \ln \Delta P_r + G \exp(H \Delta P_r) \quad (P/P_c \geq 0.2) \quad (2.2-11)$$

$$\Delta \rho_r = \Delta \rho_r (\text{at } P_r = 0.2) \Delta P_r / 0.2 \quad (P/P_c < 0.2) \quad (2.2-12)$$

$$\delta Z_c = I + J \ln \Delta P_r + K \exp(L \Delta P_r) \quad (Z_c \neq 0.27) \quad (2.2-13)$$

$$\delta Z_c = 0 \quad (Z_c = 0.27) \quad (2.2-14)$$

ここで、 $\Delta P_r = (P - P_{vp})/P_c$  であり、また  $E \sim L$  の定数は  $T_r$  の関数として与えられる<sup>18, 19)</sup>。但し、 $P_{vp}$ : 飽和蒸気圧 (Pa),  $P_c$ : 臨界圧力 (Pa) である。

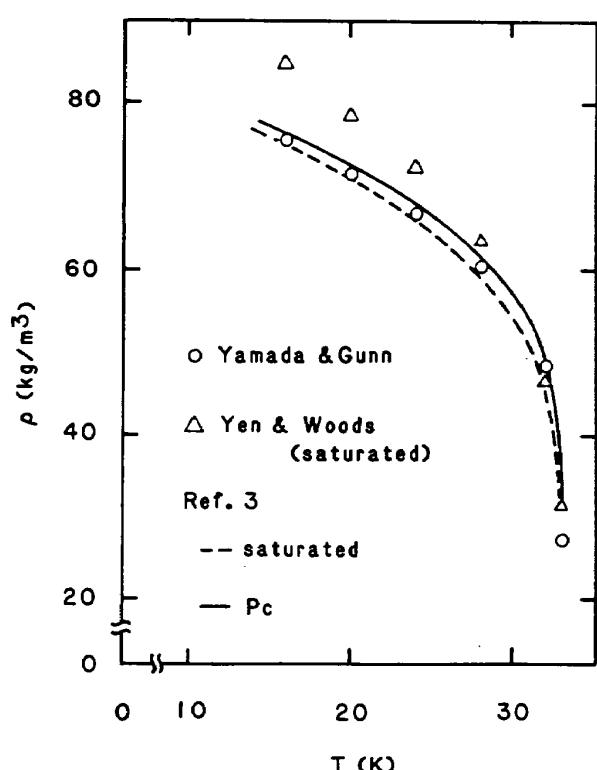


図 3 液体水素の密度

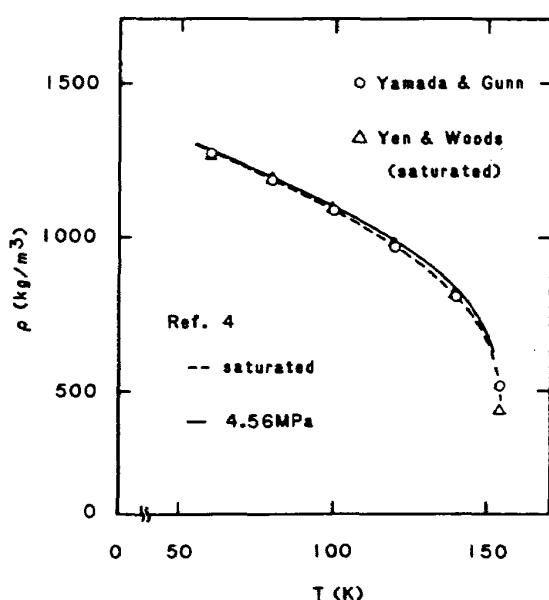


図4 液体酸素の密度

Yamada and Gunn の方法と Yen and Woods の方法により、水素、酸素それぞれについて文献 1, 2 のデータと比較した結果を図 3, 4 に示す。図 3 が示すように水素では Yen and Woods の方法では回帰の精度が不十分なこと、またサブクールの補正量は僅かであり回帰誤差の中に埋もれてしまうなどの理由から、飽和密度のみを求める Yamada and Gunn の方法を採用した。

### 2.3 気体のエンタルピ

気体のエンタルピ  $H$  (J/kg) は、付録 A の (A-8) 式を用いると次式のように記述できる。

$$H = (H_p - H^0)_T + \int_0^T C_p^0 dT - H_{ref} \quad (2.3-1)$$

但し、 $(H_p - H^0)_T$  は温度  $T$  における理想気体と実在気体とのエンタルピ差、 $C_p^0$  は理想気体の比熱、 $H_{ref}$  は JANAF の熱化学テーブル<sup>20)</sup> と同じく 1atm, 298.15 K を基準としてエンタルピを 0 と置くことによる補正項を示す。 $(2.3-1)$  式に必要な  $C_p^0$  は文献 6 から引用したが、酸素の一部については文献 20 から回帰式を作成した。水素、酸素に対する  $C_p^0$  の式を表 4, 5 に示す。また  $(H_p - H^0)$  は、付録 A の (A-9) 式を用い添字  $p$  を省略すると、次のように記述される。

$$H - H^0 = (A - A^0) + T(S - S^0) + RT(Z - 1) \quad (2.3-2)$$

ここで  $A$  : Helmholtz の自由エネルギー (J/kg),  $S$  :

エンタロピー (J/kg·K),  $T$  : 温度 (K),  $R$  : ガス定数 (J/kg·K),  $Z$  : 圧縮係数 (-) を示す。 $(A - A^0)$  と  $(S - S^0)$  はそれぞれ付録 A の (A-10), (A-11) 式から

$$A - A^0 = - \int_{\infty}^p (P - RT/V) dV - RT \ln(V/V^0) \quad (2.3-3)$$

$$S - S^0 = \int_{\infty}^p [(\partial P/\partial T)_v - R/V] dV + R \ln(V/V^0) \quad (2.3-4)$$

のように表される。従って、(2.1-4)あるいは(2.1-14)式のような状態式を (2.3-2)～(2.3-4) 式に代入することにより、実在気体のエンタルピの式が得られる。気体の密度に用いた R-K 式を代入すると、次式が得られる。

$$H - H^0 = bRT/(V - b) - a/[T^{0.5}(V + b)] - \{3a/(2bT^{0.5})\} \ln((V + b)/V) \quad (2.3-5)$$

また (2.3-1) 式の  $H_{ref}$  の値は、 $H - H^0$  に R-K 式を用いると、水素では  $4.17264 \times 10^6$ 、酸素では  $2.71037 \times 10^5$  となる。

一方、水素については (2.1-15), (2.1-16) 式の補正を施すことにより、次の補正項を (2.3-5) 式に加算する必要がある。

$$(H - H^0)_{cor} = -[bRT/(V - b) - a/[T^{0.5}(V + b)]] \times (X - Y) + \{3a/(2bT^{0.5})\} \times [\ln((V + b)/V)]X \quad (2.3-6)$$

ここで、 $X$  と  $Y$  は (2.1-17), (2.1-18) 式で定義される。

水素の例について、以上的方法による計算値を文献 3 と比較した結果を図 5 に示す。R-K 式自身が実在気体効果の強い低温、高圧での精度が不足するため、同領域でのエンタルピの精度も不十分であり、特に臨界点 (1.2928 MPa, 32.976 K) の近傍において著しい。そこで、低温かつ高圧の領域におけるエンタルピを、次のように回帰式を使って表わした。

水素 ( $T \leq 80$  K かつ  $P \geq 0.1$  MPa) においては、エンタルピ  $H$  (J/kg) を

$$H = H' \times 1000 - 4.17264 \times 10^6 \quad (2.3-7)$$

と置き、 $H'$  を次のように表わした。

(i)  $P \geq P_c$  では

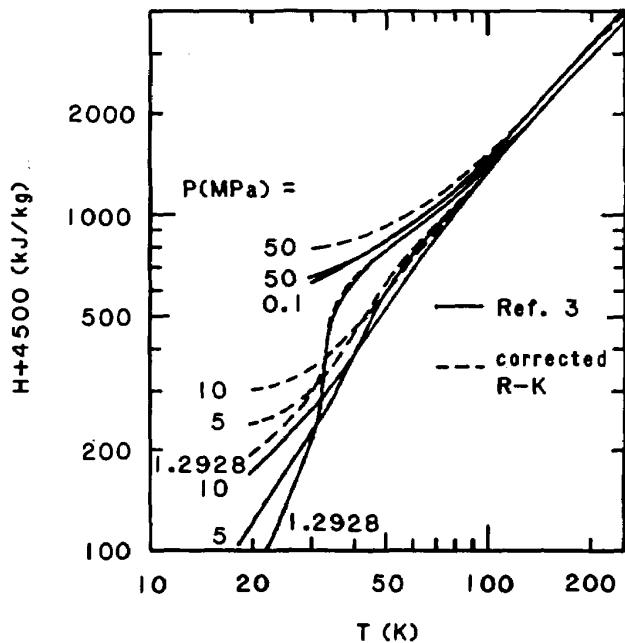


図 5 R-K式に基づく水素エンタルピ

$$\begin{aligned}
 H' = & A_1 - 0.23632T \\
 & + 3.08786\{(T - 10.3226) \\
 & \times \ln(T - 10.3226) - T\} + 0.01587(PM^{0.25} \\
 & - 0.5)(0.5T - 90)T + A_2A_3A_4 + A_5 + A_6
 \end{aligned} \quad (2.3-8)$$

更に  $T \geq A_7$  ならば

$$H' = H' - 2A_2A_3(A_4 - 1) \quad (2.3-9)$$

ここで  $PM = P / (1 \times 10^6)$  (MPa) である。  $A_1 \sim A_7$  については表 6 に示す。

(ii)  $P < P_c$  では

$$\begin{aligned}
 H' = & A_1 + A_2 \ln(|T - A_3|) + A_4 \\
 & + T(1.5687 \times 10^{-6}T^3 - 1.26256 \times 10^{-4}T^2 \\
 & + 0.0050854T + 9.89781)
 \end{aligned} \quad (2.3-10)$$

但し、 $A_1 \sim A_4$  については表 7 に示す。この方法による結果を図 6 に示す。

酸素 ( $T \leq 300$  K かつ  $P \geq 1.013$  MPa) についても同様に

$$H = H' \times 1000/32 - 2.71037 \times 10^5 \quad (2.3-11)$$

と置き、 $H'$ を次のように表わした。

(i)  $P \geq P_c$  では

$$\begin{aligned}
 H' = & A_1 + 7.81243 \times 10^{-5}T^3 - 0.085937T^2 \\
 & + 60.4687T + 4.16667 \times 10^{-3}T(0.5T - 60) \\
 & \times (PA^{0.25} - 0.5) + A_2A_3A_4 + A_5
 \end{aligned} \quad (2.3-12)$$

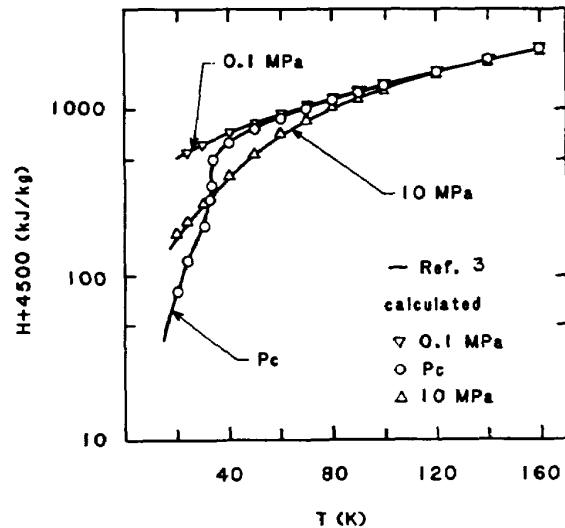


図 6 気体水素のエンタルピ

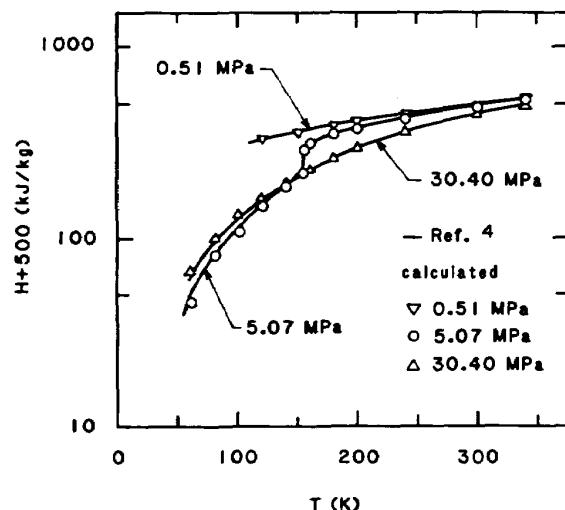


図 7 気体酸素のエンタルピ

更に、 $T > A_6$  では

$$H' = H' - 2A_2A_3(A_4 - 1) \quad (2.3-13)$$

ここで、 $PA = P / (0.101325 \times 10^6)$  (atm) である。 $A_1 \sim A_6$  については表 8 に示す。

(ii)  $P < P_c$  では

$$H' = A_1 + 29T + A_2 \ln(|T - A_3|) \quad (2.3-14)$$

但し、 $A_1 \sim A_3$  については表 9 に示す。この方法による結果を図 7 に示す。

## 2.4 気体の定圧比熱

定圧比熱はエンタルピの温度に関する偏微分として定義されるので、理論的には (A-9) 式の温度に関する偏微分を以て定義すれば良い。さらに、状態方程式に R-K 式すなわち (2.1-4) 式を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} C_p - C_p^0 &= bR/(V-b) + a/\{2T^{1.5}(V+b)\} \\ &+ \{3a/(4bT^{1.5})\} \ln\{(V+b)/V\} \\ &- (\partial V/\partial T)_p [bRT/(V-b)^2] \\ &- a/\{T^{0.5}(V+b)^2\} \\ &- 3a/\{2T^{0.5}V(V+b)\} \end{aligned} \quad (2.4-1)$$

ここで、 $C_p$ : 定圧比熱 (J/kg·K) である。また (2.4-1) 式中の偏微分については (2.1-1), (2.1-11) 式を用いて次式を得る。

$$(\partial V/\partial T)_p = (R/P) \{T(\partial Z/\partial T)_p + Z\} \quad (2.4-2)$$

$$\begin{aligned} (\partial Z/\partial T)_p &= [Z \{2.5aP/(R^2T^{3.5})\} \\ &- 2b^2P^2/(R^2T^3) - bP/(RT^2)\} \\ &- 3.5abP^2/(R^3T^{4.5})] \\ &/\{3Z^2 - 2Z + (A^* - B^{*2} - B^*)\} \end{aligned} \quad (2.4-3)$$

水素について (2.1-15), (2.1-16) 式の補正を施すと、(2.4-1), (2.4-3) 式に対してそれぞれ (2.4-4), (2.4-5) 式の補正項を加える必要がある。

$$\begin{aligned} (C_p - C_p^0)_{cor} &= \\ &\{bR/(V-b)\}Q[1-2X \\ &+ \{b/(V-b)\}(1-Q)] \\ &+ [a/\{2T^{1.5}(V+b)\}][-5X+2Y \\ &+ Q(10X-6)+\{2b/(V+b)\} \\ &\times Q(1-Q)]+\{3a/(4bT^{1.5})\} \\ &\times [\ln\{(V+b)/V\}X(5X-6) \\ &+(\partial V/\partial T)_p [bRTQ/(V-b)^2 \\ &- aQ/\{T^{0.5}(V+b)^2\} \\ &- 3aX/\{2T^{0.5}V(V+b)\}] \end{aligned} \quad (2.4-4)$$

$$\begin{aligned} (\partial Z/\partial T)_p \}_{cor} &= \\ &\{Z[-aP/(R^2T^{3.5})](2.5X-Y) \\ &+ \{bP/(RT^2)\}\{2bP/(RT)+1\}Q\} \\ &+ [abP^2/(R^3T^{4.5})](3.5X-2Y) \\ &/\{3Z^2 - 2Z + (A^* - B^{*2} - B^*)\} \end{aligned} \quad (2.4-5)$$

ここで、 $X$ ,  $Y$  および  $Q$  は (2.1-17) ~ (2.1-19) 式で定義される。

常温以上あるいは低圧の領域ではこの方法でかなり良い結果が得られるが、実在気体効果の強い極低温かつ高圧の領域では、状態式として用いた R-K 式では精度が不十分なこと、そして、特に臨界点近傍においては定圧比熱が鋭いピーク値を示す性質を

有するなどの理由から、精度について満足すべき結果は得られない。そこで気体のエンタルピの場合と同様に、低温かつ高圧の領域を回帰式で近似した。

水素 ( $T \leq 80\text{ K}$  かつ  $P \geq 0.1\text{ MPa}$ ) においては、定圧比熱  $C_p$  (J/kg·K) を

$$C_p = C'_p \times 1000 \quad (2.4-6)$$

と置き、 $C'_p$  を次のように表わした。

(i)  $P \geq P_c$  では

$$C'_p = A_1 + 0.015625 A_2 (T - 16) + A_3 \quad (2.4-7)$$

促し、 $A_1 \sim A_3$  については表 10 に示す。

(ii)  $P < P_c$  では

$$C'_p = A_1 / \{T - A_2\} + A_3 \quad (2.4-8)$$

但し、 $A_1 \sim A_3$  については表 11 に示す。表の中では  $PM = P / (1 \times 10^6)$  (MPa) である。この方法による結果を図 8 に示す。

酸素 ( $T \leq 300\text{ K}$  かつ  $P \geq 1.013\text{ MPa}$ ) についても同様に

$$C_p = C'_p \times 1000/32 \quad (2.4-9)$$

と置き、 $C'_p$  を次のように表わした。

(i)  $P \geq P_c$  では

$$C'_p = A_1 + 4.09836 \times 10^{-3} A_2 (T - 56) \quad (2.4-10)$$

$A_1$ ,  $A_2$  については表 12 に示す。

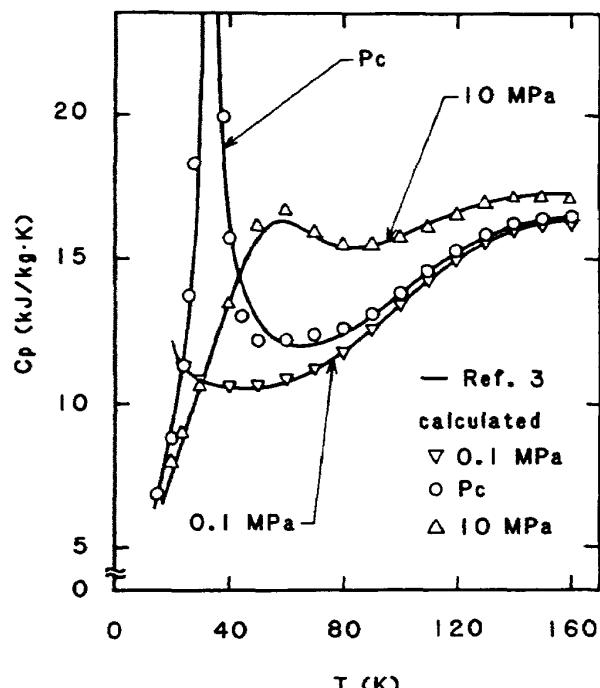


図 8 気体水素の定圧比熱

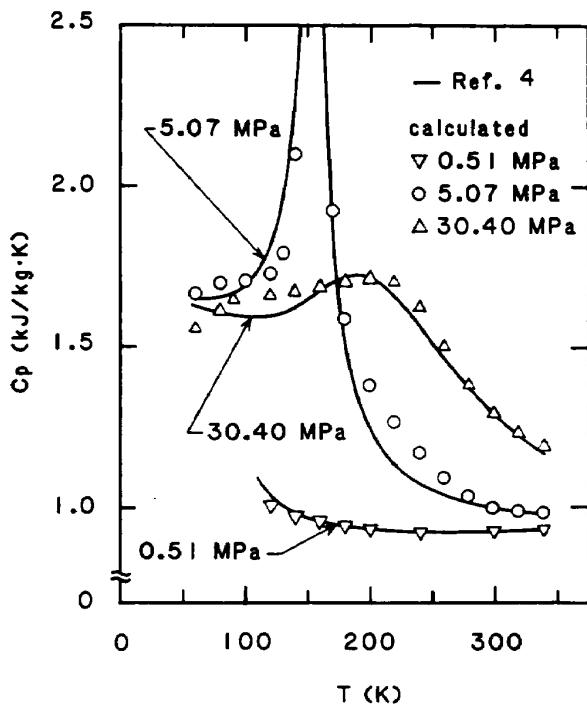


図 9 気体酸素の定圧比熱

(ii)  $P < P_c$  では

$$C_p' = A_1 / (T - A_2) + A_3 \quad (2.4-11)$$

但し、 $A_1 \sim A_3$  については表 13 に示す。表の中では、 $PA = P / (0.101325 \times 10^6)$  (atm) である。この方法による結果を図 9 に示す。

## 2.5 液体のエンタルピ

液体のエンタルピも気体のエンタルピの場合と同様にして、理想気体とのエンタルピの差  $H_L - H^0$  を考え、これを更に液相のエンタルピ差、気相のエンタルピ差および気液のエンタルピ差すなわち蒸発潜熱の和に分解できる。気相のエンタルピ差に上の関係を用い、液相のエンタルピ差と蒸発潜熱に別の関係を持込んでも良いが、式を複雑にする割りには精度が向上しないので、水素については 2.6 液体の比熱の項に述べる比熱の回帰式を積分したものを利用し、酸素については文献 4 をもとに回帰式を作成した。

すなわち、液体水素のエンタルピは次式で回帰した。

$$H = H' \times 1000 - 4.17264 \times 10^6 \quad (2.5-1)$$

$$H' = A_1 + 0.5 \times 0.4375 T^2 + 0.375 T + A_2 A_3 A_4 \quad (2.5-2)$$

ここで、 $H$ ：エンタルピ (J/kg) であり、 $A_1 \sim A_4$  に

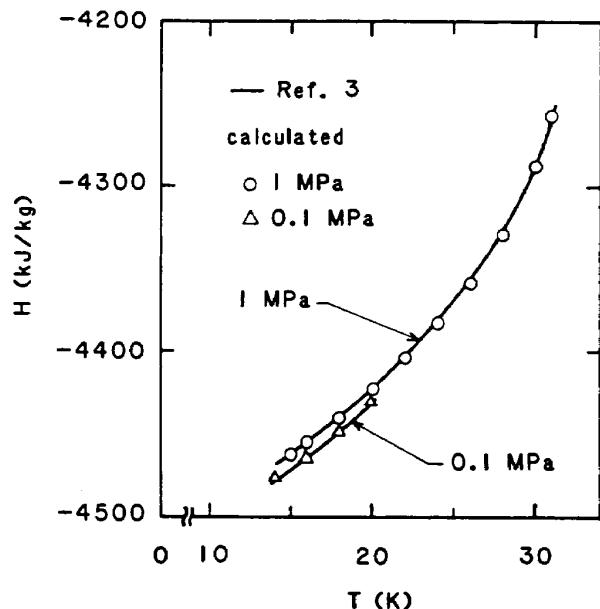


図 10 液体水素のエンタルピ

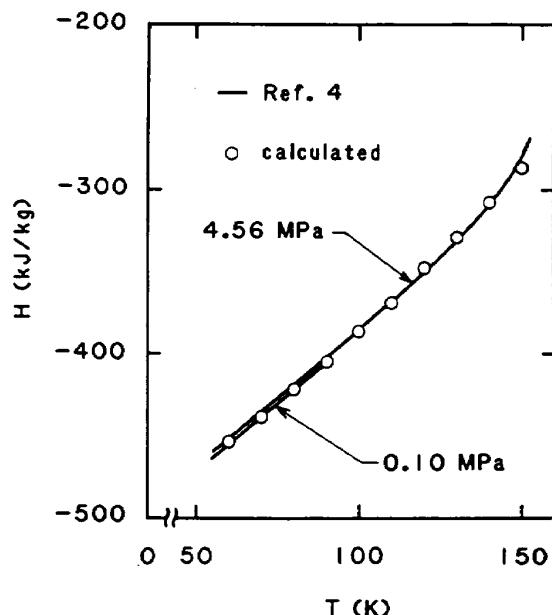


図 11 液体酸素のエンタルピ

については表 14 に示される。表の中では、 $PM = P / (1 \times 10^6)$  (MPa) である。また結果の一例を図 10 に示す。

液体酸素のエンタルピは圧力の影響が小さく、次式のように温度のみを使って回帰式を作成した。

$$H = H' \times 1000 / 32 - 2.71037 \times 10^5 \quad (2.5-3)$$

$$H' = 0.115695 T^2 + 34.9599 T - 8354.95 \quad (2.5-4)$$

結果を図 11 に示す。

## 2.6 液体の比熱

液体の比熱の温度依存性を表わすのに対応状態原

理法に基づく式が提唱されている。すなわち, Bondi の式あるいは Sternling & Brown の式<sup>21)</sup>などである。これらの式には圧力の影響が入っていないこと、また酸素に Sternling & Brown の式を適用する場合以外には精度が低いことなどの理由から、次の回帰式を作成した。

液体水素の比熱は次式で回帰した。

$$C_p = C'_p \times 1000 \quad (2.6-1)$$

$$C'_p = A_1 + A_2 A_3 \quad (2.6-2)$$

ここで、 $C_p$ : 定圧比熱 ( $J/kg \cdot K$ ) であり、 $A_1 \sim A_3$  については表 15 に示される。表の中では  $PM = P / (1 \times 10^6)$  (MPa) である。また結果の一例を図 12 に示す。

液体酸素の定圧比熱は次式で回帰した。

$$C_p = C'_p \times 1000 / 32 \quad (2.6-3)$$

$$C'_p = 53 + A_1 / |T - A_2|^{1.8} \quad (2.6-4)$$

ここで、 $A_1$ ,  $A_2$  については表 16 に示される。表の中では、 $PA = P / (0.101325 \times 10^6)$  (atm) である。また結果の一例を図 13 に示す。

## 2.7 気体のエントロピ

エントロピは、付録 A の (A-11) 式に (2.1-4) 式を代入することにより次のように得られる。

$$\begin{aligned} S - S^0 &= R \ln \{ (V - b) / V \} \\ &\quad - \{ a / (2bT^{3/2}) \} \ln \{ (V + b) / V \} \\ &\quad + R \ln (V / V^0) \end{aligned} \quad (2.7-1)$$

ここで  $S$ : エントロピ ( $J/kg \cdot K$ ),  $S^0$ : 理想気体のエントロピ ( $J/kg \cdot K$ ),  $V^0$ : 理想気体の比容積 ( $= RT / P^0$ ,  $m^3/kg$ ) を示す。 $S^0$  は文献 6 から引用したが、一部は文献 20 から回帰式を作成した。水素、酸素に対する  $S^0$  を表 17, 18 に示す。また水素については (2.1-15), (2.1-16) 式の補正を施すことにより、(2.7-1) 式に次の補正項の加算が必要となる。

$$\begin{aligned} (S - S^0)_{\text{cor}} &= \\ &\quad \{ 3aX / (2bT^{1.5}) \} \ln \{ (V + b) / V \} \\ &\quad - [bR / (V - b) - a / \{ T^{0.5}(V + b) \}] \\ &\quad \times (X - Y) \end{aligned} \quad (2.7-2)$$

ここで、 $X$  と  $Y$  は (2.1-17), (2.1-18) 式で定義される。

気体エンタルピの場合と同様の理由で、低温かつ

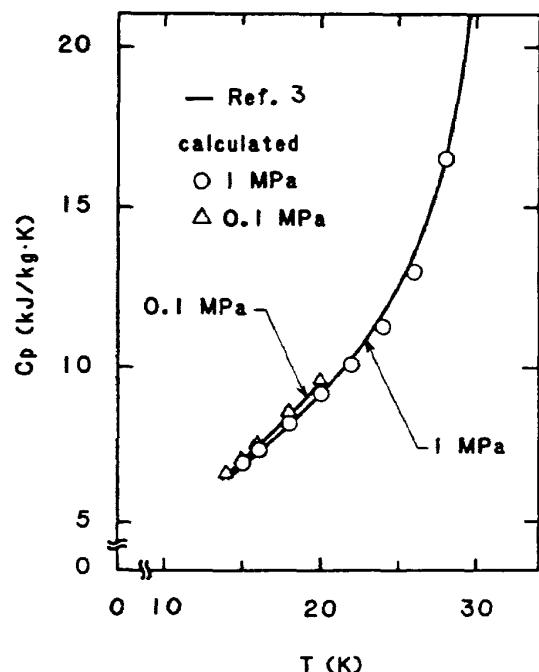


図 12 液体水素の定圧比熱

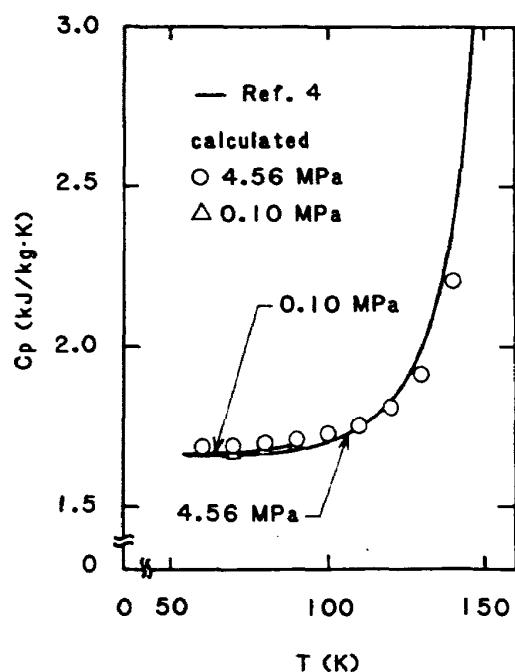


図 13 液体酸素の定圧比熱

高圧の領域は回帰式を作成した。

低温高圧領域 ( $T \leq 80K$  かつ  $P \geq P_c$ ) の水素においては、エントロピ  $S$  ( $J/kg \cdot K$ ) を

$$S = S' \times 1000 \quad (2.7-3)$$

と置き、 $S'$ を次のように表わした。

$$\begin{aligned} S' &= S'' - 0.5A_1 \exp \{ (1 \times 10^{-6}P_c - PM) \\ &\quad / 0.45 \} + A_2 \exp \{ (T - 80) / 15 \} \end{aligned} \quad (2.7-4)$$

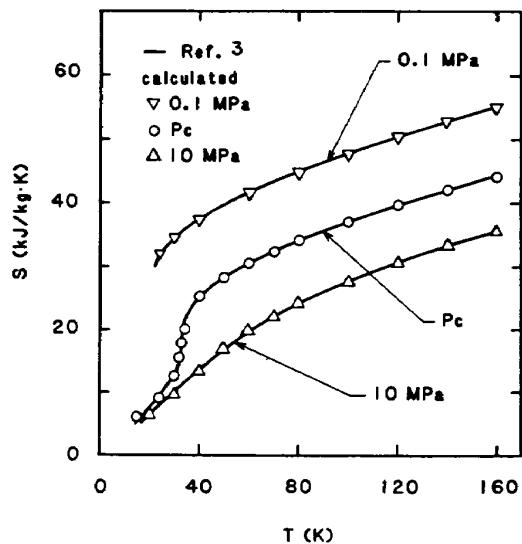


図 14 気体水素のエントロピ

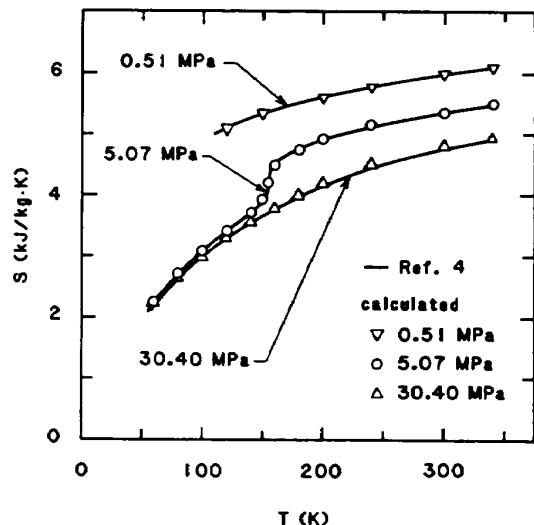


図 15 気体酸素のエントロピ

$$S'' = \operatorname{sgn}(T - B_1) B_0 B_2 [1 - \exp\{-|T - B_1| / B_2\}] + B_3 T + B_4 \quad (2.7-5)$$

但し、 $A_1, A_2, B_0 \sim B_4$  については表 19 に示す。また  $PM = P / (1 \times 10^6)$  (MPa) である。この方法による結果を図 14 に示す。

酸素 ( $T \leq 300$  K かつ  $P \geq P_c$ ) についても同様に

$$S = S' \times 1000 / 32 \quad (2.7-6)$$

と置き、 $S'$ を次のように表わした。

$$\begin{aligned} S' = & S'' + A_1 \exp\{(T - 300)/20\} \\ & + 0.5 A_2 \exp\{[P_c / (0.1013 \times 10^6) \\ & - PA] / 20\} \end{aligned} \quad (2.7-7)$$

$$\begin{aligned} S'' = & \operatorname{sgn}(T - B_1) B_0 B_2 [1 - \exp\{-|T - B_1| / B_2\}] \\ & + 0.001 B_3 (T - B_4)^2 + B_5 \end{aligned} \quad (2.7-8)$$

但し、 $A_1, A_2, B_0 \sim B_5$  については表 20 に示す。また  $PA = P / (0.101325 \times 10^6)$  (atm) である。この方法による結果を図 15 に示す。

## 2.8 液体のエントロピ

文献 3, 4 のデータを基に回帰式を作成した。水素については(2.8-1)式、酸素については(2.8-2)式に示す。酸素では圧力の影響が小さいので圧力の項を無視した。

$$S = \{A_0 / (T - A_1) + A_2 T + A_3\} \times 1000 \quad (2.8-1)$$

$$S = S' \times 1000 / 32 \quad (2.8-2)$$

但し、

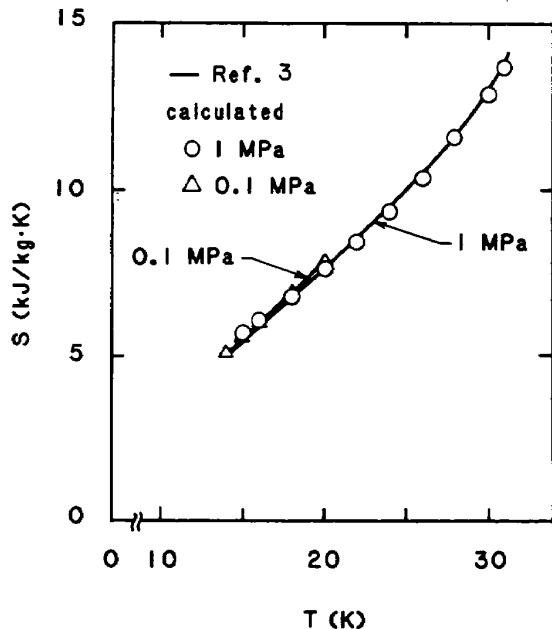


図 16 液体水素のエントロピ

$$\begin{aligned} S' = & 7.5414 \times 10^{-8} T^4 + 8.02285 \times 10^{-6} T^3 \\ & - 9.16845 \times 10^{-3} T^2 + 1.82847 T - 7.26481 \end{aligned} \quad (2.8-3)$$

$A_0 \sim A_3$  については、表 21 に示す。表の中では  $PM = P / (1 \times 10^6)$  (MPa) である。また結果の一例を図 16, 17 に示す。

## 2.9 気体の比熱比

熱力学の関係より、次式が得られる。

$$C_p - C_v = -T \{(\partial P / \partial T)_v\}^2 / (\partial P / \partial V)_T \quad (2.9-1)$$

(2.1-4) 式を (2.9-1) 式の右辺に代入すると次式を

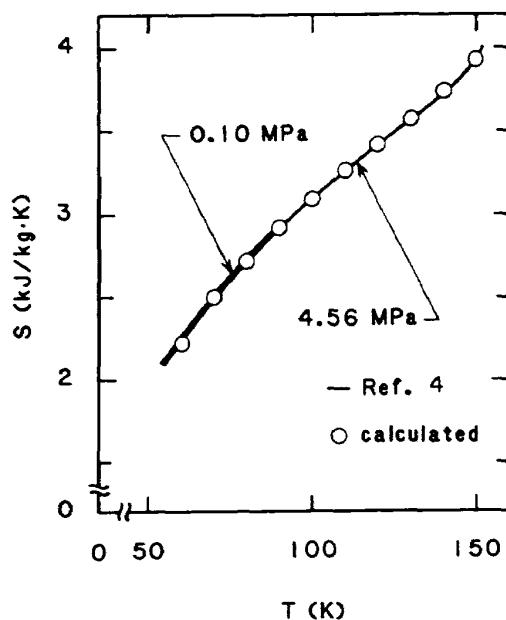


図 17 液体酸素のエントロピ

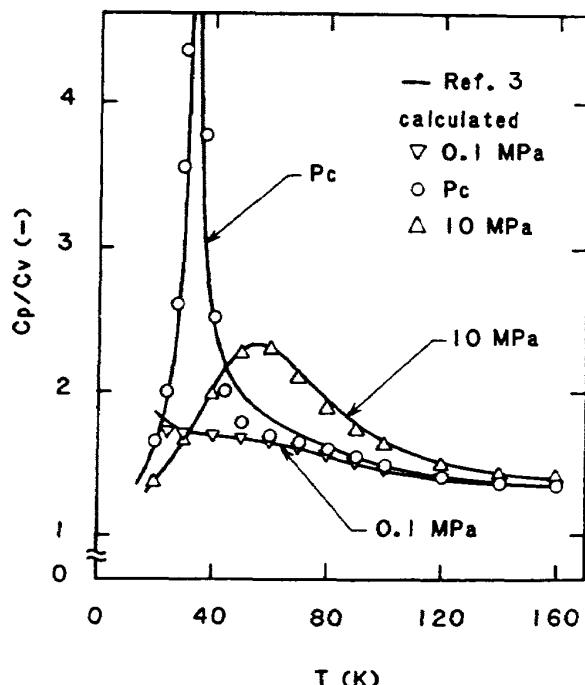


図 18 水素の比熱比

得る。

$$\begin{aligned} C_p = & C_v - TV^2 [R/(V-b)] \\ & + a/\{2T^{1.5}V(V+b)\}^2 \\ & / [V^2RT/(V-b)^2 - a(2V+b) \\ & / \{T^{0.5}(V+b)^2\}] \end{aligned} \quad (2.9-2)$$

また比熱比は次式で定義される。

$$k = C_p/C_v \quad (2.9-3)$$

従って、(2.4-1)式から $C_p$ を求め、これらを(2.9-2)、(2.9-3)式に代入して比熱比が得られる。また水素については(2.1-15)、(2.1-16)式の補正を施すことにより、(2.9-2)式に次の補正項を加算する必要がある。

$$\begin{aligned} (C_p - C_{p0})_{cor} = & -TV^2 [\{bR/(V-b)^2\} \\ & + ab/\{T^{1.5}V(V+b)^2\}(X-Y) \\ & - \{a/\{2T^{1.5}V(V+b)\}\}(5X-2Y)] \\ & / [V^2RT/(V-b)^2 - a(2V+b) \\ & / \{T^{0.5}(V+b)^2\}] \end{aligned} \quad (2.9-4)$$

ここで、 $X$ と $Y$ は(2.1-17)、(2.1-18)式で定義される。

他の熱力学物性と同様の理由で、低温かつ高圧の領域は回帰式の作成した。

水素( $T \leq 100$ Kかつ $P \geq 0.1$ MPa)においては、比熱比 $k(-)$ を次のように表わした。

(i)  $P \geq P_c$ では

$$k = k' + 0.1A_1T \quad (2.9-5)$$

$$k' = k'' + (T-16)/(100-16) \quad (2.9-6)$$

$$\begin{aligned} k'' = & B_3B_2^2 / [\{T-B_1\}^2 + B_2^2] + 0.1B_4 \\ & + 0.01B_5T + 1 \times 10^{-4}B_6T^2 + 1 \times 10^{-7}B_7T^3 \end{aligned} \quad (2.9-7)$$

促し、 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $B_1$ ～ $B_7$ については表 22 に示す。また $PM = P/(1 \times 10^6)$ (MPa)である。

(ii)  $P < P_c$ では

$$k = A_1 + A_2 + A_3/(T-A_4) \quad (2.9-8)$$

但し、 $A_1$ ～ $A_4$ については表 23 に示す。この方法による結果を図 18 に示す。

酸素( $T \leq 300$ Kかつ $P \geq 1.013$ MPa)についても同様に比熱比 $k$ を次のように表わした。

(i)  $P \geq P_c$ では

$$k = k' + (A_1 + A_2)(T-56)/(300-56) \quad (2.9-9)$$

$$\begin{aligned} k' = & B_3B_2^2 / [\{T-B_1\}^2 + B_2^2] + 0.1B_4 \\ & + 0.0001B_5T + 1 \times 10^{-7}B_6T^2 + 1 \times 10^{-8}B_7T^3 \end{aligned} \quad (2.9-10)$$

但し、 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $B_1$ ～ $B_7$ については表 24 に示す。また $PA = P/(0.101325 \times 10^6)$ (atm)である。

(ii)  $P < P_c$ では

$$k = k' + A_1(T-56)/(300-56) \quad (2.9-11)$$

$$k' = A_2/(T-A_3) + 1.4 \quad (2.9-12)$$

但し、 $A_1$ ～ $A_3$ については表 25 に示す。この方法に

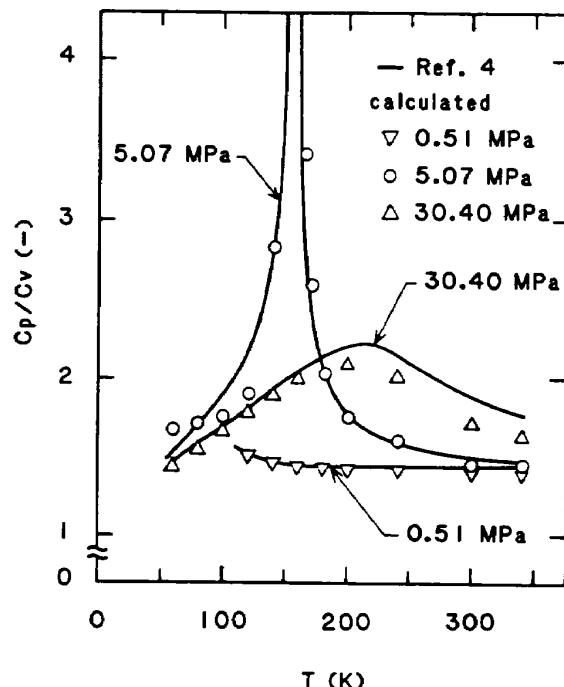


図 19 酸素の比熱比

よる結果を図 19 に示す。

## 2.10 飽和蒸気圧

基本的には、飽和蒸気圧は Clasius-Clapeyron の式

$$d(\ln P_s)/d(1/T) = -\Delta H_v/(R\Delta Z_v) \quad (2.10-1)$$

の右辺を定数と置いて積分すれば次のように得られる。

$$\ln P_s = A - B/T \quad (2.10-2)$$

ここで、 $P_s$ ：飽和蒸気圧 (Pa)， $\Delta H_v$ ：蒸発潜熱 (J/kg)， $\Delta Z_v := Z_g - Z_L$  を表わし，添字は  $g$ ：飽和蒸気， $L$ ：飽和液体を表わす。また  $B = \Delta H_v/(R\Delta Z_v)$  である。しかし実際には、(2.10-1) 式の右辺は温度の関数なので広い温度範囲に対してこの式を適用するには無理がある。そこで、実測データの回帰式を作成するのに (2.10-2) 式の右辺に多項式を付け加えて次式のように書き換えた。

$$\log_{10}\{P_s/(0.101325 \times 10^6)\} = A_1 + A_2/T + A_3T + A_4T^2 + A_5T^3 + A_6T^4 + A_7T^5 \quad (2.10-3)$$

水素、酸素に対する係数を表 26 に示すが、これは文献 6 に用いられた値を使用した。なお文献 6 では飽和蒸気圧の単位が MPa となっているが、実際に

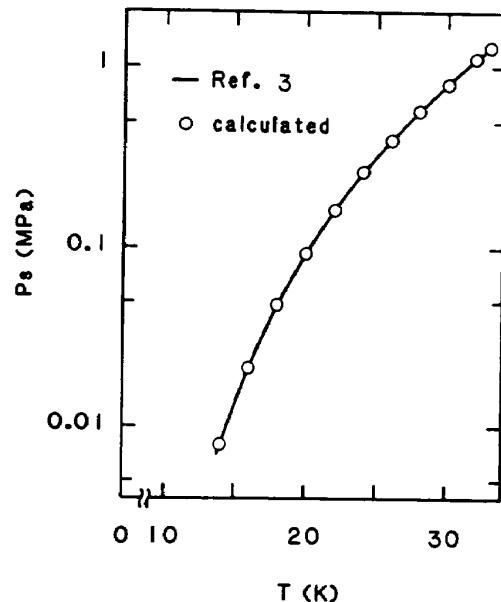


図 20 水素の飽和蒸気圧

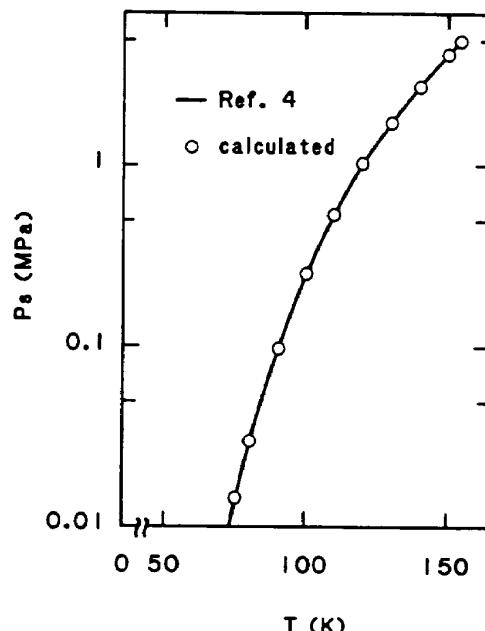


図 21 酸素の飽和蒸気圧

計算した結果を見ると atm と考えられる。そこで上式ではその補正項をかけてある。文訂 3, 4 との比較を図 20, 21 に示す。

また飽和温度の圧力に関する微分を求めるとき式を得る。

$$(dT/dP_s)_{sat} = 0.43429/\{P_s(-A_2/T^2 + A_3 + 2A_4T + 3A_5T^2 + 4A_6T^3 + 5A_7T^4)\} \quad (2.10-4)$$

## 2.11 蒸発潜熱

蒸発潜熱  $\Delta H_v$  (J/kg) は飽和状態における蒸気と

液体のエンタルピ差として定義される。

$$\Delta H_v = (H_g - H_L)_{\text{sat}} \quad (2.11-1)$$

そこで(2.10-3)式から飽和蒸気圧を求め、次に気体のエンタルピと液体のエンタルピを計算し、その差をとる方法が取られた。但し、計算の誤差により値が負になる時は強制的に0に置くことにする。結果を図22, 23に示す。

蒸発潜熱の温度に関する微分も用意したが、この場合には上の方法が使えないで、文献3を基に蒸発潜熱の回帰式を作成してその微分を取ることにした。

$$(d\Delta H_v/dT)_{\text{sat}} = A_0 + A_1 T + A_2 T^2 + A_3 T^3 + A_4 T^4 \quad (2.11-2)$$

係数を表27に示す。

## 2.12 気体の粘性係数

一般に、低圧条件での希薄気体の粘性係数は、分子運動論から次のように導かれる<sup>22)</sup>。ここで低圧とは分子運動論で言う平均自由行程の長い状態のこと、実用的にはたかだか大気圧程度である。

$$\mu^* = 2.6693 \times 10^{-6} (MT)^{0.5} / (\sigma^2 Q_v) \quad (2.12-1)$$

但し、 $\mu^*$ : 低圧における粘性係数(Pa・s),  $M$ : 分子量,  $T$ : 温度(K),  $\sigma$ : 分子衝突直徑(Å → 1Å = 1 × 10<sup>-10</sup>m),  $Q_v$ : 粘性に関する衝突積分である。 $Q_v$ は分子間のポテンシャルエネルギー関数から計算され、通常、無極性分子についてはLennard-Jones関数が、極性分子についてはStockmayer関数が使用される<sup>22)</sup>。無極性実在気体の高圧条件における粘性係数は、この低圧での粘性係数に次式の過剰粘性係数を加えることにより求められる<sup>23)</sup>。

$$\mu - \mu^* = \{ (0.093324 \rho_r^4 - 0.40758 \rho_r^3 + 0.58533 \rho_r^2 + 0.23364 \rho_r + 1.0230)^4 - 1 \} \times 10^{-7} / \xi \quad (2.12-2)$$

$$\xi = T_c^{1/6} M^{-1/2} P_c^{-2/3} \quad (2.12-3)$$

但し、 $\mu$ : 高圧における粘性係数(Pa・s),  $\rho_r$ : 対臨界密度( $=\rho/\rho_c$ ),  $\rho$ : 密度(kg/m<sup>3</sup>),  $\rho_c$ : 臨界密度(kg/m<sup>3</sup>),  $T_c$ : 臨界温度(K),  $P_c$ : 臨界圧力(atm → 1atm = 1.013 × 10<sup>6</sup>Pa)である。

酸素においては、 $\sigma = 3.467 \times 10^{-10}$ mとおいて上記の(2.12-1)～(2.12-3)式を使用した。但し、衝

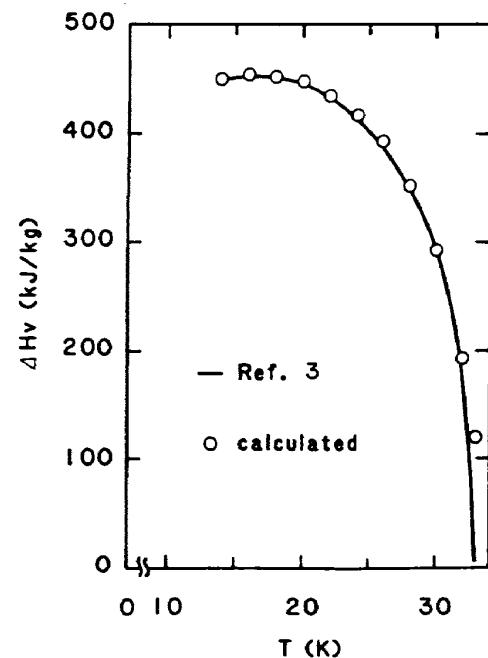


図22 水素の蒸発潜熱

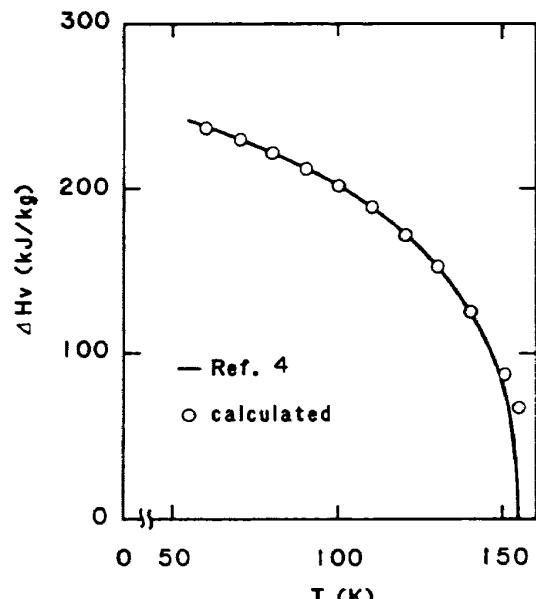


図23 酸素の蒸発潜熱

突積分についてはNeufeldらの提案した経験式が計算機の応用に都合が良い<sup>24)</sup>ので、これを利用した。

$$Q_v = (A/T^{*B}) + C/\exp(DT^*) + E/\exp(FT^*) \quad (2.12-4)$$

但し、 $T^* = kT/\epsilon$ ,  $A = 1.16145$ ,  $B = 0.14874$ ,  $C = 0.52487$ ,  $D = 0.77320$ ,  $E = 2.16178$ ,  $F = 2.43787$ である。酸素については $\epsilon/k = 106.7$ Kである。

次に水素の場合を示す。文献6では1000K以上では、 $\sigma = 2.827 \times 10^{-10}$ m,  $\epsilon/k = 59.7$ Kと置いて(2.12-1), (2.12-4)式を用い、1000K以下では下記の回帰式に従うように記述されているが、文献6

のプログラムリストではそのようになっていない。また、1000K以上で実際に計算を行ない比較すると、(2.12-1)式と(2.12-6)式による結果にはあまり差が出ないので、(2.12-6)式を1000K以上でも使用した。

$$\mu^* = 8.5558 \times 10^{-7} \{ T^{3/2} / (T + 19.55) \} \\ \times \{ (T + 650.39) / (T + 1175.9) \}$$

$$T \leq 100 \text{ K} \quad (2.12-5)$$

$$\mu^* = 1.799 \times 10^{-7} T^{0.6835}$$

$$T > 100 \text{ K} \quad (2.12-6)$$

また

$$\mu = \mu^* + A \exp(B/T) \quad (2.12-7)$$

ここで

$$A = 1 \times 10^{-7} \exp \{ 5.7694 + \ln(\rho/1000) \\ + 65(\rho/1000)^{3/2} - 6 \times 10^{-6} \\ \times \exp(127.2\rho/1000) \} \quad (2.12-8)$$

$$B = 10 + 7.2 \{ (\rho/70)^6 - (\rho/70)^{3/2} \\ - 17.63 \exp(C) \} \quad (2.12-9)$$

$$C = D \quad R \geq -80 \quad (2.12-10)$$

$$C = -80 \quad R < -80 \quad (2.12-11)$$

但し

$$D = -58.75(\rho/70)^3 \quad (2.12-13)$$

以上の方針による結果の一例を図24, 25に示す。

### 2.13 液体の粘性係数

文献3, 4のデータを用いて次の回帰式を作成した。(2.13-1)式が水素用、(2.13-2)式が酸素用である。

$$\mu = 1 \times 10^{-7} (1180.43 - 119.478T + 4.81977T^2 \\ - 0.0787404T^3 + 3.19667 \times 10^{-4}T^4) \quad (2.13-1)$$

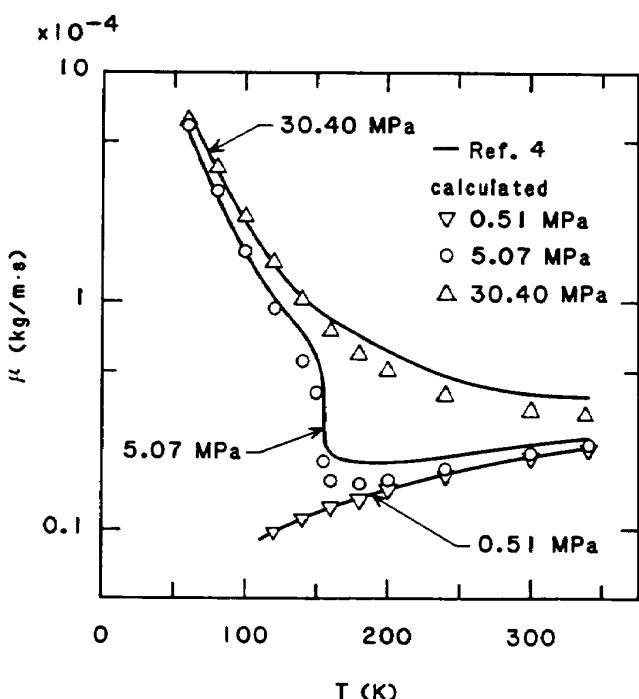


図 25 気体酸素の粘性係数

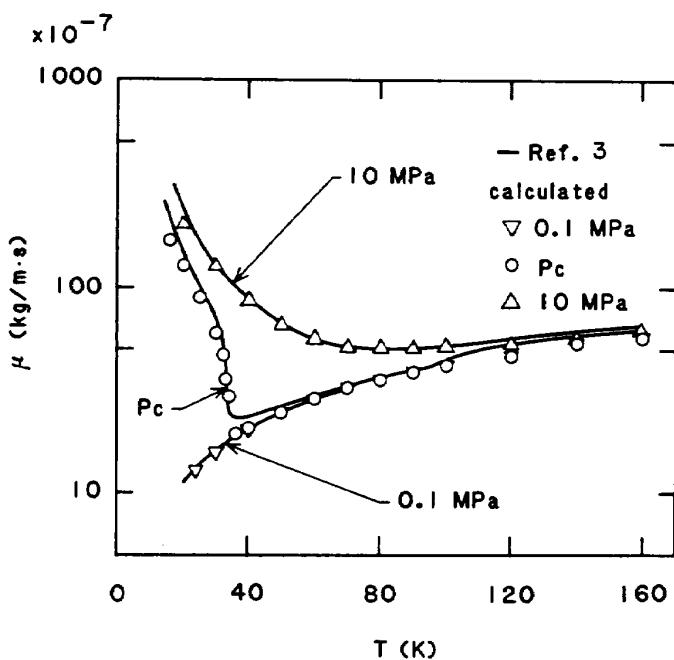


図 24 気体水素の粘性係数

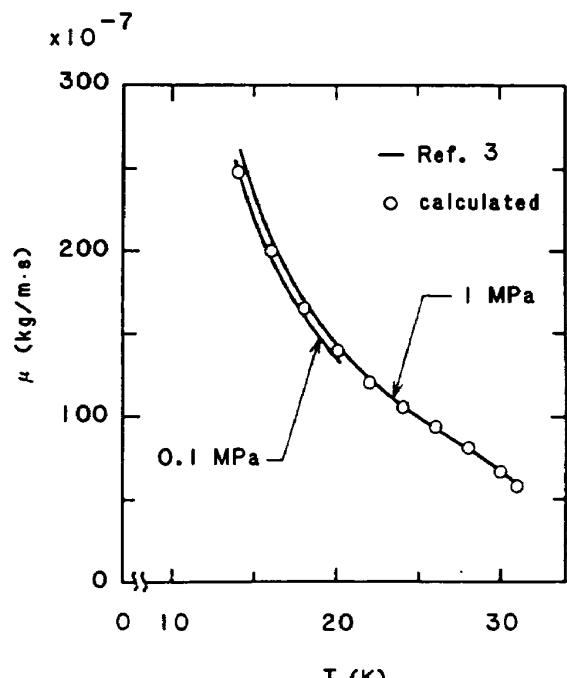


図 26 液体水素の粘性係数

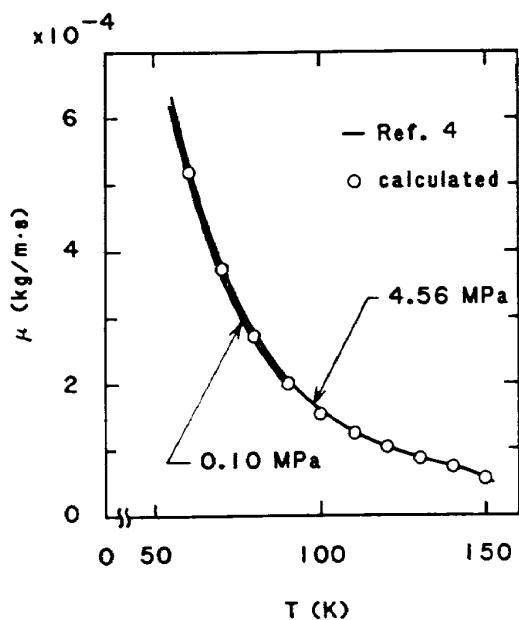


図 27 液体酸素の粘性係数

$$\begin{aligned} \mu = & 1 \times 10^{-4} (30.3887 - 0.76337T + 7.51823 \\ & \times 10^{-3}T^2 - 3.29469 \times 10^{-5}T^3 \\ & + 5.27432 \times 10^{-8}T^4) \end{aligned} \quad (2.13-2)$$

但し、 $\mu$ ：粘性係数 (Pa·s),  $T$ ：温度 (K) である。  
結果の一例を図 26, 27 に示す。

## 2.14 気体の熱伝導率

気体の粘性係数と同様に、分子運動論に基づいた理論式を導き若干の修正を施すと次式が得られる<sup>25)</sup>。

$$\lambda^*/\mu^* = C_v + 4.47 \times (4187/M) \quad (2.14-1)$$

但し、 $\lambda^*$ ：低圧における熱伝導率 (W/m·K),  $\mu^*$ ：低圧における粘性係数 (Pa·s),  $C_v$ ：定容比熱 (J/kg·K),  $M$ ：分子量である。しかしここでは文献 6 の方法に従うこととした。酸素の場合、低圧での熱伝導率を対応状態原理に基づき次式で表わした。ここでの低圧とは気体粘性係数の場合と同様に平均自由行程の長い状態を意味する。

$$\log_{10}(\lambda^*/\lambda_c^*) = \sum A_i (\log_{10} T_r)^i \quad (2.14-2)$$

但し、 $\lambda_c^*$ ：低圧での臨界温度における熱伝導率 (=  $1.42 \times 10^{-2}$  W/m·K),  $T_r$ ：対臨界温度 ( $= T/T_c$ ),  $T$ ：温度 (K),  $T_c$ ：臨界温度 (K) である。係数  $A_i$  を表 28 に示す。無極性実在気体の高圧条件における熱伝導率は、この低圧での熱伝導率に次式の過剰熱伝導率を加えることにより求められる<sup>26)</sup>。

$$\lambda - \lambda^* = \rho_r \times 418.7 \times 10^{-7} \quad (2.14-3)$$

$$\log_{10}\{(\lambda - \lambda^*)\chi Z_c^5/418.7\} = \sum B_i (\log_{10} \rho_r)^i$$

$$\log_{10} \rho_r > LB \quad (2.14-4)$$

$$\chi = T_c^{1/6} M^{1/2} P_c^{-2/3} \quad (2.14-5)$$

但し、 $\lambda$ ：高圧における熱伝導率 (W/m·K),  $\rho_r$ ：対臨界密度 ( $= \rho/\rho_c$ ),  $\rho$ ：密度 (kg/m<sup>3</sup>),  $\rho_c$ ：臨界密度 (kg/m<sup>3</sup>),  $Z_c$ ：臨界圧縮係数,  $T_c$ ：臨界温度 (K),  $P_c$ ：臨界圧力 (atm ⋯ 1 atm =  $0.1013 \times 10^6$  Pa) である。係数  $B_i$  および  $LB$  の値を表 29 に示す。

水素の熱伝導率は次の式で表わした。

$$\lambda = \lambda_1 \quad T \geq 250 \quad (2.14-6)$$

$$\lambda = \lambda_1 X + \lambda_2 (1-X) \quad 250 > T > 150 \quad (2.14-7)$$

$$\lambda = \lambda_2 \quad 150 \geq T \quad (2.14-8)$$

ここで

$$\lambda_1 = (\lambda - \lambda^*) + \lambda_1^* \quad (2.14-9)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 = & 1 \times 10^{-4} \lambda_2^* \exp [0.988531118 B (\rho \times 10^{-3}) \\ & + \{32.088694 - 910.140989/(T-9)\} \\ & \times (\rho \times 10^{-3})^2] \end{aligned} \quad (2.14-10)$$

$$B = 39.6 - 2 \{248 - (T/10 - 17)^2\}^{1/2} \quad (2.14-11)$$

$$X = 0.01 (T - 150) \quad (2.14-12)$$

(2.14-9) 式の  $(\lambda - \lambda^*)$  は (2.14-3) ~ (2.14-4) 式から求める。また上式の内、低圧での熱伝導率はそれぞれ次式により求める。

$$\lambda_1^* = 3.383 \times 10^{-3} T^{0.72872} \quad (2.14-13)$$

$$\begin{aligned} \ln(\lambda_2^*/100) = & 0.0785712 - 0.760427 (\ln T) \\ & + 0.36879 (\ln T)^2 - 0.0238041 (\ln T)^3 \end{aligned} \quad (2.14-14)$$

水素は 2000 K の付近から解離が始まり、熱伝導率にも影響が表われるが、本計算コードでは考慮に入れていないので使用には注意が必要である。また臨界点の極近傍の狭い領域に限定して強い特異性を示し、熱伝導率は鋭いピーク値を持つが、この性質も考慮に入れていない。以上的方法による結果の一例を図 28, 29 に示す。

## 2.15 液体の熱伝導率

文献 3, 4 のデータを用いて次の回帰式を作成した。(2.15-1) 式が水素用、(2.15-2) 式が酸素用である。

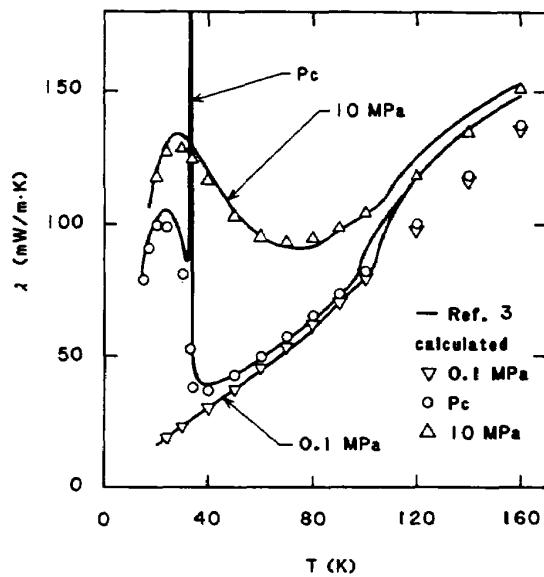


図 28 気体水素の熱伝導率

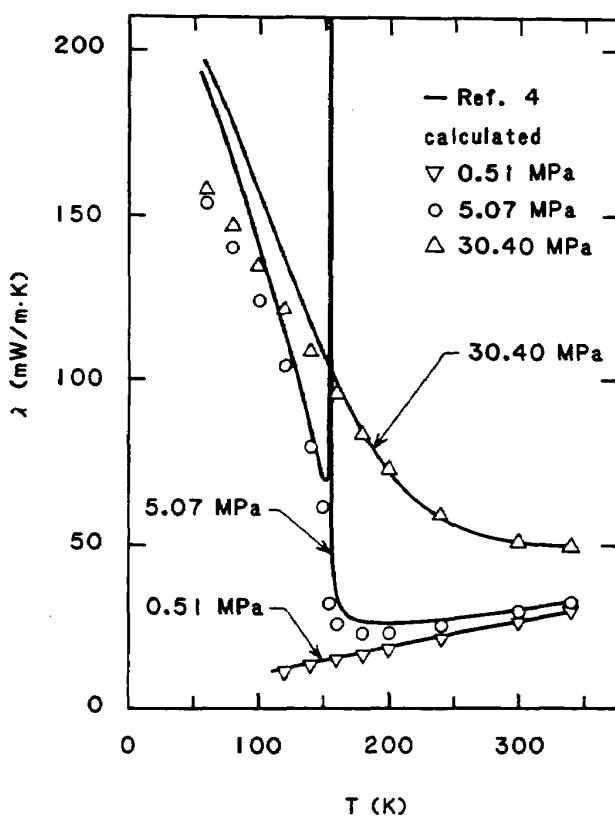


図 29 気体酸素の熱伝導率

$$\lambda = 1 \times 10^{-3}(-372.477 + 70.8062T - 4.06269T^2 + 0.108217T^3 - 1.14162 \times 10^{-3}T^4) \quad (2.15-1)$$

$$\lambda = 1 \times 10^{-1}(2.94021 - 0.0341785T + 4.72747 \times 10^{-4}T^2 - 3.92576 \times 10^{-6}T^3 + 1.09631 \times 10^{-8}T^4) \quad (2.15-2)$$

但し、 $\lambda$ ：熱伝導率 (W/m·K)， $T$ ：温度 (K) である。結果の一例を図 30，31 に示す。

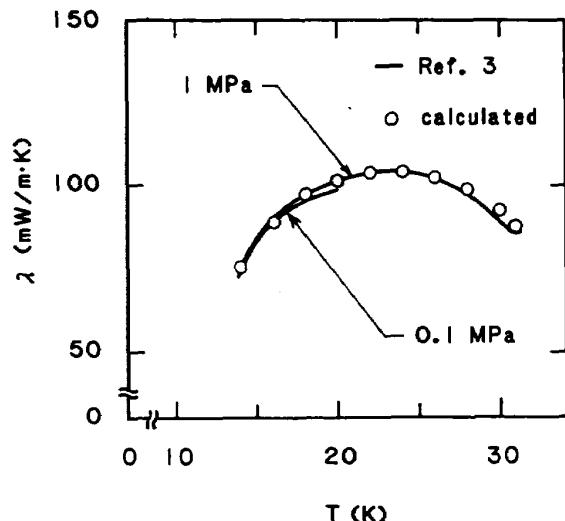


図 30 液体水素の熱伝導率

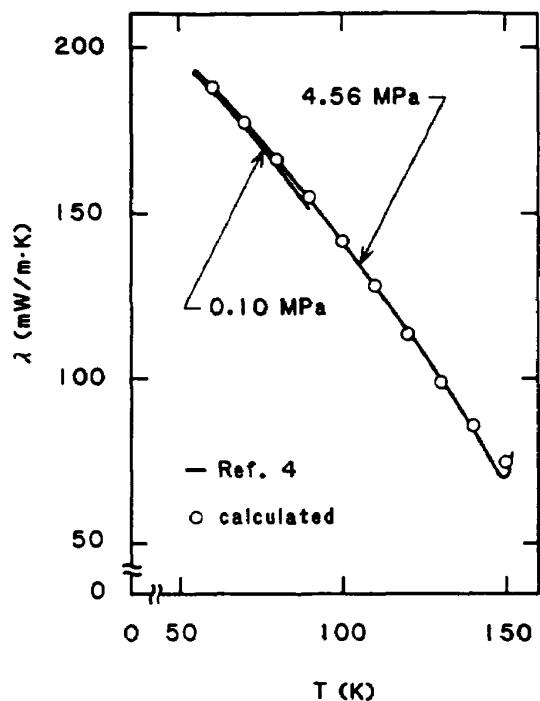


図 31 液体酸素の熱伝導率

## 2.16 液体の等温弾性率

等温弾性率  $\alpha$  (Pa) は次式で定義される。

$$\alpha = -V(\partial P/\partial V)_T \quad (2.16-1)$$

文献 3, 4 のデータを用いて次に示す回帰式を作成した。(2.16-2) 式が水素用、(2.16-3) 式が酸素用である。

$$\alpha = 1 \times 10^6 \exp(12.7053 - 1.17981A + 0.0568456A^2 - 9.68684A^3) \quad (2.16-2)$$

$$\alpha = 0.101325 \times 10^6 \exp(-1.07819 + 0.529459T - 0.0095124T^2 + 7.12548 \times 10^{-5}T^3 - 1.97476 \times 10^{-7}T^4) \quad (2.16-3)$$

但し、(2.16-2)式中の $A$ は次式で定義される。

$$A = T + 2.43665 \{ 1.137 - (P \times 10^{-6})^{0.5} \} \quad (2.16-4)$$

結果の一例を図 32, 33 に示す。

## 2.17 表面張力

極低温液体の表面張力 $\sigma$ (N/m)は、次式で表わされる<sup>27)</sup>。

$$\sigma = \sigma_0 (1 - T/T_c)^m \quad (2.17-1)$$

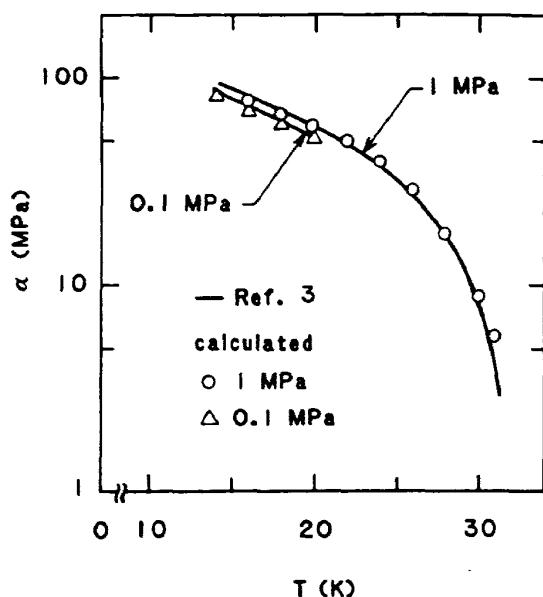


図 32 液体水素の等温弾性率

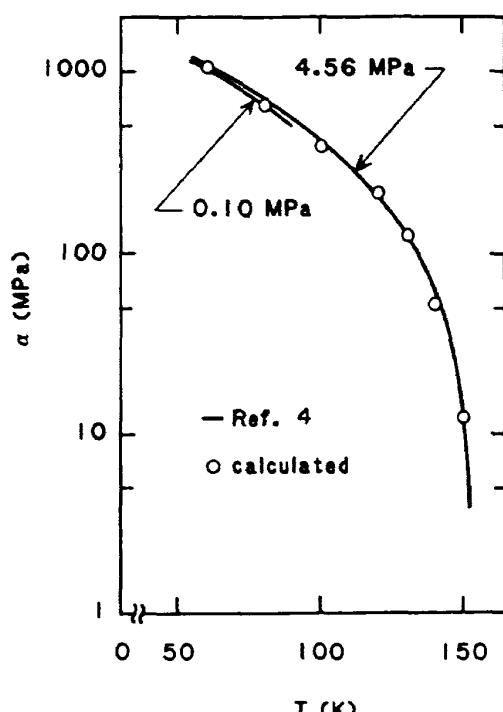


図 33 液体酸素の等温弾性率

$\sigma_0$ と $m$ の値を文献 3, 4 から引用すると、水素について  $\sigma_{0,H_2} = 5.328 \times 10^{-3}$ ,  $m = 1.065$ , 酸素について  $\sigma_{0,O_2} = 38.461 \times 10^{-3}$ ,  $m = 11/9$  である。結果の一例を図 34, 35 に示す。

## 2.18 二相の取扱い

気液が共存する二相状態では、エンタルピなどの熱力学物性は次のようにクオリティ $X$ を導入した。

$$h = h_l (1 - X) + h_g X \quad (2.18-1)$$

ここで、 $h$ : 热力学物性,  $X$ : クオリティ (気相の

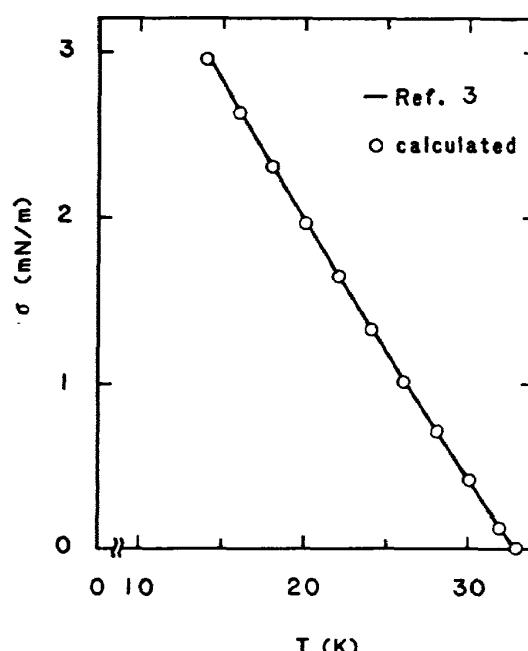


図 34 液体水素の表面張力

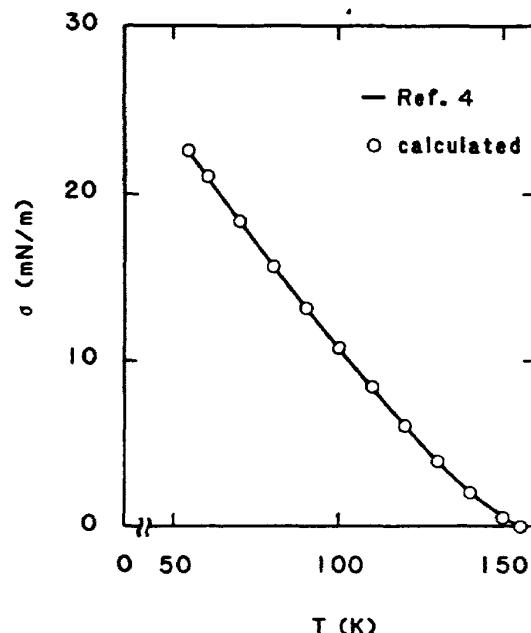


図 35 液体酸素の表面張力

質量割合), また添字は  $l$ : 液相,  $g$ : 気相を示す。

### 3. 水素 / 酸素燃焼ガスの諸物性

燃焼ガスの物性値を求めるには、まず最初に指定の圧力および混合比における燃焼ガスの温度と組成を知る必要がある。また推進薬の入口エンタルピ(温度)を変化させる場合には、混合比、圧力の他に温度も指定することができる。次に指定条件における成分単体ガスの物性を求め、各成分の組成割合によって重みをつけて混合ガスの所要の物性を計算すれば良いことになる。今日では、燃焼ガス組成等の計算用には文献 7 の計算コードが一般に使用されている。また文献 8 はこれを更に拡張して、前述のような物性計算を含むようにしたものである。従って、この計算コードを組み込めば汎用的な燃焼ガス物性計算が可能となる。しかし水素 / 酸素燃焼ガスのみを対象とする場合、それでは計算時間とプログラムサイズの点で実用的ではないので、本計算コード(TROY)では、予め文献 8 の方法で計算した結果を回帰式にまとめる方法を取った。この計算に当っては、文献 10 のために作成された文献 8 の方法による計算プログラムが使用された。

文献 8 では、以下のような手順と方法で計算がなされる。すなわち、圧力が指定された場合は Gibbs の自由エネルギー最小問題として、比容積(密度)が指定された場合は Helmholtz の自由エネルギー最小問題として、燃焼による平衡組成を求めている。また状態方程式は理想気体としての取り扱いとしている。移行平衡における定圧比熱は(3-1)式として定義され、凍結平衡における定圧比熱は(3-2)式として定義される。

$$C_p = (\partial H / \partial T)_p = (\partial / \partial T)_p (\sum n_j H_{T,j}^0) \quad (j=1, n) \quad (3-1)$$

$$C_p = \sum C_{p,j}^0 = \sum (\sum A_i T^{i-1})_j; \quad (i=1, 5, j=1, n) \quad (3-2)$$

ここで、 $C_p$ : 比熱 (J/mol · K),  $H$ : エンタルピ (J/mol),  $T$ : 温度 (K),  $n_j$ :  $j$  成分のモル数,  $H_{T,j}^0$ :  $j$  成分の標準状態におけるエンタルピ,  $C_{p,j}^0$ :  $j$  成分の標準状態における比熱 (J/mol · K),  $A_i$ : 多項式の係数を示す。以上の計算を基に、ロケットの基本的な性能を示す特性速度  $c^*$  (m/s) と  $I_{sp}$  (m/s)

が次式で与えられる。

$$u = \{ 2(H_c - H) \}^{0.5} \quad (3-3)$$

$$I_{sp, vac} = u_e + P_e / (\rho u)_e \quad (3-4)$$

$$c^* = P_c / (\rho u), \quad (3-5)$$

ここで、 $u$ : ノズル内のガスの流速 (m/s),  $H$ : ノズル内のガスのエンタルピ (J/kg),  $P$ : 圧力 (Pa),  $\rho$ : 密度 (kg/m³) を表わし、添字は  $c$ : 燃焼室,  $e$ : ノズル出口,  $t$ : ノズルスロート,  $vac$ : 真空条件を示す。混合ガスの粘性係数  $\mu$  (Pa · s) は次式で与えられる。

$$\mu = \sum x_i \mu_i \quad (i=1, n) \quad (3-6)$$

ここで、 $x_i$  は  $i$  成分のモル分率である。また  $i$  成分の粘性係数  $\mu_i$  は基本的に(2.12-1)式と同様に分子運動論に基づく式を用いるが、混合ガスにおいては異なる化学種間の分子衝突を考慮した文献 28 の方法によっている。熱伝導率  $\lambda$  (W/m · K) は次式で与えられる。

$$\lambda = \lambda_{trans} + \lambda_{int} + \lambda_{reaction} \\ = \lambda_{frozen} + \lambda_{reaction} \quad (3-7)$$

但し、 $\lambda_{trans}$ : 分子の運動エネルギーによる寄与分,  $\lambda_{int}$ : 内部エネルギーによる寄与分,  $\lambda_{frozen}$ : 非反応気体による寄与分,  $\lambda_{reaction}$ : 化学反応による寄与分である。混合ガスの熱伝導率も粘性係数と同様に、異なる化学種間の分子衝突を考慮した分子運動論に基づいて計算を行っている。

ロケットの性能計算等では酸化剤流量 ( $\dot{m}_{O_2}$ : kg/s) と燃料流量 ( $\dot{m}_{H_2}$ : kg/s) との比として定義される  $O/F$  は最も重要なパラメータである。

$$O/F = \dot{m}_{O_2} / \dot{m}_{H_2} \quad (3-8)$$

ところで、回帰式の作成に当たり混合比は最も基本的なパラメータになるが、起動過渡特性のシミュレーションに利用する場合には、その変化範囲は 0 から無限大まで考慮する必要がありこのままでは利用しにくい。そこで 0 と 1 との間で変化し、しかも燃焼温度が最大となる化学量論比の付近(ロケットの定常運転状態として最も利用される領域もこの近くにある)で中央の値 0.5 を取るような次の一般化混合比  $\gamma$  を定義した。

$$\gamma = (O/F) / \{ (O/F) + (O/F)_{ST} \} \quad (3-9)$$

ここで、添字 ST は化学量論比条件を示す。実際に水素酸素の組み合わせでは  $(O/F)_{ST} = 7.93654$

であるが、便宜上  $(O/F)_{ST} = 8$  と置いて計算を行った。混合比をこのように置き換えると、燃焼温度のグラフが左右対称形に近いものとなり、また他の物性も強く温度の影響を受けるので、回帰式が作成しやすくなるという利点がある。

化学平衡の計算は、推進薬の入口温度すなわち入口エンタルピの影響を受けるが、これをパラメータとはせず、入口エンタルピは大気圧沸点におけるエンタルピ、いわゆるタンクレベルエンタルピに固定した。入口エンタルピにより最も影響を受けるのは燃焼温度であり、その結果、ロケットの性能を示す特性速度  $c^*$  や推力係数  $C_F$ 、比推力  $I_{sp}$  なども影響を受けるが、これらは熱力学の関係式や次に示すロケットの理論式を用いて補正を施すことが可能である。

$$c^* = (kRT_1)^{0.5} / [k^2 \{2/(k+1)\}^{(k+1)/(k-1)}]^{0.5} \quad (3-10)$$

$$C_F = [\{2k^2/(k-1)\} \{2/(k+1)\}^{(k+1)/(k-1)}]^{0.5} \times [1 - (P_2/P_1)^{(k-1)/k}]^{0.5} + \{(P_2 - P_3)/P_1\} (A_2/A_t) \quad (3-11)$$

$$I_{sp} = c^* C_F \quad (3-12)$$

ここで、 $k$ ：比熱比（-）、 $R$ ：ガス定数 (J/kg・K)、 $T$ ：温度 (K)、 $P$ ：圧力 (Pa)、 $A$ ：ノズル断面積 ( $m^2$ ) であり、添字は 1：燃焼室、2：ノズル出口、3：大気、 $t$ ：ノズルスロートを示す。

但し、推力係数と比推力については回帰式を作成せず、従って TROY コードの中にはそのルーチンが含まれていない。これは推力係数と比推力は更にノズルの膨張面積比によって大きく変化するために、回帰式が複雑になることを避けたからである。しかし、この両者は膨張面積比の他に特性速度、燃焼ガスの分子量、比熱比、温度などを TROY コードを使って求めることにより、(3-10)～(3-12) 式や一次元ノズル流の関係式を利用して計算が可能である。

推進薬の入口エンタルピをタンクレベルエンタルピに固定したために、混合比の非常に低い領域と高い領域では、未反応物質や生成物の凝縮などの現象が生ずる。そのために物性は滑らかに変化しなくなる。そこで、一般化混合比  $\gamma$  にして 0.05 以下と 0.95 以上の領域は回帰式の作成に当たって除外することとしたので、本計算コードを適用できることに注意する必要がある。

以下に諸物性の回帰式を表わす。(1)分子量～(6)レバールツ因子の項では、混合比と燃焼圧力を独立変数にとりロケット燃焼室のせき止め条件における値を示した。また(7)熱伝導率～(9)定圧比熱の項では独立変数として更に温度を加え、凍結平衡条件における値を示し、主として熱伝達の関係式に用いることを目的とした。

### (1) 分子量

燃焼ガスの分子量  $M$  を表わす回帰式を次式に示す。

$$M = \sum A_i r^{i-1} \quad (i=1, 4) \quad (3-13)$$

但し、係数  $A_i$  については表 30 に示す。また表の中では  $PL = \ln \{P / (0.101325 \times 10^6)\}$  である。TROY コードの中には分子量の混合比に関する微分、および分子量の圧力に関する微分の出力も各々含まれている。結果の一例を図 36 に示す。

### (2) 定圧比熱（移行平衡）

燃焼ガスの移行平衡における定圧比熱  $C_p$  (J/kg) を表わす回帰式を次式に示す。

$$C_p = 4187 \exp(\sum A_i r^{i-1}) \quad (i=1, 7) \quad (3-14)$$

但し、係数  $A_i$  については表 31 に示す。また表の中では  $PL = \ln \{P / (0.101325 \times 10^6)\}$  である。結果の一例を図 37 に示す。

### (3) 比熱比

燃焼ガスの移行平衡における比熱比  $k$  (-) を表わす回帰式を次式に示す。

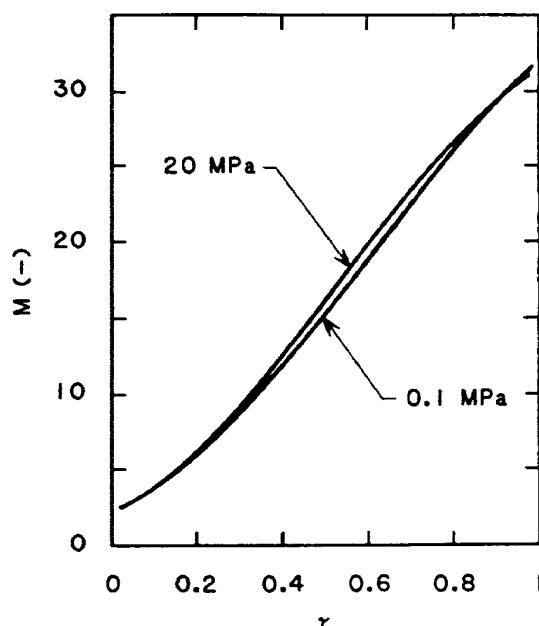


図 36 燃焼ガスの分子量

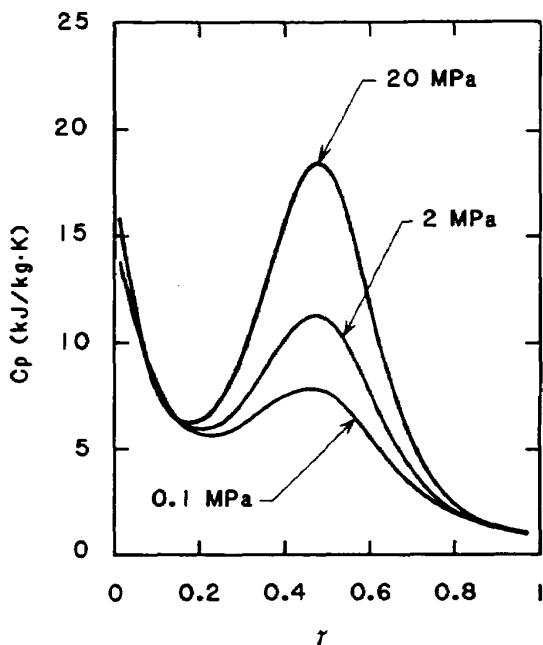


図 37 燃焼ガスの定圧比熱(移行平衡)

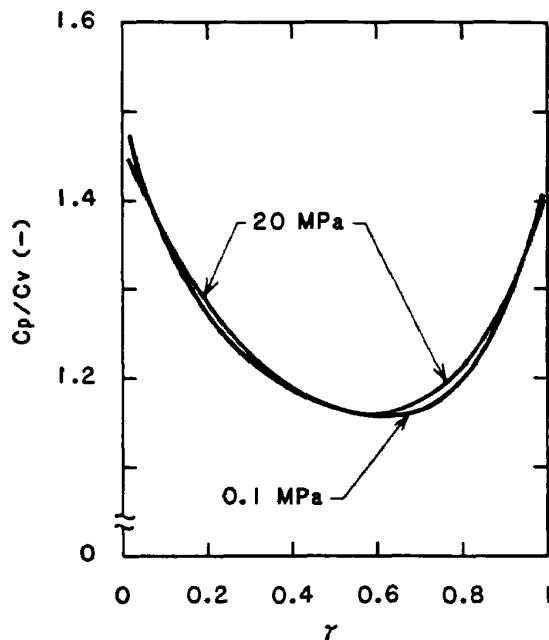


図 38 燃焼ガスの比熱比

$$k = \sum A_i r^{i-1} \quad (i=1, 5) \quad (3-15)$$

但し、係数  $A_i$  については表 32 に示す。また表の中では  $PL = \ln \{ P / (0.101325 \times 10^6) \}$  である。結果の一例を図 38 に示す。

#### (4) 特性速度

燃焼ガスの移行平衡における特性速度  $c^*$  (m/s) を表わす回帰式を次式に示す。

$$c^* = \sum A_i r^{i-1} \quad (i=1, 5) \quad (3-16)$$

但し、係数  $A_i$  については表 33 に示す。また表の中では  $PL = \ln \{ P / (0.101325 \times 10^6) \}$  である。結果の一例を図 39 に示す。

#### (5) 燃焼温度

燃焼ガスの温度  $T_c$  (K) を表わす回帰式を次式に示す。

$$T_c = \sum A_i r^{i-1} \quad (i=1, 6) \quad (3-17)$$

但し、係数  $A_i$  については表 34 に示す。また表の中では  $PL = \ln \{ P / (0.101325 \times 10^6) \}$  である。TROY コードの中には燃焼温度の混合比に関する微分と燃焼温度の圧力に関する微分の出力も各々含まれている。結果の一例を図 40 に示す。

#### (6) バルツ因子

ロケットノズルのガス側熱伝達係数  $h_g$  ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ) の計算には次式に示すバルツの簡便式<sup>29)</sup> がしばしば用いられる。

$$h_g = [(0.026/D_t^{0.2})(\mu^{0.2}C_p/P_r^{0.6})]_0$$

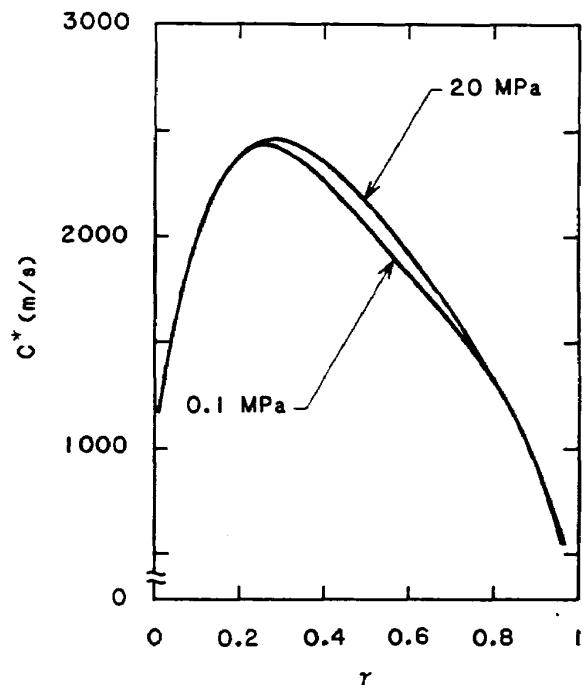


図 39 燃焼ガスの特性速度

$$(P_c/c^*) (D_t/r_c)^{0.1} [(A_t/A)^{0.9} \sigma] \quad (3-18)$$

ここで、 $D$ ：ノズル直径 (m),  $\mu$ ：粘性係数 ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ),  $C_p$ ：定圧比熱 ( $\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$ ),  $P_r$ ：プラントル数 (-),  $P_c$ ：燃焼圧 (Pa),  $c^*$ ：特性速度 (m/s),  $r_c$ ：スロート部形状の曲率半径 (m),  $A$ ：ノズル断面積 ( $\text{m}^2$ ),  $\sigma$ ：密度と粘性係数の温度変化を考慮した補正因子 (-) である。また添字は、 $t$ ：スロート,  $0$ ：ノズルせき止め条件を表わす。 $(3-18)$ 式中のせき止め条件における物性因子を表わす回帰式を次式に示す。

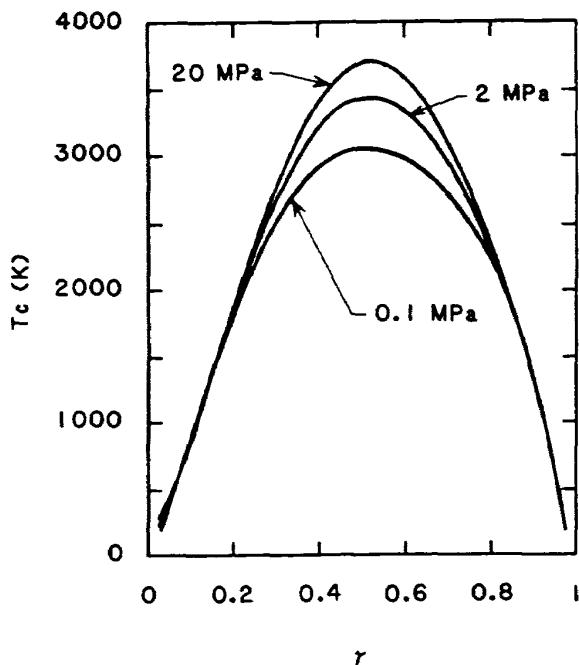


図 40 燃焼ガスの温度

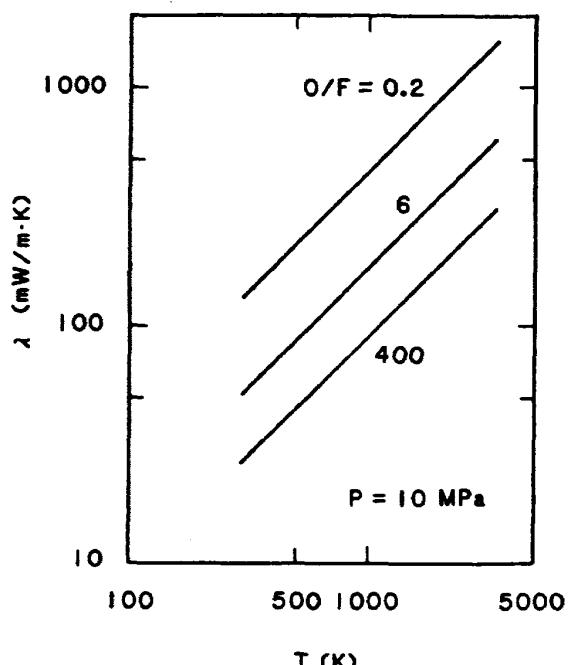


図 41 燃焼ガスの熱伝導率

$$\begin{aligned} & (\mu^{0.2} C_p / P_r^{0.6})_0 \\ &= 1492.38 - 288.076 r - 6385.68 r^2 \\ &+ 9437.01 r^3 - 4125.9 r^4 \quad (3-19) \end{aligned}$$

#### (7) 热伝導率

燃焼ガスの凍結平衡における熱伝導率  $\lambda$  (W/m·K) を表わす回帰式を次式に示す。

$$\lambda = 4.187 \times 10^{-4} \lambda_0 T^m \quad (3-20)$$

$$\lambda_0 = \sum A_i r^{i-1} \quad (i=1, 3) \quad (3-21)$$

$$\begin{aligned} m &= 1.02076 - 9.40555 \times 10^{-3} PL \\ &+ 1.62239 \times 10^{-3} PL^2 - 1.01191 \times 10^{-4} PL^3 \quad (3-22) \end{aligned}$$

但し、係数  $A_i$  については表 35 に示す。また (3-22) 式および表の中では  $PL = \ln \{P / (0.101325 \times 10^6)\}$  である。結果の一例を図 41 に示す。

#### (8) 粘性係数

燃焼ガスの凍結平衡における粘性係数  $\mu$  (Pa·s) を表わす回帰式を次式に示す。

$$\mu = 1 \times 10^{-7} \mu_0 T^m \quad (3-23)$$

$$\mu_0 = \sum A_i r^{i-1} \quad (i=1, 3) \quad (3-24)$$

$$\begin{aligned} m &= 0.778605 + 8.37335 \times 10^{-4} PL \\ &- 2.22704 \times 10^{-4} PL^2 + 2.1673 \times 10^{-5} PL^3 \quad (3-25) \end{aligned}$$

但し、係数  $A_i$  については表 36 に示す。また (3-25) 式および表の中では  $PL = \ln \{P / (0.101325 \times 10^6)\}$  である。結果の一例を図 42 に示す。

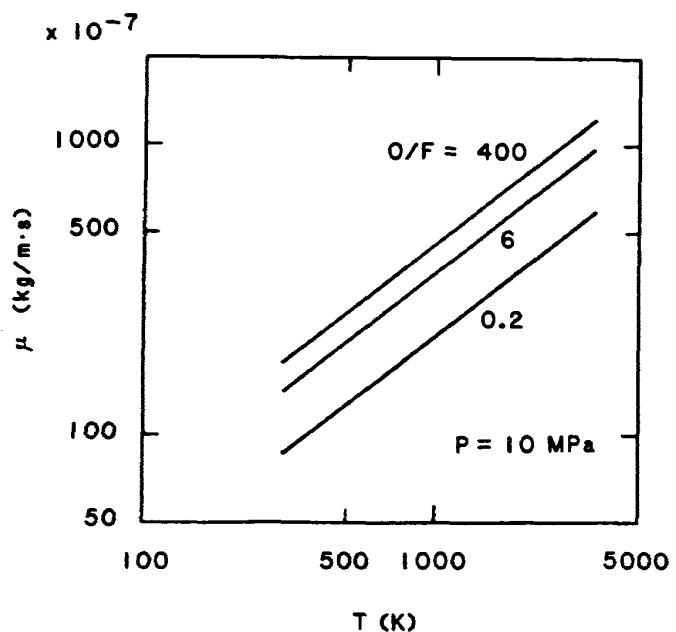


図 42 燃焼ガスの粘性係数

#### (9) 定圧比熱 (凍結平衡)

燃焼ガスの凍結平衡における定圧比熱  $C_p$  (J/kg·K) を表わす回帰式を次式に示す。

$$C_p = 4187 \exp(\sum A_i T^{i-1}) \quad (i=1, 3) \quad (3-26)$$

$$A_i = \sum B_{ij} r^{j-1} \quad (i=1, 3, j=1, 3) \quad (3-27)$$

但し、係数  $B_{ij}$  については表 37 に示す。また表の中では  $PL = \ln \{P / (0.101325 \times 10^6)\}$  である。結果の一例を図 43 に示す。

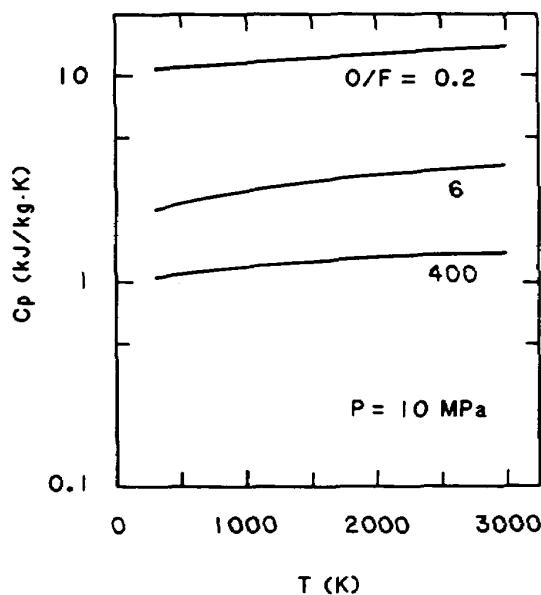


図 43 燃焼ガスの定圧比熱（凍結平衡）

#### 4. TROY コードの概略

##### 4.1 TROY の構成と使い方

各物性の取扱いを述べた 2, 3 章の内容に沿って水素 / 酸素ロケットの推進剤および燃焼ガスの物性計算を行う計算コード TROY が作成された。TROY 全体は、水素に関するルーチン、酸素に関するルーチンおよび燃焼ガスに関するルーチンの 3 部からなっており、フォートランのソースリストにして約 1000 ステップの大きさである。以下に、それについてサブルーチン構成とその使い方について述べる。

全体を通してメインプログラムにおいて必要なものは次の COMMON 文の変数に対する初期値の割り当てである。初期値の割り当てには BLOCK DATA 文の使用が最も便利である。

```
COMMON/COM/PO, RO
COMMON/H2 /AH2, BH2, PCH2, TCH2,
WH2, C1, C2, TC0, PC0
COMMON/O2 /AO2, BO2, PCO2, TCO2,
WO2
```

これらの各変数の物理的意味と初期値を表 38 に示す。また TROY コードの各サブルーチンの入出力変数の単位系は全て補助単位を使用しない SI 単位系で統一されている。

サブルーチンの構成、引数の並び、内容および使用上の注意を、水素、酸素および燃焼ガスについて

それぞれ表 39, 40, 41 に示す。同表には SUBROUTINE 名と ENTRY 名の 2 つを示しているものが入っているが、SUBROUTINE 名の後に引数が記入されているものについては SUBROUTINE 名でも CALL でき、SUBROUTINE 名の後に引数が記入されていないものは ENTRY 名によってのみ CALL できる。また引数の内、下線を引いたものが入力を示す。引数の物理的意味については表 42 に示す通りである。

TROY コードによる計算結果は、水素については ~2000 K の範囲については文献 3 によって、また酸素については ~340 K の範囲については文献 4 によって、全部の項目について検証を行ない実用上問題のないことを確認した。また酸素の ~500 K の範囲については、GASP コードとの比較の可能な項目については計算値の検証を行なった。

##### 4.2 TROY コードと GASP コードとの比較

今回作成した高速物性計算用コード TROY と在来からの物性計算コードの代表例である GASP について、計算結果の相対誤差と計算時間の比較を行った。比較の対象には、物性値計算の代表例として最も引用されることが多くまた基本的な性質である密度とエンタルピを選んだ。比較は航空宇宙技術研究所角田支所に設置の計算機 (FACOM M-160 F, 演算速度 0.84 MIPS) で行ったもので、システムが保有する OPTIMIZE などの計算の効率化を図るオプション機能を使用していない。また計算時間は同一サブルーチンを DO ループで 100 回繰り返して呼び出し、その平均演算時間を求めたものである。DO ループ単独の一回当たりのループ時間は 0.01 m sec であり、物性計算時間に比べて無視できるオーダであった。

水素に関して、TROY と GASP の両コードによる所要計算時間の比較を図 44 に示す。また結果を文献 3 と比較した相対誤差を密度について図 45 に、またエンタルピについて図 46 に示す。これらの図で塗りつぶした記号は液相状態を表わす。

図 44 によれば、TROY による水素の気体密度の計算時間は調べた全部の圧力で約 0.9 ~ 1.0 m sec で、GASP に比べて常圧では約 5 倍、10 MPa の高圧で

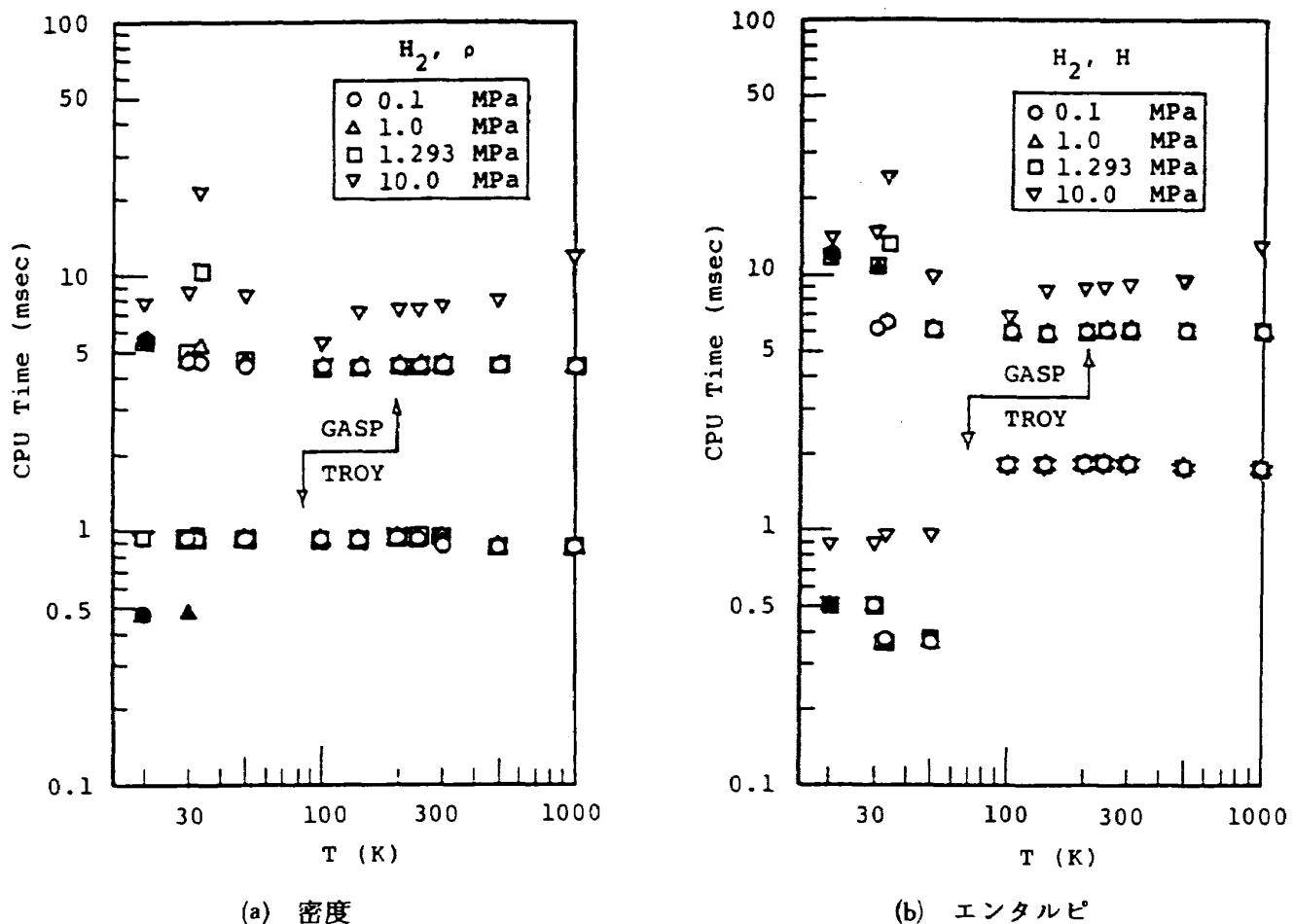


図44 水素物性のGASPおよびTROYによる計算時間の比較

は約8倍速く、液体密度ではTROYが約0.5msecで、GASPに比べ約10倍速いことがわかる。またエンタルピについては、状態式を利用した80K以上の領域では、TROYによる計算時間は約2msecで、GASPに比べ約3倍、特に高圧の場合は4～5倍速い。回帰式を用いた80K以下の領域では、TROYによるものが1msec以下で、同じ圧力ではGASPに比べて約10倍速い。GASPによるエンタルピ計算で10MPaの計算時間が大きいのは、式中で用いられる密度の計算時間に対応しているものと思われる。

図45によれば、水素の密度に関するGASPの相対誤差は、臨界点においては、-11.6%と非常に大きいが、それ以外の殆どの範囲では±0.4%以内に収まっている。これに対してTROYコードでは、より簡単な状態式を用いたために、GASPに比べて相対誤差は増加するが、それでも臨界点近傍の圧力と温度の範囲を除けば、±0.8%以内に収まっている。臨界点の近傍では、臨界点で-9%と大きいが、その周りでは±4%に収まっている。

図46によれば、水素のエンタルピに関するGASPの相対誤差は、臨界点においては78%と非常に大きいが、それ以外の殆どの範囲では大半が±1%以内に収まっている。これに対してTROYコードによる誤差は、臨界点では146%と大きいが、それ以外の範囲では、全体としてGASPに比べてそれ程には見劣りしない結果となった。これは、図1に示されるように、水素では100K以上では圧縮係数が1に近づくとともにその温度勾配も小さくなるために、R-K式自体およびR-K式を代入したエンタルピ理論式の精度が増すことと、回帰式を用いた低温高圧領域では、回帰式の精度を高めることができたことによるものと考えられる。

同様に、酸素についても両コードによる比較を、所要計算時間について図47に、密度について図48に、またエンタルピについて図49に示す。

図47によれば、TROYによる酸素の気体密度の計算時間は調べた全部の圧力で0.7msecと水素に比べて0.2msec速い。これは水素のように量子気

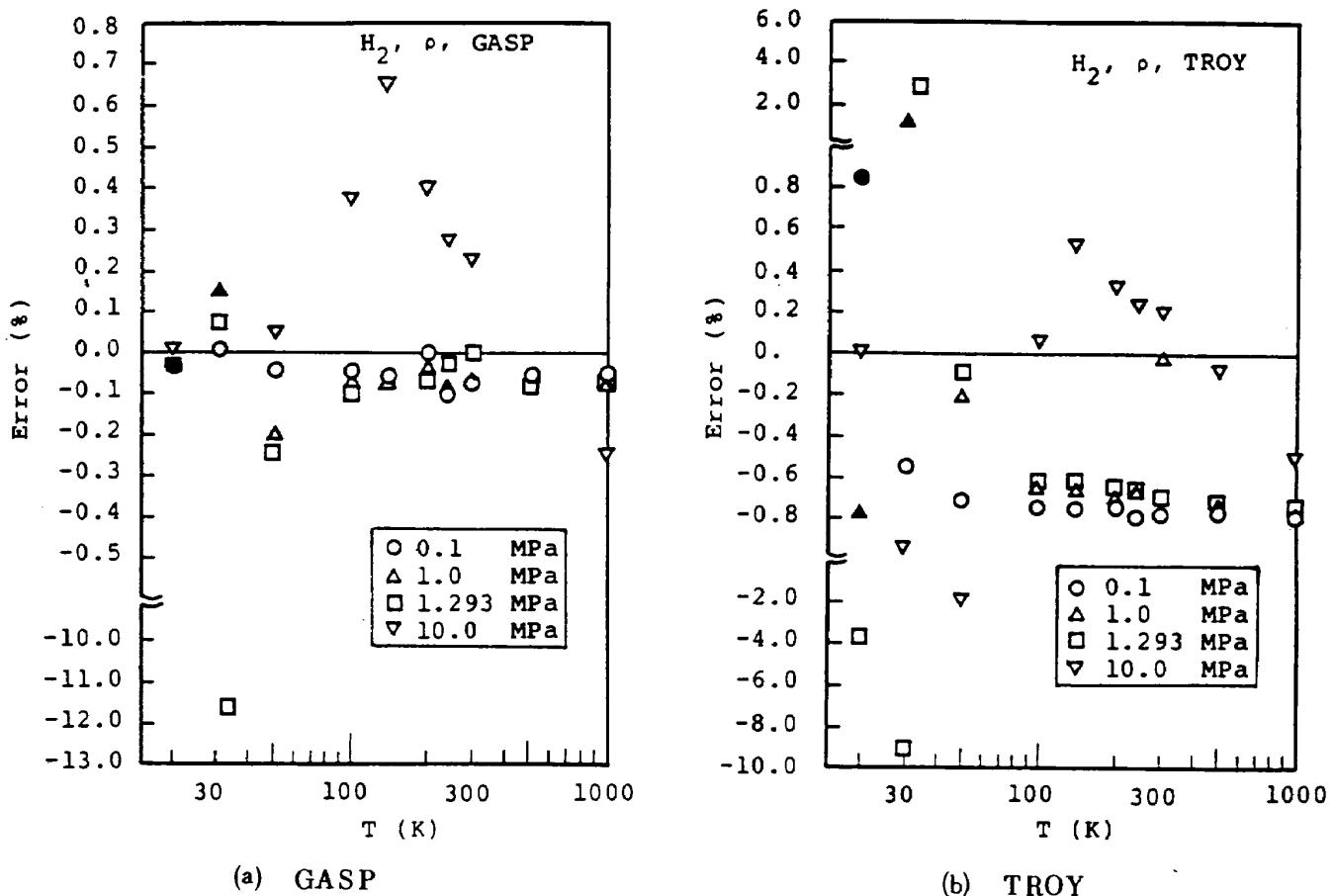


図 45 水素密度のGASPおよびTROYによる相対誤差の比較

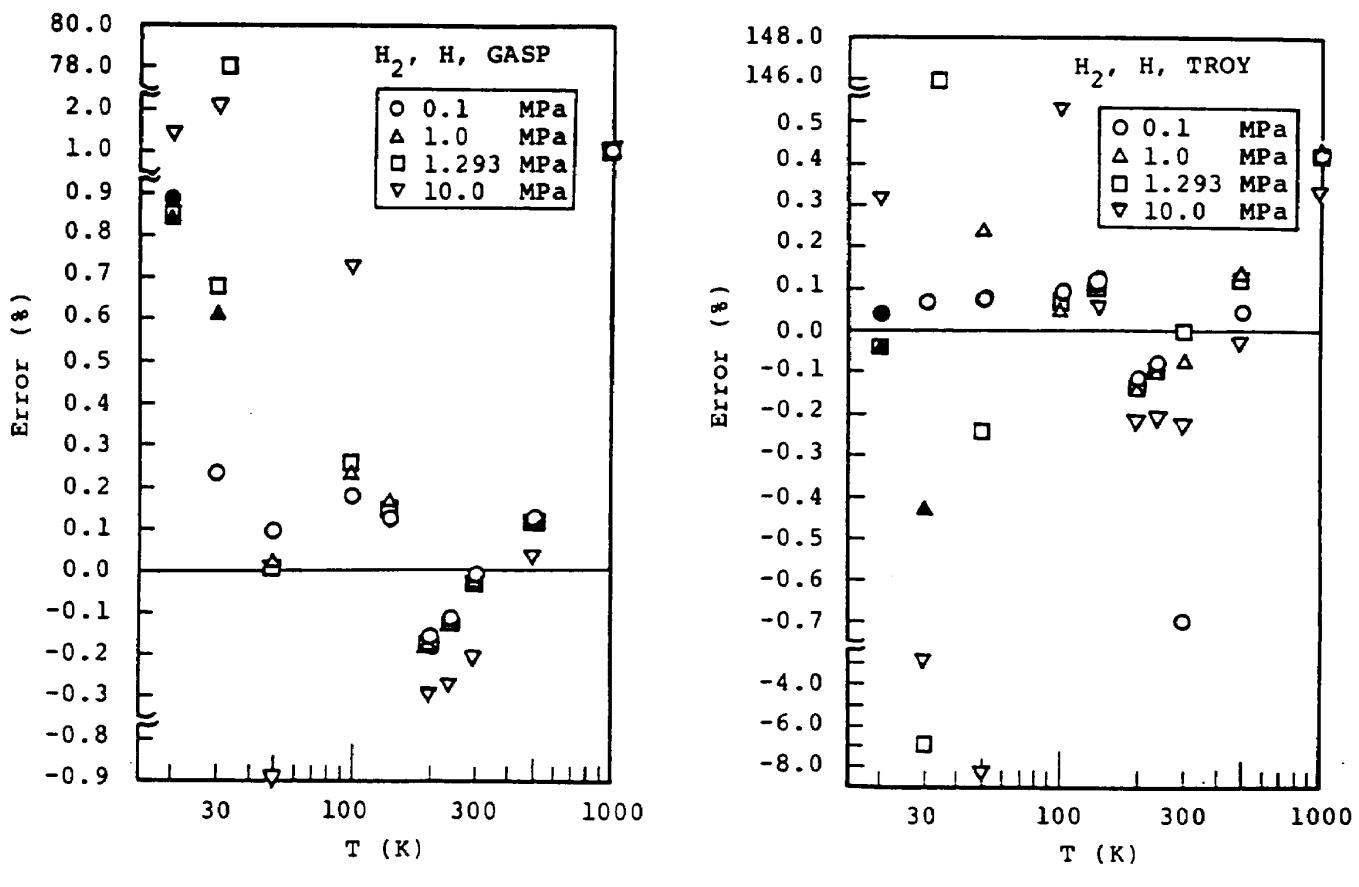


図 46 水素エンタルピのGASPおよびTROYによる相対誤差の比較

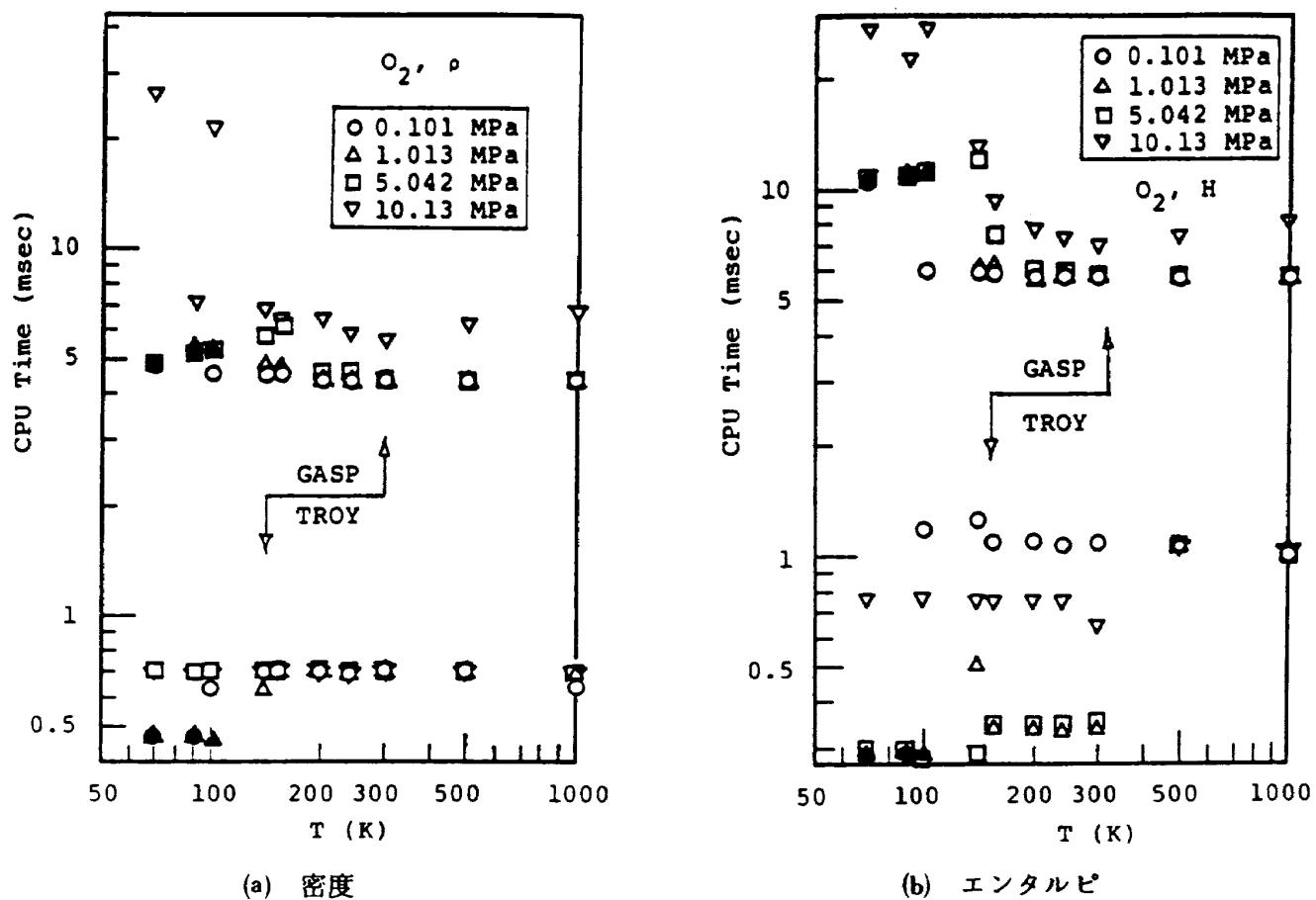


図 47 酸素物性の GASP および TROY による計算時間の比較

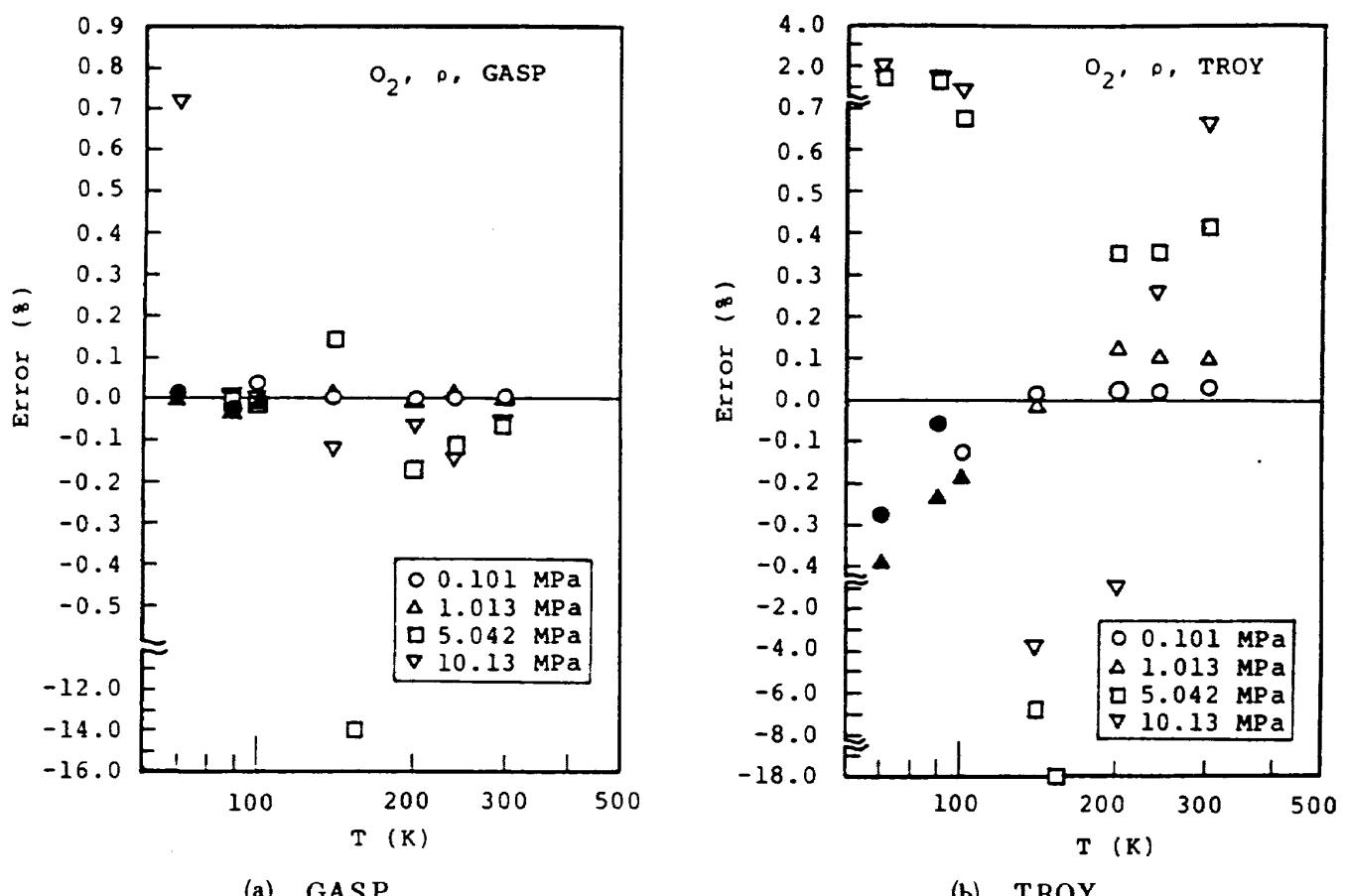


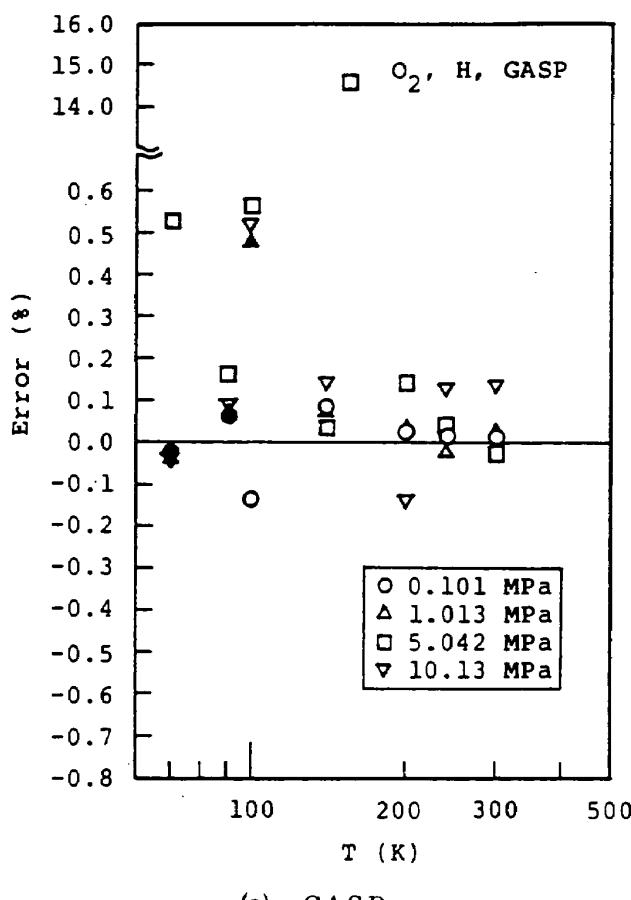
図 48 酸素密度の GASP および TROY による相対誤差の比較

体の補正を行なわないためと考えられ、そのために GASP に比べて常圧で約 6 倍、高圧で約 9 倍速い。またエンタルピの計算においては、熱力学関係式を使う 300K 以上または 0.1013 MPa の領域では 1.1 m sec と水素に比べて 0.7 m sec 速く、GASP の約 6 倍の速さである。回帰式を用いた 300K 以下かつ 1.013 MPa 以上の領域では、GASP に比べて約 9 倍以上速くなっている。

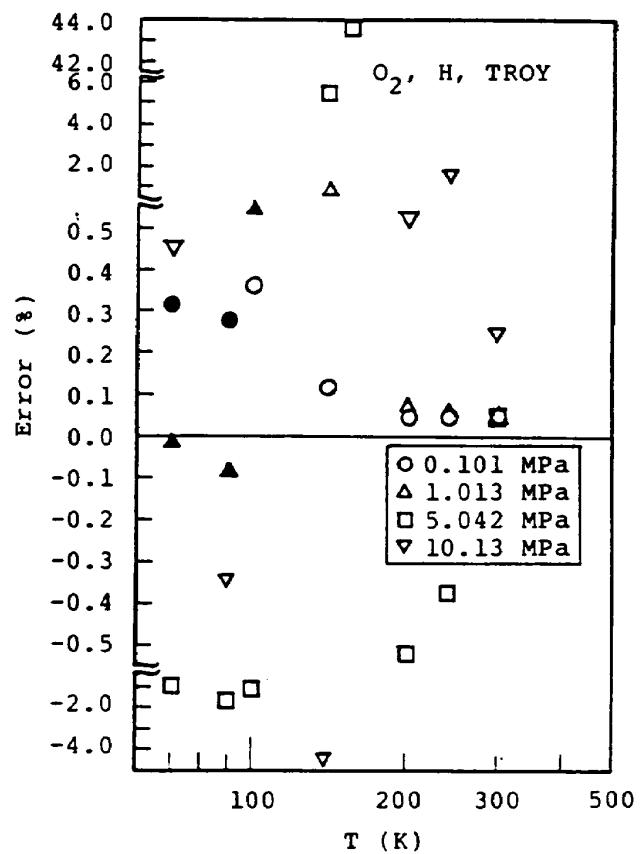
図 48 によれば、酸素の気体密度に関する GASP の相対誤差は臨界点を除けば大半が ±0.2 % の範囲に収まる。これに対して、TROY では 1.013 MPa 以下の圧力では ±0.2 % の範囲に収まるが、10.013 MPa と臨界圧では誤差が増している。これは 10.013 MPa では酸素の臨界圧の約 2 倍の圧力に過ぎず、臨界点の影響が強く残るためと考えられる。図 49 によれば、酸素エンタルピの相対誤差に関しても酸素密度と同様の傾向が見られる。酸素の臨界点定数は温度圧力共に水素に比べて高いために、通常のロケットエンジンの定常運転の圧力温度の範囲における物性計算では、臨界点の悪影響を避けられないと言

える。

TROY では水素、酸素の何れの場合にも臨界点では大きな誤差を生じたが、全般的には精度の良かった GASP においてもこの状況は同じである。これは臨界点では、圧縮係数や定圧比熱が急激に変化する性質によるものと考えられる。即ち GASP で使用している項数の多い B-W-R 型の状態式といえども、領域全体としての高い回帰精度を保ちながら同時に、特に変化の急激な臨界点での精度を保持することは殆ど不可能であり、同じことはエンタルピなどの熱力学関数のように状態式の積分によって計算する場合にも当てはまる。ましてや 2 個の定数しか使用しない R-K 式において臨界点での良好な精度を期待するのは無理である。また定圧比熱は臨界点で鋭いピーク値を示し、その結果エンタルピはこの付近に変曲点を持ち強い勾配を示すことになるため、TROY のように回帰式によった場合でも全体としての回帰精度を保ちながら同時に臨界点でも高い回帰精度を得ることは困難であった。このような事情から TROY を臨界点あるいはその極めて近傍の計算に用



(a) GASP



(b) TROY

図 49 酸素エンタルピの GASP および TROY による相対誤差の比較

いる場合には、GASP以上に注意が必要である。

## 5. あとがき

水素 / 酸素ロケットの動特性シミュレーションへの応用を主な目的として、水素、酸素および燃焼ガスの物性を高速で計算するサブルーチン TROY コードを作成した。気体密度とエンタルピを選んで、水素、酸素用の既存の計算コードとしては代表的な GASP と比較した結果、相対誤差は GASP に比べて若干増すものの同じオーダにとどまっており実用上の問題はなく、計算速度は少なくとも 3 倍以上、条件によっては 10 倍程度に高速化できたことが確認された。

現在我が国では、大型ロケット H-II の開発が進められており、そのブースター用エンジンとしては新規開発の液酸液水エンジン LE-7 が使用される。そのために、各コンポーネントのハードウェア開発と並行して、LE-7 エンジンシステムの起動過渡特性その他の動特性を解析するためのシミュレーションプログラムの開発・更新が航空宇宙技術研究所と宇宙開発事業団との共同研究として進められており、本サブルーチンは、そのプログラムの中に組み込まれて利用されている。

また角田支所では、炭化水素を燃料とする高性能エンジンの研究も開始されている。エンジン動特性シミュレーションの研究を炭化水素燃料ロケットに適応させて行くために、今後 TROY コードもメタン、プロパンやケロシンなどに対応して拡張することを検討している。

## 参考文献

- 1) National Research Council; International Critical Tables I-VII, McGraw-Hill Book Company, New York, 1929.
- 2) Vance R.W. and Duke, W.M.; Applied Cryogenic Engineering, Appendix A: Properties of Cryogenic Fluids, John Wiley and Sons Inc., New York, 1962, pp. 427-471.
- 3) McCarty, R.D.; Hydrogen Technology Survey Thermophysical Properties, NASA SP-3089, 1975.
- 4) Roder, H.M.; ASRDI Oxygen Technology Survey-Volume I: Thermophysical Properties, NASA SP-3071, 1972.
- 5) Goldberg, F.N. and Haferd, A.M.; Numerical Procedures for Calculating Real Fluid Properties of Normal and Parahydrogen, NASA TN D-4341, 1968.
- 6) Hendricks, R.C., Baron, A.K. and Peller, I.C.; GASP - A Computer Code for Calculating the Thermodynamic and Transport Properties for Ten Fluids: Parahydrogen, Helium, Neon, Methane, Nitrogen, Carbon Monoxide, Oxygen, Fluorine, Argon, and Carbon Dioxide, NASA TN D-7807, 1975.
- 7) Gordon, S. and McBride, B.J.; Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident Shocks, and Chapman-Jouguet Detonations, NASA SP-273, 1971.
- 8) Svehla, R.A. and McBride, B.J.; Fortran IV Computer Program for Calculation of Thermodynamic and Transport Properties of Complex Chemical Systems, NASA TN D-7056, 1973.
- 9) Svehla, R.A.; Thermodynamic and Transport Properties for The Hydrogen-Oxygen System, NASA SP-3011, 1964.
- 10) 毛呂明夫, 鈴木和雄; ロケットプロペラントの理論性能—多項近似式による表示—, NAL TM-293, 1976
- 11) Reid, R.C., Prausnitz, J.M. and Sherwood, T.K.; The Properties of Gases and Liquids, McGraw-Hill Book Co., New York, 1977, pp. 630-632.
- 12) Ibid., pp. 37-40.
- 13) Ibid., pp. 40-50.
- 14) Bender, E.; Equations of State Exactly Representing the Phase Behavior of Pure Substances, Proceedings of the Fifth Symposium on Thermophysical Properties, ASME, 1970, pp. 227-235.

- 15) Strobridge, T.R.; The Thermodynamic Properties of Nitrogen from 64 to 300 K Between 0.1 and 200 Atmospheres, Tech. Note 129, National Bureau of Standards, Jan. 1962.
- 16) Gunn, R.D., Chueh, P.L. and Prausnitz, J.M.; Prediction of Thermodynamic Properties of Dense Gas Mixtures Containing One or More of the Quantum Gases, AIChE J. Vol. 12 (1966), pp. 937-941.
- 17) Reid, R.C., Prausnitz, J.M. and Sherwood, T.K.; The Properties of Gases and Liquids, McGraw-Hill Book Co., New York, 1977, pp. 67-68.
- 18) Yen, L.C. and Woods, S.S.; A Generalized Equation for Computer Calculation of Liquid Fluid Densities, AIChE J., Vol. 12 (1966), pp. 95-99.
- 19) Reid, R.C., Prausnitz, J.M. and Sherwood, T.K.; The Properties of Gases and Liquids, McGraw-Hill Book Co., New York, 1977, p. 63.
- 20) Stull, D.R. et al.; JANAF Thermochemical Tables, Dow Chemical Co., 1965.
- 21) Reid, R.C., Prausnitz, J.M. and Sherwood, T.K.; The Properties of Gases and Liquids, McGraw-Hill Book Co., New York, 1977, p. 156.
- 22) Ibid., pp. 392-395.
- 23) Ibid., p. 426.
- 24) Ibid., p. 396.
- 25) Ibid., pp. 470-474.
- 26) Stiel, L.I. and Thodes, G.; The Conductivity of Nonpolar Substances in the Dense Gaseous and Liquid Regions, AIChE J., Vol. 10 (1964), pp. 26-30.
- 27) Reid, R.C., Prausnitz, J.M. and Sherwood, T.K.; The Properties of Gases and Liquids, McGraw-Hill Book Co., New York, 1977, p. 609.
- 28) Hirschfelder, J.O., Curtiss, C.F. and Bird, R.B.; Molecular Theory of Gases and Liquids, John Wiley & Sons, Inc., 1954.
- 29) Bartz, D.R.; A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients, Jet Propulsion, 1957, Jan., pp. 49-51.

## 付録 A 热力学物性の記述

热力学的性质の变化はその道筋には依存しないために、2つの状態(1, 2)間のエンタルピの変化は下のように表わせる。

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 &= \int_{P_1}^{P_2} (\partial H / \partial P)_{T_1} dP \\ &\quad + \int_{T_1}^{T_2} (\partial H / \partial T)_{P_2} dT \end{aligned} \quad (A-1)$$

または

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 &= \int_{P_1}^{P_2} (\partial H / \partial P)_{T_2} dP \\ &\quad + \int_{T_1}^{T_2} (\partial H / \partial T)_{P_1} dT \end{aligned} \quad (A-2)$$

ここで、 $H$  : エンタルピ (J/kg),  $P$  : 圧力 (Pa),  $T$  : 温度 (K) である。ところで (A-1) または (A-2) 式では、高圧における比熱  $C_p = (\partial H / \partial T)_P$  を必要とするが、その入手は困難なので次式のような道筋を取るほうが都合が良い。

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 &= \int_{P_1}^{P_0} (\partial H / \partial P)_{T_1} dP + \int_{T_1}^{T_2} C_p^0 dT \\ &\quad + \int_{P_0}^{P_2} (\partial H / \partial P)_{T_2} dP \end{aligned} \quad (A-3)$$

またはこれを書き換えて

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 &= -(H_{P_1} - H^0)_{T_1} + \int_{T_1}^{T_2} C_p^0 dT \\ &\quad + (H_{P_2} - H^0)_{T_2} \end{aligned} \quad (A-4)$$

ここで、 $C_p$  : 定圧比熱 (J/kg·K) を、また添字は<sup>0</sup> : 理想気体を示す。この式によれば、エンタルビの理想気体からのずれと理想気体の比熱さえわかれば、2点間のエンタルピ変化は求まることになる。さらに状態 1 を基準状態と置いて式を書き換えると

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 &= (H_{P_2} - H^0)_{T_2} + \int_0^{T_2} C_p^0 dT \\ &\quad - \left[ \int_0^{T_1} C_p^0 dT + (H_{P_1} - H^0)_{T_1} \right] \end{aligned} \quad (A-5)$$

ロケットの性能計算の際には、推進剤のエンタルビとして JANAF の熱化学テーブル<sup>A1)</sup> から求める生成熱の値が通常使われる。エンジンシステムの計算においては、推進剤と燃焼ガスとの熱力学物性の値は

整合している方が都合の良いことが多い。そこで、JANAF の熱化学テーブルと同様に、基準状態として圧力を 1 気圧 (0.1013 MPa), 温度を 298.15 K にとり、その状態におけるエンタルピを 0 とおくことになると、(A-5) 式は一般に

$$\begin{aligned} H &= (H_P - H^0)_T + \int_0^T C_p^0 dT \\ &\quad - \left[ \int_0^{298} C_p^0 dT + (H_{1\text{atm}} - H^0)_{298} \right] \end{aligned} \quad (A-6)$$

と書ける。また

$$H_{\text{ref}} = \int_0^{298} C_p^0 dT + (H_{1\text{atm}} - H^0)_{298} \quad (A-7)$$

と置けば (A-6) 式は次式のように記述できる。

$$H = (H_P - H^0)_T + \int_0^T C_p^0 dT - H_{\text{ref}} \quad (A-8)$$

理想気体と実在気体とのエンタルピ差 ( $H_P - H^0$ ) は、他の熱力学物性を用いて次のように記述される<sup>A2)</sup>。但し、添字  $P$  は省略した。

$$\begin{aligned} H - H^0 &= (A - A^0) + T(S - S^0) \\ &\quad + RT(Z - 1) \end{aligned} \quad (A-9)$$

ここで  $A$  : Helmholtz の自由エネルギー (J/kg),  $S$  : エントロピー (J/kg·K) を示す。 $(A - A^0)$  と  $(S - S^0)$  はそれぞれ熱力学の関係式から

$$\begin{aligned} A - A^0 &= - \int_{\infty}^V (P - RT/V) dV \\ &\quad - RT \ln(V/V^0) \end{aligned} \quad (A-10)$$

$$\begin{aligned} S - S^0 &= \int_{\infty}^V [(\partial P / \partial T)_V - R/V] dV \\ &\quad + R \ln(V/V^0) \end{aligned} \quad (A-11)$$

のように表される<sup>A2)</sup>。従って、実在気体の状態方程式と (A-9) ~ (A-11) 式を利用することにより、実在気体の比エンタルピあるいはエントロピーなどが得られる。

## 参考文献

- A1. Stull, D.R. et al.; JANAF Thermochemical Tables, Dow Chemical Co., 1965.
- A2. Reid, R.C., Prausnitz, J.M. and Sherwood, T.K.; The Properties of Gases and Liquids, McGraw-Hill Book Co., New York, 1977, p. 93.

表 1 水素および酸素の特性値

	分子量	沸点	臨界定数				偏心因子 $\omega$
	M (kg/kmol)	T <sub>b</sub> (K)	T <sub>c</sub> (K)	P <sub>c</sub> (MPa)	$\rho_c$ (kg/m <sup>3</sup> )	Z <sub>c</sub> (-)	
H <sub>2</sub>	2.01594	20.268	32.976	1.2928	31.43	0.302	-0.22
O <sub>2</sub>	31.9988	90.188	154.576	5.042	436.1	0.288	0.021

表 2 Bender の状態式の係数を示す多項式

$$\begin{aligned}
 A_1(T) &= RT \\
 A_2(T) &= n_1 T + n_2 + n_3/T + n_4/T^2 + n_5/T^3 \\
 A_3(T) &= n_6 T + n_7 + n_8/T + \\
 A_4(T) &= n_9 T + n_{10} \\
 A_5(T) &= n_{11} T + n_{12} + \\
 A_6(T) &= n_{13} \\
 B_1(T) &= (n_{14} + n_{15}/T + n_{16}/T^2)/T^2 \\
 B_2(T) &= (n_{17} + n_{18}/T + n_{19}/T^2)/T^2 \\
 C &= n_{20}
 \end{aligned}$$

表 3 Bender の状態式の係数

係数	水素	酸素
R	4.1260486	0.25983199
n <sub>1</sub>	4.4446150x10 <sup>1</sup>	3.4811077x10 <sup>-1</sup>
n <sub>2</sub>	-3.8659604x10 <sup>3</sup>	-1.4070678x10 <sup>2</sup>
n <sub>3</sub>	-1.0966551x10 <sup>5</sup>	2.5061744x10 <sup>3</sup>
n <sub>4</sub>	1.2080022x10 <sup>6</sup>	-1.0081345x10 <sup>6</sup>
n <sub>5</sub>	-5.4747655x10 <sup>6</sup>	1.9074164x10 <sup>7</sup>
n <sub>6</sub>	-3.3278647x10 <sup>2</sup>	-4.0134966x10 <sup>-3</sup>
n <sub>7</sub>	8.1345734x10 <sup>4</sup>	6.5172112x10 <sup>1</sup>
n <sub>8</sub>	2.6294257x10 <sup>5</sup>	1.0962206x10 <sup>4</sup>
n <sub>9</sub>	3.0063983x10 <sup>4</sup>	6.9721580x10 <sup>-1</sup>
n <sub>10</sub>	-3.3024955x10 <sup>6</sup>	-2.6242449x10 <sup>2</sup>
n <sub>11</sub>	-2.4686707x10 <sup>5</sup>	1.9137800x10 <sup>-1</sup>
n <sub>12</sub>	4.7555234x10 <sup>7</sup>	2.9416771x10 <sup>1</sup>
n <sub>13</sub>	-1.2064332x10 <sup>8</sup>	7.8932076x10 <sup>1</sup>
n <sub>14</sub>	-4.9289827x10 <sup>7</sup>	-1.9231580x10 <sup>6</sup>
n <sub>15</sub>	1.5925894x10 <sup>9</sup>	4.6108240x10 <sup>8</sup>
n <sub>16</sub>	-8.7182365x10 <sup>9</sup>	-3.9936263x10 <sup>10</sup>
n <sub>17</sub>	6.6330266x10 <sup>10</sup>	-5.6689950x10 <sup>8</sup>
n <sub>18</sub>	1.6366622x10 <sup>10</sup>	1.3644286x10 <sup>9</sup>
n <sub>19</sub>	-1.2954419x10 <sup>13</sup>	9.1977197x10 <sup>10</sup>
n <sub>20</sub>	1.0500000x10 <sup>3</sup>	5.4000000x10 <sup>0</sup>

但し、単位系は P:Pa,  $\rho$ :g/cm<sup>3</sup>, T:K

表 4 水素の理想気体の定圧比熱

$$C_p^\circ = \sum A_i T^{i-1} \quad (i=1,5)$$

温度範囲	T≤40	40<T≤150	150<T≤500	500<T
A <sub>1</sub>	10.3121	14.759936	6.6557899	14.4714861
A <sub>2</sub>	0.	-0.21977388	0.15621077	-0.7176787x10 <sup>-3</sup>
A <sub>3</sub>	0.	0.32100769x10 <sup>-2</sup>	-0.86913643x10 <sup>-3</sup>	0.18638538x10 <sup>-5</sup>
A <sub>4</sub>	0.	-0.120615002x10 <sup>-4</sup>	0.18972274x10 <sup>-5</sup>	-0.5306547x10 <sup>-9</sup>
A <sub>5</sub>	0.	0.57121808x10 <sup>-8</sup>	-0.14418461x10 <sup>-8</sup>	0.46649305x10 <sup>-13</sup>

表 5 酸素の理想気体の定圧比熱

$$\begin{aligned} C_p' &= C_{p,1} \times 1000/32 & T \leq 350 \text{ K} \\ C_p' &= C_{p,2} \times 1.187 \times 1000/32 & T > 350 \text{ K} \\ C_{p,i}' &= \sum A_i T^{i-1} \quad (i=1,2) \end{aligned}$$

温度範囲	T ≤ 350	T > 350 K
	C <sub>p,1</sub>	C <sub>p,2</sub>
A <sub>1</sub>	0.29145189 × 10 <sup>0</sup>	6.48009
A <sub>2</sub>	-0.5691986 × 10 <sup>-3</sup>	1.08642 × 10 <sup>-3</sup>
A <sub>3</sub>	0.68032634 × 10 <sup>-5</sup>	2.98544 × 10 <sup>-6</sup>
A <sub>4</sub>	-0.48456604 × 10 <sup>-7</sup>	-3.03846 × 10 <sup>-8</sup>
A <sub>5</sub>	0.13822647 × 10 <sup>-9</sup>	8.17221 × 10 <sup>-10</sup>

表 6 超臨界圧の気体水素エンタルピを与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= 48.2305(\ln PM)^3 - 214.909(\ln PM)^2 + 276.653(\ln PM) - 292.036 \\ A_2 &= \exp(-0.152555(\ln PM)^3 + 1.29063(\ln PM)^2 - 4.28522(\ln PM) + 6.58968) \\ A_3 &= 1.4427 \exp(0.0528309(\ln PM)^3 \\ &\quad - 0.743473(\ln PM)^2 + 3.45266(\ln PM) - 1.35924) \\ A_4 &= \exp(-1/T - A_3 / A_5) \\ A_5 &= A_5 \exp\{3 \times 10^{-6}(P_c - P)\} \\ A_6 &= -0.0125A_6 T \\ A_7 &= \exp\{0.0309192(\ln PM)^4 - 0.169514(\ln PM)^3 \\ &\quad + 0.313646(\ln PM)^2 + 0.0327114(\ln PM) + 3.47022\} \\ A_8 &= -\exp(-4.11868 \times 10^{-6}T^4 + 1.00743 \times 10^{-5}T^3 - 0.0885533T^2 \\ &\quad + 3.25831T - 38.4396), \quad T \geq T_c \\ &= 0.0049696T^3 - 0.252721T^2 + 7.17797T - 82.066, \quad T < T_c \\ A_9 &= 1.98064(\ln PM)^2 + 7.69072(\ln PM) - 1.32943 \end{aligned}$$

表 7 亜臨界圧の気体水素エンタルピを与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= 56.4241PM^2 - 200.24PM - 17.4221 \\ A_2 &= 3.13735(\ln PM)^2 + 19.0646(\ln PM) + 39.632 \\ A_3 &= 1.37145(\ln PM)^2 + 10.0395(\ln PM) + 30 \\ A_4 &= -52.4033(\ln PM)^2 + 103.987(\ln PM)^2 - 52.0211(\ln PM) + 6.57883 \end{aligned}$$

表 8 超臨界圧の気体酸素エンタルピを与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= 356.263(\ln PA)^2 - 3803.68(\ln PA) + 69.269 \\ A_2 &= \exp(0.357347(\ln PA)^2 - 5.04368(\ln PA) + 20.0305) \\ A_3 &= 1.4427 \exp(-0.4296(\ln PA)^2 + 5.65929(\ln PA) - 14.0609) \\ A_4 &= \exp(-1/T - A_3 / A_5), \quad T \geq 250 \text{ K} \\ A_5 &= 0, \quad T < 250 \text{ K} \\ A_6 &= A_6 \exp[(P_c - P)/P_0] / (-0.102041T + 25.7143), \quad T < T_c \\ A_7 &= 3.70978(\ln PA)^2 - 5.20154(\ln PA) + 118.276 \\ A_8 &= -2.12553 \times 10^{-6}T^4 + 0.0007114T^3 - 0.066501T^2 \\ &\quad - 0.73047T^2 + 365.166T - 13106.9, \quad T < T_c \\ &= 1.13082 \times 10^{-6}T^4 - 0.096959T^3 + 31.045T^2 - 4397.88T + 232429, \quad T \geq T_c \\ \text{但し, } P_0 &= 0.101325 \times 10^6 \text{ (Pa)} (= 1 \text{ atm}) \end{aligned}$$

表 9 亜臨界圧の気体酸素エンタルピを与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.372167PA^2 - 73.839PA - 124.334 \\ A_2 &= -0.063498PA^2 + 12.7849PA + 26.701 \\ A_3 &= -0.0158349PA^2 + 2.07508PA + 87.8325 \end{aligned}$$

表 10 超臨界圧の気体水素定圧比熱を与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= B_3 B_2^{-2} / [ \{ (T - B_1)^2 + B_2^2 \} ] + B_4 + 0.1B_5 T + 0.001B_6 T^2 + 0.00001B_7 T^3 \\ A_2 &= 0.193841(\ln PM)^2 - 1.34369(\ln PM)^4 + 2.51356(\ln PM)^3 \\ &\quad + 0.728758(\ln PM)^2 - 4.80503(\ln PM) + 1.7985 \\ A_3 &= 0.01257 \{ 3.70256 \times 10^{-3}(\ln PM) + 0.146895 \} \\ B_1 &= 0.242923(\ln PM)^3 + 0.346326(\ln PM)^2 + 7.71048(\ln PM) + 30.9802 \\ B_2 &= \exp(0.01636895(\ln PM)^4 - 0.0685162(\ln PM)^3 \\ &\quad - 0.0796992(\ln PM)^2 + 1.32372(\ln PM) + 0.585596 \} \\ B_3 &= -1.01061(\ln PM)^2 + 11.4872(\ln PM)^2 - 45.0184(\ln PM) + 59.1108 \\ B_4 &= \exp(0.0687773(\ln PM)^5 - 0.504951(\ln PM)^4 + 1.0409(\ln PM)^3 \\ &\quad - 0.0213995(\ln PM)^2 - 1.67383(\ln PM) + 0.983567 \} \\ B_5 &= -0.0199662(\ln PM)^5 + 0.114753(\ln PM)^4 - 0.0904407(\ln PM)^3 \\ &\quad - 0.529911(\ln PM)^2 + 1.16345(\ln PM) + 3.03595 \\ B_6 &= 0.0357193(\ln PM) - 3.73726 \\ B_7 &= -0.0159852(\ln PM)^3 + 0.141384(\ln PM)^4 - 0.435183(\ln PM)^3 \\ &\quad + 0.604024(\ln PM)^2 - 0.458252(\ln PM) + 1.52339 \end{aligned}$$

表 11 亜臨界圧の気体水素定圧比熱を与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= 3.13735(\ln PM)^2 + 19.0646(\ln PM) + 39.632 \\ A_2 &= 1.37145(\ln PM)^2 + 10.0395(\ln PM) + 30 \\ A_3 &= 6.27479 \times 10^{-6}T^3 - 3.78769 \times 10^{-4}T^2 + 0.0101708T + 9.89781 \end{aligned}$$

表 12 超臨界圧の気体酸素定圧比熱を与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= B_3 B_2^{-2} / [ \{ (T - B_1)^2 + B_2^2 \} ] + B_4 + 0.1B_5 T + 0.00001B_6 T^2 \\ A_2 &= 6.35104 \times 10^{-9}PA^4 - 5.30865 \times 10^{-9}PA^3 \\ &\quad + 1.52367 \times 10^{-9}PA^2 - 0.170189PA + 6.5472 \\ B_1 &= 2.11496 \times 10^{-13}PA^6 - 1.43122 \times 10^{-10}PA^5 - 8.47962 \times 10^{-11}PA^4 \\ &\quad + 2.22766 \times 10^{-5}PA^3 - 6.86203 \times 10^{-3}PA^2 + 1.06533PA + 115.641 \\ B_2 &= \exp(-9.09387 \times 10^{-10}PA^4 + 9.2365 \times 10^{-7}PA^3 \\ &\quad - 3.61475 \times 10^{-4}PA^2 + 0.0686147PA - 1.34227) \\ B_3 &= \exp(5.90078 \times 10^{-10}PA^4 - 6.59817 \times 10^{-7}PA^3 \\ &\quad + 2.859 \times 10^{-4}PA^2 - 0.0598982PA + 8.0033) \\ B_4 &= -1.16079 \times 10^{-8}PA^4 + 8.99071 \times 10^{-6}PA^3 - 2.18392 \times 10^{-3}PA^2 \\ &\quad + 0.147321PA + 40.5087 \\ B_5 &= 2.32621 \times 10^{-10}PA^4 - 1.69838 \times 10^{-7}PA^3 + 3.35663 \times 10^{-5}PA^2 \\ &\quad - 5.9619 \times 10^{-4}PA + 2.69973 \\ B_6 &= 1.01815 \times 10^{-10}PA^4 - 8.13775 \times 10^{-8}PA^3 + 2.02127 \times 10^{-5}PA^2 \\ &\quad - 1.04841 \times 10^{-3}PA - 2.11185 \\ B_7 &= -3.80514 \times 10^{-11}PA^4 + 3.14672 \times 10^{-8}PA^3 - 8.41545 \times 10^{-6}PA^2 \\ &\quad + 6.93659 \times 10^{-4}PA + 0.338807 \end{aligned}$$

表 13 亜臨界圧の気体酸素定圧比熱を与える多項式の係数

$$\begin{aligned} A_1 &= -0.063498PA^2 + 12.7849PA + 26.701 \\ A_2 &= -0.0158349PA^2 + 2.07508PA + 87.8325 \\ A_3 &= 29 \end{aligned}$$

表 14 液体水素のエンタルピを与える  
多項式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= -0.911609PM^2 + 11.9814PM - 356.312 \\A_2 &= \exp\{(T-A_5)/A_3\} \\A_3 &= 1.4427(1.19579 \times 10^{-5}PM^2 - 0.86668PM + 2.07667) \\A_4 &= \exp(-1.28196PM^2 + 5.56596PM - 1.13791) \\A_5 &= 7.2265PM^3 - 21.7436PM^2 + 27.7713PM + 17.8517\end{aligned}$$

表 15 液体水素の定圧比熱を与える多項式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 0.4375T + 0.375 \\A_2 &= \exp(-1.28196PM^2 + 5.56596PM - 1.13791) \\A_3 &= \exp\{(T-A_4)/A_5\} \\A_4 &= 7.2265PM^3 - 21.7436PM^2 + 27.7713PM + 17.8517 \\A_5 &= 1.4427(1.19579 \times 10^{-5}PM^2 - 0.86668PM + 2.07667)\end{aligned}$$

表 16 液体酸素の定圧比熱を与える多項式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 0.781049PA^2 + 20.4482PA + 994.366 \\A_2 &= 4.6877(\ln PA)^2 - 13.4412(\ln PA) + 142.078\end{aligned}$$

表 17 水素の理想気体のエントロピー

$$S^\circ = S'' + 30.577 - 10.3121 \ln 20.268 + 10008 \quad (1)$$

$$S'' = A_0 \ln T + \sum A_i T^i / i \quad i=1,4$$

温度範囲	$T \leq 40$	$40 < T \leq 150$	$150 < T \leq 500$	$500 < T$
B	0.	-9.9313	5.361	-16.707
A <sub>0</sub>	10.3121	14.759936	6.6557899	14.4714861
A <sub>1</sub>	0.	-0.21977388	0.15621077	-0.7176787 $\times 10^{-3}$
A <sub>2</sub>	0.	0.32100769 $\times 10^{-2}$	-0.86913643 $\times 10^{-3}$	0.18638538 $\times 10^{-5}$
A <sub>3</sub>	0.	-0.120615002 $\times 10^{-4}$	0.18972274 $\times 10^{-5}$	-0.5306547 $\times 10^{-9}$
A <sub>4</sub>	0.	0.57121808 $\times 10^{-6}$	-0.14418461 $\times 10^{-8}$	0.46649305 $\times 10^{-13}$

表 18 酸素の理想気体のエントロピー

$$\begin{aligned}S^\circ &= S'' \times 1000/32 \\S^\circ &= S'' \times 4.187 \times 1000/32 \\S'' &= B + A_0 \ln T + \sum A_i T^i / i \quad i=1,4\end{aligned}$$

温度範囲	$T \leq 350$	$T > 350$ K
B	39.02551	11.6176
A <sub>0</sub>	0.29145189 $\times 10^2$	6.48099
A <sub>1</sub>	-0.5691986 $\times 10^{-3}$	1.09642 $\times 10^{-3}$
A <sub>2</sub>	0.68032634 $\times 10^{-5}$	2.98544 $\times 10^{-6}$
A <sub>3</sub>	-0.48456604 $\times 10^{-7}$	-3.03846 $\times 10^{-9}$
A <sub>4</sub>	0.13822647 $\times 10^{-9}$	8.17221 $\times 10^{-13}$

表 19 超臨界圧の気体水素エントロピーを与える多項式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 1.47278 \times 10^{-7}T^5 - 3.75196 \times 10^{-5}T^4 \\&\quad + 3.60699 \times 10^{-3}T^3 - 0.161404T^2 \\&\quad + 3.3208T - 25.2124 \\A_2 &= -0.425094(\ln PM)^5 + 4.00984(\ln PM)^4 \\&\quad - 13.3007(\ln PM)^3 + 18.1921(\ln PM)^2 \\&\quad - 9.13806(\ln PM) + 1.38919 \\B_0 &= 0.0756766(\ln PM)^4 - 0.773279(\ln PM)^3 \\&\quad + 2.90369(\ln PM)^2 - 4.86566(\ln PM) + 3.41835 \\B_1 &= -0.148439(\ln PM)^4 + 1.30599(\ln PM)^3 \\&\quad - 4.99521(\ln PM)^2 + 9.62147(\ln PM) + 30.6181 \\B_2 &= \exp\{-0.210957(\ln PM)^2 \\&\quad + 1.6656(\ln PM) + 0.757444\} \\B_3 &= 2.99885 \times 10^{-3}(\ln PM)^3 - 0.0145122(\ln PM)^2 \\&\quad - 0.0141227(\ln PM) + 0.190747 \\B_4 &= -0.174764(\ln PM)^3 + 1.03418(\ln PM)^2 \\&\quad - 3.22694(\ln PM) + 12.3403\end{aligned}$$

表 20 超臨界圧の気体酸素エントロピーを与える多項式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 2.43664 \times 10^{-9}PA^4 - 2.77177 \times 10^{-6}PA^3 \\&\quad + 1.04741 \times 10^{-3}PA^2 - 0.138501PA + 4.70188 \\A_2 &= 2.55728 \times 10^{-10}T^5 - 2.17833 \times 10^{-7}T^4 \\&\quad + 7.21487 \times 10^{-5}T^3 - 1.17528 \times 10^{-2}T^2 \\&\quad + 0.938168T - 28.3073 \\B_0 &= 3.00061 \times 10^{-9}PA^4 - 3.02106 \times 10^{-6}PA^3 \\&\quad + 1.08229 \times 10^{-3}PA^2 - 0.159586PA + 8.74834 \\B_1 &= \text{sgn}(PA - 148.001) \times 9.78726 \times 5.56534 \\&\quad \times \{1 - \exp(-|PA - 148.001| / 5.56534)\} \\&\quad + 0.28624PA + 193.744 \\B_2 &= 1.24644 \times 10^{-4}PA^2 - 0.0258047PA + 3.61016 \\B_3 &= -3.86788 \times 10^{-10}PA^4 + 3.43185 \times 10^{-7}PA^3 \\&\quad - 1.11612 \times 10^{-4}PA^2 + 0.0159752PA - 2.00348 \\B_4 &= -7.20502 \times 10^{-8}PA^4 + 6.42598 \times 10^{-5}PA^3 \\&\quad - 0.020753PA^2 + 2.79551PA + 202.493 \\B_5 &= -2.07227 \times 10^{-8}PA^4 + 1.68924 \times 10^{-5}PA^3 \\&\quad - 4.69005 \times 10^{-3}PA^2 + 0.480112PA + 149.057\end{aligned}$$

表 21 液体水素エントロピーを与える多項式の係数

$$\begin{aligned}A_0 &= 155.485PM^3 - 548.653PM^2 + 894.986PM - 442.579 \\A_1 &= -51.9273PM^3 + 151.132PM^2 - 148.966PM + 95.9402 \\A_2 &= 0.126939PM^2 - 0.343699PM + 0.418525 \\A_3 &= -5.56432PM^3 + 10.2906PM^2 - 0.633512PM - 5.91017\end{aligned}$$

表 22 超臨界圧の水素比熱比を与える多項式の係数

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 4.47404 \times 10^{-3} (\ln PM)^3 - 0.0160129 (\ln PM)^2 \\
 &\quad - 5.25689 \times 10^{-3} (\ln PM) + 0.0129995 \\
 A_2 &= -0.015611 (\ln PM)^2 + 0.0852243 (\ln PM) - 0.128037 \\
 B_1 &= -0.246689 (\ln PM)^4 + 1.4315 (\ln PM)^3 \\
 &\quad - 1.49549 (\ln PM)^2 + 9.06488 (\ln PM) + 30.8597 \\
 B_2 &= 0.524576 (\ln PM)^4 - 5.31341 (\ln PM)^3 \\
 &\quad + 17.7077 (\ln PM)^2 - 11.0038 (\ln PM) + 4.74674 \\
 B_3 &= \exp\{-6.14925 \times 10^{-3} (\ln PM)^5 - 0.0396809 (\ln PM)^4 \\
 &\quad + 0.395798 (\ln PM)^3 - 0.994643 (\ln PM)^2 \\
 &\quad - 4.18219 \times 10^{-3} (\ln PM) + 1.85023\} \\
 B_4 &= -0.313065 (\ln PM)^4 + 2.04158 (\ln PM)^3 \\
 &\quad - 3.2128 (\ln PM)^2 - 1.09025 (\ln PM) + 10.0476 \\
 B_5 &= 0.0249217 (\ln PM)^4 - 0.102531 (\ln PM)^3 \\
 &\quad - 0.037093 (\ln PM)^2 + 0.383863 (\ln PM) + 2.43199 \\
 B_6 &= -0.0273556 (\ln PM)^4 + 0.16947 (\ln PM)^3 \\
 &\quad - 0.380105 (\ln PM)^2 + 0.485394 (\ln PM) - 2.79886 \\
 B_7 &= 0.171409 (\ln PM)^4 - 1.38742 (\ln PM)^3 \\
 &\quad + 4.14771 (\ln PM)^2 - 5.29631 (\ln PM) + 8.86218
 \end{aligned}$$

表 23 亜臨界圧の水素比熱比を与える多項式の係数

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 7.65881 \times 10^{-7} T^3 - 2.00521 \times 10^{-4} T^2 \\
 &\quad + 0.0120706 T + 1.47065 \\
 A_2 &= 0.01 A_5 T \\
 A_3 &= -1.40432 PM^2 + 6.24232 PM - 0.206563 \\
 A_4 &= 1.26297 (\ln PM)^2 + 8.40175 (\ln PM) + 30.6564 \\
 A_5 &= 0.0124945 PM^2 - 0.0552055 \times 10^{-2} PM + 0.0153969
 \end{aligned}$$

表 24 超臨界圧の酸素比熱比を与える多項式の係数

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 6.50575 \times 10^{-11} PA^4 - 5.03174 \times 10^{-8} PA^3 \\
 &\quad + 1.56211 \times 10^{-5} PA^2 - 2.53477 \times 10^{-3} PA + 0.15236 \\
 A_2 &= 1.46749 \times 10^{-9} PA^3 - 2.4539 \times 10^{-6} PA^2 \\
 &\quad + 2.1207 \times 10^{-4} PA - 0.0254133 \\
 B_1 &= 1.77554 \times 10^{-10} PA^5 - 1.70116 \times 10^{-7} PA^4 \\
 &\quad + 6.43979 \times 10^{-5} PA^3 - 0.012655 PA^2 + 1.46633 PA + 105.38 \\
 B_2 &= \exp(-8.46517 \times 10^{-10} PA^4 + 8.23402 \times 10^{-7} PA^3 \\
 &\quad - 3.03185 \times 10^{-4} PA^2 + 0.0580548 PA - 0.505644) \\
 B_3 &= \exp(-6.50837 \times 10^{-12} PA^4 - 1.83888 \times 10^{-7} PA^3 \\
 &\quad + 1.5662 \times 10^{-4} PA^2 - 0.0425943 PA + 3.86881) \\
 B_4 &= 1.14433 \times 10^{-8} PA^4 - 8.88824 \times 10^{-6} PA^3 \\
 &\quad + 2.26601 \times 10^{-3} PA^2 - 0.243452 PA + 23.2446 \\
 B_5 &= -1.8229 \times 10^{-8} PA^4 + 1.16752 \times 10^{-5} PA^3 \\
 &\quad - 1.92511 \times 10^{-3} PA^2 + 0.0178351 PA + 20.7562 \\
 B_6 &= -\exp(6.23801 \times 10^{-11} PA^4 - 2.66346 \times 10^{-7} PA^3 \\
 &\quad + 1.8213 \times 10^{-4} PA^2 - 0.0427604 PA + 6.1455) \\
 B_7 &= 9.58088 \times 10^{-10} PA^4 - 7.76292 \times 10^{-7} PA^3 \\
 &\quad + 2.07139 \times 10^{-4} PA^2 - 0.0211595 PA + 0.797914
 \end{aligned}$$

表 25 亜臨界圧の酸素比熱比を与える多項式の係数

$$\begin{aligned}
 A_1 &= -5.69943 \times 10^{-6} PA^3 + 4.65236 \times 10^{-4} PA^2 \\
 &\quad - 0.0108312 PA + 0.0473202 \\
 A_2 &= 7.97588 \times 10^{-4} PA^3 - 0.0678824 PA^2 \\
 &\quad + 1.91482 PA - 7.36369 \\
 A_3 &= -0.0207521 PA^2 + 2.50992 PA + 78.699
 \end{aligned}$$

表 26 飽和蒸気圧を与える回帰式の係数

	水素	酸素
A <sub>1</sub>	-1.0593817 × 10 <sup>0</sup>	-5.1504418 × 10 <sup>0</sup>
A <sub>2</sub>	-3.5249570 × 10 <sup>1</sup>	-2.5626822 × 10 <sup>2</sup>
A <sub>3</sub>	3.7870039 × 10 <sup>-1</sup>	2.6280757 × 10 <sup>-1</sup>
A <sub>4</sub>	-2.3601614 × 10 <sup>-2</sup>	-3.6222681 × 10 <sup>-3</sup>
A <sub>5</sub>	8.5529568 × 10 <sup>-4</sup>	2.6516635 × 10 <sup>-5</sup>
A <sub>6</sub>	-1.6180625 × 10 <sup>-5</sup>	-1.0004384 × 10 <sup>-7</sup>
A <sub>7</sub>	1.2500233 × 10 <sup>-7</sup>	1.5423155 × 10 <sup>-10</sup>

表 27 蒸発潜熱微分を与える回帰式の係数

	水素	酸素
A <sub>0</sub>	5.70742 × 10 <sup>1</sup>	2.35318 × 10 <sup>1</sup>
A <sub>1</sub>	-5.16132 × 10 <sup>0</sup>	-1.214708 × 10 <sup>0</sup>
A <sub>2</sub>	-1.803087 × 10 <sup>-2</sup>	2.65851 × 10 <sup>-3</sup>
A <sub>3</sub>	1.278908 × 10 <sup>-2</sup>	1.354876 × 10 <sup>-4</sup>
A <sub>4</sub>	-3.323865 × 10 <sup>-4</sup>	-1.003625 × 10 <sup>-6</sup>

表 28 気体酸素の熱伝導率を与える多項式の係数

$$\log_{10}(\lambda^* / \lambda_c^*) = \sum A_i (\log_{10} T_r)^i \quad (i=0,3)$$

$\log_{10} T_r$	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$
-4. ~ 0.	0.	1.	0.	0.
0. ~ 0.39794	-0.21370471 × 10 <sup>-2</sup>	0.80465682	0.79352374	-1.1239895
0.39794 ~ 1.	0.08170727	0.729	0.	0.

表 29 热伝導率の剩余関数を与える多項式の係数

$$\log_{10}\{(\lambda - \lambda^*) \chi Z_c^5 / 418.7\} = \sum B_i (\log_{10} \rho_r)^i \quad (i=0,4)$$

	酸素	水素
B <sub>0</sub>	-2.6383	-1.
B <sub>1</sub>	-6.86562723	-6.82428539
B <sub>2</sub>	1.39461538	1.26994786
B <sub>3</sub>	0.23887321	1.88960889
B <sub>4</sub>	0.05870132	4.30610645
B <sub>5</sub>	0.	2.70581484

表 30 燃焼ガスの分子量を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 2.29626 - 0.0259172PL - 5.48491 \times 10^{-4}PL^2 \\A_2 &= 11.0253 + 0.129565PL + 6.83668 \times 10^{-3}PL^2 \\A_3 &= 41.3056 + 1.18934PL - 0.0253393PL^2 \\A_4 &= -22.6191 - 1.39206PL + 0.019581PL^2\end{aligned}$$

表 31 燃焼ガスの定圧比熱(移行平衡)を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 1.41495 - 0.0295662PL - 2.11047 \times 10^{-3}PL^2 \\&\quad + 2.39428 \times 10^{-4}PL^3 \\A_2 &= -8.22421 + 0.961624PL - 0.0389885PL^2 \\&\quad - 2.43133 \times 10^{-3}PL^3 \\A_3 &= -23.2628 - 8.04991PL + 1.21303PL^2 - 0.0222667PL^3 \\A_4 &= 337.916 + 18.3924PL - 6.62853PL^2 + 0.223217PL^3 \\A_5 &= -867.968 - 18.4761PL + 14.1483PL^2 - 0.569486PL^3 \\A_6 &= 848.903 + 9.21119PL - 13.1521PL^2 + 0.575759PL^3 \\A_7 &= -290.577 - 1.99478PL + 4.46434PL^2 - 0.205433PL^3\end{aligned}$$

表 32 燃焼ガスの比熱比を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 1.49288 - 8.64104 \times 10^{-3}PL + 4.75184 \times 10^{-4}PL^2 \\A_2 &= -1.72697 + 0.152531PL - 8.56696 \times 10^{-3}PL^2 \\A_3 &= 3.92422 - 0.619217PL + 0.0354294PL^2 \\A_4 &= -4.85255 + 0.918034PL - 0.0519945PL^2 \\A_5 &= 2.5858 - 0.447936PL + 0.0248939PL^2\end{aligned}$$

表 33 燃焼ガスの特性速度を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 1068.98 - 18.5635PL + 28.4528PL^2 - 3.64477PL^3 \\A_2 &= 13014.1 + 55.9304PL - 326.304PL^2 + 42.3873PL^3 \\A_3 &= -41116.5 + 466.776PL + 1133.75PL^2 - 150.688PL^3 \\A_4 &= 48669.7 - 1124.23PL - 1538.37PL^2 + 207.214PL^3 \\A_5 &= -21400.0 + 622.807PL + 713.829PL^2 - 96.7924PL^3\end{aligned}$$

表 34 燃焼ガスの温度を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= -67.6771 + 39.7733PL + 1.93374PL^2 - 0.206102PL^3 \\A_2 &= 8509.78 - 887.652PL - 25.7612PL^2 + 4.12266PL^3 \\A_3 &= 17846.7 + 4989.20PL - 4.27751PL^2 - 19.5434PL^3 \\A_4 &= -85914.8 - 6599.50PL + 418.715PL^2 + 20.6862PL^3 \\A_5 &= 105374.8 + 816.012PL - 829.778PL^2 + 6.88019PL^3 \\A_6 &= -46077.4 + 1670.96PL + 445.806PL^2 - 12.3738PL^3\end{aligned}$$

表 35 燃焼ガスの熱伝導率を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 0.958733 + 0.0663376PL - 0.0110584PL^2 \\&\quad + 6.69333 \times 10^{-4}PL^3 \\A_2 &= -1.87326 - 0.135509PL + 0.022619PL^2 \\&\quad - 1.37248 \times 10^{-3}PL^3 \\A_3 &= 1.10322 + 0.0825766PL - 0.0137581PL^2 \\&\quad + 8.34618 \times 10^{-4}PL^3\end{aligned}$$

表 36 燃焼ガスの粘性係数を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}A_1 &= 0.970142 - 7.16676 \times 10^{-3}PL + 1.73719 \times 10^{-3}PL^2 \\&\quad - 1.61018 \times 10^{-4}PL^3 \\A_2 &= 1.96617 + 1.85196 \times 10^{-3}PL - 1.93534 \times 10^{-4}PL^2 \\A_3 &= -0.821988 - 0.0078414PL + 1.37483 \times 10^{-3}PL^2 \\&\quad - 8.1031 \times 10^{-5}PL^3\end{aligned}$$

表 37 燃焼ガスの定圧比熱(凍結平衡)を与える回帰式の係数

$$\begin{aligned}B_{11} &= 1.06907 - 1.53297 \times 10^{-3}PL \\&\quad + 2.34862 \times 10^{-4}PL^2 - 1.35222 \times 10^{-5}PL^3 \\B_{12} &= -5.39922 + 2.55191 \times 10^{-3}PL \\&\quad - 3.30976 \times 10^{-4}PL^2 + 1.4757 \times 10^{-5}PL^3 \\B_{13} &= 2.91693 - 1.97611 \times 10^{-3}PL \\&\quad + 3.32232 \times 10^{-4}PL^2 - 2.04685 \times 10^{-5}PL^3 \\B_{21} &= 4.8498 \times 10^{-5} + 2.33283 \times 10^{-6}PL \\&\quad - 2.7707 \times 10^{-7}PL^2 + 1.10146 \times 10^{-8}PL^3 \\B_{22} &= 1.13665 \times 10^{-3} - 1.46014 \times 10^{-5}PL \\&\quad + 3.14272 \times 10^{-6}PL^2 - 2.34888 \times 10^{-7}PL^3 \\B_{23} &= -9.96548 \times 10^{-4} + 1.71647 \times 10^{-5}PL \\&\quad - 4.08755 \times 10^{-6}PL^2 + 3.21589 \times 10^{-7}PL^3 \\B_{31} &= 1.02556 \times 10^{-6} - 1.14426 \times 10^{-8}PL \\&\quad + 1.67228 \times 10^{-10}PL^2 - 9.09279 \times 10^{-12}PL^3 \\B_{32} &= -2.2703 \times 10^{-7} + 3.4907 \times 10^{-9}PL \\&\quad - 6.59476 \times 10^{-10}PL^2 + 4.56192 \times 10^{-11}PL^3 \\B_{33} &= 1.86599 \times 10^{-7} - 3.46075 \times 10^{-9}PL \\&\quad + 7.64112 \times 10^{-10}PL^2 - 5.77742 \times 10^{-11}PL^3\end{aligned}$$

表 38 初期値の割り当て

変数	意味	データ
AH2	(2.1-7)式のaの値(水素)	35681.
A02	(2.1-7)式のaの値(酸素)	1699.9
BH2	(2.1-8)式のaの値(水素)	9.1869 $\times 10^{-3}$
BO2	(2.1-8)式のaの値(酸素)	6.9002 $\times 10^{-4}$
C1	(2.1-15)式の定数(K)	21.8
C2	(2.1-16)式の定数(K)	44.2
P0	大気圧(Pa)	0.101325 $\times 10^6$
R0	一般ガス定数(J/kmol·K)	8314.
PC0	水素凝臨界圧力(atm)	20.2
PCH2	水素凝臨界圧力(Pa)	1.2928 $\times 10^6$
PCO2	酸素凝臨界圧力(Pa)	5.042 $\times 10^6$
TCO	水素凝臨界温度(K)	43.6
TCH2	水素凝臨界温度(K)	32.976
TCO2	酸素凝臨界温度(K)	154.576
WH2	水素分子量	2.01594
WO2	酸素分子量	31.9988

表 39 水素用サブルーチンの使い方

SUBROUTINE名	ENTRY名	引数	内容
RH0H		(I,P,X,RHO,V,VL,A,B,Z)	水素密度 X=1 RHO,V 気相, VL=0 0<X<1 RHO,V 気相, VL 液相 X=0 RHO,V 液相, VL=0 X=0 では A,B,Z=0
	RHOHL	(I,RHO,V)	液体水素密度
	RHOHG	(I,P,RHO,V,A,B,Z)	気体水素密度
H2THP	H2HP	(H,P,T,X)	エンタルピ →温度, クオリティ
	H2TP	(I,P,H,X,HL)	温度→エンタルピ 飽和点では X=0.5 で戻る X=1 H 気相, HL=0 X=0.5 H 気相, HL 液相 X=0 H 液相, HL=0
H2TSP	H2SPS	(S,P,T,X)	エントロビ →温度, クオリティ
	H2TPS	(I,P,S,X,SL)	温度→エントロビ 飽和点では X=0.5 で戻る X=1 S 気相, SL=0 X=0.5 S 気相, SL 液相 X=0 S 液相, SL=0
H2TLG	H2TL	(H,P,IS,T)	エンタルビ→液体水素温度 (H2HPからCALL)
	H2TG	(H,P,IS,T)	エンタルビ→気体水素温度 (H2HPからCALL)
H2TLGS	H2TLS	(S,P,IS,T)	エントロビ→液体水素温度 (H2SPSからCALL)
	H2TGS	(S,P,IS,T)	エントロビ→気体水素温度 (H2SPSからCALL)
H2HCP	H2HL	(I,P,H)	液体水素のエンタルビ (H2HP, H2TP, H2TLからCALL)
	H2HG	(I,P,H)	気体水素のエンタルビ (H2HP, H2TP, H2TGからCALL)
	H2SL	(I,P,S)	液体水素のエントロビ(H2SPS, H2TPS, H2TLSからCALL)
	H2SG	(I,P,S)	気体水素のエントロビ(H2SPS, H2TPS, H2TGSからCALL)

SUBROUTINE名	ENTRY 名	引数	内容
02HCP (続き)	02CP	(I,P,X,CP,CPL)	酸素定圧比熱 X=1 CP 気相, CPL=0 0<X<1 CP 気相, CPL 液相 X=0 CP 液相, CPL=0
	02CPL	(I,P,CP)	液体酸素の定圧比熱
	02CPG	(I,P,CP)	気体酸素の定圧比熱
02STP	STS0	(P,TS)	飽和温度
	SPS0	(I,PS)	飽和压力
	DTPST0	(I,DTSDP)	飽和温度の圧力微分
	DHST0	(I,DHVDT)	蒸発潜熱の温度微分
	HST0	(I,HV)	蒸発潜熱
02GAM		(I,P,X,GAM)	気体酸素の比熱比 X=0 では GAM=0
02VIS		(I,P,X,VIS,VISL)	酸素粘性係数 X=1 VIS 気相, VISL=0 0<X<1 VIS 気相, VISL 液相 X=0 VIS 液相, VISL=0
	VISOL	(I,VIS)	液体酸素粘性係数
	VISOG	(I,P,VIS)	気体酸素粘性係数
02THC		(I,P,X,CON,CONL)	酸素熱伝導率 X=1 CON 気相, CONL=0 0<X<1 CON 気相, CONL 液相 X=0 CON 液相, CONL=0
	THCOL	(I,CON)	液体酸素熱伝導率
	THCOG	(I,P,CON)	気体酸素熱伝導率
02ICST	02IC	(I,CMP)	液体酸素等温弹性率
	02ST	(I,TNS)	液体酸素表面張力

表 40 酸素用サブルーチンの使い方

SUBROUTINE名	ENTRY名	引数	内容
RH00		(I,P,X,RHO,V,VL,A,B,Z)	酸素密度 X=1 RHO,V 気相, VL=0 0<X<1 RHO,V 気相, VL 液相 X=0 RHO,V 液相, VL=0 X=0 では A,B,Z=0
	RH00L	(I,RHO,V)	液体酸素密度
	RH00G	(I,P,RHO,V,A,B,Z)	气体酸素密度
O2THP	O2HP	(H,P,T,X)	エンタルビ →温度, クオリティ
	O2TP	(I,P,H,X,HL)	温度→エンタルビ 飽和点では X=0.5 で戻る X=1 H 気相, HL=0 X=0.5 H 気相, HL 液相 X=0 H 液相, HL=0
O2TSP	O2SPS	(S,P,T,X)	エントロビ →温度, クオリティ
	O2TPS	(I,P,S,X,SL)	温度→エントロビ 飽和点では X=0.5 で戻る X=1 S 気相, SL=0 X=0.5 S 気相, SL 液相 X=0 S 液相, SL=0
O2TLC	O2TL	(H,IS,T)	エンタルビ→液体酸素温度 (O2HP から CALL)
	O2TG	(H,P,IS,T)	エンタルビ→气体酸素温度 (O2HP から CALL)
O2TLGS	O2TLS	(S,IS,T)	エントロビ→液体酸素温度 (O2SPS から CALL)
	O2TGS	(S,P,IS,T)	エントロビ→气体酸素温度 (O2SPS から CALL)
O2HCP	O2HL	(I,H)	液体酸素のエンタルビ (O2HP, O2TP, O2TL から CALL)
	O2HG	(I,P,H)	气体酸素のエンタルビ (O2HP, O2TP, O2TG から CALL)
	O2SL	(I,S)	液体酸素のエントロビ(O2SPS, O2TPS, O2TLS から CALL)
	O2SG	(I,P,S)	气体酸素のエントロビ(O2SPS, O2TPS, O2TGS から CALL)

SUBROUTINE名	ENTRY 名	引数	内容
H2HCP (続き)	H2CP	(T,P,X,CP,CPL)	水素定圧比熱 X=1 CP 気相, CPL=0 0<X<1 CP 気相, CPL 液相 X=0 CP 液相, CPL=0
	H2CPL	(T,P,CP)	液体水素の定圧比熱
	H2CPG	(T,P,CP)	気体水素の定圧比熱
H2STP	STSH	(P,TS)	飽和温度
	SPSH	(T,PS)	飽和压力
	DTPSTH	(T,DTSDP)	飽和温度の圧力微分
	DHSTH	(T,DHVDT)	蒸発潜熱の温度微分
	HSTH	(T,HV)	蒸発潜熱
H2GAM		(T,P,X,GAM)	気体水素の比熱比 X=0 では GAM=0
H2VIS		(T,P,X,VIS,VISL)	水素粘性係数 X=1 VIS 気相, VISL=0 0<X<1 VIS 気相, VISL 液相 X=0 VIS 液相, VISL=0
	VISHL	(T,VIS)	液体水素粘性係数
	VISHG	(T,P,VIS)	気体水素粘性係数
H2THC		(T,P,X,CON,CONL)	水素熱伝導率 X=1 CON 気相, CONL=0 0<X<1 CON 気相, CONL 液相 X=0 CON 液相, CONL=0
	THCHL	(T,CON)	液体水素熱伝導率
	THCHG	(T,P,CON)	気体水素熱伝導率
H2ICST	H2IC	(T,P,CMP)	液体水素等温弹性率
	H2ST	(T,TNS)	液体水素表面張力

表 41 燃焼ガス用サブルーチンの使い方

SUBROUTINE名	ENTRY名	引数	内容
H202	HOMW	(QE,P,WM,DMDOF,DMDP)	分子量と微係数
	HOCP	(QE,P,CP)	せき止め状態の移行平衡比熱
	HOSHR	(QE,P,GAM)	せき止め状態の比熱比
	HOCSTR	(QE,P,CSTR)	移行平衡の特性速度
	HOTCG	(QE,P,T,DTDOF,DTDP)	せき止め状態の温度と微係数
	HOGTP	(QE,GTP)	ガス側熱伝達パラメータ
	HOTHC	(I,P,QE,CON)	凍結平衡の熱伝導率
	HOVIS	(I,P,QE,VIS)	凍結平衡の粘性係数
	HOCPFZ	(I,P,QE,CP)	凍結平衡の定圧比熱

表 42 サブルーチン引数の物理的意味

引数	意味	引数	意味
A	(2.1-12)式のA*	HV	蒸発潜熱
B	(2.1-13)式のB*	OF	混合比, $\dot{m}_{ox}/\dot{m}_{fuel}$
CMP	等温弹性率, $-V(\partial P/\partial V)_T$	P	圧力
CON	熱伝導率	PS	飽和圧力
CONL	二相時の液相熱伝導率	RHO	密度
CP	定圧比熱	S	エントロビ
CPL	二相時の液相定圧比熱	SL	二相時の液相エントロビ
CSTR	特性速度, $c^*$	T	温度
DHVDT	蒸発潜熱の温度微分, $dH_v/dT$	TNS	表面張力
DMDOF	分子量の混合比微分, $dM/dOF$	TS	飽和温度
DMDP	分子量の圧力微分, $dM/dP$	V	比容積
DTDOF	温度の混合比微分, $dT/dOF$	VIS	粘性係数
DTDP	温度の圧力微分, $dT/dP$	VISL	二相時の液相粘性係数
DTSDP	飽和温度の圧力微分, $dT_s/dP$	VL	二相時の液相比容積
GAM	比熱比, $C_p/C_v$	WM	分子量
GTP	(3-19)式の熱伝達パラメータ	X	二相時の気相質量割合(クオリティ)
H	エンタルビ	Z	圧縮係数
HL	二相時の液相エンタルビ		

(注) 水素においては (2.1-15), (2.1-16)式による  $T_c$ ,  $P_c$  を用いている。

---

## 航空宇宙技術研究所資料 564 号

昭和 62 年 3 月 発行

発行所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所  
東京都調布市深大寺東町 7 丁目 44 番地

電話 武藏野三鷹 (0422) 47-5911 (大代表) 〒182

印刷所 株 式 会 社 東 京 プ レ ス  
東 京 都 板 橋 区 桜 川 2 - 27 - 12

---

