

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-571

矢羽根を用いた冗長型気流方向測定装置の最適化  
と設計のための数値解析について

木村武雄・滝沢実・内田忠夫

1987年4月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

|                       |    |
|-----------------------|----|
| I. 序 論 .....          | 1  |
| 1. はじめに .....         | 1  |
| 2. 測定原理 .....         | 3  |
| II. 本 論 .....         | 5  |
| 3. 観測方程式 .....        | 5  |
| 4. 観測方程式の解 .....      | 5  |
| 5. 観測系の評価 .....       | 6  |
| 6. 観測系の諸特性 .....      | 7  |
| III. 補 論 .....        | 9  |
| 7. 数値シミュレーション .....   | 9  |
| 8. 数値シミュレーション結果 ..... | 11 |
| IV. 結 論 .....         | 13 |
| 参考文献 .....            | 13 |
| 付 録 A .....           | 40 |

# 矢羽根を用いた冗長型気流方向測定装置の最適化 と設計のための数値解析について\*

木村武雄\*\* 滝沢 実\*\* 内田忠夫\*\*\*

## A Study for Optimization of Redundant Vane-Type Flow-Direction Sensing Systems and Numerical Analysis for Design of the Systems

Takeo KIMURA, Minoru TAKIZAWA  
and Tadao UCHIDA

### ABSTRACT

In the previous investigation it was shown that the determinant of a covariance matrix should be recognized as a reasonable criterion for comparing the quality of observation systems, and the determinant criterion was applied to find the optimum observation systems for 2-dimensional vector sensing in cases where the observation errors were not correlated with each other and normally distributed with zero means and equal variances.

In the present investigation it is explained that the vane-type flow-direction sensing systems are approximately equal to the 2-dimensional vector sensing systems mentioned above from the view-point of evaluation analysis for the observation systems. And the optimum orientations of the redundant vane-type systems are shown. Furthermore the general properties of the orientations are clarified. Last, numerical experiments of error propagation are exercised to show how much influence the measurement and misalignment errors have on the final solutions.

### 1. 序 論

#### 1. はじめに

航空機の安全性、信頼性に対する要求は近年ますます大きくなり、たとえば、機体の一部が損傷しても、他の部分でそれを補って安全が確保される所謂フェールセーフ設計を採用するとか、あるいは、航

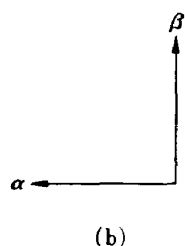
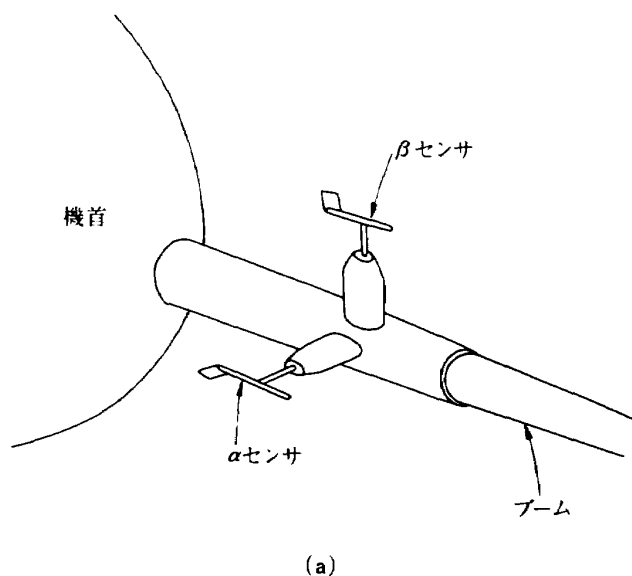
空機を安全確実にコントロールするための飛行制御システムについて、一部分の系統が壊れても他の系統でそれを補う冗長系に構成されるなどの趨勢にある。それに対応して、飛行制御システムを構成する各種搭載機器も、多重系もしくは冗長系に構成されることが多くなって来た。本報告で述べる気流方向測定装置( $\alpha/\beta$ センサ・システム)についても例外でなくそのような要請が強い。

従来の矢羽根を用いた気流方向測定装置( $\alpha/\beta$ センサ・システム)は、図-1(a)に示すように、水平

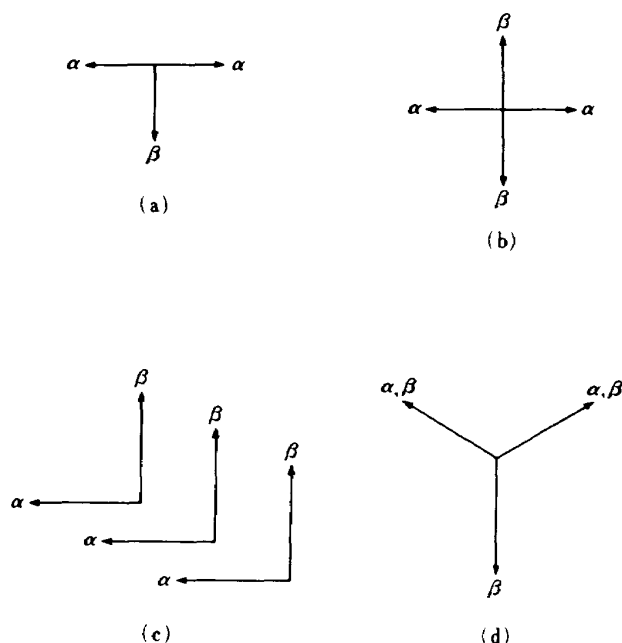
\* 昭和61年6月13日受付

\*\* 計測部

\*\*\* 新型航空機研究グループ

図-1 従来型  $\alpha/\beta$  センサ

方向に回転軸を取りつけた  $\alpha$  センサによりその回転角  $\alpha$  (迎え角) を測定し、垂直方向に回転軸を取りつけた  $\beta$  センサによりその回転角  $\beta$  (横滑り角) を測定している<sup>4)</sup> (正確には、 $\beta$  センサにより測定しているのは第Ⅱ章で言う“擬”横滑り角  $b$  である。しかし、 $\beta$  と  $b$  の差は小さく、概念的には、横滑り角  $\beta$  を測っているものと考えてよい。詳細は付録 A を参照されたい)。この  $\alpha$  センサおよび  $\beta$  センサは図では機首の先端のブームに取り付けられているが、通常は機首・胴体のまわりに取り付けることが多い。この  $\alpha$  センサおよび  $\beta$  センサの回転軸の配置方向を矢印で示した概略図が図-1(b)である。この従来の配置の欠点は、 $\alpha$ 、 $\beta$  について冗長系になっていないことである。つまり、 $\alpha$  センサが壊れれば  $\alpha$  が測れず、 $\beta$  センサが壊れれば  $\beta$  が測れないという問題点がある。従って、これを克服するため冗長化する必要が出て来るが、今日まで、図-2(a)に示すように、回転軸を T 字形に配して、 $\alpha$  の測定だけ 2 重に

図-2 各種の冗長型  $\alpha/\beta$  センサシステム

するとか、あるいは、図-2(b)に示すように、回転軸を十字形に配して、 $\alpha$  と  $\beta$  の測定を 2 重化するかが考えられ、一部実用化されていた。この考え方を延長して 3 重化すれば図-2(c)のようになるに違いない。しかし、この図の配置はいかにもギコチない。もっとうまい方法はないものか。また、矢羽根の配置は図-1のままで、各回転軸の根元にある角度センサだけを多重化する方式もあるが<sup>6)</sup>、これでは、角度センサを除く矢羽根の部分の損傷に対処できない。すなわち、気流に対して冗長系とはいえない。

いづれにしろ、従来の配置は回転軸が水平か垂直かいつれかに限られている。そのため、システム構成の自由度が狭められている、と結論できる。

一方、筆者は、これまでに、二次元ベクトル量計測<sup>3)</sup>について検討し、二次元ベクトル量計測における最適観測軸配置の知識を得ていた。すなわち、図-5に示されるとおりの配置であり、更に、次のような性質を持つ(詳しくは、文献3)を参照のこと)。

① 観測軸を逆向きにしても観測系の良さ<sup>1),2)</sup>は変わらない。

② 平面内において、観測軸同志の位置関係は変えずに、観測系全体を任意に回転させても観測系の良さ<sup>1),2)</sup>は変わらない。

さて、ここで注目すべきは、図-5に示すように、観測軸が 2 本 (同図においては  $p=2$ ) の場合の最

適観測軸配置が、直交2軸になっていることである。矢羽根を用いた気流方向測定装置の基本形は、既に図-1に示したように、同じく直交2軸である。このように、共に直交2軸なのは、矢羽根を用いた気流方向測定装置のシステムが二次元ベクトル量計測システムと等価（この意味は後に、第Ⅲ章で述べる）ではないのか。もし等価だとすると、矢羽根を用いた気流方向測定装置の冗長化は容易である。なぜなら、二次元ベクトル量計測の場合に、冗長型の最適解が既に得られているからである。すなわち図-5における観測軸の個数 $p$ が3以上の場合がそれである。また、たとえば、観測軸の個数を3とするとき、同図における $p=3$ の解に上述した性質①、②を適用して図-2(d)のような、回転軸をY字形に配した解を得る。この解を良く観察するならば、このシステムによって $\alpha$ 、 $\beta$ を測定できることは想像に難くない。また、この解は物理的感覚により、確かに、3個の矢羽根を用いた場合の、気流方向測定装置の最適解であろうと推察される。であるならば、矢羽根を用いた気流方向測定装置のシステムが二次元ベクトル量計測のシステムと等価であることは、確かである可能性が高い。

本研究は、 $\alpha/\beta$ センサ・システムの高信頼度化を目指して2次元ベクトル量計測に基づく冗長型 $\alpha/\beta$ センサ・システムを提案し、装置の実用化を図ることを目的としている。本報告では、まず、装置の測定原理を明らかにし（第Ⅰ章）、また、観測軸の最適配置について検討を加え（第Ⅱ章）、更に、本装置の設計に必要な資料を得るために行った数値シミュレーションについても述べる（第Ⅲ章）。

## 2. 測定原理

従来の、矢羽根を用いた気流方向測定装置（ $\alpha/\beta$ センサ・システム）は、「はじめに」のところでも既に述べたように、センサの回転軸が水平か垂直のいずれかであった。ここでは、もっと一般的に、斜めに回転軸を配置する場合も考慮して、矢羽根を用いた気流方向測定装置（ $\alpha/\beta$ センサ・システム）の測定原理を表わす基本的関係式を明らかにする。

まず、次のような記号を導入する。

座標系： $x$ （機首方向）

$y$ （右翼方向）

$z$ （床下方向）

風向ベクトル： $\boldsymbol{v}$

風向ベクトル $\boldsymbol{v}$ の $x$ 成分： $v_x$

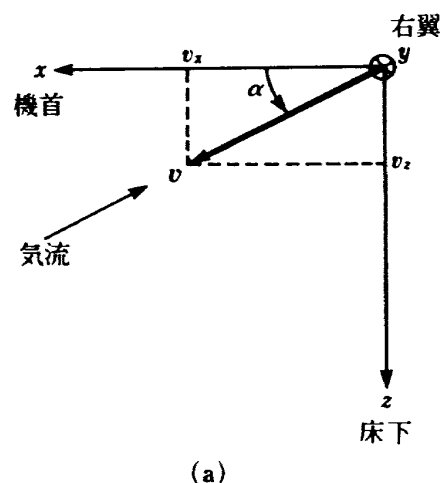
$y$ 成分： $v_y$

$z$ 成分： $v_z$

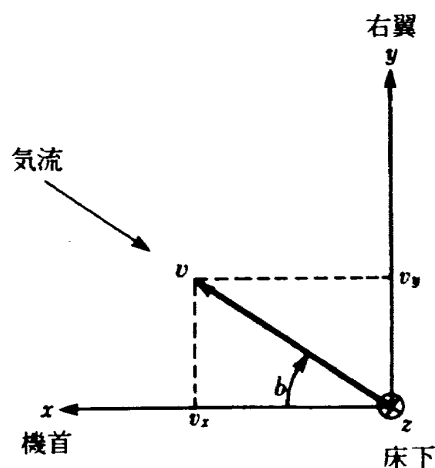
迎え角： $\alpha$ （図-3(a)に示すように、風向ベクトル $\boldsymbol{v}$ を $xz$ 平面に正射影した場合、その正射影されたベクトルと $x$ 軸との成す角度を言う。風が床下方向から吹き上げて来る場合をプラスとする。

ただし $|\alpha| \leq 90$ 度とする。）

擬横滑り角： $b$ （図-3(b)に示すように、風向ベクトル $\boldsymbol{v}$ を $xy$ 平面に正射影した場合、その正射影されたベクトルと $x$ 軸との成す



(a)



(b)

図-3 迎え角 $\alpha$ および擬横滑り角 $b$ の定義

角度を言う。風が前方右方向からやって来る場合をプラスとする。なお、所謂 $\beta$ センサ（このセンサの回転軸は上述した $z$ 軸に一致）で測っている量は、ここで言う擬横滑り角 $b$ であって、正式に定義された所の横滑り角 $\beta$ ではない。このことは「はじめに」の所でも少し触れた。詳しくは付録Aを参照のこと。

ただし $|b| \ll 90$ 度とする。）

横滑り角： $\beta$ （この量の定義等は付録Aに示す。）

そこで明らかにされているように、この $\beta$ は上述した擬横滑り角 $b$ および迎え角 $\alpha$ を用いて

$$\tan \beta = \tan b \cos \alpha \quad (2-1)$$

もしくは、逆に

$$\tan b = \tan \beta / \cos \alpha \quad (2-2)$$

と表わされる。

ただし $|\beta| \ll 90$ 度とする。）

センサの配置角度： $\theta_i$ （図-4(a)に示すように、センサの回転軸 $z'$ と $z$ 軸との成す角度を言う。同図において、反時計方向回りをプラスとする。ただし、センサの回転軸は $xy$ 平面上に限定して取り付けものとする。なお、センサの回転軸を、本報告では、観測軸もしくはセンサ軸と称することにする。）

センサ真値： $\delta_i$ （図-4(b)に示すように、センサ軸 $z'$ の回りにセンサが回転した角度を言う。センサ軸を表わす矢印について右回りをプラスとする。）

そうすると、次のような関係式がなりたつ。

$\alpha$ の定義（図-3(a)参照）より

$$\tan \alpha = v_z / v_x \quad (2-3)$$

$b$ の定義（図-3(b)参照）より

$$\tan b = v_y / v_x \quad (2-4)$$

$\theta_i$ の定義（図-4(a)参照）より、座標変換の公式に従って

$$\left. \begin{aligned} v'_x &= v_x \\ v'_y &= v_y \cos \theta_i + v_z \sin \theta_i \\ v'_z &= -v_y \sin \theta_i + v_z \cos \theta_i \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

$\delta_i$ の定義（図-4(b)参照）より

$$\tan \delta_i = v'_y / v'_x \quad (2-6)$$

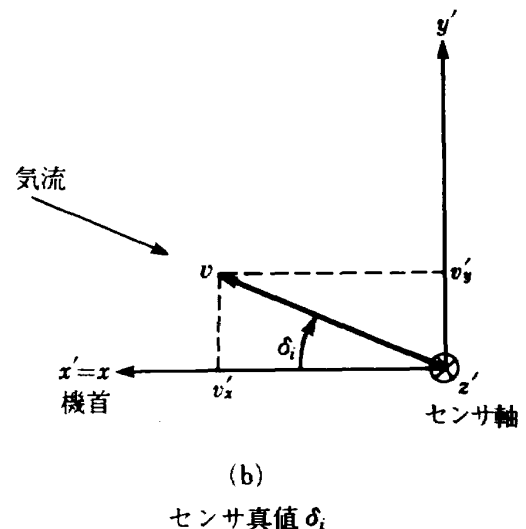
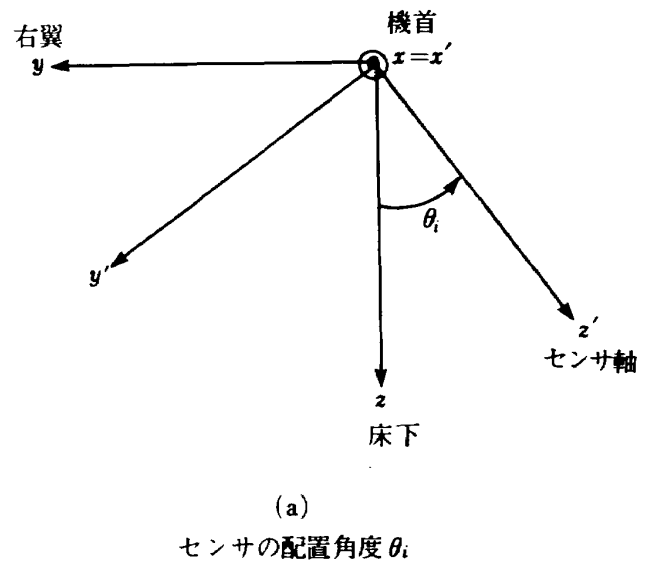


図-4 センサの配置角度 $\theta_i$ およびセンサ真値 $\delta_i$ の定義

従って、(2-3), (2-4), (2-5), (2-6)式より

$$\begin{aligned} \tan \delta_i &= (v_y / v_x) \cos \theta_i + (v_z / v_x) \sin \theta_i \\ &= \tan b \cdot \cos \theta_i + \tan \alpha \cdot \sin \theta_i \\ &= \sin \theta_i \cdot \tan \alpha + \cos \theta_i \cdot \tan b \quad (2-7) \end{aligned}$$

となる。上式(2-7)が、迎え角( $\alpha$ )、擬横滑り角( $b$ )とセンサ真値( $\delta_i$ )を結ぶ基本的関係式であり、観測軸が斜めの場合も含めた一般的測定原理を表わす。

上式を良く見ると、 $\delta_i$ 、 $\alpha$ 、 $b$ は線形関係にないが、 $\tan \delta_i$ 、 $\tan \alpha$ 、 $\tan b$ については線形関係にある。ただし、 $\alpha$ 、 $b$ が0に近いならば、従って、 $\delta_i$ も0に近いならば、(2-2)式の関係より $b \approx \beta$ に注意して、(2-7)式は

$$\delta_i \triangleq \sin \theta_i \cdot \alpha + \cos \theta_i \cdot \beta \quad (2-8)$$

と書き換えられ、 $\delta_i$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  は線形で結合して、二次元ベクトル量計測<sup>3)</sup>と同じになる。

つまり、二次元ベクトル量計測の基本式は

$$\lambda_i = l_i \cdot x + m_i \cdot y \quad (2-9)$$

$$\text{ただし、} (l_i)^2 + (m_i)^2 = 1 \quad (2-10)$$

と表わされ、これが上式(2-8)に対応する。すなわち

$\delta_i \sim \lambda_i$  : 観測値

$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  : 未知所求量

$\begin{bmatrix} \sin \theta_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} l_i \\ m_i \end{bmatrix}$  : 観測軸の配置

である。従って、両者が等価(くわしくは第Ⅲ章)であることが明らかとなる。

$\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\delta_i$  が 0 に近くない場合でも、次章に述べる手法により、二次元ベクトル量計測と、事実上、等価であることが示される。

## Ⅱ. 本 論

### 3. 観測方程式

本節で、観測方程式を定式化する。定式化する前に、次の諸記号を導入する。

センサの個数： $P$  ( $P \geq 3$  のとき冗長型、しかし、ここでは、一般的に  $P \geq 2$  として考える)。

観測値： $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots, P$ )

$$\text{ただし } \lambda_i = \delta_i + \epsilon_i \quad (i=1, 2, \dots, P) \quad (3-1)$$

観測誤差： $\epsilon_i$  ( $i=1, 2, \dots, P$ )

$$\text{ただし } E(\epsilon_i \epsilon_j) = \epsilon^2 \delta_{ij} \quad (i, j=1, 2, \dots, P) \quad (3-2)$$

未知所求量： $x, y$

ただし

$$\left. \begin{aligned} x &= \tan \alpha \\ y &= \tan b = \tan \beta / \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

(もともとは、 $\alpha$ 、 $\beta$  が未知所求量であるが、未知所求量をこのように変換しても、一次近似の意味で、観測系の評価のうえでは、問題は生じない)

とし、(2-1)式に、(3-1)式における  $\delta_i$  (すなわち  $\delta_i = \lambda_i - \epsilon_i$ ) を代入し、(3-3)式を考慮して観測方程式を次のように設定する。

$$\tan(\lambda_i - \epsilon_i) = \sin \theta_i \cdot x + \cos \theta_i \cdot y \quad (i=1, 2, \dots, P) \quad (3-4)$$

上式の左辺をテイラー展開し、 $\epsilon_i$  を小さいと見て、線形近似すれば

$$\begin{aligned} \tan(\lambda_i - \epsilon_i) &= \tan \lambda_i - (\tan \lambda_i)' \cdot \epsilon_i \\ &\quad + \dots \\ &\triangleq \tan \lambda_i - \sec^2 \lambda_i \cdot \epsilon_i \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, P) \quad (3-5)$$

となり、上式(3-5)を(3-4)式に代入して整理すれば

$$\tan \lambda_i \triangleq \sin \theta_i \cdot x + \cos \theta_i \cdot y + \sec^2 \lambda_i \cdot \epsilon_i \quad (i=1, 2, \dots, P) \quad (3-6)$$

となる。従って、 $\theta_i$  ( $i=1, 2, \dots, P \geq 2$ ) を適当にとるならば、観測値  $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots, P \geq 2$ ) より、未知所求量  $x, y$ 、従って、最終的には  $\alpha, \beta$ 、を求めることができる。すなわち、(3-3)式より

$$\begin{aligned} \alpha &= A \tan(x) \\ \beta &= A \tan(y \cos \alpha) \end{aligned} \quad (3-7)$$

と求められる。ただし、 $A \tan$  とは arctangent ( $\tan^{-1}$ ) のことである。以下、 $A \tan$  と記したらこの意味である。

### 4. 観測方程式の解

上式(3-6)を行列表示で

$$\begin{bmatrix} \tan \lambda_1 \\ \tan \lambda_2 \\ \vdots \\ \tan \lambda_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \\ \vdots & \vdots \\ \sin \theta_P & \cos \theta_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sec^2 \lambda_1 \cdot \epsilon_1 \\ \sec^2 \lambda_2 \cdot \epsilon_2 \\ \vdots \\ \sec^2 \lambda_P \cdot \epsilon_P \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

と記し、これを

$$\lambda' = Fv + e' \quad (4-2)$$

と略記する。すなわち

$$\lambda' = \begin{bmatrix} \tan \lambda_1 \\ \tan \lambda_2 \\ \vdots \\ \tan \lambda_P \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

$$F = \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \\ \vdots & \vdots \\ \sin \theta_p & \cos \theta_p \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

$$v = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

$$\epsilon' = \begin{bmatrix} \sec^2 \lambda_1 \cdot \epsilon_1 \\ \sec^2 \lambda_2 \cdot \epsilon_2 \\ \vdots \\ \sec^2 \lambda_p \cdot \epsilon_p \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

とした。そうすると、観測方程式 (4-2) の解は、最小二乗法または最尤法により

$$v = (\tilde{F} W F)^{-1} \tilde{F} W \lambda' \quad (4-7)$$

$$\Sigma = (\tilde{F} W F)^{-1} \quad (4-8)$$

と計算される。ただし

$$W^{-1} = \{E(\epsilon' \epsilon')\} \quad (4-9)$$

である。なお、 $\tilde{F}$  と  $\epsilon'$  はそれぞれ  $F$  の転置行列および  $\epsilon'$  の転置ベクトルを意味する。

ここで

$$\begin{aligned} E(\epsilon'_i \epsilon'_j) &= E(\sec^2 \lambda_i \sec^2 \lambda_j \epsilon_i \epsilon_j) \\ &= \sec^4 \lambda_i \epsilon_{ij}^2 \end{aligned} \quad (4-10)$$

であることに注意する。

## 5. 観測系の評価

観測系を評価するためには、前節で述べた  $\Sigma$  の何らかの関数で測るのが普通である。従来、Trace ( $\Sigma$ ) とすることが多かった。しかし、「観測系の評価に関するひとつの数学的理論」<sup>2)</sup>によれば、合理的評価関数は事実上 Det ( $\Sigma$ ) しか無いことが示される。従って、本報告では、観測系を評価する評価関数として Det ( $\Sigma$ ) を用いることにする。そして、この値が小さければ小さい程、良い観測系であるとする。

さて、Det ( $\Sigma$ ) は (4-8) 式を考慮して

$$\text{Det}(\Sigma) = \text{Det}(\tilde{F} W F)^{-1} \quad (5-1)$$

と表わされる。ここに、重み  $W$  は、(4-9)、(4-10) 式より、 $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots, p$ ) の関数である。従って、上式 (5-1) を最小ならしめる  $F$  は重み  $i$  かん、つまり、 $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots, p$ ) の値  $i$  かん、によって変わってくる。 $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots, p$ ) の値は  $\alpha$ 、

$b$  などの関数であり、最適観測系  $F$  は  $\alpha$ 、 $b$  いかんによって変わって来ることになる。すなわち、 $\alpha$ 、 $b$  とは風向を意味するので、最適の観測系が、風向ごとに変わることになる。観測すべき風向が、いつも一定ならば、最適の観測系も決定されるので、そのように観測系を作っておけばよい。しかし、観測すべき風向は、いつも同一とは限らない。いろいろな風向があるので、あらゆる風向に対処する観測系を考えなければならない。あらゆる風向に対処するということは、「平均的な」最適の観測系を考えることを意味する。

そこで、次のように考える。すなわち

「重みに関連する各々の誤差の項を各々平均する。」

具体的には、(4-8) 式について、もう一度、期待値の演算を今度は  $\lambda_i$  について行なう。すなわち

$$E_{\lambda_i}\{E(\epsilon'_i \epsilon'_j)\} = E_{\lambda_i}(\sec^4 \lambda_i) \epsilon^2 \delta_{ij} \quad (5-2)$$

とし、さらに

$$E_{\lambda_i}(\sec^4 \lambda_i) = C(i \text{ によらない一定数}) \quad (5-3)$$

とする。これは

$$E_{\lambda_i}(\sec^4 \lambda_i) = \int_{-a}^a \sec^4 \lambda_i d\lambda_i / \int_{-a}^a d\lambda_i \quad (5-4)$$

(ただし、 $0 < a \leq 90 \text{ DEG}$ )

と考えれば了解できると思われる。

そうすれば

$$\text{Det}(\Sigma) = \text{Det}(\tilde{F} W F)^{-1} = C^2 \epsilon^4 \text{Det}(\tilde{F} F)^{-1} \quad (5-5)$$

となり、上式 (5-5) を最小、つまり、重みにとらわれずに、 $\text{Det}(\tilde{F} F)$  を最大ならしめる  $F$  を求めれば、これが最適な観測系ということになる。

この最適な観測系については既に「二次元ベクトル量計測における最適観測軸配置について」<sup>3)</sup>の中で解かれている。すなわち、結論を言えば、気流方向測定装置 ( $\alpha/\beta$  センサ・システム) は二次元ベクトル量計測と等価である、ということである。

なお、上記文献と対応させるため

$$l_i = \sin \theta_i \quad (5-6)$$

$$m_i = \cos \theta_i \quad (5-7)$$

と置く。sin と cos が上記文献とは逆になるが、問



題ないことは自ずと明らかであろう。

次節に、上記文献3)の中で明らかにされた諸事項について、本報告にとって必要な部分を概括する。

## 6. 観測系の諸性質

本節では、観測系の持つ、色々な性質について箇条書きに述べる(詳細は文献3)を参照されたい)。

### 6.1 観測系を等価に保つ変換

- ① 観測軸を逆向きにしても観測系の良さは変わらない。
- ② 平面内において、観測系を任意に回転させても観測系の良さは変わらない。
- ③ 観測系を鏡映変換しても、観測系の良さは変わらない。

ことが言える。

### 6.2 最適解同志の和の規則

最適解同志の和の規則を次に示す。

- ④  $P_1$  個からなる最適観測系と  $P_2$  個からなる最適観測系とを任意の位置関係に合わせたものは、 $P_1 + P_2$  個からなる最適観測系の一つである。

### 6.3 最適観測軸配置(最適観測系)

文献3)によれば、この解の一つは

$$\theta_i = \pi(i-1)/P \quad (i=1, 2, \dots, P) \quad (6-1)$$

と表わされる。

この解を図示すれば、図-5のようになる。すなわち<sup>3)</sup>

- ⑤ 基本的な解は、観測軸の個数  $P$  が素数のときのみ存在し、そのときの配置形は、180度を  $P$  等分する方向に観測軸を配置する形で、図-5において、 $P=2, 3, 5, 7, 11$  の場合に示されているような形である。観測軸の個数  $P$  が素数でないときは、複合解しか存在しない。

### 6.4 最適解の考察

以上が二次元ベクトル量計測すなわち気流方向測定装置の理論的側面であり、これまでに得られた諸結論を基に、冗長型気流方向測定装置の概念設計が可能になる。たとえば、「はじめに」のところで指摘した3重系(図-2(c))…このシステムは、 $P=2$  のときの最適解が三つ重なった形であり、最適解

には違いないが…を、既に得られた諸結論に従って設計し直すとしたら、どうなるかを検討する。

1) この3重系(図-2(c))を、6個の観測軸から成るシステムと考えれば、同じ個数の観測軸から成るシステムとして、図-6(b)に示す形が考えられる。このシステムの特徴は4個故障まで大丈夫であるという点である。先の3重系(図-2(c))が大丈夫なのは2個故障までであるので、同じ6個の観測軸から成るシステムとしては、図-6(b)に示す形の方が優れているといえることができる。

2) また、図-2(c)の3重系を2個故障まで大丈夫なシステムと考えれば、同じ信頼度のシステムとして、図-6(a)に示す形が考えられる。これは、より少ない観測軸4個から成るにもかかわらず、図-2(c)の6個の観測軸より成る場合と同じ信頼度が得られており、その点では優れたシステムといえる。

3) また、上記2例の中間的なものとして、図-6(c)に示す形が考えられる。これは図-5における  $P=5$  の場合において、図の偶数番目の観測軸を既述の性質①に従って逆向きにし、さらに、同じく性質②に従って  $\pi/10$  だけ回転させたものである。このシステムは3個故障まで大丈夫なこと、および、重心が中心点に来ていて且つ左右対称であり、各種のメリットが考えられることなどが特徴である。

尚、図-2(b)に示す十字形配置は  $P=2$  の場合の最適解が二つ特殊な位置に重なった、やはり最適解には違いないシステムであるが、重心が中心点に来ていて且つ左右対称であり、図-6(c)と同様に各種のメリットが考えられるという特徴があるものの、信頼度について言えば、大丈夫なのは1個故障までであり、信頼性の点では、同じ4個の観測軸より成る図-6(a)のシステムより劣る。図-2(d)のY字形配置は3個の観測軸より成るもので、これは図-5における  $P=3$  の場合において、図の2番目の観測軸を既述の性質①に従って逆向きにし、さらに、同じく性質②に従って  $\pi/6$  だけ回転させたものである。この形は1個故障まで大丈夫なシステムであり、観測軸の個数が1個少ないにもかかわらず、図-2(b)に示す十字形システムと同等の信頼性を有している。また、重心が中心点にあること、左右対称なことは図-6(c)の場合と同じである。

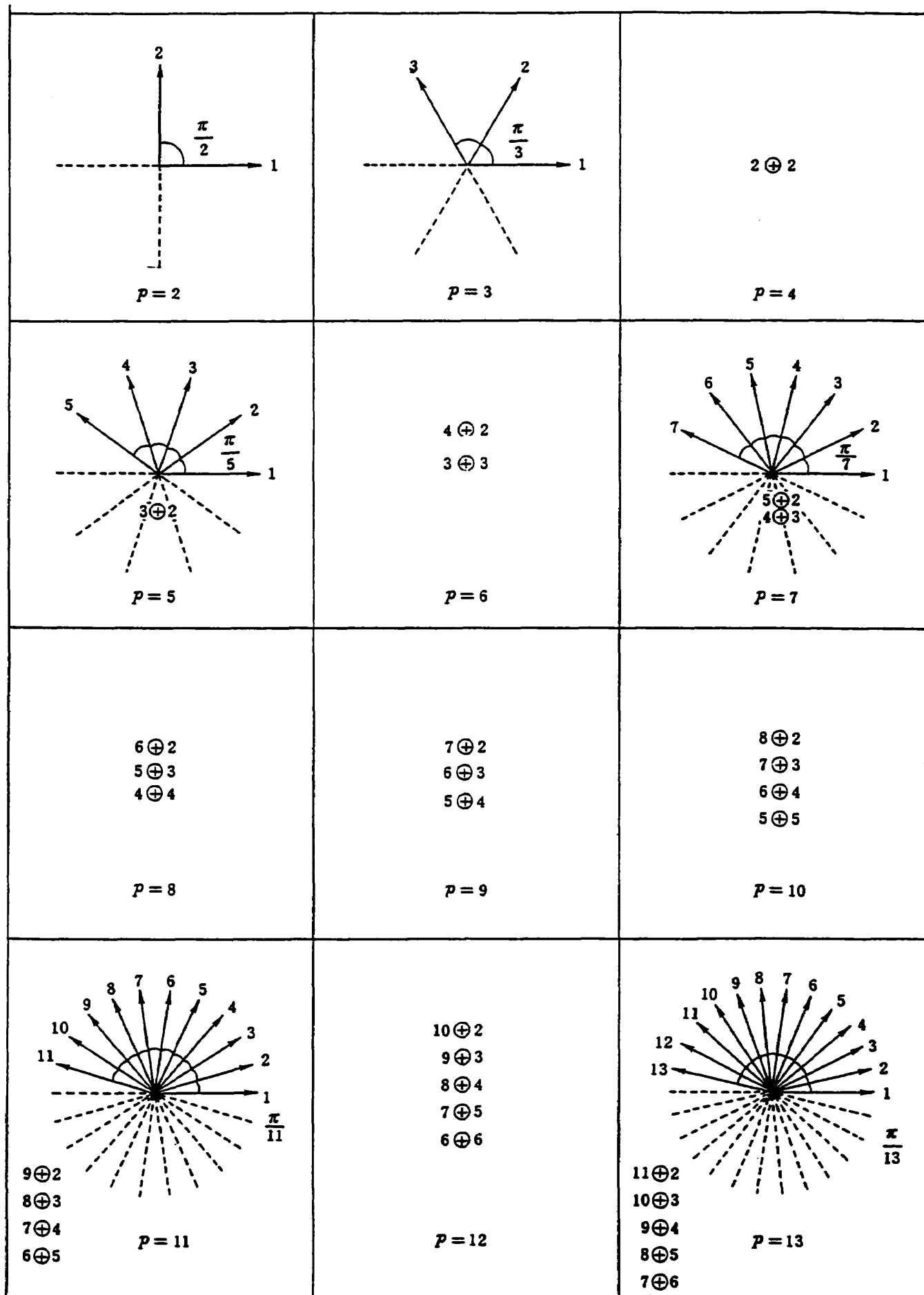
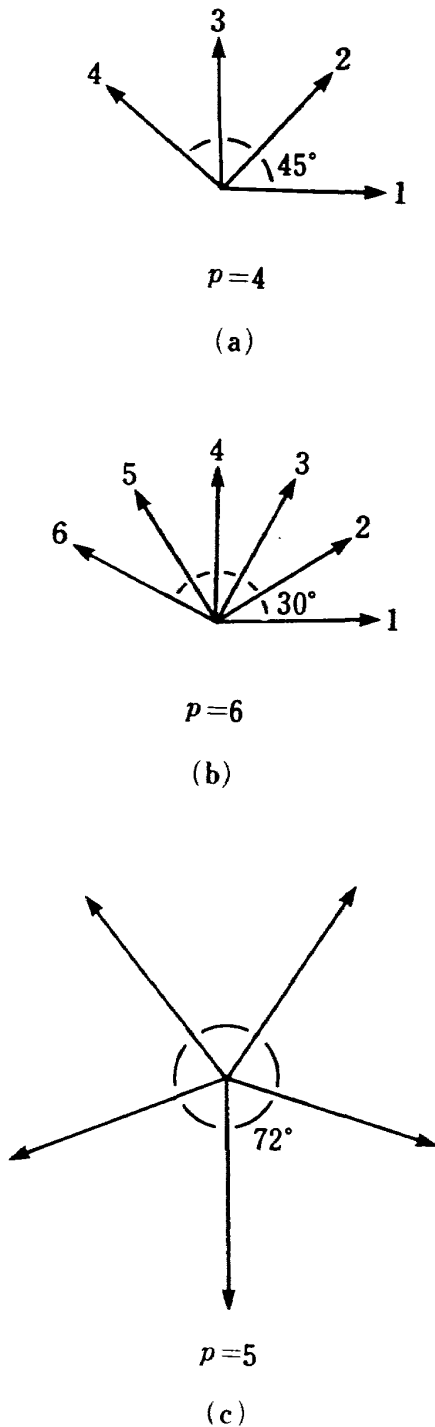


図-5 最適観測軸配置

図-6 新型 $\alpha/\beta$ センサシステム

念のため付記すると、図-6(a), (b)のような配置形に、既述の性質①, ②を適用して、新たな配置形を得ても良いことはいうまでもない。ただし、図-6(a)の場合については、図-2(d), 図-6(c)のように、左右対称にすることは出来るが、重心を中心点に持って来ることは出来ない。もっとも、既述の性質④…最適解同志の和の規則…をも適用すれば、左右対称で且つ重心を中心点に持って来ることは出来る(たとえば、図-2(b)に示す十字形配置のもの、

あるいは、それを45度回転させたX字形配置のもの)。しかし、信頼性については既に述べたように劣るものとなる。

尚、図-2(a)に示すT字形配置は、3個の観測軸より成るシステムであるが、本報告でいう最適解ではない。このシステムは、 $\alpha$ については二重系になっているものの、 $\beta$ について冗長系になっていないという難点がある。

## Ⅱ. 補 論

さて、次に、冗長型気流方向測定装置を実用化することに関連して、より具体的な数値シミュレーションについて述べる。

### 7. 数値シミュレーション

前章までにおいて、冗長型気流方向測定装置( $\alpha/\beta$ センサ・システム)の最適形が明かになり、また、その一般的性質も明らかになった。

そこで、本システムの実用化を図る手順として、先ず数値シミュレーションを行ない、同装置の設計に必要な基礎資料を取得し、装置を試作し、次に風洞試験で、 $\alpha$ ,  $\beta$ が予期したとおりの精度で測定できることを確証し、最後に飛行試験で実用性を評価することが考えられる。

そこで手始めとして、冗長型 $\alpha/\beta$ センサ・システムの数値解析により、計測精度を評価し、設計資料を取得する意味で、最も簡単な、観測軸の個数 $p$ が3のときの最適系を取り上げ、その場合の数値シミュレーションを行なってみる。観測軸の個数 $p$ が3のときの最適系については色々あるが、ここでは、図-2(d)に示す形をとりあげる。この形は、前節でも述べたように、重心が中心点にあり、且つ、左右対称な配置となっているため、力学的に安定なこと、および、誤差が相殺される可能性があり、精度的に有利であると予想されること、また、矢羽根と矢羽根の間隔が120度もあり、相互干渉が少ないと見られること、および、実際にこの装置を作るとき工作が容易なことなどの利点が考えられる。

そこで、図-2(d)に示す観測軸の個数 $p$ が3のときの最適系(三軸 $\alpha/\beta$ センサ・システム)について、故障の無い場合および1個故障の場合について

の誤差解析を目的とした数値シミュレーションを行なう。ここでは主として、測定誤差およびセンサの配置誤差（ミスアライメント）の最終結果（ $\alpha$ および $\beta$ ）への影響を調査する。

### 7.1 故障の無い場合

この項では、三軸よりなる $\alpha/\beta$ センサ・システムのセンサ1, 2, 3が共に故障していない場合を考察する。

#### (1) 疑似データの生成

三軸 $\alpha/\beta$ センサ・システムの数学モデルは既に(2-7)式で示したように

$$\tan \delta_i = \sin \theta_i \cdot x + \cos \theta_i \cdot y \quad (i=1, 2, 3) \quad (7-1)$$

と表わされる。ここに、 $x, y$ は(2-2)式を考慮して

$$\begin{aligned} x &= \tan \alpha \\ y &= \tan b = \tan \beta / \cos \alpha \end{aligned} \quad (7-2)$$

(ただし、 $|\alpha| \leq 90 \text{ DEG}$ ,  $|\beta| \leq 90 \text{ DEG}$ )

と与えられる。

上式(7-1)を $\delta_i$ について解くと

$$\delta_i = A \tan (\sin \theta_i \cdot x + \cos \theta_i \cdot y) \quad (7-3)$$

となる。但し、ここでは、各数値を次のように設定する。

$$-40 \text{ DEG} \leq \alpha, \beta \leq 40 \text{ DEG}$$

$$\theta_1 = 0 \text{ DEG} + d_1 \text{ (センサ1)}$$

$$\theta_2 = 120 \text{ DEG} + d_2 \text{ (センサ2)}$$

$$\theta_3 = 240 \text{ DEG} + d_3 \text{ (センサ3)}$$

ここに、配置誤差： $d_i = 0$ 又は $0.2 \text{ DEG}$

$$(i=1, 2, 3)$$

そうすると、疑似データ： $\lambda_i (i=1, 2, 3)$ は

$$\lambda_i = \delta_i + b_i \quad (7-4)$$

と計算される。但し、本報告では

$$\begin{aligned} \text{センサ誤差: } b_i &= 0, 0.2 \text{ DEG 又は } 2.0 \text{ DEG} \\ &(i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

とした。

#### (2) 未知所求量( $\alpha, \beta$ )を求める計算

(7-1)式を各 $i (i=1, 2, 3)$ について、真値 $\delta_i$ の代わりに疑似データ $\lambda_i$ で書き換えて、書き下すと

$$\tan \lambda_1 = \sin \theta_1 \cdot x + \cos \theta_1 \cdot y \quad (7-5)$$

$$\tan \lambda_2 = \sin \theta_2 \cdot x + \cos \theta_2 \cdot y \quad (7-6)$$

$$\tan \lambda_3 = \sin \theta_3 \cdot x + \cos \theta_3 \cdot y \quad (7-7)$$

となる。そこで

故障が無い場合はセンサ1, 2, 3からのデータを全て使えるので、(7-5), (7-6), (7-7)式より $x, y$ を重みを考えない最小二乗法で解く(参考文献3; 10-6式を参照のこと)。重みを考えないのは、航空機搭載用を考慮して、計算を簡略化するためである。そうすると

$$\begin{aligned} x &= (2/3)(\sin \theta_1 \cdot \tan \lambda_1 + \sin \theta_2 \cdot \tan \lambda_2 \\ &\quad + \sin \theta_3 \cdot \tan \lambda_3) \end{aligned} \quad (7-8)$$

$$\begin{aligned} y &= (2/3)(\cos \theta_1 \cdot \tan \lambda_1 + \cos \theta_2 \cdot \tan \lambda_2 \\ &\quad + \cos \theta_3 \cdot \tan \lambda_3) \end{aligned} \quad (7-9)$$

が得られ、従って、未返所求量( $\alpha, \beta$ )は(7-2)式の関係より

$$\begin{aligned} \alpha &= A \tan \{ (2/3)(\sin \theta_1 \cdot \tan \lambda_1 \\ &\quad + \sin \theta_2 \cdot \tan \lambda_2 + \sin \theta_3 \cdot \tan \lambda_3) \} \end{aligned} \quad (7-10)$$

$$\begin{aligned} \beta &= A \tan \{ (2/3)(\cos \theta_1 \cdot \tan \lambda_1 \\ &\quad + \cos \theta_2 \cdot \tan \lambda_2 + \cos \theta_3 \cdot \tan \lambda_3) \times \cos \alpha \} \end{aligned} \quad (7-11)$$

と計算される。但し、 $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 120 \text{ DEG}$ ,  $\theta_3 = 240 \text{ DEG}$ とした。従って

$$\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3 = 3/2$$

$$\cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_3 = 3/2$$

であり、この結果は(7-8), (7-9)式を導くとき既に使った。さらに

$$\sin \theta_1 = 0, \quad \cos \theta_1 = 1$$

$$\sin \theta_2 = \sqrt{3}/2, \quad \cos \theta_2 = -1/2$$

$$\sin \theta_3 = -\sqrt{3}/2, \quad \cos \theta_3 = -1/2$$

であるので、これらの値を(7-10), (7-11)式に代入して

$$\alpha = A \tan \{ (\sqrt{3}/3)(\tan \lambda_2 - \tan \lambda_3) \} \quad (7-12)$$

$$\begin{aligned} \beta &= A \tan \{ (1/3)(2 \tan \lambda_1 - \tan \lambda_2 \\ &\quad - \tan \lambda_3) \times \cos \alpha \} \end{aligned} \quad (7-13)$$

を得る。この両式(7-12), (7-13)を用いて、各センサのデータ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ より、未知所求量 $\alpha, \beta$ を求めることが出来る。

### 7.2 1個故障の場合

この項では、三軸 $\alpha/\beta$ センサ・システムのうちの1個のセンサが故障した場合を考える。この場合も、疑似データは故障の無い場合と同じものを用いる。ただし、故障と想定したセンサのデータは用い

ない。つまり、故障の無い場合は、(7-5), (7-6), (7-7)の三式を全て用いて計算したが、故障の有る場合は、故障したセンサに対応する式を用いなくて計算する。

#### (1) センサ1が故障のとき

センサ1に対応する(7-5)式を用いなくて、(7-6), (7-7)式より計算する。先ず、同式より、普通の線形計算で、 $x$ ,  $y$ を求める。すなわち

$$x = (\cos \theta_3 \cdot \tan \lambda_2 - \cos \theta_2 \cdot \tan \lambda_3) / (\sin \theta_2 \cdot \cos \theta_3 - \sin \theta_3 \cdot \cos \theta_2) \quad (7-14)$$

$$y = (\sin \theta_2 \cdot \tan \lambda_3 - \sin \theta_3 \cdot \tan \lambda_2) / (\sin \theta_2 \cdot \cos \theta_3 - \sin \theta_3 \cdot \cos \theta_2) \quad (7-15)$$

となる。ここで、(7-14), (7-15)式に共通の分母は

$$\sin \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_3 \cos \theta_2 = \sin(\theta_2 - \theta_3) \quad (7-16)$$

となり、

$$\theta_2 - \theta_3 = 0, \text{ または } \pm 180 \text{ DEG} \quad (7-17)$$

のとき、上式(7-16)は0となって、(7-14), (7-15)式は解けない。しかし、本報告の場合は

$$\theta_2 - \theta_3 = -120 \text{ DEG} \quad (7-18)$$

なので問題は生じない。

さて、(7-14), (7-15)式より

$$\alpha = A \tan \{ (\cos \theta_3 \cdot \tan \lambda_2 - \cos \theta_2 \cdot \tan \lambda_3) / \sin(\theta_2 - \theta_3) \} \quad (7-19)$$

$$\beta = A \tan \{ (\sin \theta_2 \cdot \tan \lambda_3 - \sin \theta_3 \cdot \tan \lambda_2) \times \cos \alpha / \sin(\theta_2 - \theta_3) \} \quad (7-20)$$

となり、更に計算を進めると

$$\alpha = A \tan \{ (\sqrt{3}/3)(\tan \lambda_2 - \tan \lambda_3) \} \quad (7-21)$$

$$\beta = A \tan \{ -(\tan \lambda_3 + \tan \lambda_2) \times \cos \alpha \} \quad (7-22)$$

が得られる。この両式(7-21), (7-22)を用いて、センサ2, 3のデータ $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ より、未知所求量 $\alpha$ ,  $\beta$ を求めることが出来る。

#### (2) センサ2が故障の場合

センサ2に対応する(7-6)式を用いず、(7-5), (7-7)式より計算する。計算は上記のセンサ1が故障した場合と同様にして

$$\alpha = A \tan \{ -(\sqrt{3}/3)(\tan \lambda_1 + 2 \tan \lambda_3) \} \quad (7-23)$$

$$\beta = A \tan(\tan \lambda_1 \times \cos \alpha) \quad (7-24)$$

が得られる。この両式(7-23), (7-24)を用いて、センサ1, 3のデータ $\lambda_1$ ,  $\lambda_3$ より、未知所求量 $\alpha$ ,  $\beta$ を求めることが出来る。

#### (3) センサ3が故障のとき

センサ3に対応する(7-7)式を用いず、(7-5), (7-6)式より、上記の方法で

$$\alpha = A \tan \{ (\sqrt{3}/3)(\tan \lambda_1 + 2 \tan \lambda_2) \} \quad (7-25)$$

$$\beta = A \tan(\tan \lambda_1 \times \cos \alpha) \quad (7-26)$$

が得られ、この両式(7-25), (7-26)を用いて、センサ1, 2のデータ $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ より、未知所求量 $\alpha$ ,  $\beta$ を求めることが出来る。

### 8. 数値シミュレーション結果

図-7~図-28に、 $\alpha$ ,  $\beta = -40, -35, -30, \dots, 0, 5, 10, \dots, 35, 40$ 度( $\alpha$ ,  $\beta$ 共5度刻み)のときの、誤差の俯瞰図を示す。この図によって、誤差の大体の様子を掴むことが出来る。各々の図において、左側の図(a)に $\Delta\alpha$ (迎え角 $\alpha$ の誤差)を、右側の図(b)に $\Delta\beta$ (横滑り角 $\beta$ の誤差)を表す。図-7~図-19の中央下の所に書かれている $b_i$ ( $i=1, 2, 3$ )はセンサ $i$ ( $i=1, 2, 3$ )のセンサ誤差を意味する。また、例えば、図-7~図-9の場合、無故障、故障1、故障2、故障3等は、それぞれ、故障の無い場合、センサ1が故障の場合、センサ2が故障の場合、センサ3が故障の場合を意味する。また図-20~図-28の中央下の所に書かれている $d_i$ ( $i=1, 2, 3$ )はセンサ $i$ ( $i=1, 2, 3$ )の配置誤差を意味している。無故障、故障1、故障2、故障3等については上の場合と同様である。そして、その様な条件のときの最終誤差、 $\Delta\alpha$ (迎え角の誤差)および $\Delta\beta$ (横滑り角の誤差)をそれぞれ左右の図に示す。これら $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$ の値は縦軸で表され、それらは小数値として書込まれている。各図の右斜方向が $\beta$ 軸( $\beta$ の真値)で $-40$ 度から $+40$ 度まで、左斜方向が $\alpha$ 軸( $\alpha$ の真値)で、同じく、 $-40$ 度から $+40$ 度までである。ただし、俯瞰図を表わすための刻み幅は、既に述べたように、5度間隔となっている。

次に表について説明すると、ここに掲げた表は上記の図を作成する際の元となる数値の表である。表

表-1～表-8に、 $\alpha=20$ 度、 $\beta=-10$ 度のときの直接的結果を示し、この直接的結果を基に計算した間接的結果を表-9～表-11に示す。また、表-12、13は $\alpha=-40$ 度、 $\beta=-40$ 度の場合の直接的結果であるが、補足的に挿入した。各々の表において、最終誤差の欄の下に書かれている無故障、故障1、故障2、故障3等の意味は、図の場合と同じで、それぞれ、そのとき、右欄に示す値の誤差を生ずることを示す。従って、表の配置誤差の欄およびセンサ誤差の欄の値が全て0の場合、最終誤差も無論、全て0になるべきであり、実際、プログラムの検証の時に、そうなることを確認してある。

以下、各表について、若干、説明を加える。

#### (1) 直接結果

表-1は、各センサに共通のバイアスエラー（センサ誤差）が付随した場合、故障の無いときは、最終誤差がかなり小さくなることを示す。これは、重心が中心点にあることにより、同じ符号（この場合プラス）の誤差が相殺されるからである。このようにバイアスエラーが除去されることについてはあとがきのところで再度、言及する。

また、同じく、この場合、同表は、センサ1が故障のとき、 $\alpha$ は良く求まるが $\beta$ に誤差が集中してしまうことをも示している。これは、故障でないセンサ2、3が左右対称の配置であることにより、同じ大きさの誤差が相殺されて $\alpha$ が良く求まり、上下対称ではないことにより、同じ大きさの誤差が加重され $\beta$ が良く求まらないことを示す。

表-2、3は、センサ誤差が一桁ちがう場合、最終誤差もやはり、一桁ちがうことを示す。これは、このシステムが線形に近いことを意味する。

表-3、4、5は、各センサごとのセンサ誤差の影響を示す。故障の無い場合、最終誤差は、センサ誤差の大きさより少し小さくなるのが分かる。これは二軸より一軸多い三軸センサ・システムの相応のメリットである。

また、センサ1或いは、センサ2或いは、センサ3がそれぞれ故障のとき、多少、誤差は大きくなるが、大きすぎることはないことが認められる。このことは、センサが一つ故障しても大丈夫であることを示す。

表-6、7、8は、各センサごとの配置誤差の最終誤差への影響が、センサ誤差の場合と比較して、かなり小さいことを示す。このことは、実際に装置を作る場合の工作精度、あるいは、配置に関する校正精度を考えると参考になる。

#### (2) 間接結果

また、以上の表から、次のような推算が可能である。

##### a) 総合誤差

センサ誤差1、2、3が共に0.2度の場合の最終誤差は表-1に示されているが、その誤差を一桁下げて、センサ誤差1、2、3が共に0.02度の場合の最終誤差の推定は、表-1の最終誤差の欄の値を全て一桁下げることにより得られると同時に、また、次のようにしても得られる。すなわち、センサ誤差1だけ0.2度で他は0の場合の影響を示す表-3、および、センサ誤差2だけ0.2度で他は0の場合の表-4、および、センサ誤差3だけ0.2度で他は0の場合の表-5の各表の最終誤差の欄について、それぞれに対応する欄の数値を足していけば、それがセンサ誤差1、2、3が共に0.2度の場合の総合的な最終誤差である。因に、そのような足し算を実際にしてみると表-9のようになる。この表と、上述のように表-1から推算した場合とを比較すると、オーダー的にはほぼ一致することが分かる。これは、このシステムが、既に述べたように、線形に近いことによる。

また、センサ誤差1、2、3が、例えば、それぞれ0.2、0.2、-0.2度の場合については、同様の方法で、つまり、表-3と表-4を足し表-5を引くことによって、表-10のような結果が得られる。しかし、この場合も、今までの表と比較して、変わった特徴は見られない。

配置誤差の総合誤差についても同様である。例えば、各配置誤差を全て0.2度とした場合の計算をしてみると、表-6、7、8を足して、表-11のようになる。この場合、無故障でも、いずれの1個故障でも、最終誤差が同じになるが、これは、元の観測系全体を、観測軸の相対位置は変えずに、0.2度回転させただけで、センサ誤差は全て0のままであるからである。

更に、各センサ誤差、配置誤差共に、0.2度の場

合は、表-9と表-11を足せばよい。この結果を表-12に示す。この場合も、いままでの表と変わった特別な傾向は見られない。

#### b) 必要精度

表-1の最終誤差 $\Delta\beta$ の欄の故障1すなわちセンサ1が故障のときが一番大きな誤差(4.25度)となっているが、この値を0.3度程度におさえたい場合には

$$2\text{ DEG} \times 0.3/4.25 = 0.141\text{ DEG}$$

と計算して、センサ誤差を0.14度程度とすればよいことが分かる。配置に関する必要精度についても同様のことが言える。

#### (3) 補 足

なお、上述の表では $\alpha = 20$ 度、 $\beta = -10$ 度と限定してあるので、正確な結論を出すことが出来ないことはいうまでもない。しかし、 $-40\text{度} \leq \alpha$ 、 $\beta \leq 40\text{度}$ の範囲の全体像を示す図と、その元になっている数値の全体を概観すると、 $\alpha = 20$ 度、 $\beta = -10$ 度以外の場合でも、だいたい同じような傾向の結果が得られている。例えば、最も極端な $\alpha = -40$ 度、 $\beta = -40$ 度の場合で、センサ誤差1, 2, 3が共に2度のときの数値を表-13に、同じ場合で、センサ1の配置誤差だけが0.2度のときを表-14に示す。この表-14とこれに対応する表-6とを比較すると、表-14の方が全体に少し大きな誤差となっていることは注意を要する。

なお、以上の事情をもっと正確に調べるには、理論的な誤差解析を待たねばならないが、それは、本報告の範囲を越える。本節(数値シミュレーション)によって、厳密ではないけれども、少しでも冗長型気流方向測定装置の内容が明確になれば幸甚としたい。

## IV. 結 論

観測系の一つである矢羽根を用いた冗長型 $\alpha/\beta$ センサ・システム(気流方向測定装置)が、観測系の評価の上で、二次元ベクトル量計測<sup>3)</sup>と等価であることが明らかにされ、同システムの理論的解明が可能になった。

また、三軸 $\alpha/\beta$ センサ・システムの数値シミュレーションにより、要求精度に応じたシステム設計のための基礎資料が得られ、故障のある場合についても有用な知識が得られた。なお、このシステムによってバイアスエラーが比較的よく除去されることが明らかになったが、それは、このシステムがバイアスエラーを考慮した場合の最適配置となっているためである。このことの詳細、あるいは、その理論的背景については、後日、稿をあらためて報告したい。

以上の結果に基づき、近い将来、三軸 $\alpha/\beta$ センサ・システムの装置を実際に作り、風洞試験および飛行試験を行なっていく予定である。

## 参 考 文 献

- 1) 木村武雄；最良の観測系について，日本統計学会誌，2巻1号(1971)
- 2) 木村武雄；観測系の評価に関するひとつの数学的理論，航技研報告TR-301(1972)
- 3) 木村武雄；二次元ベクトル量計測における最適観測軸配置について，航技研資料TM-547(1985)
- 4) 田畑浄治，松島弘一他；ベーン型気流方向検出器の特性，航技研資料TM-119(1967)
- 5) 日本航空宇宙学会編，航空宇宙工学便覧(1971) pp.250
- 6) STOLプロジェクト推進本部；低騒音STOL実験機の基本設計，航技研資料TM-452(1981年12月) pp.270-291

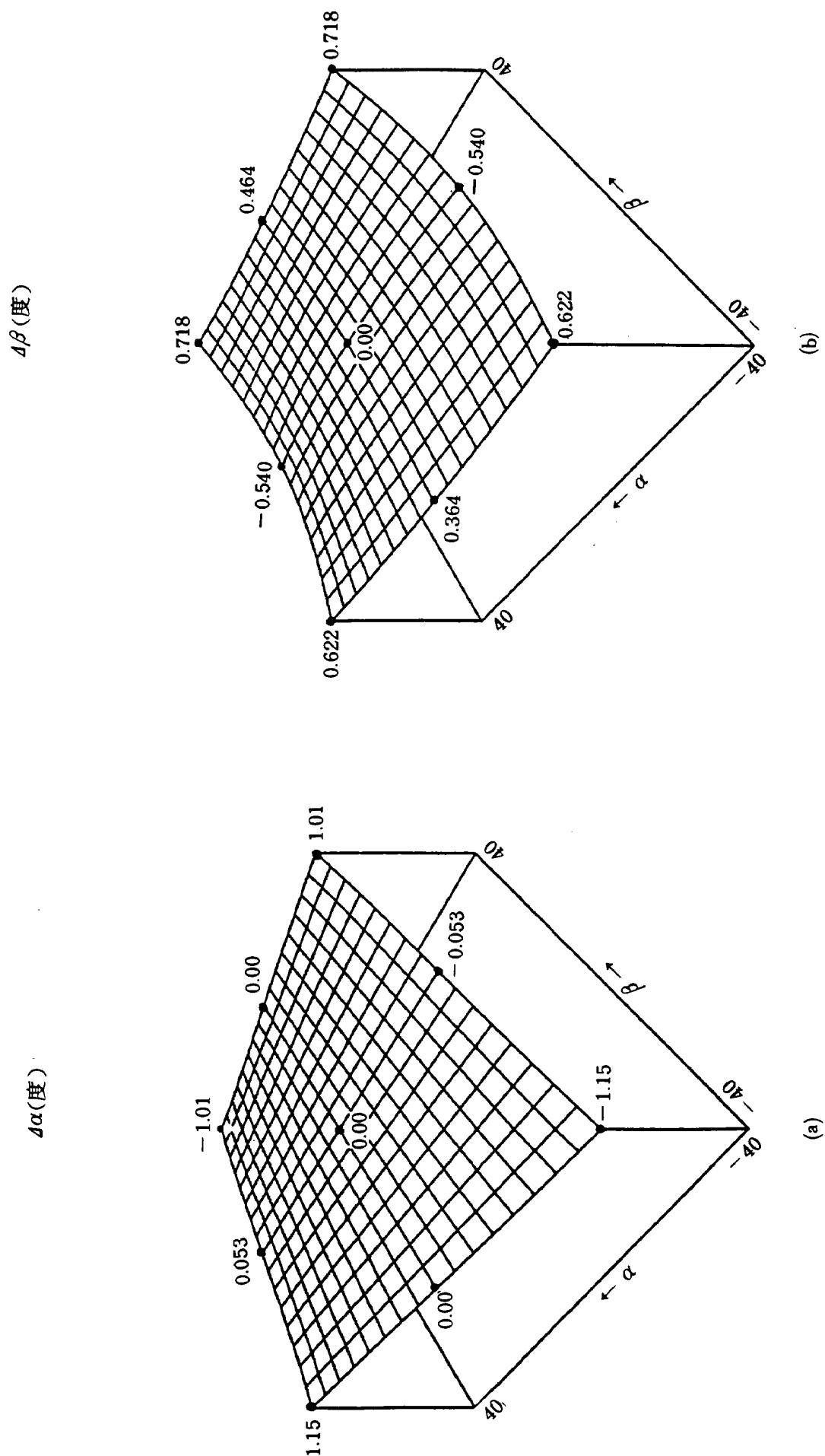


図-7 センサ誤差  $b_1 = b_2 = b_3 = 2.0$  度, 無故障の場合



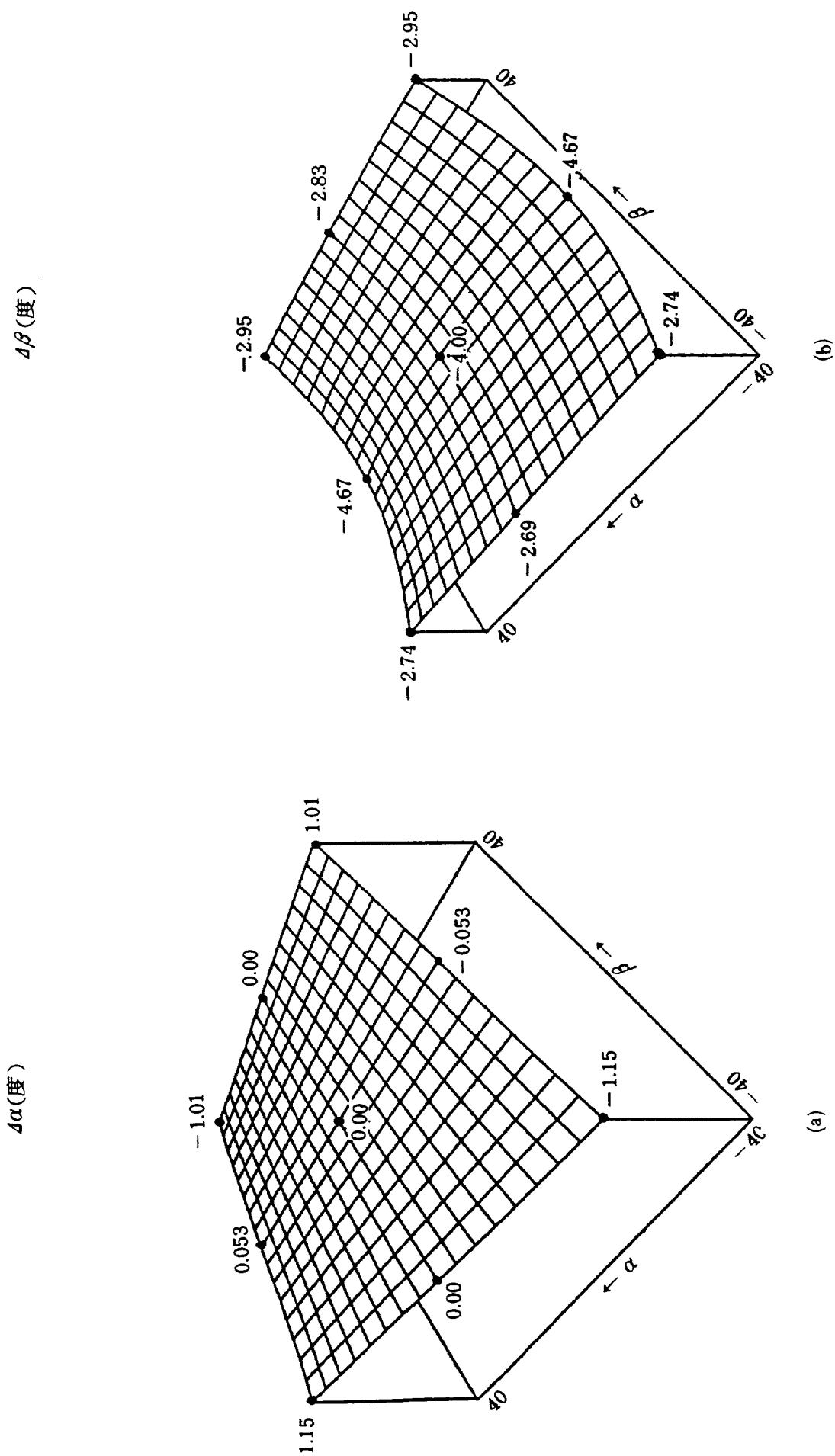


図-8 センサ誤差  $b_1 = b_2 = b_3 = 2.0$  度, 故障1の場合

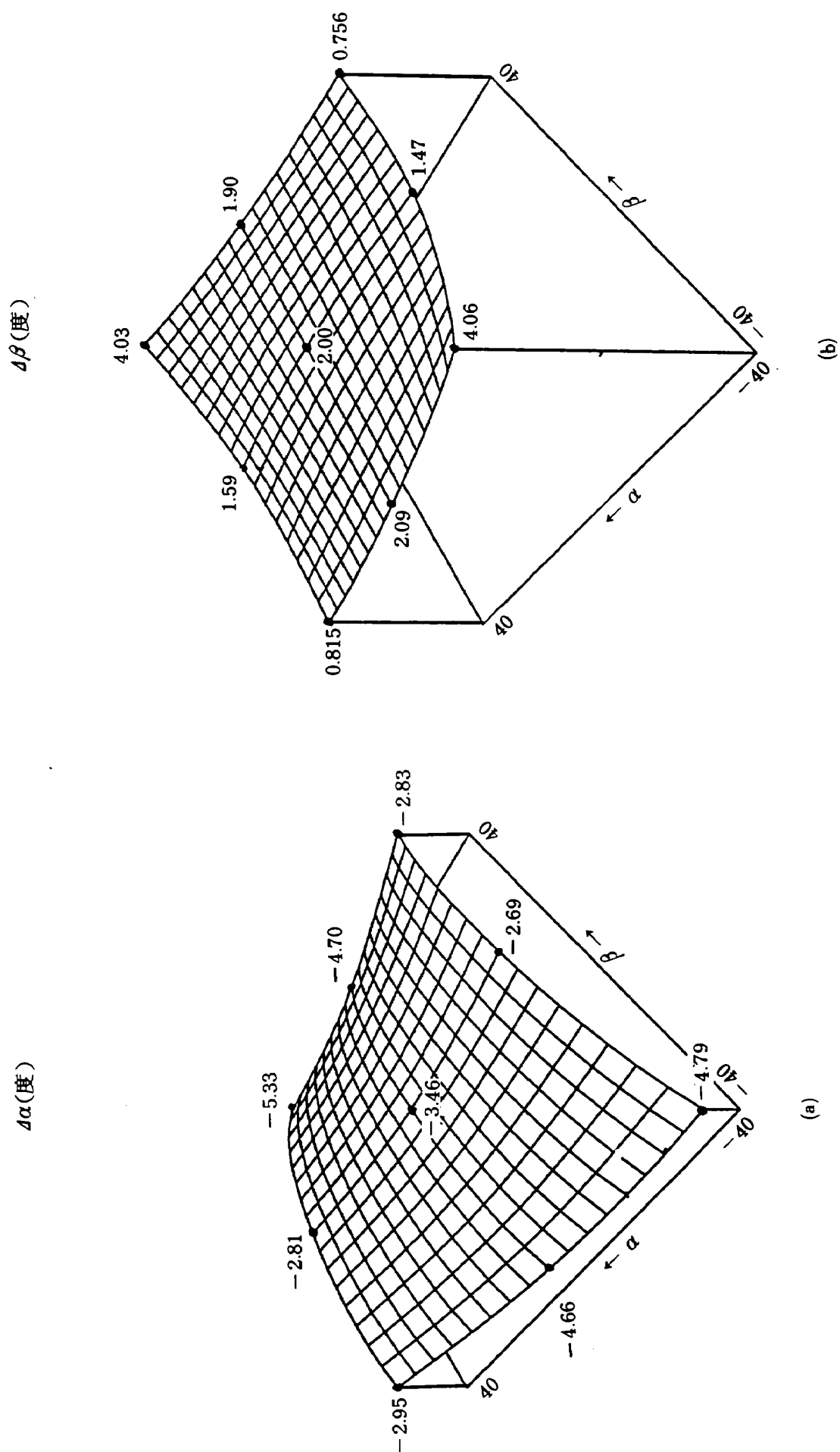


図-9 センサ誤差  $b_1 = b_2 = b_3 = 2.0$  度, 故障 2 の場合

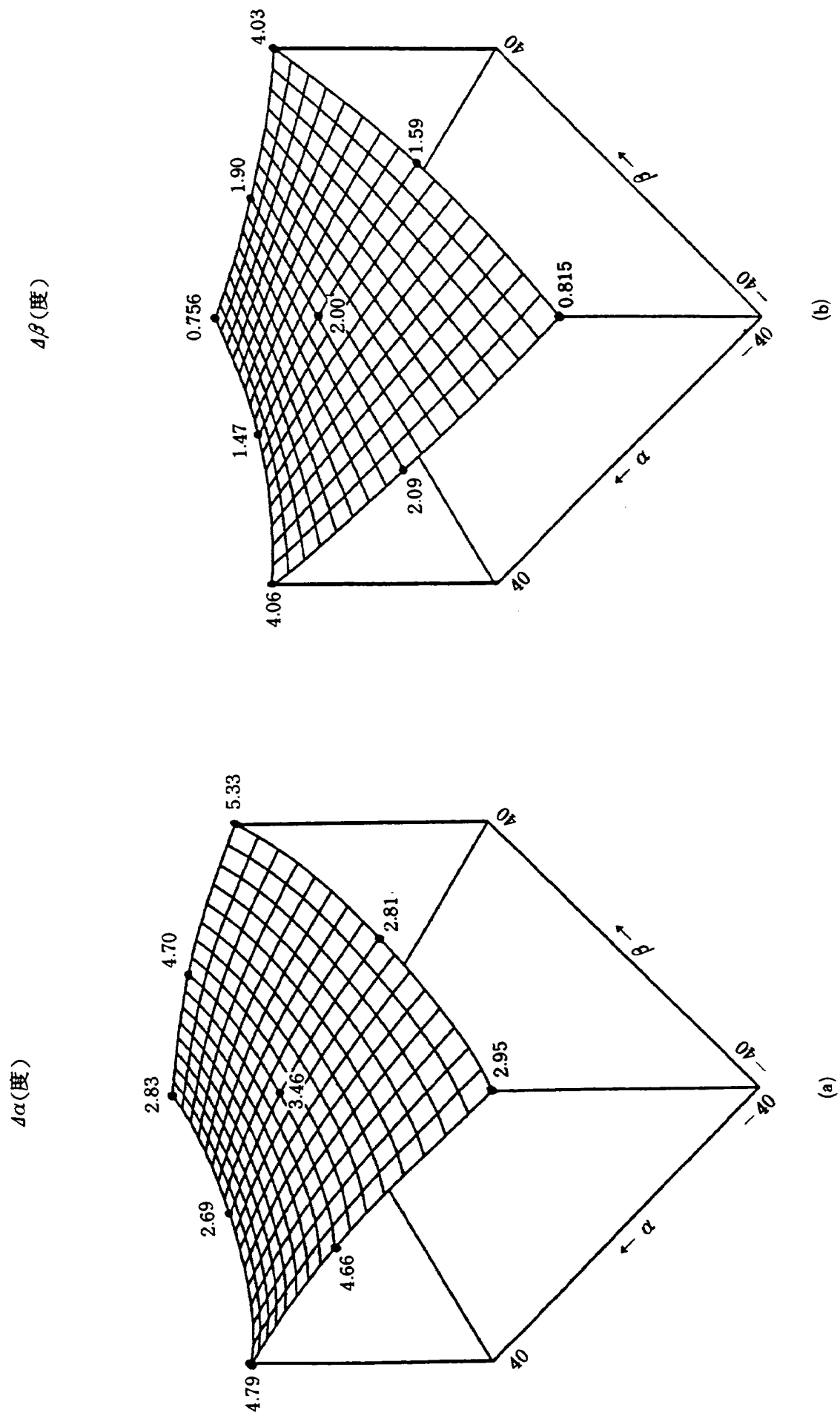


図-10 センサ誤差  $b_1 = b_2 = b_3 = 2.0$  度, 故障3の場合

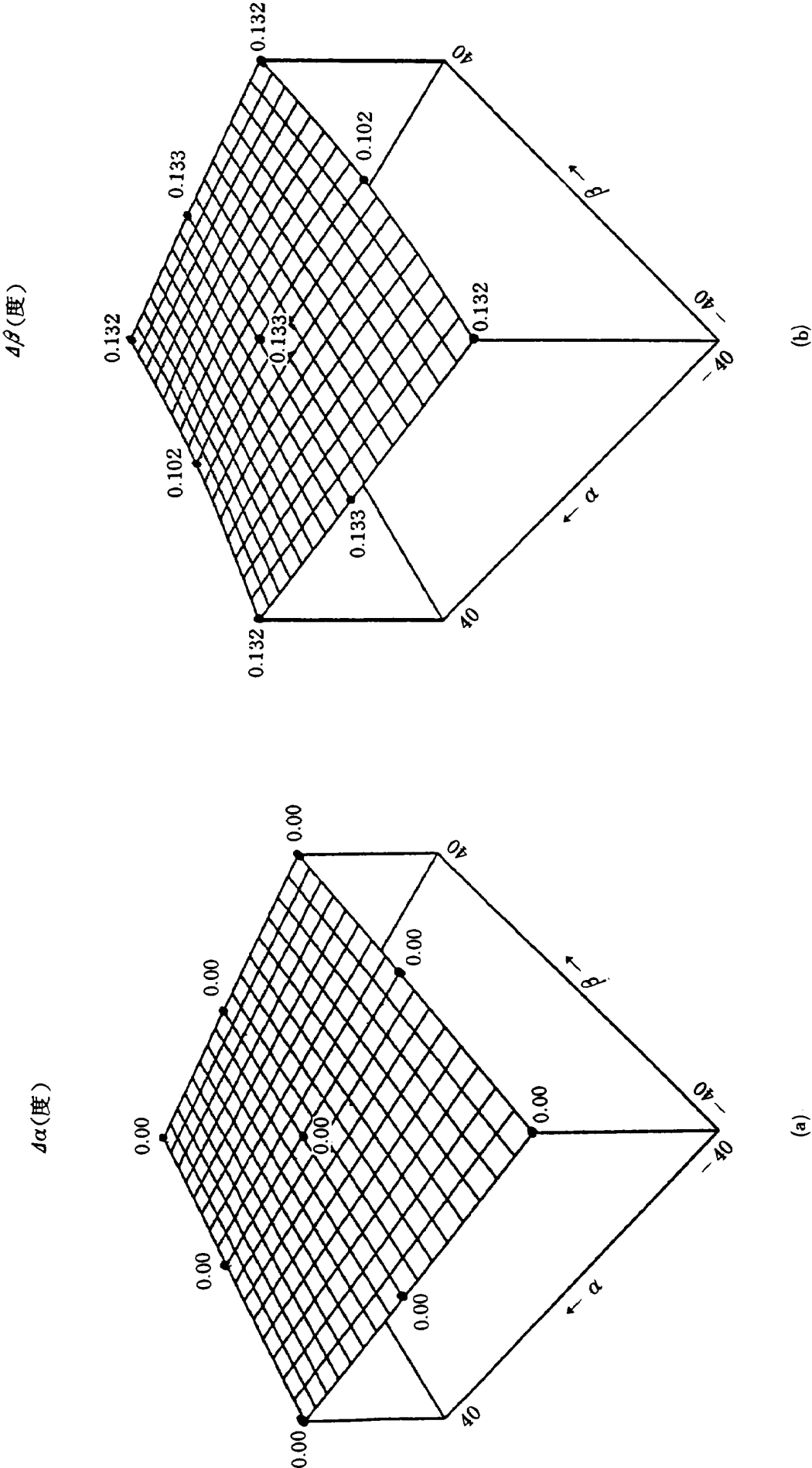


図 - 11 センサ誤差  $b_1 = 0.2$  度, 無故障の場合

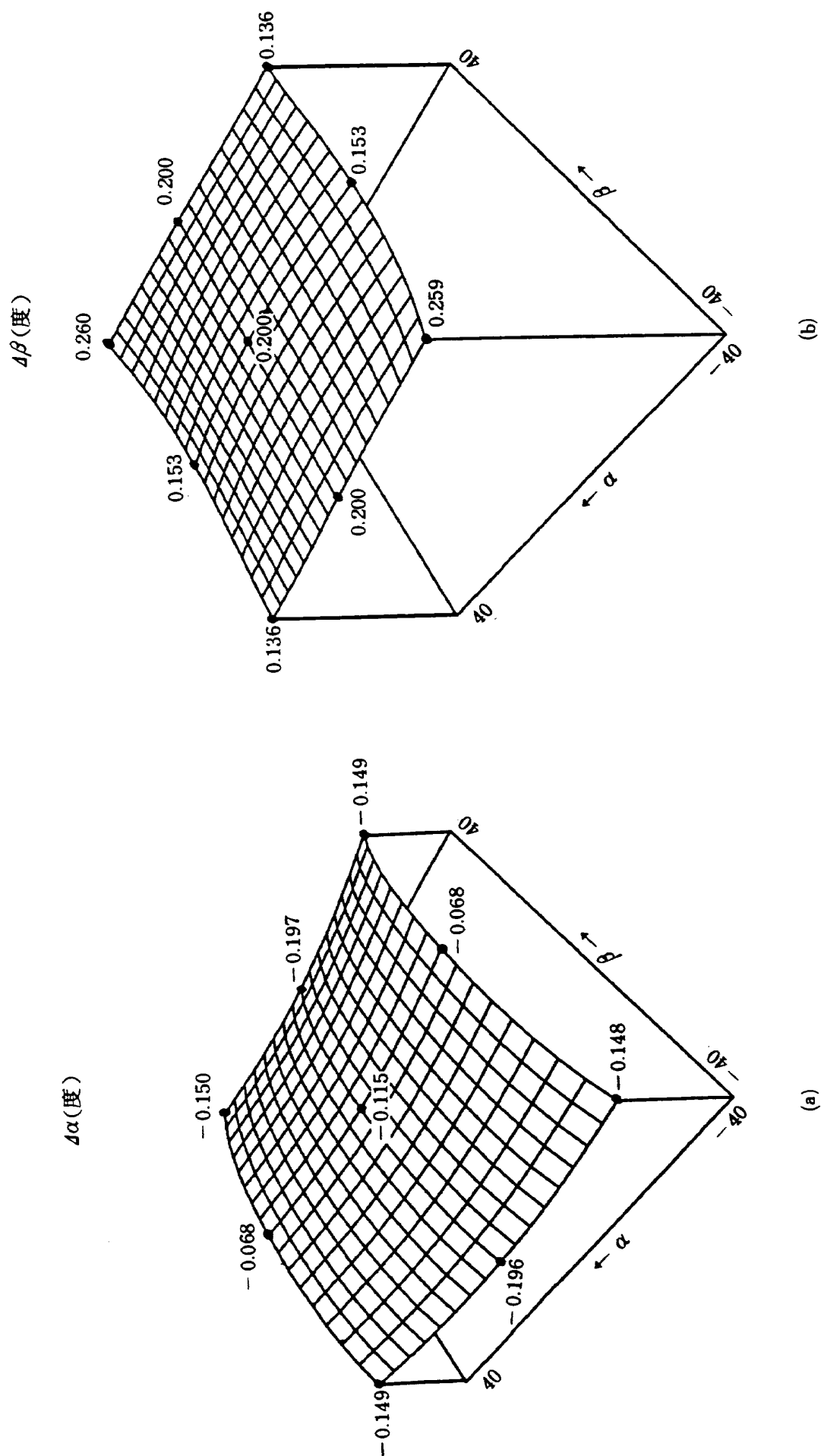


図-12 センサ誤差  $b_1=0.2$  度, 故障 2 の場合

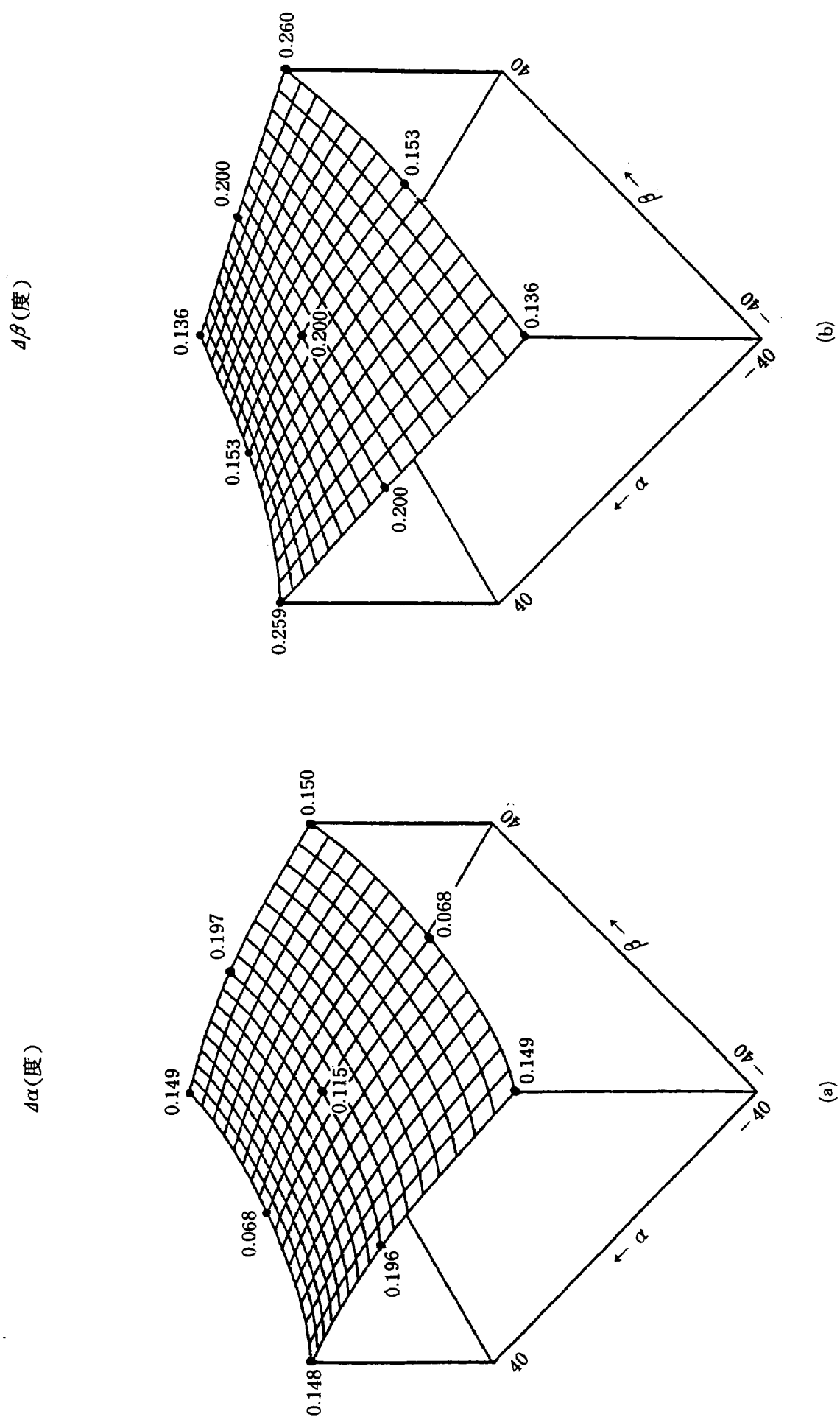


図-13 センサ誤差  $b_1 = 0.2$  度, 故障3の場合

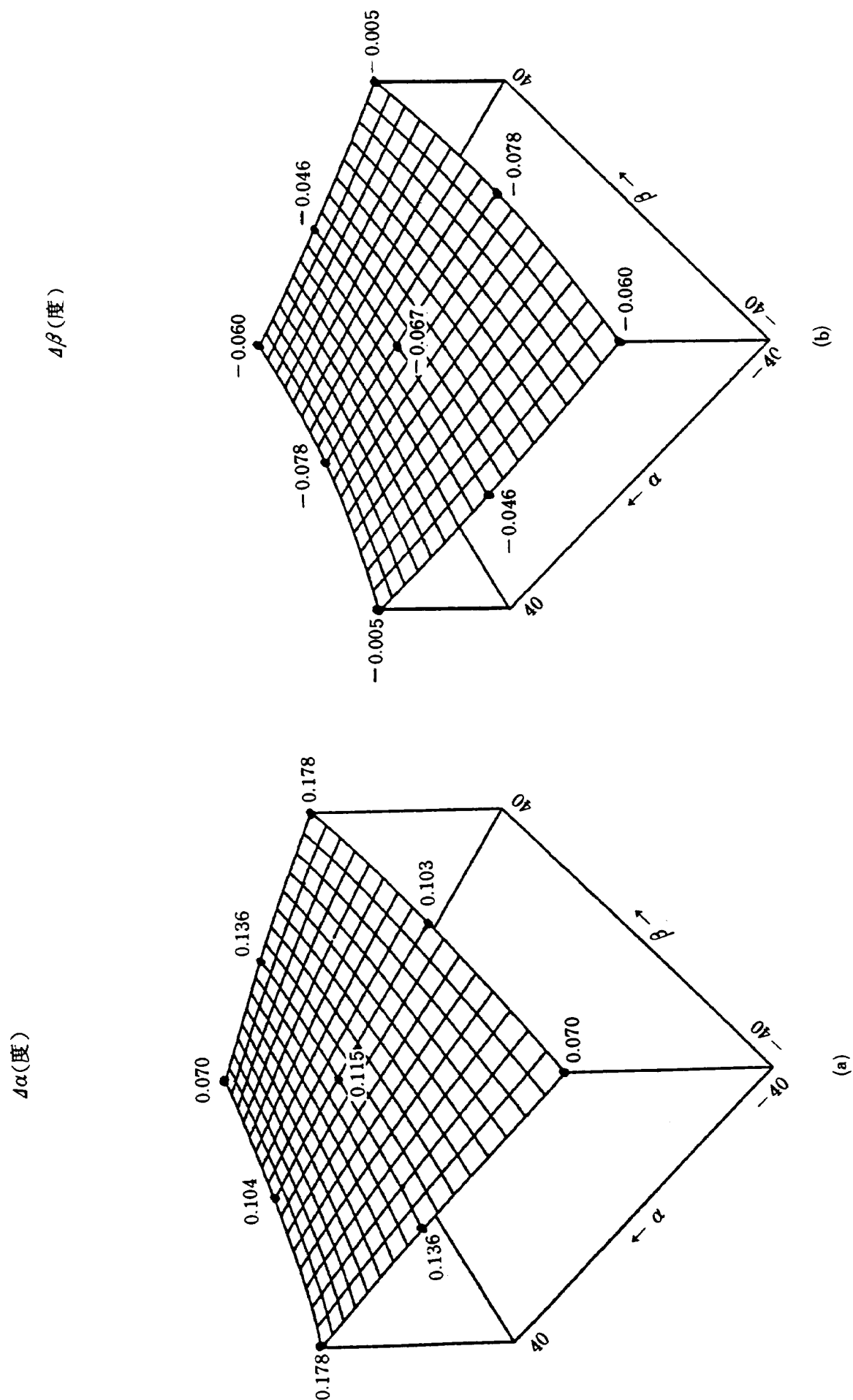


図-14 センサ誤差  $b_2 = 0.2$  度, 無故障の場合

$4\alpha(\text{度})$

$4\beta(\text{度})$

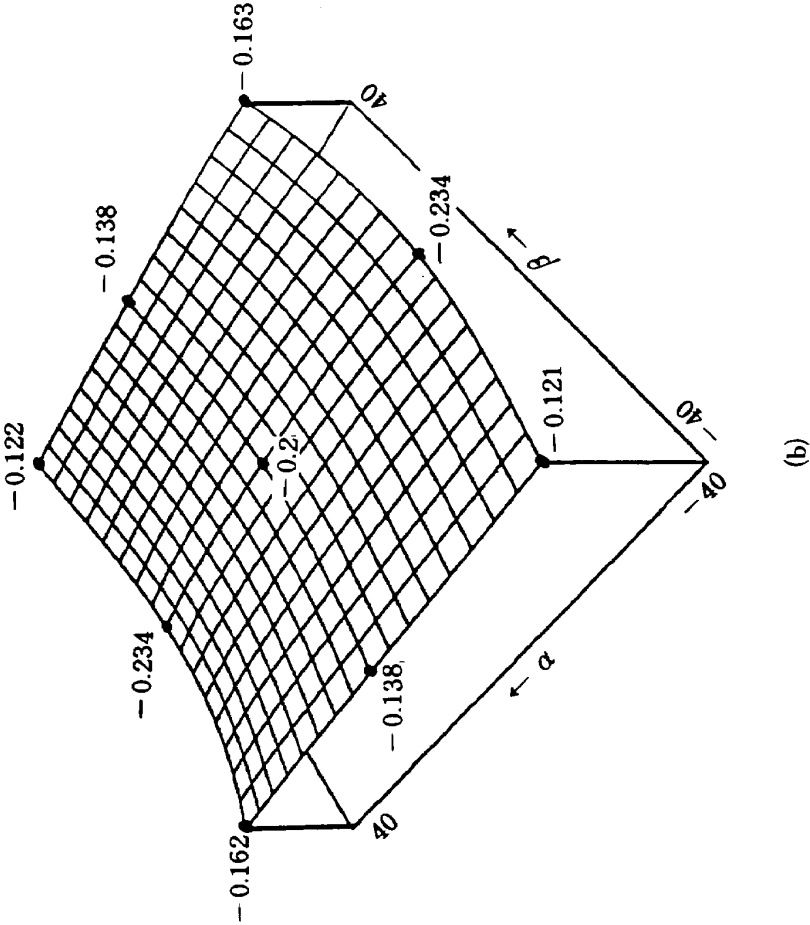
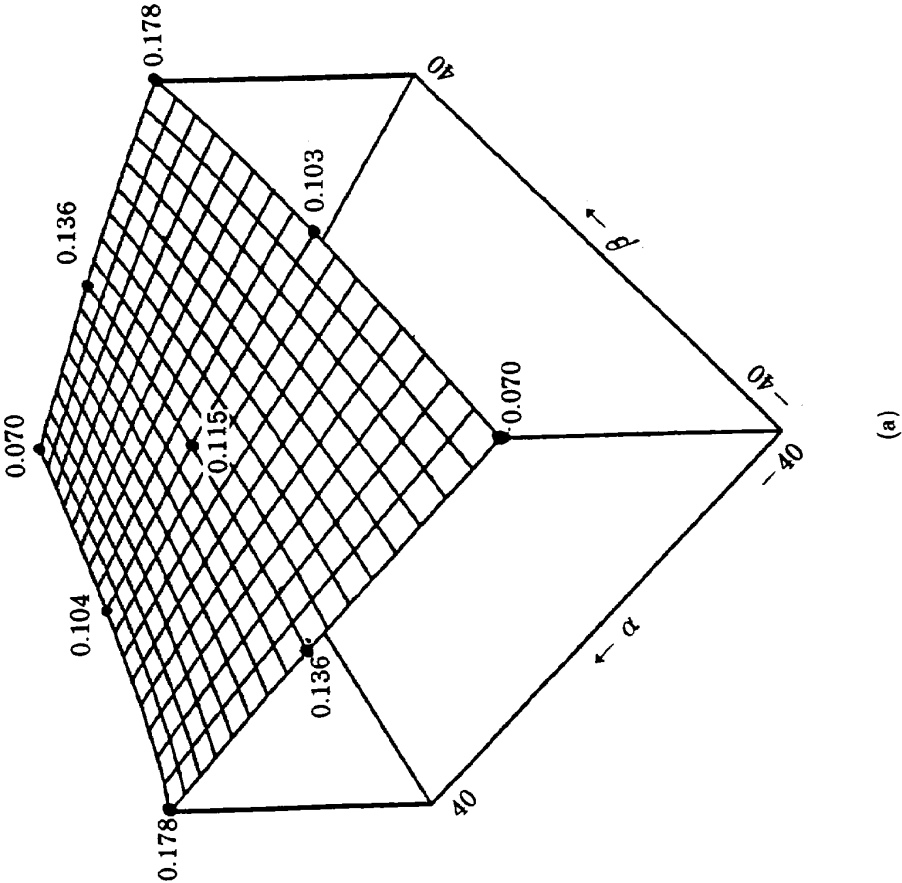


図-15 センサ誤差  $b_2=0.2$  度, 故障1の場合



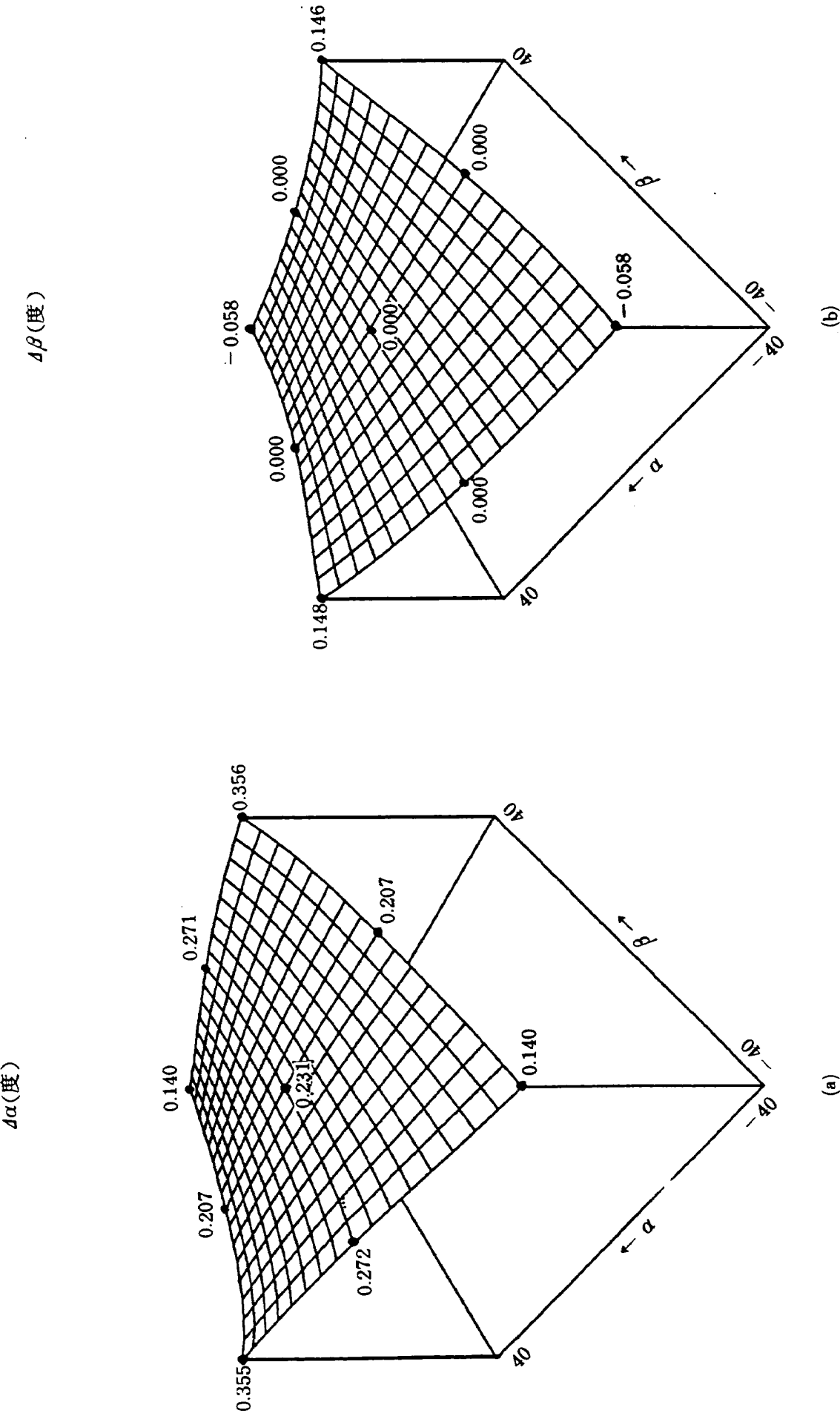


図-16 センサ誤差  $b_2 = 0.2$  度, 故障3の場合

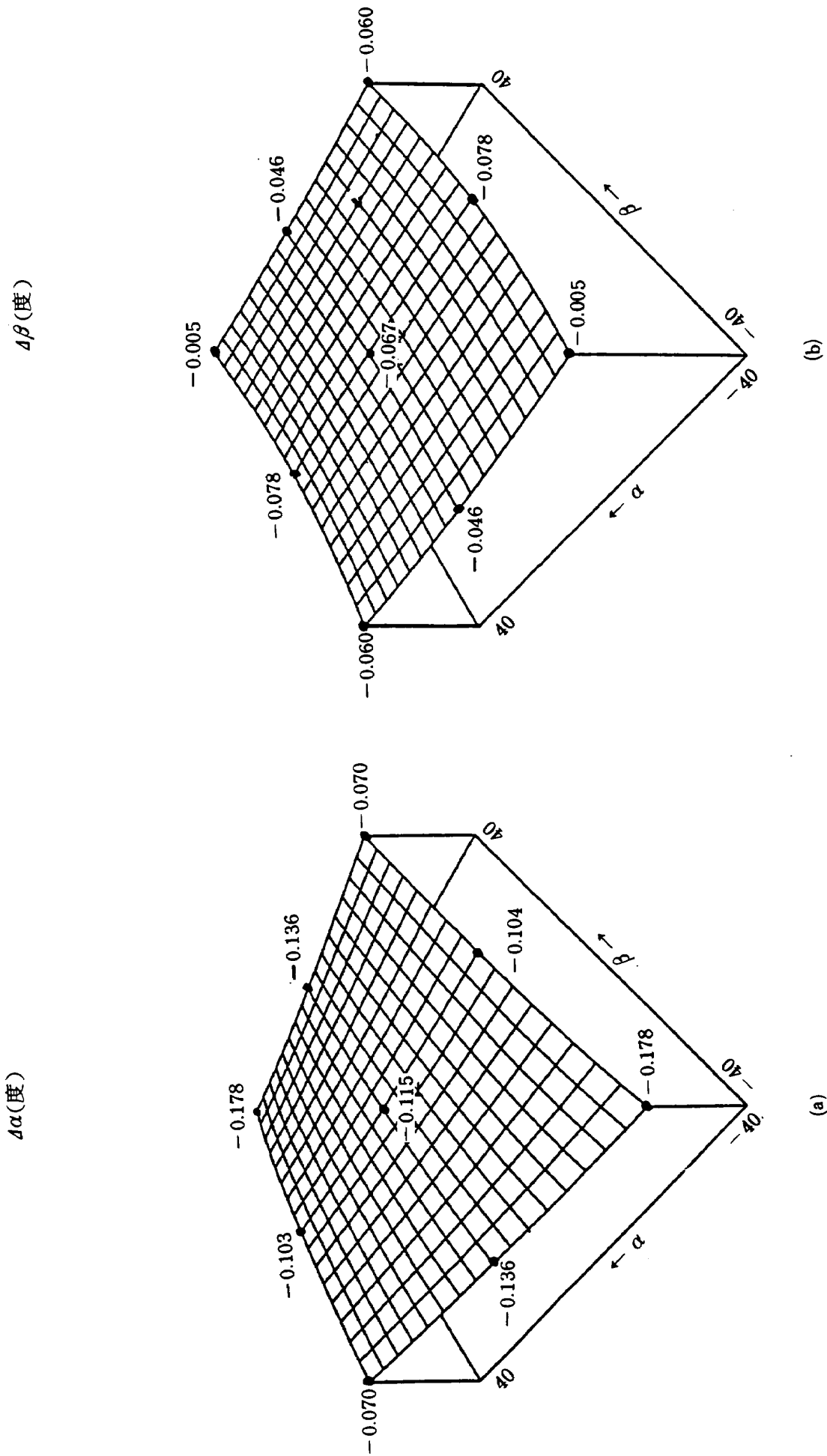


図-17 センサ誤差  $b_3 = 0.2$  度, 無故障の場合

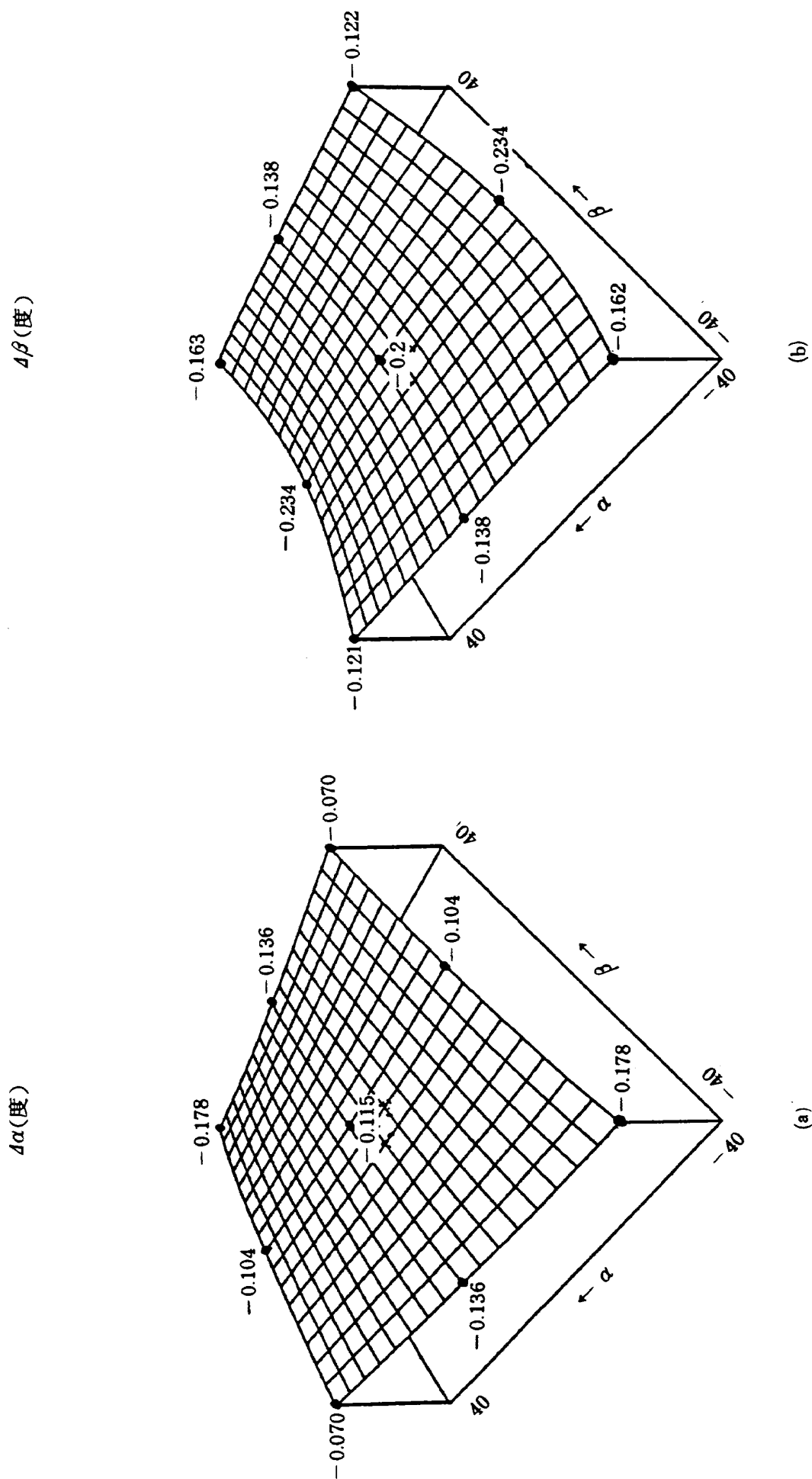


図-18 センサ誤差  $b_3=0.2$  度, 故障1の場合

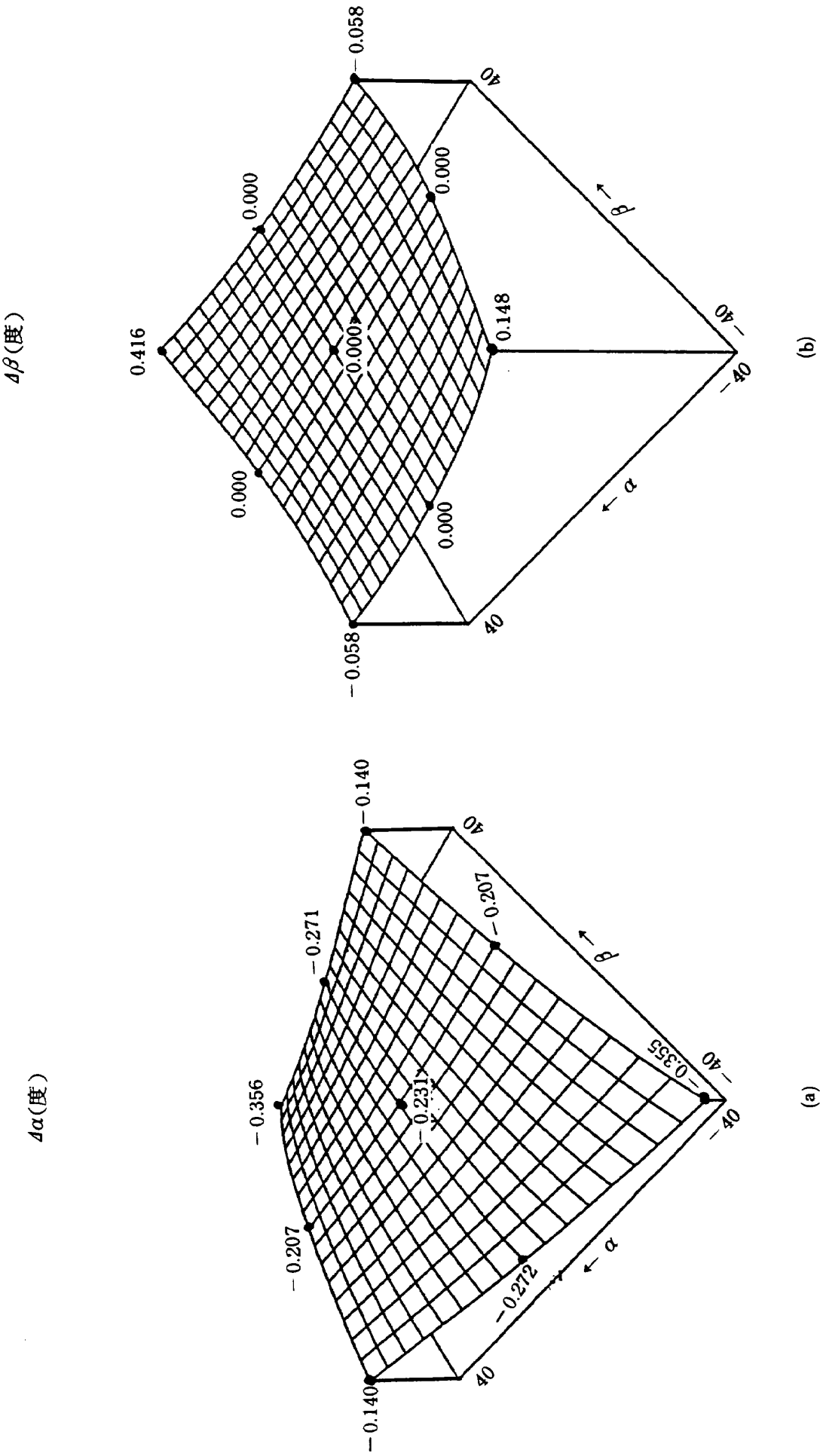
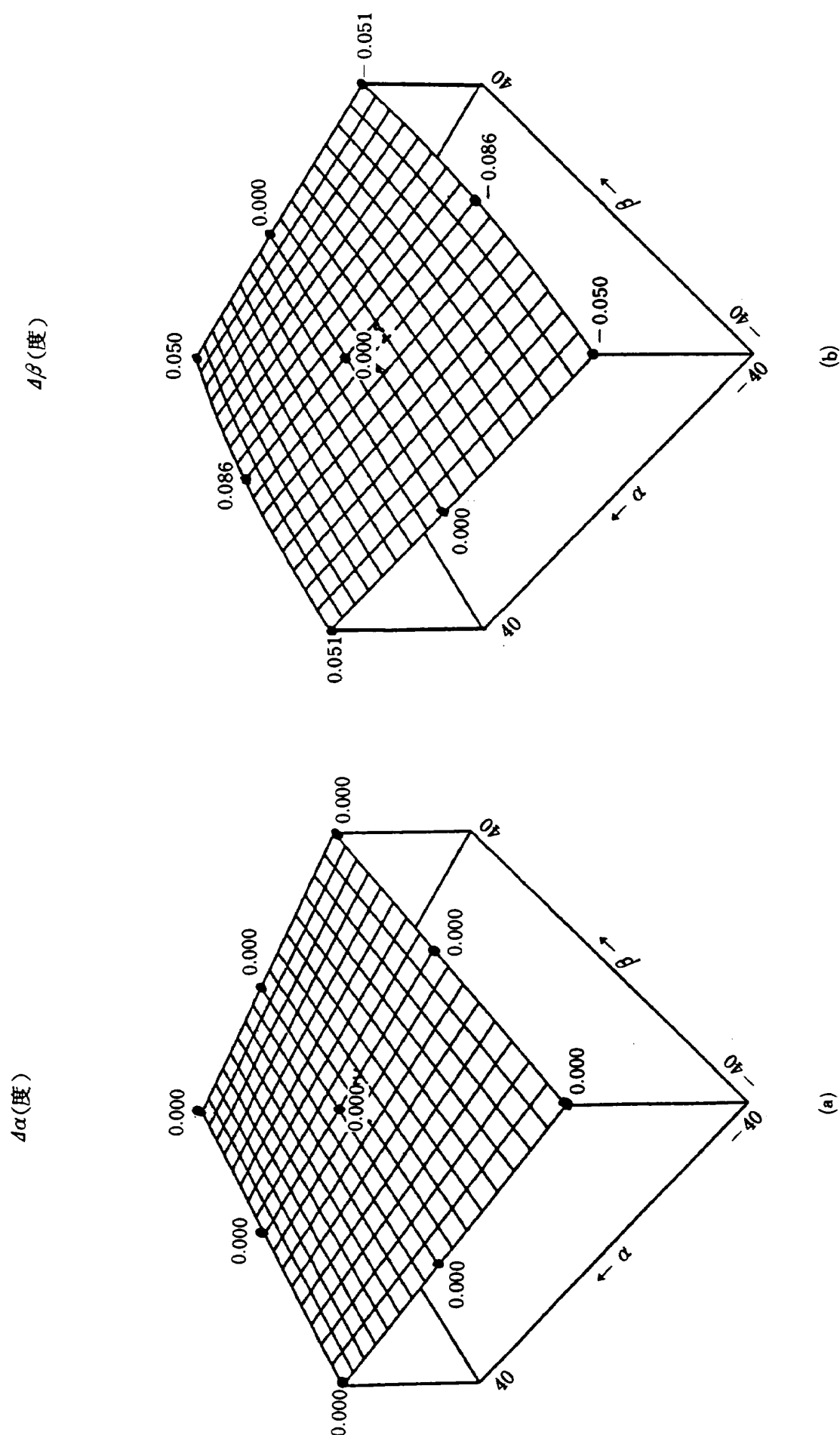


図-19 センサ誤差  $b_3=0.2$  度, 故障 2 の場合


図-20 配置誤差  $\Delta_1 = 0.2$  度，無故障の場合

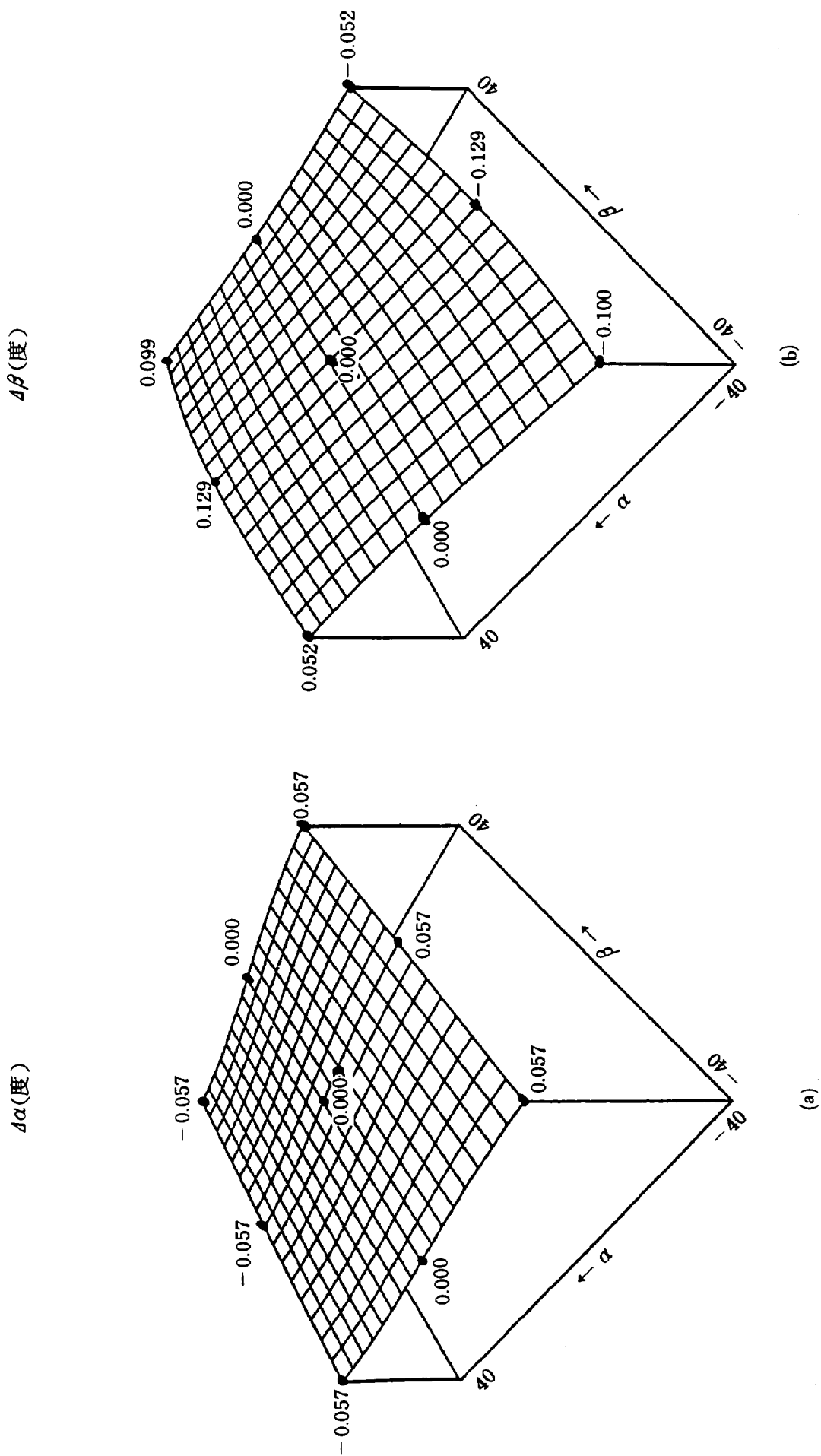
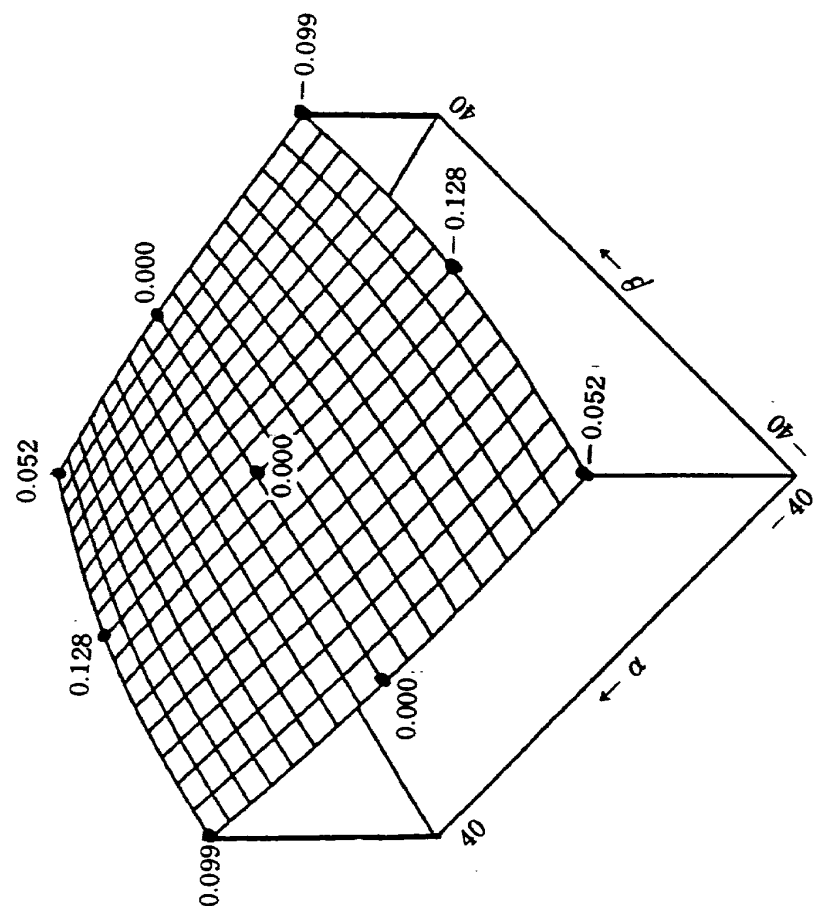
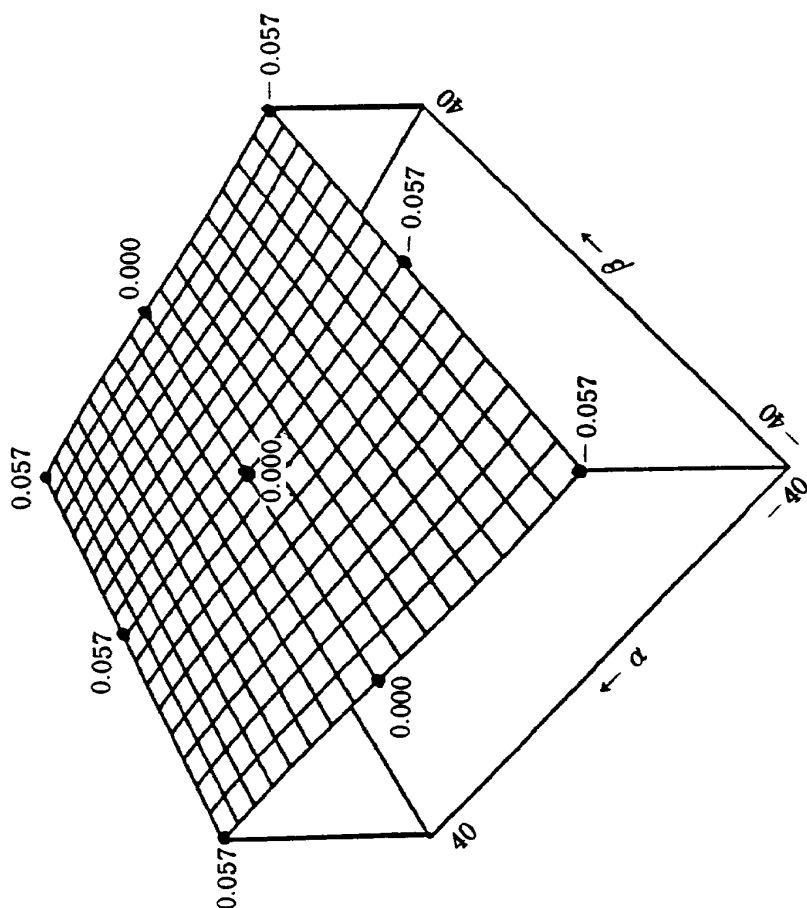


図-21 配置誤差  $\Delta_1 = 0.2$  度, 故障 2 の場合

$\Delta\beta$ (度)


(b)

 $\Delta\alpha$ (度)


(a)

図-22 配置誤差  $\Delta_1 = 0.2$  度, 故障3の場合

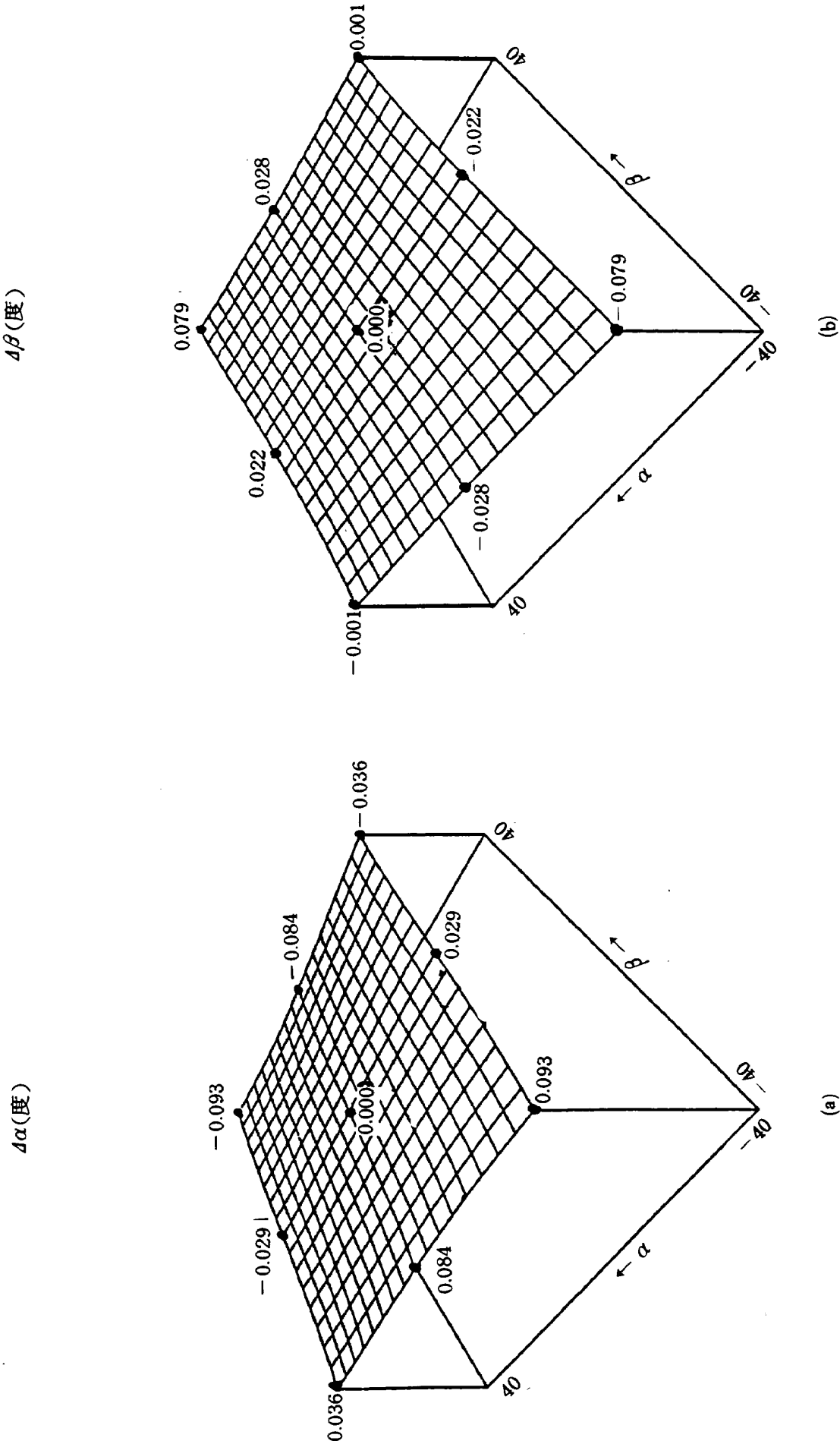


図-23 配置誤差  $d_2 = 0.2$  度, 無故障の場合



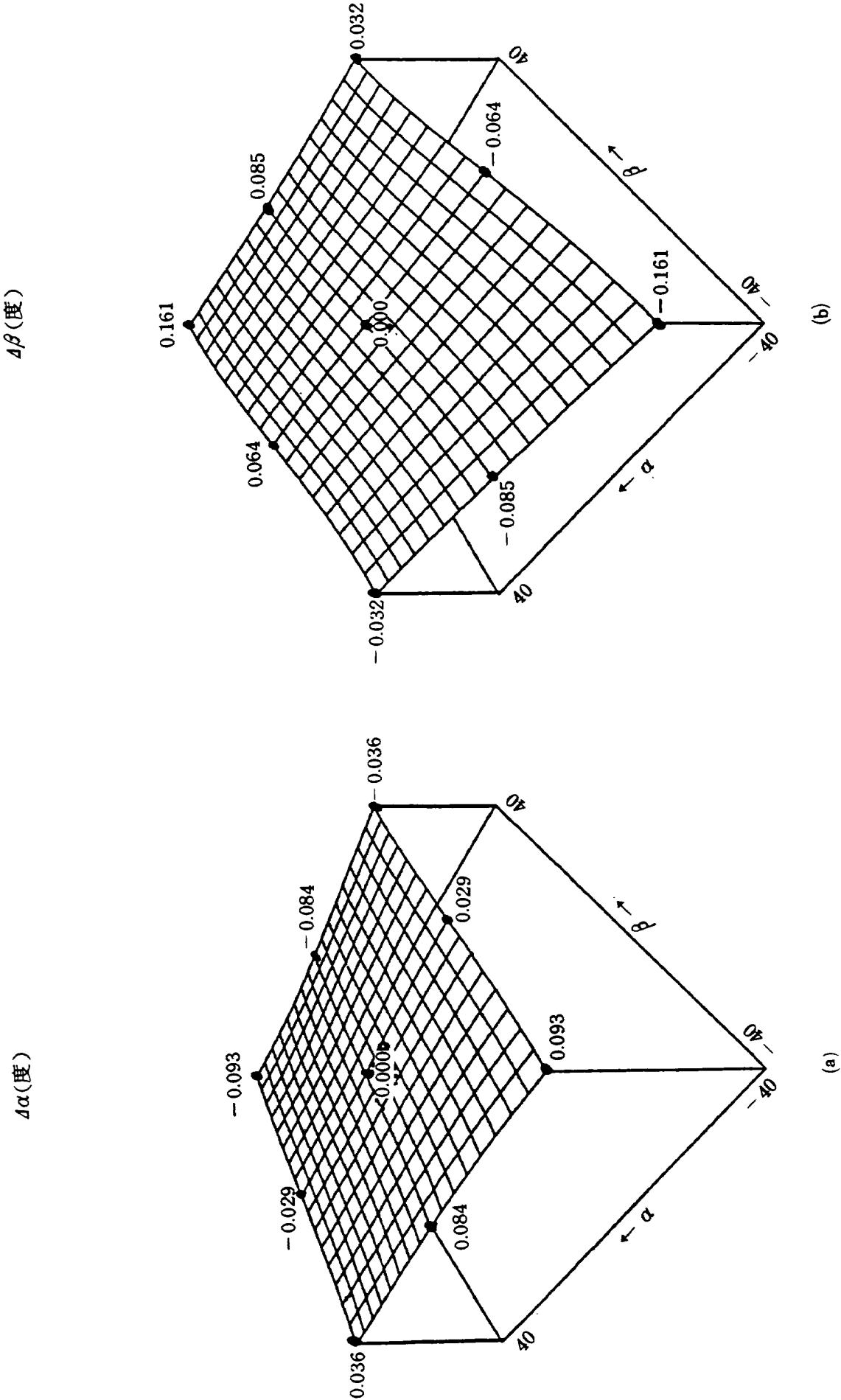


図-24 配置誤差  $d_2=0.2$  度, 故障1の場合

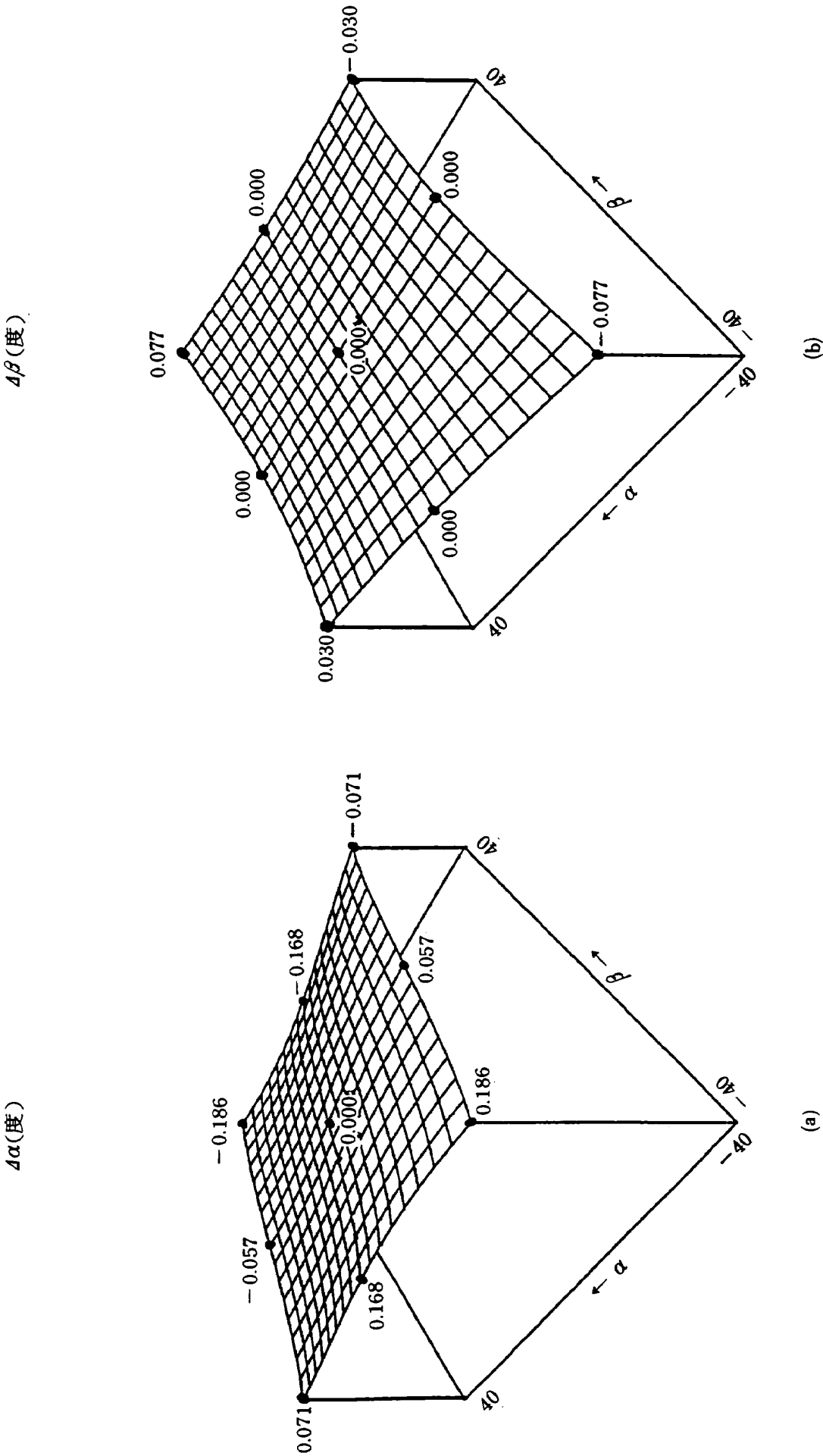


図 - 25 配置誤差  $\Delta_2 = 0.2$  度, 故障 3 の場合

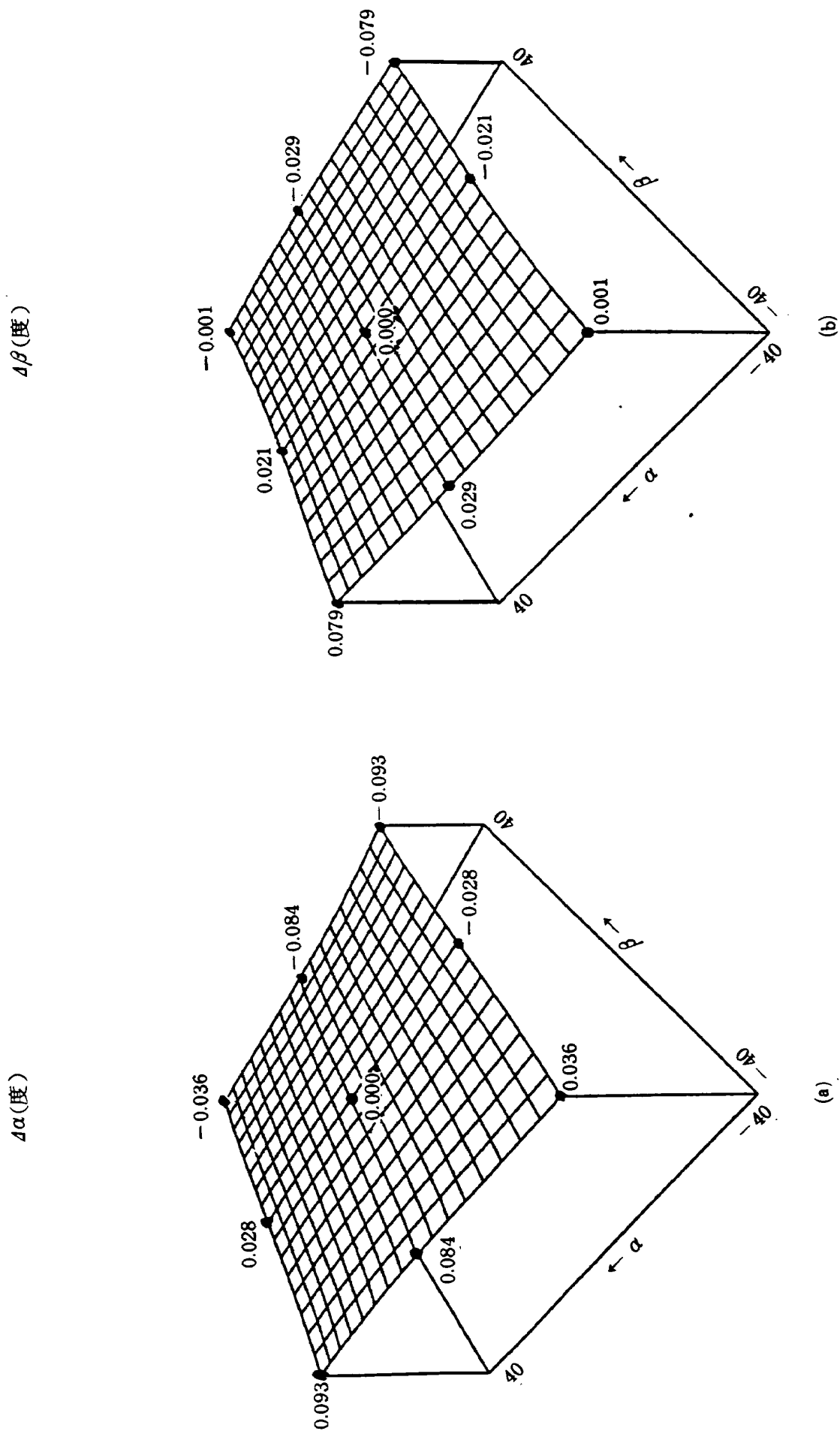
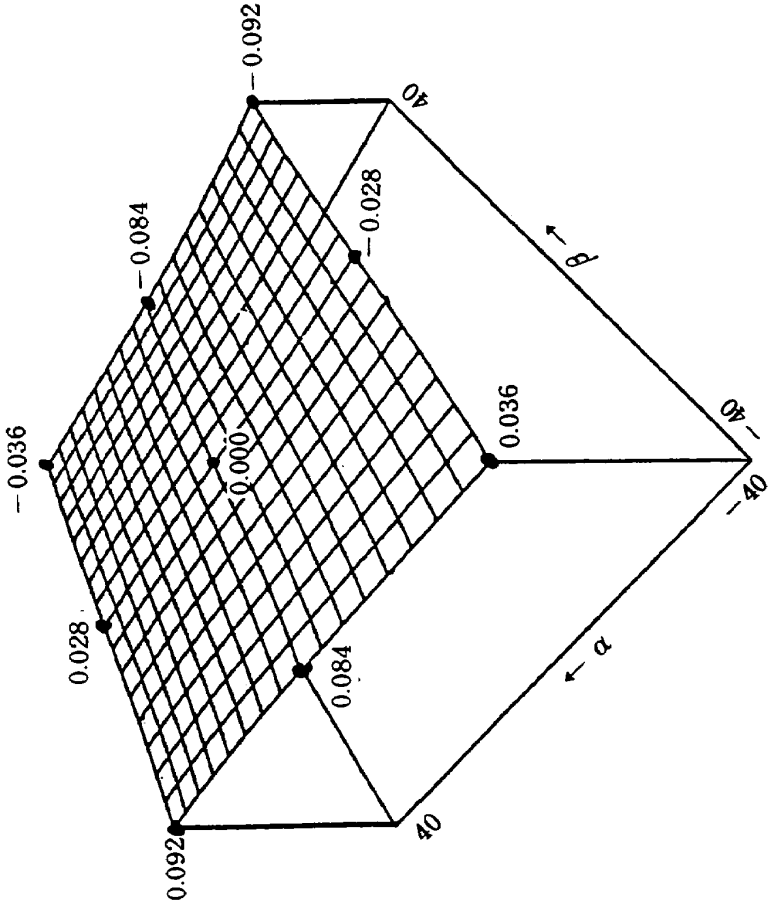


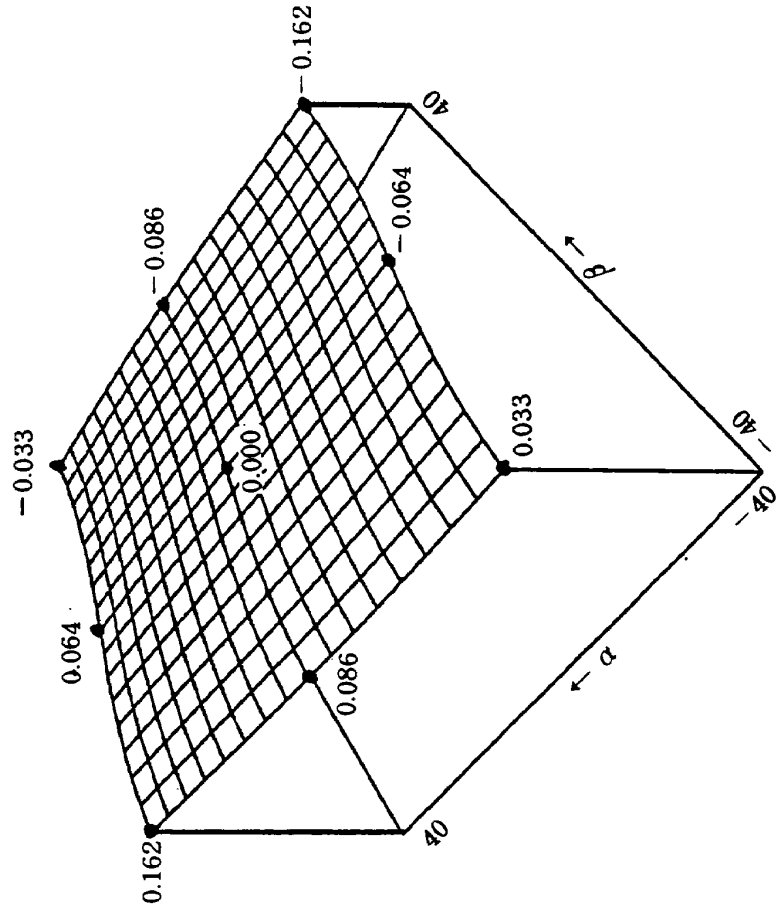
図-26 配置誤差  $\Delta_3 = 0.2$  度, 無故障の場合

$\Delta\alpha(\text{度})$

$\Delta\beta(\text{度})$



(a)



(b)

図-27 配置誤差  $\Delta_3 = 0.2$  度, 故障 1 の場合

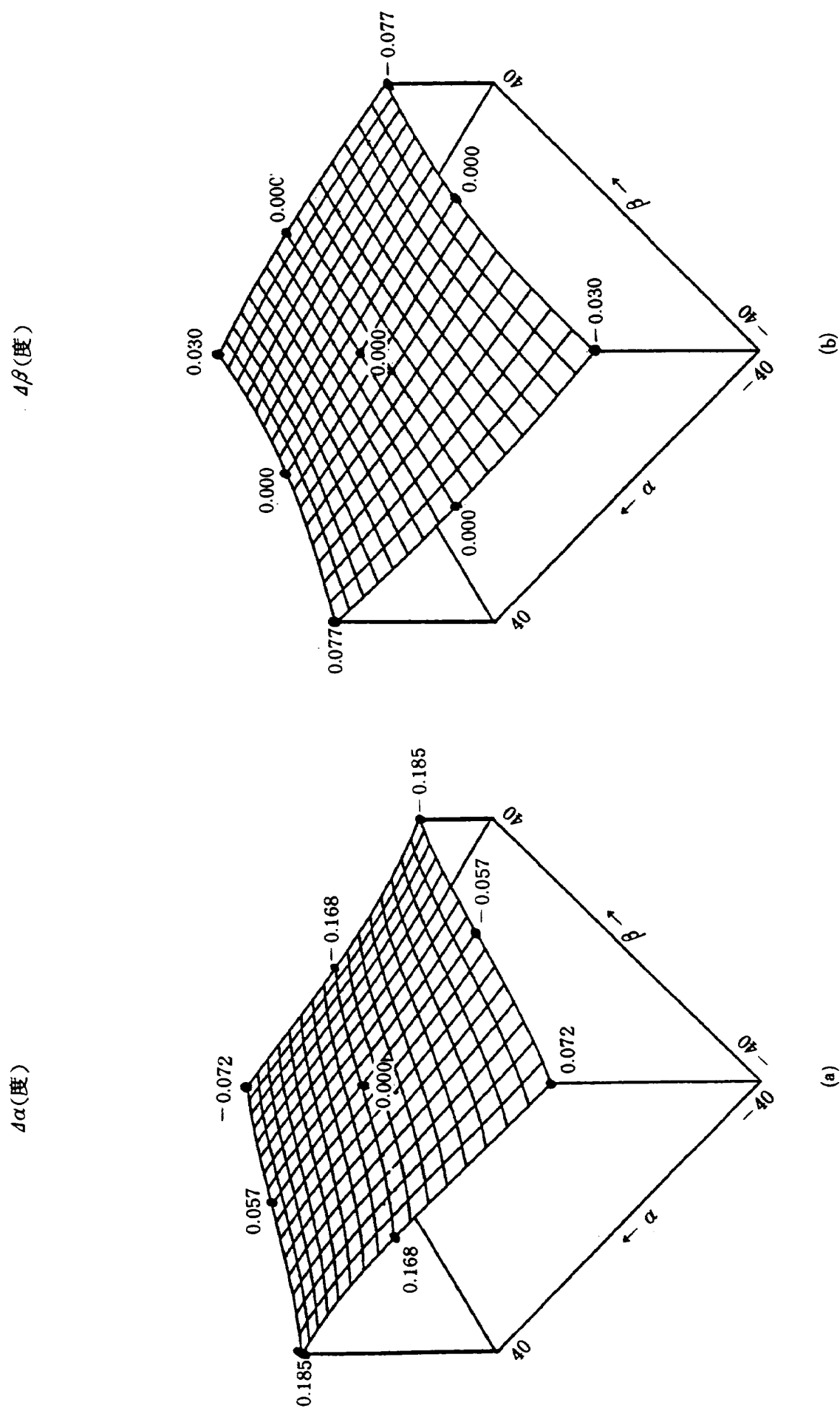


図-28 配置誤差  $\Delta_3=0.2$  度, 故障2の場合

表-1 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$   
センサ誤差  $b_1 = b_2 = b_3 = 2.0$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |  |
|---|-----------------|-------|----------------|--|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |  |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |  |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |  |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |  |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0              |  |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.48         |  |
| センサ誤差                                     | 2               | 2     | 2              |  |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |  |
| 無故障                                       | 0.146           |       | -0.093         |  |
| 故障1                                       | 0.146           |       | -3.99          |  |
| 故障2                                       | -3.23           |       | 1.73           |  |
| 故障3                                       | 3.39            |       | 2.07           |  |

表-3 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$   
センサ誤差  $b_1 = 0.2$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |  |
|---|-----------------|-------|----------------|--|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |  |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |  |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |  |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |  |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0              |  |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.48         |  |
| センサ誤差                                     | 0.2             | 0     | 0              |  |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |  |
| 無故障                                       | 0.000           |       | 0.126          |  |
| 故障1                                       | 0.000           |       | 0.000          |  |
| 故障2                                       | -0.106          |       | 0.182          |  |
| 故障3                                       | 0.105           |       | 0.195          |  |

表-2 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$   
センサ誤差  $b_1 = 2.0$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |  |
|---|-----------------|-------|----------------|--|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |  |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |  |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |  |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |  |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0              |  |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.48         |  |
| センサ誤差                                     | 2.0             | 0     | 0              |  |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |  |
| 無故障                                       | 0.00            |       | 1.25           |  |
| 故障1                                       | 0.00            |       | 0.00           |  |
| 故障2                                       | -1.06           |       | 1.83           |  |
| 故障3                                       | 1.04            |       | 1.94           |  |

表-4 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$   
センサ誤差  $b_2 = 0.2$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |  |
|---|-----------------|-------|----------------|--|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |  |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |  |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |  |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |  |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0              |  |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.48         |  |
| センサ誤差                                     | 0               | 0.2   | 0              |  |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |  |
| 無故障                                       | 0.119           |       | -0.064         |  |
| 故障1                                       | 0.119           |       | -0.205         |  |
| 故障2                                       | 0.000           |       | 0.000          |  |
| 故障3                                       | 0.238           |       | 0.015          |  |

表-5 風向 $\alpha = 20$ 度,  $\beta = -10$   
センサ誤差 $b_3 = 0.2$ 度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0              |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.48         |
| センサ誤差                                     | 0               | 0     | 0.2            |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | -0.107          |       | -0.070         |
| 故障1                                       | -0.107          |       | -0.198         |
| 故障2                                       | -0.214          |       | -0.013         |
| 故障3                                       | 0.000           |       | 0.000          |

表-7 風向 $\alpha = 20$ 度,  $\beta = -10$   
配置誤差 $d_2 = 0.2$ 度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0               | 0.2   | 0              |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.24 | -12.48         |
| センサ誤差                                     | 0               | 0     | 0              |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | -0.002          |       | 0.001          |
| 故障1                                       | -0.002          |       | 0.004          |
| 故障2                                       | 0.000           |       | 0.000          |
| 故障3                                       | -0.004          |       | 0.000          |

表-6 風向 $\alpha = 20$ 度,  $\beta = -10$   
配置誤差 $d_1 = 0.2$ 度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0.2             | 0     | 0              |
| センサ真値                                     | -10.56          | 22.25 | -12.48         |
| センサ誤差                                     | 0               | 0     | 0              |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | 0.000           |       | 0.044          |
| 故障1                                       | 0.000           |       | 0.000          |
| 故障2                                       | -0.037          |       | 0.064          |
| 故障3                                       | 0.037           |       | 0.069          |

表-8 風向 $\alpha = 20$ 度,  $\beta = -10$   
配置誤差 $d_3 = 0.2$ 度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0.2            |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.55         |
| センサ誤差                                     | 0               | 0     | 0              |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | 0.035           |       | 0.023          |
| 故障1                                       | 0.035           |       | 0.065          |
| 故障2                                       | 0.070           |       | 0.004          |
| 故障3                                       | 0.000           |       | 0.000          |

表-9 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$   
センサ誤差  $b_1 = b_2 = b_3 = 0.2$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0              |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.48         |
| センサ誤差                                     | 0.2             | 0.2   | 0.2            |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | 0.012           |       | -0.008         |
| 故障1                                       | 0.012           |       | -0.403         |
| 故障2                                       | -0.320          |       | 0.169          |
| 故障3                                       | 0.343           |       | 0.210          |

表-11 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$  度  
配置誤差  $d_1 = d_2 = d_3 = 0.2$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0.2             | 0.2   | 0.2            |
| センサ真値                                     | -10.56          | 22.24 | -12.55         |
| センサ誤差                                     | 0               | 0     | 0              |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | 0.033           |       | 0.068          |
| 故障1                                       | 0.033           |       | 0.069          |
| 故障2                                       | 0.033           |       | 0.068          |
| 故障3                                       | 0.033           |       | 0.069          |

表-10 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$  度  
センサ誤差  $b_1 = b_2 = 0.2$  度,  
 $b_3 = -0.2$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0               | 0     | 0              |
| センサ真値                                     | -10.63          | 22.25 | -12.48         |
| センサ誤差                                     | 0.2             | 0.2   | -0.2           |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | 0.226           |       | 0.132          |
| 故障1                                       | 0.226           |       | -0.007         |
| 故障2                                       | 0.108           |       | 0.195          |
| 故障3                                       | 0.343           |       | 0.210          |

表-12 風向  $\alpha = 20$  度,  $\beta = -10$  度  
配置誤差  $d_1 = d_2 = d_3 = 0.2$  度  
センサ誤差  $b_1 = b_2 = b_3 = 0.2$  度の場合

| $\alpha / \beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位: DEG) |                 |       |                |
|---|-----------------|-------|----------------|
|   | $\alpha$        |       | $\beta$        |
| 風 向                                       | 20              |       | -10            |
|   | センサ1            | センサ2  | センサ3           |
| センサ配置                                     | 0               | 120   | 240            |
| 配置誤差                                      | 0.2             | 0.2   | 0.2            |
| センサ真値                                     | -10.56          | 22.24 | -12.55         |
| センサ誤差                                     | 0.2             | 0.2   | 0.2            |
| 最終誤差                                      | $\Delta \alpha$ |       | $\Delta \beta$ |
| 無故障                                       | 0.045           |       | 0.060          |
| 故障1                                       | 0.045           |       | -0.334         |
| 故障2                                       | -0.287          |       | 0.237          |
| 故障3                                       | 0.376           |       | 0.279          |



表-13 風向 $\alpha=-40$ 度,  $\beta=-40$ 度  
センサ誤差 $b_1=b_2=b_3=2.0$ 度の場合

| $\alpha/\beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位:DEG) |                |        |               |
|--|----------------|--------|---------------|
|  | $\alpha$       |        | $\beta$       |
| 風 向                                    | -40            |        | -40           |
|  | センサ1           | センサ2   | センサ3          |
| センサ配置                                  | 0              | 120    | 240           |
| 配置誤差                                   | 0              | 0      | 0             |
| センサ真値                                  | -47.61         | -10.15 | 51.88         |
| センサ誤差                                  | 2              | 2      | 2             |
| 最終誤差                                   | $\Delta\alpha$ |        | $\Delta\beta$ |
| 無故障                                    | -1.15          |        | 0.622         |
| 故障1                                    | -1.15          |        | -2.74         |
| 故障2                                    | -4.79          |        | 4.06          |
| 故障3                                    | 2.95           |        | 0.815         |

表-14 風向 $\alpha=-40$ 度,  $\beta=-40$ 度  
配置誤差 $d_1=0.2$ 度の場合

| $\alpha/\beta$ センサ・シミュレーション結果 (単位:DEG) |                |        |               |
|--|----------------|--------|---------------|
|  | $\alpha$       |        | $\beta$       |
| 風 向                                    | -40            |        | -40           |
|  | センサ1           | センサ2   | センサ3          |
| センサ配置                                  | 0              | 120    | 240           |
| 配置誤差                                   | 0.2            | 0      | 0             |
| センサ真値                                  | -47.68         | -10.15 | 51.88         |
| センサ誤差                                  | 0              | 0      | 0             |
| 最終誤差                                   | $\Delta\alpha$ |        | $\Delta\beta$ |
| 無故障                                    | 0.000          |        | -0.050        |
| 故障1                                    | 0.000          |        | 0.000         |
| 故障2                                    | 0.057          |        | -0.099        |
| 故障3                                    | -0.057         |        | -0.052        |

## 付録 A 航空機に固定した通常型 $\alpha/\beta$ センサの出力と、迎え 角 $\alpha$ 、横滑り角 $\beta$ との関係

航空機に固定した通常の二軸直交型  $\alpha/\beta$  センサ出力をそれぞれ  $a$ 、 $b$  と記すことにする。

ただし、 $-90^\circ < \alpha, \beta, a, b < 90^\circ$  とし、風が吹いて来る方向をベクトル  $I$  で表わす。

分かり易くするため、いま、航空機の模型が風洞に取り付けられているものと想定する。そして、風向は変えずに、模型の方を回転させる。ただし、回転可能な軸は床下軸と右翼軸だけとする(図-29(a)を参照のこと)。

- (1) 模型が定常の姿勢 ( $\alpha = \beta = 0$ ) にあるとき  
機首方向のベクトルを  $I$  (風向ベクトルと一致)  
右翼方向のベクトルを  $J$   
床下方向のベクトルを  $K$

- (2) 上記模型を床下軸 ( $K$ ) 中心に  $-\beta$  だけ回転させたとき (この量  $\beta$  を横滑り角と定義している<sup>5)</sup>)

機首方向のベクトルを  $I'$

右翼方向のベクトルを  $J'$

床下方向のベクトルを  $K'$

- (3) 上記模型を更に右翼軸 ( $J'$ ) 中心に  $\alpha$  だけ回

転させたとき (この量  $\alpha$  を迎え角と定義している<sup>5)</sup>)。この定義と本文の (2-3) 式もしくは図-3(a) で示した定義と一致することは後に示す。

機首方向のベクトルを  $I''$

右翼方向のベクトルを  $J''$

床下方向のベクトルを  $K''$

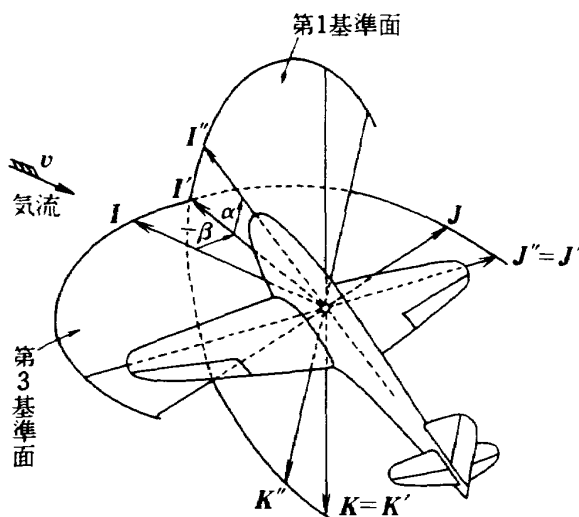
とする。このとき次のような関係がある。

$$\begin{bmatrix} I' \\ J' \\ K' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix} \quad (A-1)$$

$$\begin{bmatrix} K'' \\ I'' \\ J'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K' \\ I' \\ J' \end{bmatrix} \quad (A-2)$$

そうすると、両式 (A-1)、(A-2) を合わせて

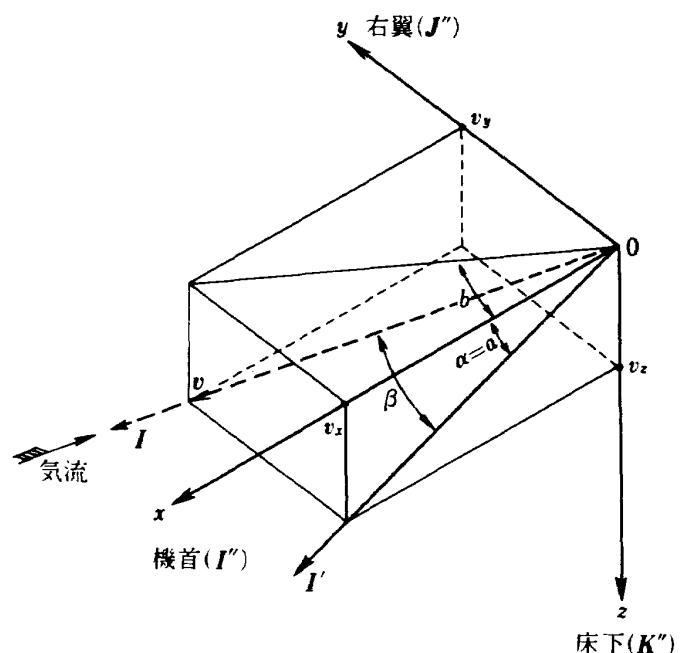
$$\begin{bmatrix} I'' \\ J'' \\ K'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cos\beta & -\cos\alpha \sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha \cos\beta & -\sin\alpha \sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix} \quad (A-3)$$



第1基準面: ベクトル  $I''$  と  $K''$  の成す面 (機体の垂直対称面)  
第3基準面: ベクトル  $I$  と  $J'$  の成す面 (ベクトル  $K$  との直交面)  
第1基準面と第3基準面との交線ベクトル:  $I'$

風洞側から見た場合

(a)



航空機側から見た場合

(b)

図-29 迎え角  $\alpha$ 、横滑り角  $\beta$  と計測角度  $a$ 、 $b$  の関係

となる。ここで、 $(I'', J'', K'')$  系 (航空機側) から見た風向ベクトル  $(I)$  の各成分をそれぞれ  $(v_x, v_y, v_z)$  と表わすと

$$v_x = I'' \cdot I = \cos \alpha \cos \beta \quad (\text{A-4})$$

$$v_y = J'' \cdot I = \sin \beta \quad (\text{A-5})$$

$$v_z = K'' \cdot I = \sin \alpha \cos \beta \quad (\text{A-6})$$

となる。

ところで、航空機に固定した通常の二軸直交型  $\alpha/\beta$  センサにおける  $\alpha$  センサの方の位置は、その回転軸を、図-4(a)もしくは(2-7)式における  $\theta_i$  を90度としたときであり、そのときの出力  $\theta_i$  がここでいう  $a$  である。そこで、まず  $a$  について、(2-7)式より、 $\theta_i = 90$  度として

$$\tan a = \tan \alpha \quad (\text{A-7})$$

がえられる。なお、(A-4)、(A-6)式を用いると

$$v_z / v_x = \sin \alpha \cos \beta / \cos \alpha \cos \beta = \tan \alpha \quad (\text{A-8})$$

と計算され、本文での  $\alpha$  の定義 (第2章の(2-3)式もしくは図-3(a)参照) の正しいことが確認できる。

次に、 $b$  の定義 (本文の(2-4)式もしくは図-3(b)参照) より、(A-4)、(A-5)式を用いて

$$\begin{aligned} \tan b &= v_y / v_x = \sin \beta / (\cos \alpha \cos \beta) \\ &= \tan \beta / \cos \alpha \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

となる。従って (A-7)、(A-9) より

$$a = \alpha \quad (\text{A-10})$$

$$b = A \tan(\tan \beta / \cos \alpha) \quad (\text{A-11})$$

と計算される。

あるいは、逆に

$$\alpha = a \quad (\text{A-12})$$

$$\beta = A \tan(\tan b \cos a) \quad (\text{A-13})$$

となる。

なお、被計測角度 ( $a$  および  $b$ ) と迎え角 ( $\alpha$ ) および横滑り角 ( $\beta$ ) との関係については図-29(b)に改めて示す。この図は、被計測角度 ( $a$  および  $b$ ) 角  $\beta$  とも、このように定義される<sup>5)</sup>にも拘らず、よく引用される左図(a)との関係は一般に難しい。つまり、 $\alpha$  および  $\beta$  について、必ずしも明瞭に把握されない。しかし、数式の助けを借りるなら、両者の関係は容易に理解することができる。すなわち、図-29(a)および(b)とも、 $\alpha$  については、ベクトル  $I''$ 、 $I'$  の内積が  $\cos \alpha$  となるべきこと、また  $\beta$  についてはベクトル  $I$ 、 $I'$  の内積が  $\cos \beta$  となるべきことが読み取れる。実際、(A-2)式より

$$I'' = -\sin \alpha \cdot K' + \cos \alpha \cdot I' + 0 \cdot J' \quad (\text{A-14})$$

従って、

$$I'' \cdot I' = \cos \alpha \quad (\text{A-15})$$

同様に (A-1) 式より

$$I' = \cos \beta \cdot I - \sin \beta \cdot J + 0 \cdot K \quad (\text{A-16})$$

従って、

$$I' \cdot I = \cos \beta \quad (\text{A-17})$$

となって、 $\alpha$  および  $\beta$  につき上記のことが示された。

以上によって、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $a$ 、 $b$  のそれぞれの持つ意味および図-29の内容、が明らかにされた。

について、第2章で述べた図-3(a)、(b)を立体化した形となっており、直感的に把握し易くなっている。

ただし、この右図(b)においては、迎え角  $\alpha$ 、横滑り

---

## 航空宇宙技術研究所資料 571号

昭和62年4月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1  
電話武蔵野三鷹(0422)47-5911(大代表)〒182  
印刷所 株式会社三興印刷  
東京都新宿区信濃町12三河ビル

---

