

# 航空宇宙技術研究所資料

TECHNICAL MEMORANDUM OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TM-593

オブザーバを用いたストラップダウン慣性センサ  
による姿勢角推定

佐々修一・永安正彦・柳原正明

1988年8月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# オブザーバを用いたストラップダウン慣性センサによる姿勢角推定\*

佐々修一\*\* 永安正彦\*\* 柳原正明\*\*

## 1. まえがき

飛行体の姿勢制御を行うためには、まずその姿勢角を知る必要がある。姿勢角のセンサとしては従来鉛直ジャイロが用いられているが、鉛直ジャイロは高速回転体を有する精密機械であり、無人機等の飛行制御ではペイロード、環境条件等で制約を受ける場合もある。今回鉛直ジャイロに代えて、オブザーバを用いたストラップダウン型の加速度計とレートジャイロのシステムにより飛行体の姿勢角を推定し、推定された姿勢角を用いて飛行体の姿勢制御を行う手法について検討したので報告する。

2章では航空機に取り付けた加速度計とレートジャイロから姿勢角の推定を行うための問題の定式化とオブザーバの導出を行う。本研究では、まず航空機の非線形の運動方程式を一定の条件の下に線形化し、線形の状態推定問題として定式化する。このとき航空機の慣性加速度は観測雑音としてモデル化される。線形化された2軸の姿勢角推定問題は一軸の姿勢角推定問題に帰着される。モデル化されたシステムに対してオブザーバが与えられ、オブザーバのパラメータの設定法について、先に観測雑音としてモデル化された慣性加速度が状態推定誤差に与える影響との関連から検討される。

3章ではヘリコプタの横揺れ運動モデルを例にとり姿勢角推定のためのオブザーバを設計しシミュレ

ーション結果を示す。

4章では、上記オブザーバで得られた姿勢角をフィードバックすることにより姿勢制御を行う、横揺れ姿勢制御系のシミュレーション結果を示す。

## 2. 加速度計とレートジャイロを用いた姿勢角推定

### 2.1 システム方程式の導出

オイラー角を $\phi, \theta, \psi$ 、機体軸まわりの角速度を $P, Q, R$ とすると両者の間には次の関係式が得られる<sup>1)</sup>。

$$\dot{\phi} = P + Q \cdot \tan \theta \sin \phi + R \tan \theta \cos \phi \quad (2.1.a)$$

$$\dot{\theta} = Q \cdot \cos \phi - R \cdot \sin \phi \quad (2.1.b)$$

$$\dot{\psi} = R \cdot \cos \phi / \cos \theta + Q \cdot \sin \phi / \cos \theta \quad (2.1.c)$$

角速度 $P, Q, R$ をレートジャイロで計測するとして、その出力を $P_m, Q_m, R_m$ とし、 $P_m, Q_m, R_m$ は次のように与えられるものとする。

$$P_m = P + b_P \quad (2.2.a)$$

$$Q_m = Q + b_Q \quad (2.2.b)$$

$$R_m = R + b_R \quad (2.2.c)$$

ここで $b_P, b_Q, b_R$ は夫々、レートジャイロのバイアス誤差である。

姿勢角推定は基本的には、レートジャイロ出力の積分によるが、この出力にバイアスが含まれていると、積分は発散してしまう。よってレートジャイロのバイアス推定は姿勢角推定にあたって、必要不可欠である。これに対して加速度計のバイアスではこのような問題を生じず、以下で説明する慣性加速度

\*昭和63年5月30日 受付

\*\*制御部

注1)  $\phi, \theta, \psi, P, Q, R, P_m, Q_m, R_m$ は夫々時間関数であり $P(t), \dots$ 等と書くべきであるが本報告書では記述の簡単化のため $(t)$ を省略する。以下時間関数のものについてはその都度説明する。

注2) センサ計測値の誤差要因としては、他にゲイン誤差、加速度変動に基づく誤差等考えられるか、これらの姿勢角推定精度への影響は上記レートジャイロのバイアス誤差の影響と比べ無視できるか、または事前に校正できるものと考え、ここでは考えないことにする。

などで示される観測外乱に比して無視できるといえる。よってここではレートジャイロのバイアス推定のみを考える。

(2.2.a,b,c)式の $P, Q, R$ を(2.1.a,b,c)式に代入すると

$$\dot{\Phi} = P_m - b_p + (Q_m - b_q) \tan \theta \sin \Phi + (R_m - b_r) \tan \theta \cos \Phi \quad (2.3.a)$$

$$\dot{\Theta} = (Q_m - b_q) \cos \Phi - (R_m - b_r) \sin \Phi \quad (2.3.b)$$

$$\dot{\Psi} = (R_m - b_r) \cos \Phi / \cos \theta + (Q_m - b_q) \sin \Phi / \cos \theta \quad (2.3.c)$$

を得る。またバイアス誤差を一定と仮定すると

$$\dot{b}_p = 0 \quad (2.4.a)$$

$$\dot{b}_q = 0 \quad (2.4.b)$$

$$\dot{b}_r = 0 \quad (2.4.c)$$

と記述することができる。ここでは $b_p, b_q, b_r$ は一定であるが時間関数と考えている。次に機体軸に沿った慣性加速度を $a_x, a_y, a_z$ 、各軸に平行に取付けられた加速度計の出力を $a_{ccx}, a_{ccy}, a_{ccz}$ とすると

$$a_{ccx} = g \cdot \sin \theta + a_x \quad (2.5.a)$$

$$a_{ccy} = -g \cdot \sin \theta \cos \theta + a_y \quad (2.5.b)$$

$$a_{ccz} = -g \cdot \cos \theta \cos \theta + a_z \quad (2.5.c)$$

の関係がある。

$a_x, a_y, a_z$ は慣性加速度であり、機体の並進運動と回転運動による加速度から次式のようになる。

$$a_x = \dot{V}_x + QV_z - RV_y$$

$$a_y = \dot{V}_y + RV_x - PV_z$$

$$a_z = \dot{V}_z + PV_y - QV_x$$

ここで $g$ は重力加速度であり、 $V_x, V_y, V_z$ は機体軸方向の速度成分を示す。 $a_{ccx}, a_x \dots$ 等は時間関数である。

(2.5)に示したように加速度計は重力加速度の各軸方向成分を検出することによる姿勢角センサと考える事ができる。そして $\dot{V}_x, \dot{V}_y, \dot{V}_z, P, Q, R$ が小さな準定常飛行を想定すれば、 $a_x, a_y, a_z$ は上記重力加速度成分と比べて十分小さくなり、加速度計出力に含まれる外乱と考えることができる。これらは運動状態の関数になっているが、以下の式展開では、 $a_x, a_y, a_z$ はより一般の、運動とは関係なく外部から与えられた外乱と考えることにする。(その特別な場合として、運動状態と前述の関係のある外乱を考えることも可能である。)

いま $\Phi, \theta, \Psi, b_p, b_q, b_r$ を状態変数、 $P_m, Q_m, R_m$ を入力変数、 $a_{ccx}, a_{ccy}, a_{ccz}$ を出力変数、そして $a_x, a_y, a_z$ を観測ノイズと見なすと(2.3)~(2.5)式は、(2.3)(2.4)式を状態方程式、(2.5)式を観測方程式とする非線形ダイナミックシステムと考えることができる。

以上の準備の下に、本報告で扱う問題は、(2.3)(2.4)式の状態方程式と(2.5)式の観測方程式が与えられたとして、姿勢角 $\Phi, \theta$ の推定値を求める問題となる。

## 2.2 線形化モデル

上記問題に対してオブザーバを適用して姿勢角推定値を求めることにする。まずそのために、(2.3)~(2.5)式から線形化されたシステムモデルを導きだしておく必要がある。そのために次の仮定をおく。

- 機体軸の $x-y$ 面は水平面の近傍で微小変動しているものとする。
- レートジャイロのバイアス $b_p, b_q, b_r$ は微量である。

上の仮定より $\Phi, \theta, \Psi, P, Q, R$ の微小変動分を $\phi, \theta, \phi, p, q, r$ とする。また $\phi, \theta, \phi, p, q, r, b_p, b_q, b_r$ はそれぞれ微量であり、これら微量の2次以上の項は無視できるものとする。

以上のもとに(2.3)~(2.5)式を線形化すると次式が得られる。

$$\dot{\phi} = p_m - b_p \quad (2.6.a)$$

$$\dot{\theta} = q_m - b_q \quad (2.6.b)$$

$$\dot{\phi} = r_m - b_r \quad (2.6.c)$$

$$\dot{b}_p = 0 \quad (2.7.a)$$

$$\dot{b}_q = 0 \quad (2.7.b)$$

$$\dot{b}_r = 0 \quad (2.7.c)$$

$$a_{ccx} = g \cdot \theta + a_x \quad (2.8.a)$$

$$a_{ccy} = -g \cdot \phi + a_y \quad (2.8.b)$$

$$a_{ccz} = -g + a_z \quad (2.8.c)$$

ただしここで $p_m \triangleq p + b_p, \dots$ としている。

(2.6)~(2.8)式から(2.6.a), (2.7.a), (2.8.b)と(2.6.b), (2.7.b), (2.8.a)と(2.6.c), (2.7.c), (2.8.c)とがお互い干渉がなく分離されており、また状態変数 $\phi$ が不可観測であることが分かる。従って、 $\theta, \phi$ については独立にオブザーバを設計すればよい。

以下では姿勢角推定問題として(2.6.a)(2.7.a)(2.8.b)式について考えることにする。以上から改めて線形状態推定問題として定式化すると次のように述べることができる。

姿勢角推定問題

状態方程式を

$$\dot{\phi} = -b_p + p_m \quad (2.9)$$

$$\dot{b}_p = 0 \quad (2.10)$$

観測方程式を

$$a_{ccy} = -g \cdot \phi + a_y \quad (2.11)$$

とするシステムに対して  $\phi$  の推定値を与えるオブザーバを設計せよ。

**2.3 オブザーバの設計**

(2.11)式の  $a_y$  を観測ノイズとみなすと、(2.9)(2.10)式を状態方程式、(2.11)式を観測方程式とするシステムに対するオブザーバは次式で与えられる。

$$\dot{\hat{\phi}} = -\hat{b}_p + P_m + k_1(a_{ccy} + g \cdot \hat{\phi}) \quad (2.12)$$

$$\dot{\hat{b}}_p = k_2(a_{ccy} + g \cdot \hat{\phi}) \quad (2.13)$$

ここで  $\hat{\phi}$ ,  $\hat{b}_p$  は夫々  $\phi$ ,  $b_p$  の推定値であり、時間関数である。 $k_1$ ,  $k_2$  は調整可能なオブザーバのパラメータである。従ってオブザーバの設計問題は具体的には  $k_1$ ,  $k_2$  をどの様に決めるかという問題に帰着する。(2.12)(2.13)式で表わされるオブザーバのブロック線図を図2.1に示す。また(2.12)(2.13)式をラプラス変換して整理すると  $p_m$  及び  $a_{ccy}$  から  $\hat{\phi}$ ,  $\hat{b}_p$  への伝達関数として次式が得られる。

$$\hat{\phi}(s) = \frac{s}{s^2 - k_1 g s + k_2 g} P_m(s) + \frac{k_1 s - k_2}{s^2 - k_1 g s + k_2 g} a_{ccy}(s) \quad (2.14)$$

$$\hat{b}_p(s) = \frac{k_2 g}{s^2 - k_1 g s + k_2 g} P_m(s) + \frac{k_2 s}{s^2 - k_1 g s + k_2 g} a_{ccy}(s) \quad (2.15)$$

誤差方程式

(2.12)(2.13)式で表わされるオブザーバ推定値に関する誤差方程式は

$$e_\phi \triangleq \hat{\phi} - \phi$$

$$e_b \triangleq \hat{b}_p - b_p$$

とおき、(2.12)式から(2.9)式を、(2.13)式から(2.10)式を引くと

$$\begin{aligned} \dot{e}_\phi &= -e_b + k_1(-g\phi + a_y + g \cdot \hat{\phi}) \\ &= k_1 \cdot g \cdot e_\phi - e_b + k_1 a_y \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\dot{e}_b = k_2 \cdot g \cdot e_\phi + k_2 a_y \quad (2.17)$$

として得られ、(2.16)(2.17)式をラプラス変換すると、観測ノイズと見なした  $a_y$  から誤差  $e_\phi$ ,  $e_b$  への伝達関数は次のようになる。

$$e_\phi(s) = \frac{k_1 s - k_2}{s^2 - k_1 g s + k_2 g} a_y(s) \quad (2.18)$$

$$e_b(s) = \frac{s k_2}{s^2 - k_1 g s + k_2 g} a_y(s) \quad (2.19)$$

上式より以下の事が云える。

- ① 伝達関数の分母はオブザーバの特性方程式であり

$$-k_1 g = 2 \zeta_0 \omega_0$$

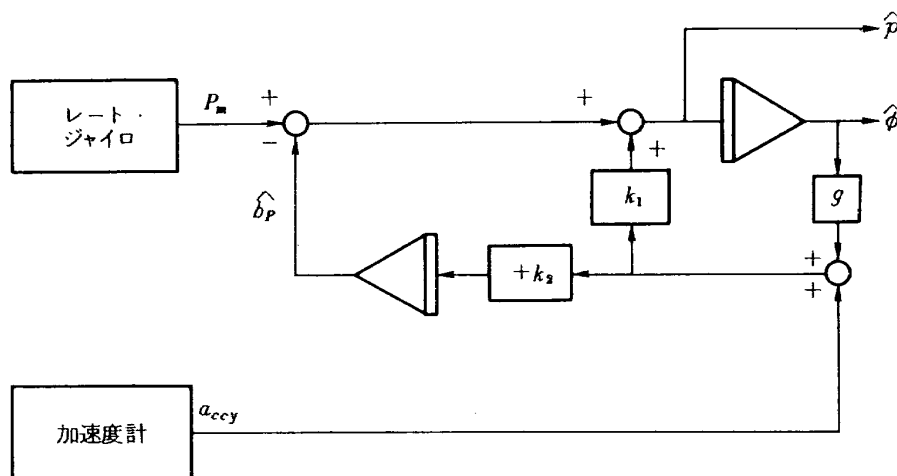


図 2.1 オブザーバのブロック図

$$k_2 g = \omega_0^2$$

とおくと  $\zeta_0$ ,  $\omega_0$  は夫々オブザーバのダンピング係数及び固有振動数を表わしている。

② 観測ノイズ  $a_y$  として一定値のステップ入力加わると,  $\phi$  の推定誤差は漸近的に  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_\phi = -\frac{a_y}{g}$

に収束するがバイアス誤差  $e_b$  については  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_b$

= 0 となる。

即ちレートジャイロのバイアス推定値には定常誤差を生じない。

## 2.4 誤差評価

観測ノイズとして  $a_y$  の大きさの加速度が印加されるとする。  $a_y$  を重力加速度  $g$  で正規化して  $n_y$  とすると

$$a_y = n_y g$$

となる。この正規化された観測ノイズ  $n_y$  (ここでは 2.1 に述べたように、重力加速度項より十分小さな観測ノイズを考えるので  $n_y \ll 1$  を想定する。) が  $e_\phi$  に与える影響を伝達関数で表わすと

$$\begin{aligned} \frac{e_\phi(s)}{n_y(s)} &= \frac{-2\zeta_0 \omega_0 s - \omega_0^2}{s^2 + 2\zeta_0 \omega_0 s + \omega_0^2} \\ &= -\frac{2\zeta_0 \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta_0 \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + 1} \quad (2.20) \end{aligned}$$

となる。(2.20) 式からノイズ  $n_y(t)$  の周波数  $\omega_a$  の成分が誤差  $e_\phi$  に与える影響は,  $\omega_\nu \triangleq \frac{\omega_a}{\omega_0}$  とおくとそのゲインは

$$\left| \frac{e_\phi(\omega_\nu)}{n_y(\omega_\nu)} \right| = \frac{\sqrt{(2\zeta_0 \omega_\nu)^2 + 1}}{\sqrt{(1 - \omega_\nu^2)^2 + (2\zeta_0 \omega_\nu)^2}} \quad (2.21)$$

と表わされる。 $\zeta_0 = 0.7$  としたときのボード線図を図 2.2 に示す。ゲインの漸近的性質を調べると

(1)  $\omega_\nu \rightarrow 0$  の場合

$$\log \left| \frac{e_\phi}{n_y} \right| = \log 1 - \frac{1}{2} \log 1 = 0$$

(2)  $\omega_\nu \rightarrow \infty$

$$\log \left| \frac{e_\phi}{n_y} \right| = \log 2\zeta_0 - \log \omega_\nu = \log \frac{2\zeta_0}{\omega_\nu}$$

(3)  $\omega_\nu \rightarrow 1$

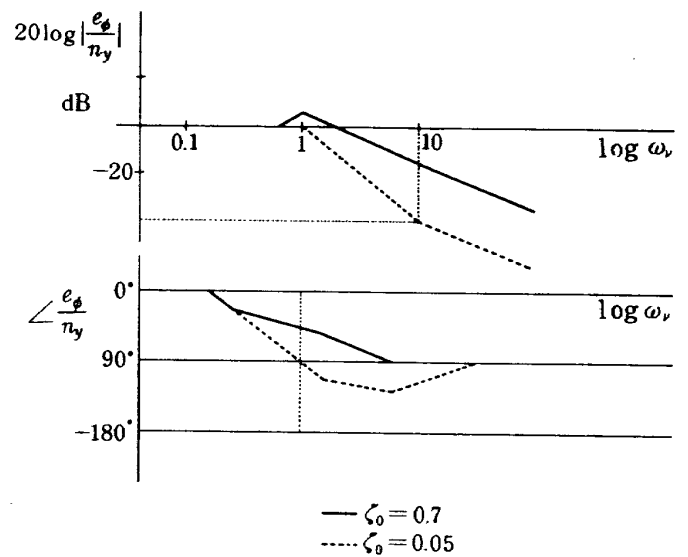


図 2.2 誤差のボード線図 (漸近線近似)

$$\log \left| \frac{e_\phi}{n_y} \right| = \frac{1}{2} \log \left( 1 + \frac{1}{(2\zeta_0)^2} \right)$$

となる。 $e_\phi$  を小さくするためには(2)より  $\omega_\nu$  を大きくとる必要があることが分かる。即ちノイズに含まれる周波数成分  $\omega_a$  に対してオブザーバの固有振動数  $\omega_0$  を十分小さく取る必要があることを示している。

即ち、周波数応答の考え方から  $n_y \sin \omega_a t$  のノイズが印加された場合、 $\omega_\nu$  を十分大きく取れば上記(2)より誤差  $e_\phi$  は近似的に

$$|e_\phi| = \frac{2\zeta_0}{\omega_\nu} \cdot n_y$$

と表すことができる。

また、この時、誤差の上限  $e_{\phi \max}$  が与えられているとするとオブザーバの固有振動数  $\omega_0$  は

$$\omega_0 \simeq \frac{\omega_a}{2\zeta_0} \frac{e_{\phi \max}}{n_y}$$

でなければならないことがわかる。

本姿勢角推定手法を航空機の飛行制御に適用しようとする場合、 $a_y$  に含まれる周波数成分としては航空機の振動モードが支配的であるから、これらについて誤差の評価を行なえばよい。

いま、 $\omega_0$ ,  $\omega_a$  の周期を夫々  $T_0$ ,  $T_a$  とすれば

$$\omega_\nu = \frac{\omega_a}{\omega_0} = \frac{T_0}{T_a}$$

であるから

$$T_0 \simeq \frac{2\zeta_0 n_y}{e_{\phi \max}} T_a$$

となる。例として、 $\zeta_0 = 0.7$ ,  $n_y = 0.1$ ,  $e_{\phi \max} = 1^\circ$  とすると

$$T_0 \simeq 8 T_a$$

となる。

以上のように、航空機運動あるいは機体振動などにより加速度計出力に生じた外乱（重力加速度以外の成分）は姿勢角推定誤差をもたらすが、その周波数成分と比べ、オブザーバの固有振動数を十分低く設定することにより、その外乱の影響を小さく抑えることができることが分かった。

そしてその固有振動数と、別に設定するオブザーバのダンピング係数を用いて、オブザーバゲイン  $k_1$ ,  $k_2$  を決定できることにより、本手法による姿勢角推定のためのオブザーバの設計が可能となる。

### 3. 姿勢角推定シミュレーション

#### 3.1 運動モデル

2章で導かれた姿勢角推定オブザーバをホバリング中のヘリコプタの横揺れ角推定に適用してシミュレーション検討を行なう。

ヘリコプタのホバリング時の微小擾乱の横揺れ運動方程式は次式で表わされるものとする。

$$\dot{v} = Y_v \cdot v + g \cdot \phi + Y_\delta \cdot \delta - Y_v \cdot v_g \quad (3.1)$$

$$\dot{p} = L_v \cdot v + L_p \cdot p + L_\delta \cdot \delta - L_v \cdot v_g \quad (3.2)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (3.3)$$

ここで  $v$ ,  $p$ ,  $\phi$  は夫々、横方向速度、横揺れ角速度、横揺れ角であり、状態変数である。 $\delta$  はエルロン変位で制御変数である。 $v_g$  は横方向突風外乱である。 $Y_v$ ,  $Y_\delta$ ,  $L_v$ ,  $L_p$ ,  $L_\delta$  は夫々の添字に関する空力微係数である。

ヘリコプタモデルの数値例としてH-19のデータ<sup>1)</sup>を用いることにする。使用したデータを表3.1に示

表3.1 ヘリコプタモデルの空力微係数

$$Y_v = -0.0731 \text{ sec}^{-1}$$

$$Y_\delta = 9.81 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}$$

$$L_v = -0.0909 \text{ m}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$L_p = -3.18 \text{ sec}^{-1}$$

$$L_\delta = 29.2 \text{ sec}^{-2}$$

$$g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}$$

表3.2 システムの特性根、固有振動数、ダンピング係数

	実部	虚部	$\omega$	$\zeta$
1	-3.27	0.0		
2	0.0062	0.523	0.523	-0.012
3	0.0062	-0.523	0.523	-0.012

す。このシステムの特性根、固有振動数 $\omega_H$ 及びダンピング係数 $\zeta_H$ を表3.2に示す。

#### 3.2 姿勢角推定シミュレーション

上記システムに対してオブザーバを設計して姿勢角推定のシミュレーションを行なう。

(3.1)式から横方向加速度計出力を

$$a_{ccy} = \dot{v} - g \cdot \phi = Y_v \cdot v + Y_\delta \cdot \delta - Y_v \cdot v_g \quad (3.4)$$

とおき、レートジャイロ出力  $p_m$  を

$$p_m = p + b_p \quad (3.5)$$

とおくと、ヘリコプタ及びオブザーバのシステムは次のように記述できる。

ヘリコプタ

状態方程式

$$\dot{v} = Y_v \cdot v + g \cdot \phi + Y_\delta \cdot \delta - Y_v \cdot v_g \quad (3.6)$$

$$\dot{p} = L_v \cdot v + L_p \cdot p + L_\delta \cdot \delta - L_v \cdot v_g \quad (3.7)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (3.8)$$

出力方程式

$$a_{ccy} = Y_v \cdot v + Y_\delta \cdot \delta - Y_v \cdot v_g \quad (3.9)$$

$$p_m = p + b_p \quad (3.10)$$

オブザーバ

$$\dot{\hat{\phi}} = k_1 g \hat{\phi} - \hat{b}_p + k_1 a_{ccy} + p_m \quad (3.11)$$

$$\dot{\hat{b}}_p = k_2 g \hat{\phi} + k_2 a_{ccy} \quad (3.12)$$

(3.9)(3.10)式を(3.11)(3.12)式に代入し、(3.6)～(3.8)及び(3.11)(3.12)式並びに(2.10)式をまとめて整理すると次の拡張状態方程式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v \\ p \\ \phi \\ b_p \\ \hat{\phi} \\ \hat{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & g & 0 & 0 & 0 \\ L_v & L_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 Y_v & 1 & 0 & 1 & k_1 g & -1 \\ k_2 Y_v & 0 & 0 & 0 & k_2 g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ \phi \\ b_p \\ \hat{\phi} \\ \hat{b}_p \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} Y_\delta \\ L_\delta \\ 0 \\ 0 \\ k_1 Y_\delta \\ k_2 Y_\delta \end{bmatrix} \delta - \begin{bmatrix} Y_v \\ L_v \\ 0 \\ 0 \\ k_1 Y_v \\ k_2 Y_v \end{bmatrix} v_g \quad (3.13)$$

ここで  $k_1, k_2$  をオブザーバの固有振動数  $\omega_0$  とダンピング係数  $\zeta_0$  で表わすと

$$k_1 = -\frac{2\zeta_0\omega_0}{g}$$

$$k_2 = \frac{\omega_0^2}{g}$$

となる。

開ループ系の姿勢角推定シミュレーションは(3.13)式を解くことによって得られる。

シミュレーションの全体概念図を図 3.1 に示す。

オブザーバのダンピング係数  $\zeta_0$  を 0.7 とし、固有振動数  $\omega_0$  はヘリコプタの固有振動数  $\omega_H$  に関し、

$$\frac{\omega_H}{\omega_0} = 1, 5, 10, 20$$

についてシミュレーションを行なった。入力は横方向突風  $v_g$  が加わった場合を想定し、 $v_g$  として大きさ 1m/sec で時間巾 1 sec のパルス形突風（以下「孤立突風」という）を印加した。またレートジャ

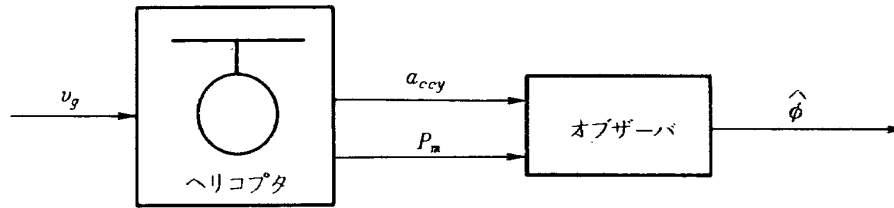


図 3.1 シミュレーション全体概念図

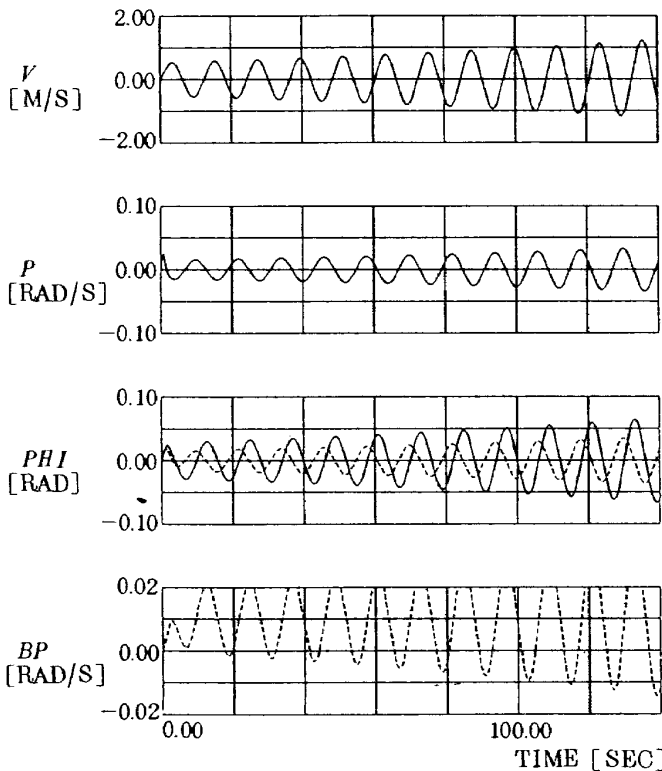


図 3.2 a オブザーバのシミュレーション ( $\omega_{HC}/\omega_0=1.0$ , 点線: オブザーバ)

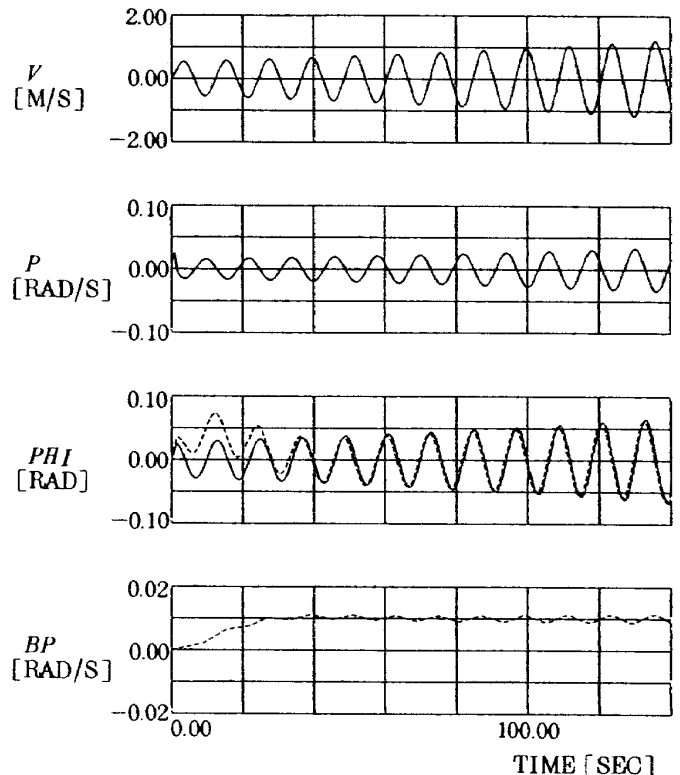


図 3.2 b オブザーバのシミュレーション ( $\omega_{HC}/\omega_0=5.0$ , 点線: オブザーバ)

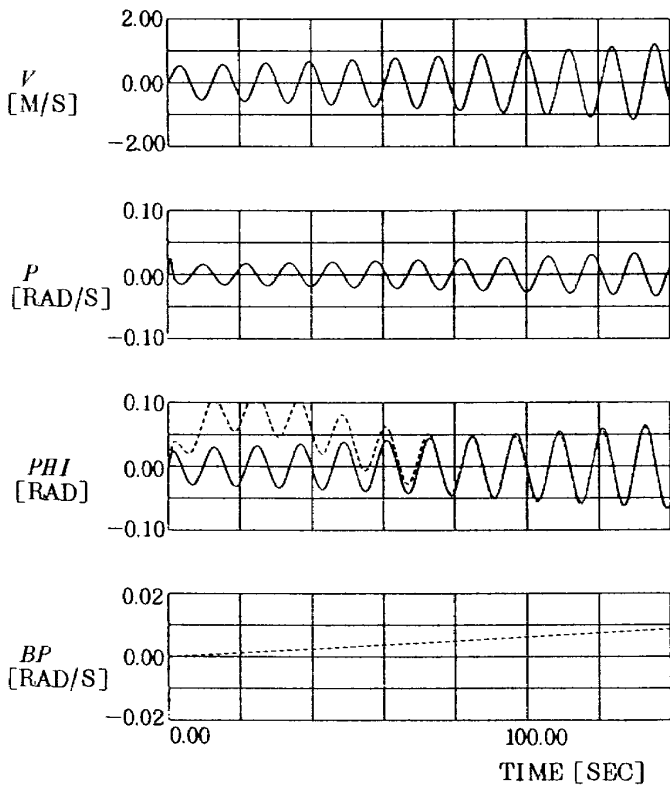


図 3.2 c オブザーバのシミュレーション  
( $\omega_{HC}/\omega_0=10.0$ , 点線:オブザーバ)

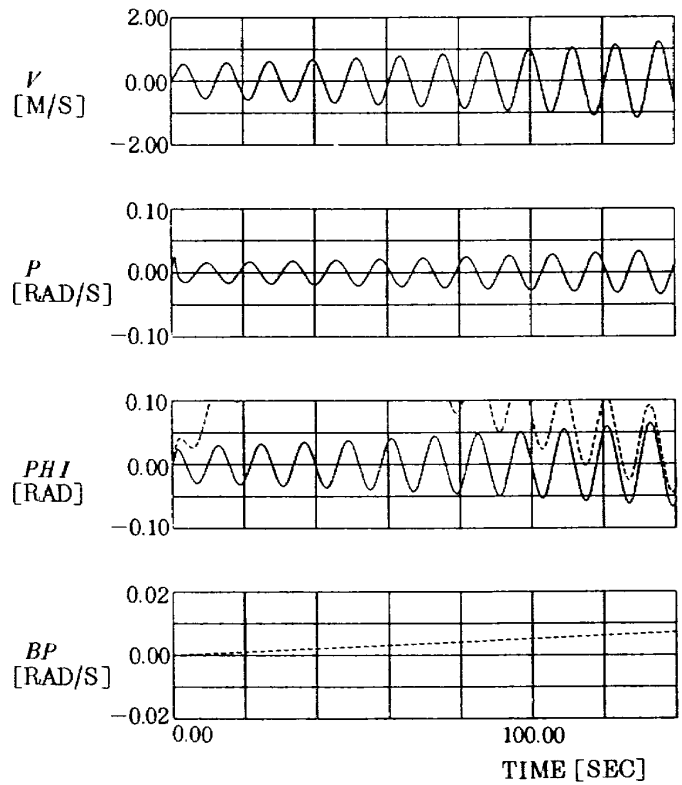


図 3.2 d オブザーバのシミュレーション  
( $\omega_{HC}/\omega_0=20.0$ , 点線:オブザーバ)

イロのバイアス  $b_p$  は  $0.01 \text{ rad/sec}$  , 初期値は全て 0 とした。  $\omega_0$  を変えた場合についてのシミュレーション結果を図 3.2 a, b, c, d に示す。

図 3.2 で, 実線は機体運動を示し, 点線はオブザーバ出力を示す。縦軸の変数は上から  $V$  (横方向速度),  $P$  (横揺れ角速度),  $\phi$  (横揺れ角),  $BP$  (レートジャイロバイアス) を示す。(以下の図でも同様) 同図から  $\omega_H/\omega_0$  を大きくすると, バイアス推定値は振動的ではなくなるが, 推定誤差の収束が遅くなる様子が分かる。

#### 4. 一軸姿勢制御シミュレーション

##### 4.1 $\phi$ フィードバック制御

ヘリコプタのホバリング時の横揺れ角制御を行なう。制御は次式で示すように横揺れ角  $\phi$  を操舵角  $\delta$  にフィードバックして行なう。

$$\delta = K_\phi \cdot \phi \quad (3.14)$$

$\phi$  を直接計測できてフィードバックできるとしたときのブロック図を図 4.1 に, フィードバックゲイン  $K_\phi$  をパラメータとした根軌跡を図 4.2 に示す。また閉ループ系のダンピング係数  $\zeta_{HC}$  を  $0.7$  としたと

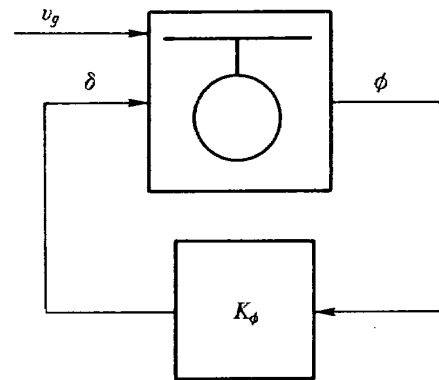


図 4.1  $\phi$  フィードバック系ブロック図

き,  $K_\phi = -0.079$  となり, このときの固有振動数  $\omega_{HC}$  は  $0.647$  となる。(3.14) 式を(3.13) 式に代入すると  $\phi$  フィードバックの閉ループ系の拡張状態方程式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v \\ p \\ \phi \\ b_p \\ \hat{\phi} \\ \hat{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & g + Y_\delta \cdot K_\phi & 0 & 0 & 0 \\ L_v & L_p & L_\delta \cdot K_\phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 Y_v & 1 & k_1 Y_\delta \cdot K_\phi & 1 & k_1 g & -1 \\ k_2 Y_v & 0 & k_2 Y_\delta \cdot K_\phi & 0 & k_2 g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ \phi \\ b_p \\ \hat{\phi} \\ \hat{b}_p \end{bmatrix}$$



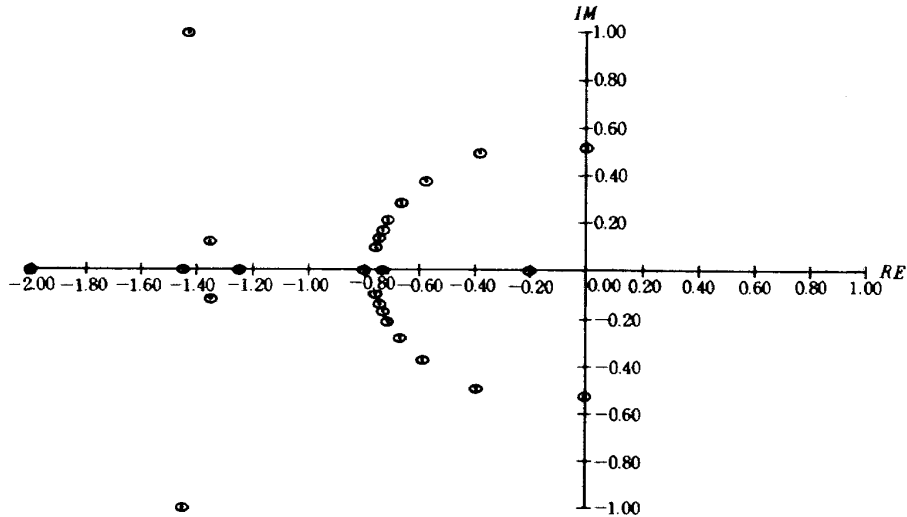


図 4.2  $\phi$  フィードバックの根軌跡

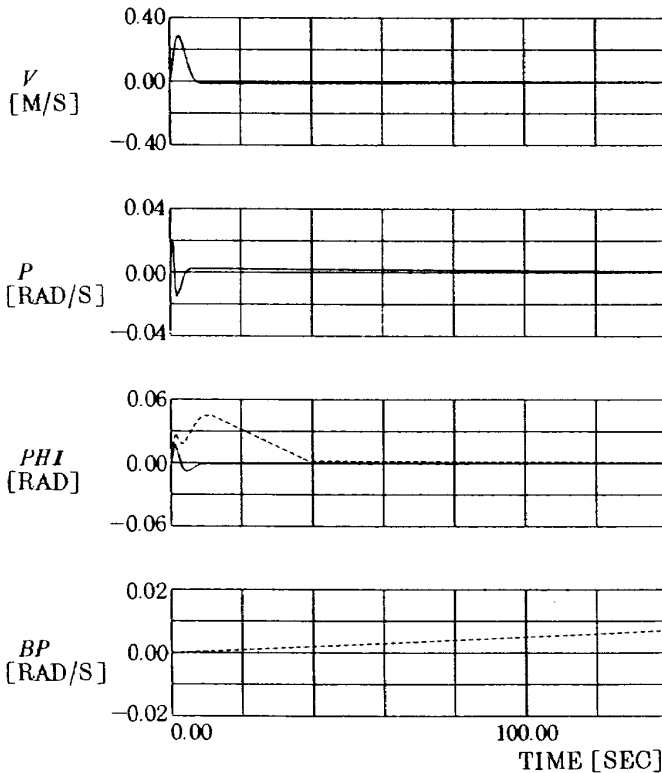


図 4.3 a  $\phi$  フィードバック系のパルス外乱応答 ( $\omega_{HC}/\omega_0=5.0$ , 点線: オブザーバ)

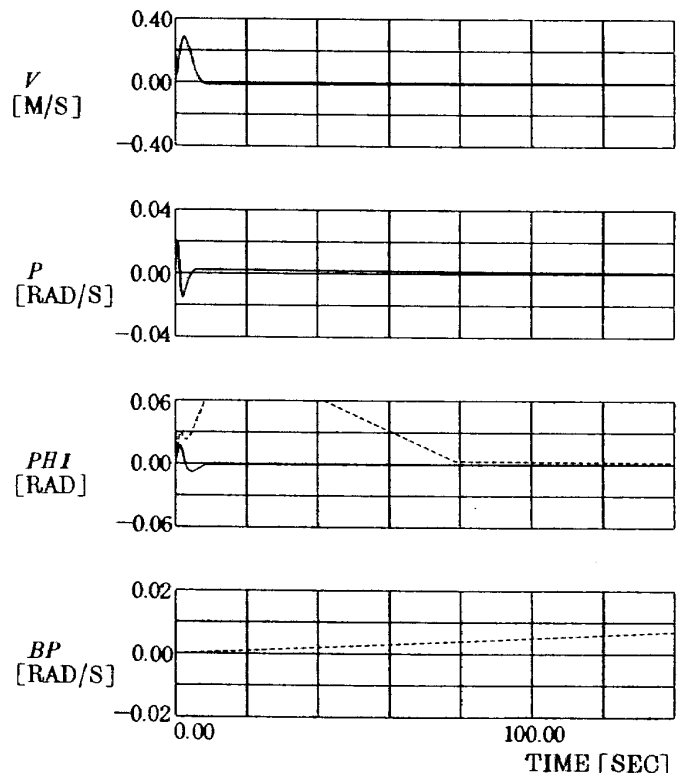


図 4.3 b  $\phi$  フィードバック系のパルス外乱応答 ( $\omega_{HC}/\omega_0=10.0$ , 点線: オブザーバ)

$$-\begin{bmatrix} Y_v \\ L_v \\ 0 \\ 0 \\ k_1 Y_v \\ k_2 Y_v \end{bmatrix} v_g \quad (3.15)$$

$\phi$  フィードバック制御系が孤立突風を受けた場合の応答を図 4.3 a, b に示す。初期値は 0 とした。ここで閉ループ系に対するオブザーバの応答を同時に示

してある。オブザーバパラメータは  $\zeta_0 = 0.7$  とし、 $\omega_0$  については  $\frac{\omega_{HC}}{5}$ ,  $\frac{\omega_{HC}}{10}$  について示してある。

#### 4.2 $\hat{\phi}$ フィードバック制御

次にオブザーバで得られた姿勢角推定値  $\hat{\phi}$  をフィードバックした場合を検討する。

制御則は

$$\delta = K_{\hat{\phi}} \cdot \hat{\phi} \quad (3.16)$$

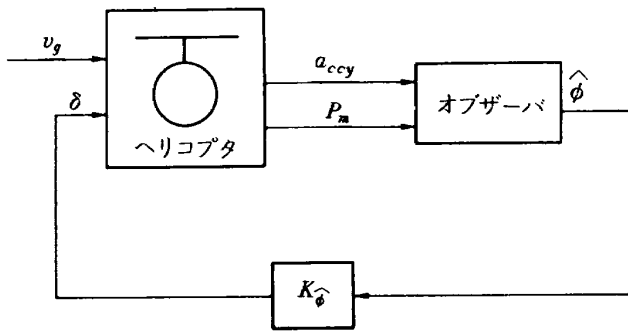


図 4.4  $\hat{\phi}$  フィードバック系ブロック図

である。

ブロック図を図 4.4 に示す。ここではオブザーバパラメータは  $\zeta_0 = 0.7$ ,  $\omega_0 = \frac{\omega_{HC}}{5}$  とする。フィードバックゲイン  $K_{\hat{\phi}}$  をパラメータとした根軌跡を図 4.5 に示す。図 4.2 と比べ、オブザーバの極を出発点とする根軌跡が付加されている。閉ループ系のダンピング係数が 0.7 になるときの  $K_{\hat{\phi}}$  は  $-0.066$  となり、この時の固有振動数は 0.50 である。(3.16) の制御則を (3.13) 式に代入すると  $\hat{\phi}$  フィードバックの閉ループ系の拡張状態方程式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v \\ p \\ \phi \\ b_p \\ \hat{\phi} \\ \hat{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & g & 0 & Y_\delta K_{\hat{\phi}} & 0 \\ L_v & L_p & 0 & 0 & L_\delta K_{\hat{\phi}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 Y_v & 1 & 0 & 1 & k_1 g + k_1 Y_\delta K_{\hat{\phi}} & -1 \\ k_2 Y_v & 0 & 0 & 0 & k_2 g + k_2 Y_\delta K_{\hat{\phi}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ \phi \\ b_p \\ \hat{\phi} \\ \hat{b}_p \end{bmatrix}$$

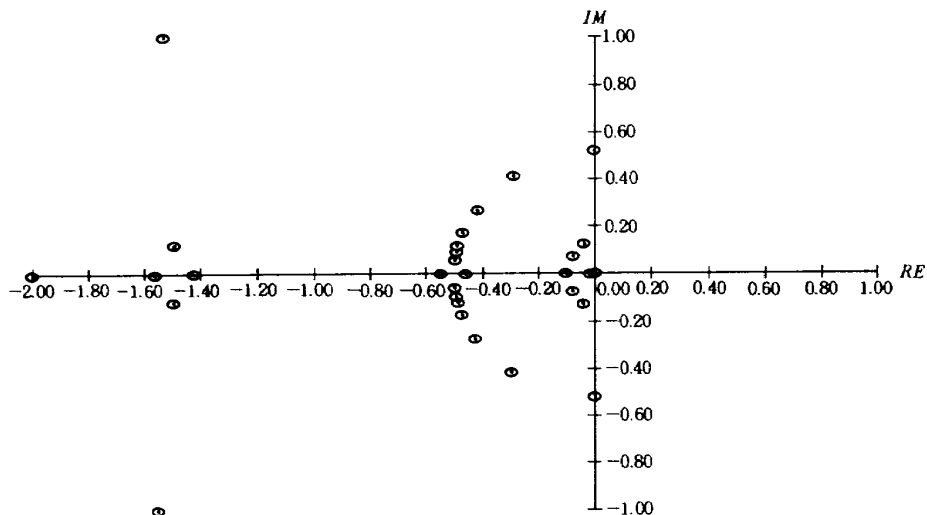


図 4.5  $\hat{\phi}$  フィードバック系の根軌跡 ( $\omega_{HC}/\omega_0 = 5$ )

$$- \begin{bmatrix} Y_v \\ L_v \\ 0 \\ 0 \\ k_1 Y_v \\ k_2 Y_v \end{bmatrix} v_g \quad (3.17)$$

$\hat{\phi}$  フィードバック制御系が孤立突風を受けた場合の応答を図 4.6 に示す。

図 4.6 a はレートジャイロのバイアスが推定されていないとしてオブザーバの初期値を 0 としてある場合で、図 4.6 b はレートジャイロのバイアスが推定された後を想定してオブザーバの初期値として  $b_p(0) = 0.01 \text{ rad/sec}$  としてシミュレーションを行ったものである。バイアス推定前には推定値が収束するまでの誤差が姿勢角制御の誤差として残るが、図 4.6 b に示されるようにバイアスが推定された後には、オブザーバを使わないで直接  $\phi$  をフィードバックした時と同様に良好な制御がなされることがわかる。

## 5. まとめ

航空機の姿勢制御を行なう場合の姿勢角センサとして、レートジャイロと加速度計を用いて姿勢角推定値を求めるという問題について検討した。そして機体の微小運動（機体軸の水平面からの微小変動、機体の定常運動からの微小変動等を含む）の仮定のもとでシステムを線形化し、その場合のオブザーバの設計法を示し、推定誤差の検討を行った。

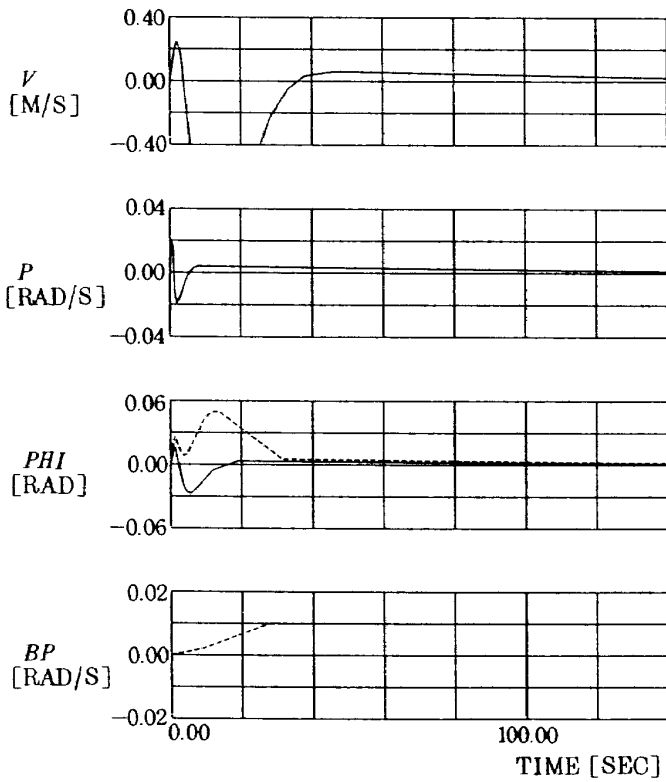


図 4.6 a  $\hat{\phi}$  フィードバック系のパルス外乱応答  
 $(\omega_{HC}/\omega_0=5.0, \hat{b}_p(0)=0.0,$   
 点線: オブザーバ)

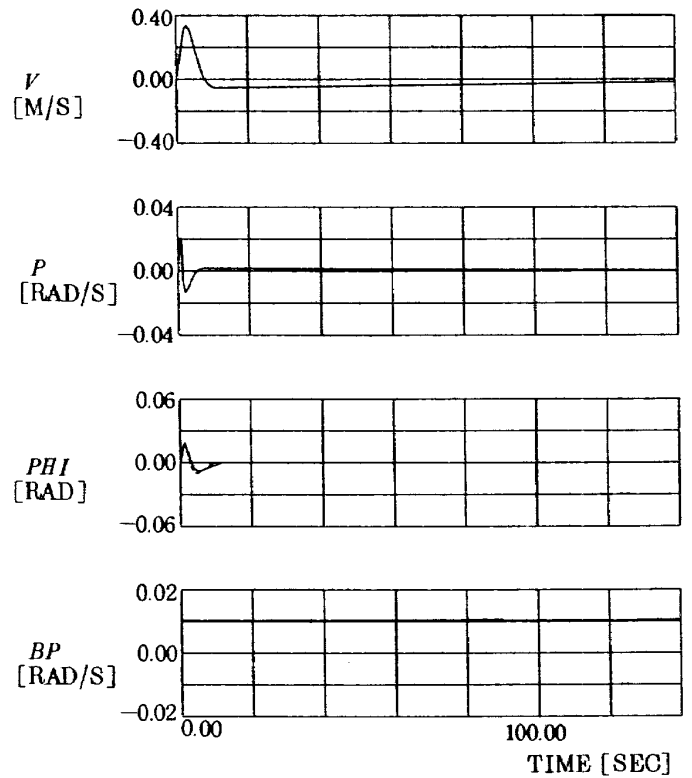


図 4.6 b  $\hat{\phi}$  フィードバック系のパルス外乱応答  
 $(\omega_{HC}/\omega_0=5.0, \hat{b}_p(0)=b_p=0.01,$   
 点線: オブザーバ)

また、本手法をホバリング中のヘリコプタの横揺れ運動に適用し、その有効性を検証するとともに、姿勢角推定値をフィードバックした場合の姿勢制御系についてもシミュレーション検討を行ない有効であることが示された。

今後の検討課題としては、大きな運動による観測誤差の姿勢角推定精度への影響の検討、長周期の加速度外乱  $a_y$  に対する対策及び制御ループ全体の誤差解析、大きな姿勢変化がある場合についての非線形領域へのアルゴリズムの拡張等が考えられる。

参 考 文 献

1. D. McRuer : Aircraft Dynamics and Automatic Control, Princeton Univ. Press, 1973
2. H. Kwakernaak: Linear Optimal Control Systems, John Wiley & Sons, Inc., 1972
3. 伊藤正美: 自動制御概論, 昭晃堂, 1970

付録 座標系

航空機の運動を記述するための座標系は、その用途に応じて何種類もあるが、主要なものを付表1に示す。飛行運動の解析に通常用いられる機体軸系は航空機に固定された座標系であって、付図1に示すように、航空機の重心に原点をおき、機体の左右対称面内前方にX軸を、対称面に垂直に右翼方向にY軸を、そして左右対称面内下方にZ軸をとる。重心の速度ベクトルを $V_a$ 、その機体軸方向の成分をそれぞれ $U, V, W$ とし、機体軸まわりの角度を $P, Q, R$ とする。 $V_a$ と $U, V, W$ の関係は

$$V_a = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2} \quad (1)$$

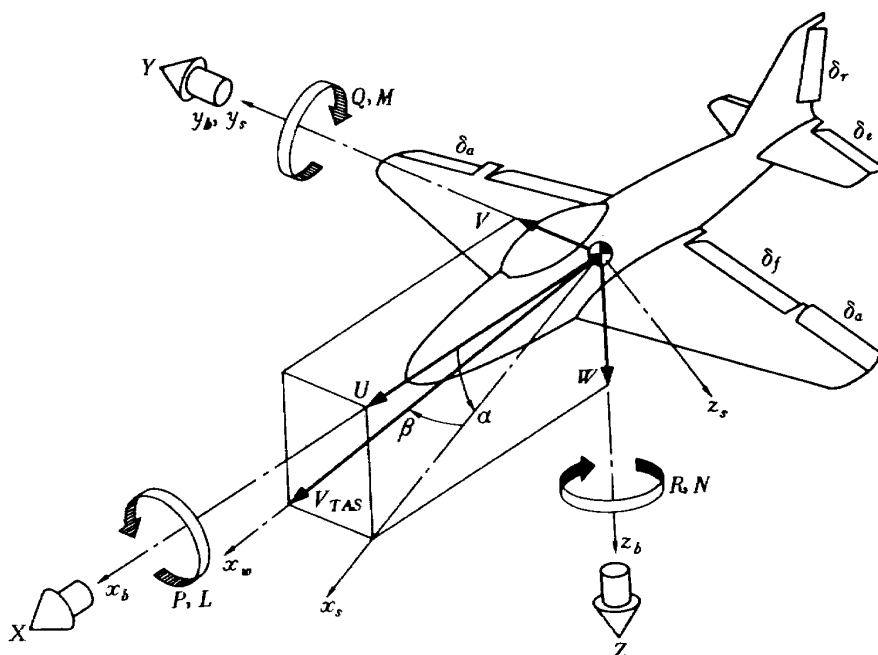
また、航空機に作用する外力の合ベクトル及び合ベクトルが重心点まわりにつくるモーメントの機体軸方向の成分をそれぞれ $X, Y, Z$ および $L, M, N$ とする。 $P, Q, R$ をそれぞれ横揺れ（ロール）、縦揺れ（ピッチ）、偏揺れ（ヨー）角速度、また $L, M, N$ をそれぞれ横揺れ、縦揺れ、偏揺れモーメントと呼ぶ。

また、局所水平座標系からの機体軸系の回転変位は付図2に示すようなオイラー角で表わされる。オイラー角はまずZ軸まわりに $\psi$ （方位角）回転し、次に機体のY軸まわりに $\theta$ （迎角）回転し、最後に

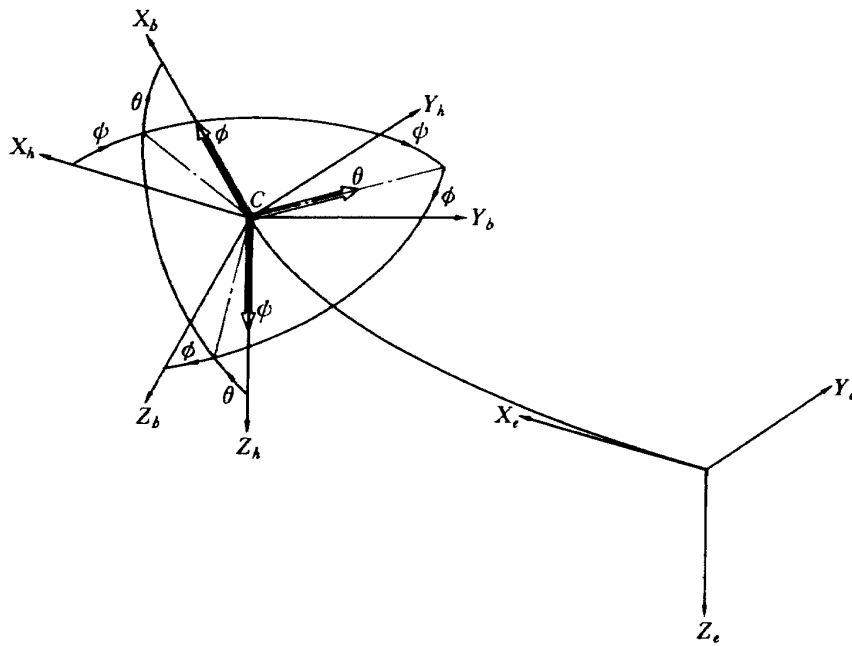
付表1 座標系の説明

座標系名称	座 標 系 の 定 義
地表軸系 $F_e$	地表面の一点を原点とし $z_e$ 軸を鉛直下方に正にとり $x_e, y_e$ 軸が水平面に含まれる右手座標系(付図2)
局所水平軸系 $F_h$	機体重心を原点とし、 $x_h, y_h, z_h$ の軸は夫々地表軸系の軸と平行にとる。(付図2)
風軸系 $F_w$	機体重心を原点とし、対気速度ベクトル方向に $x_w$ 軸をとり、 $z_w$ 軸が機体対称面に含まれる右手座標系(付図1)
機体軸系 $F_b$	機体重心を原点とし、機体前方を $x_b$ 軸とし、 $z_b$ 軸が機体対称面に含まれる機体に固定された右手座標系(付図1)
安定軸系 $F_s$	機体軸系の一つ。釣合飛行時の対気速度ベクトルを機体対称面に投影した方向を $x_s$ 軸とする右手座標系(付図1)

X軸まわりに $\phi$ （バンク角）回転させたものである。オイラー角速度と $P, Q, R$ の関係は次式で与えられる。



付図1 座標系（機体軸，安定軸，風軸）



付図2 座標系(地表軸, 局所水平軸, 機体軸)とオイラー角

$$\dot{\phi} = P + Q \tan \theta \sin \phi + R \tan \theta \cos \phi \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = Q \cos \phi - R \sin \phi \quad (3)$$

$$\dot{\psi} = R \cos \phi / \cos \theta + Q \sin \phi / \cos \theta \quad (4)$$

ここで変数の上の・は時間微分を表わしている。

各変数の説明を付表2にまとめて示しておく。

付表2 機体運動を記述する変数

	速 度 角 速 度	外 力 モーメント (除重力項)	微少擾乱 速 度 角 速 度	慣 性 加 速 度
X 軸 (前後)	$U$	$X$	$u$	$a_x$
Y 軸 (左右)	$V$	$Y$	$v$	$a_y$
Z 軸 (上下)	$W$	$Z$	$w$	$a_z$
X軸まわり (ロール)	$P$	$L$	$p$	
Y軸まわり (ピッチ)	$Q$	$M$	$q$	
Z軸まわり (ヨー)	$R$	$N$	$r$	

---

## 航空宇宙技術研究所資料593号

昭和63年8月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺東町7-44-1  
電話 三鷹(0422)47-5911(大代表) ㊎182

印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山5-6-17

---

