

# 航空技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AERONAUTICAL LABORATORY

TR-11

軟鋼円板の回転による降伏

佐藤和郎・永井文雄

1961年4月

航空技術研究所

NATIONAL AERONAUTICAL LABORATORY

# 軟鋼円板の回転による降伏

佐藤和郎・永井文雄

## Yielding of Rotating Discs of Mild Steel

By Yasuo SATO and Fumio NAGAI

The authors carried out experiments on the yielding of rotating discs of mild steel and reveal that the yield point is influenced by stress distribution, which depends on the ratio of inner to outer diameter of the disc.

In this paper, the effect of the stress distribution is discussed by various theories concerning the yield point and shows that it can be well explained by Nakanishi's theory but that others can not explain.

### 緒 言

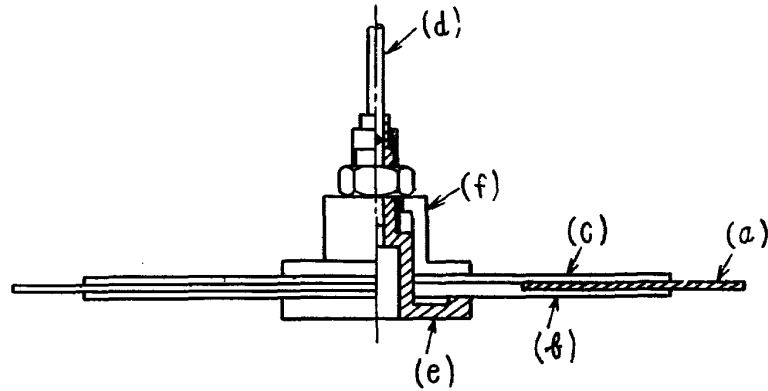
ガスタービン、送風機ならびに過給機等の高速翼車の設計において、それらの形が回転強度におよぼす影響、すなわち応力分布と強度との関係を知ることは重要な問題の一つである。しかし、実際の翼車の形は決して単純なものではなく、なかなか複雑であるので、その応力分布を正確に知ることは困難な場合が多いが、回転円板では弾性域における応力分布はよく分っている。

この報告は、翼車の強度に対する基本概念を得ることを目的として、軟鋼円板の回転による降伏の実験を行い、円板の応力分布と降伏点における応力分布の関係を明らかにしようとするものである。

### 実 験 方 法

試験用円板の材料としては、ロールした軟鋼板および鍛造した3種類の軟鋼丸棒を用意した。材料の焼鈍はいずれも円板に加工する前の状態において、電気炉 850°C で1時間保持した後、冷却は炉中で自然に行った。回転円板の弾性域における応力分布は、周速度が一定ならば、円板の大きさには関係なく内径と外径の比の函数であるので、試験用の円板はその内径と外径の比をいろいろ変えたものを用意することにした。

実験には空気タービンで駆動される回転試験装置 (spin tester) を使用した。円板の内径が大きくなると、これを直接駆動軸に取り付けるのは困難であるので、ここでは第1図に示すよ



第 1 図

うに、ボスをもった内径の小さい円板 (b) を用意し、これを駆動軸に取り付けることにし、試験用円板 (a) は (b) の上に自由に乘せた状態で、これと共に回転させることにした。(円板 (b) のボス径は試験用円板の内径に合わせてある。) 円板 (c) は試験中に試験用円板 (a) が (b) から外れないための蓋であり、(e) および (f) は円板 (b) と (c) とを固定する役目をするものであって、これらはナットによって締めてある。(d) は駆動軸であって、これは (e) と  $1.2\text{mm}\phi$  のピンで結合されている。

円板の降伏を知るためには、回転中に円板の歪みを測定すればよいのであるが、これは技術的に困難であるので、ここでは降伏による歪み模様 (strain figure) を観察することによって判定した。すなわち、ある一定の回転で円板を回転させた後、回転を止めてから円板に歪み模様が出ているかどうかを調べ、出ていなければ前の回転数よりもわずかな高い回転数で円板を再び回転させた後、また回転を止めて歪み模様の有無を調べる。このような手順で実験を繰り返して、初めて歪み模様が認められた回転数をもって降伏点における回転数とした。

### 実験-1 とその考察

**実験-1.** 円板は外径が  $160\text{mm}$  に鍛造された丸棒 (S-25C) を外径が  $230\text{mm}$  になるように、軸方向に再び鍛造したものから削り出したものである。円板の厚さは  $3\text{mm}$  であって、その内半径  $r_1$ 、外半径  $r_0$  ならびに内径と外径の比  $\gamma_0$  は第 1 表に示してある。表中の  $n_1$  は

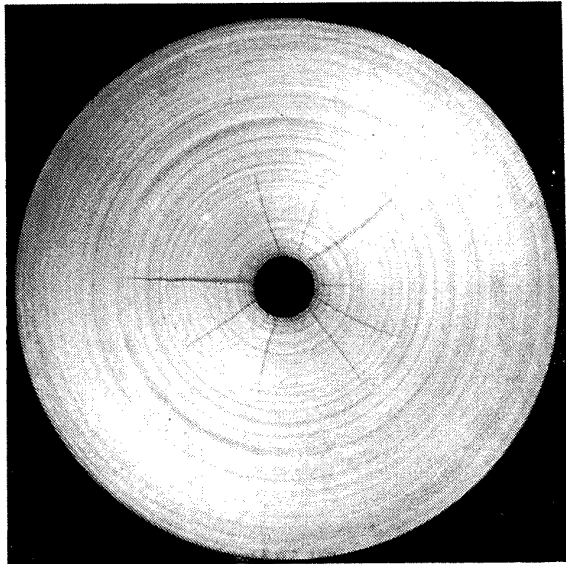
第 1 表 (円板の厚み,  $3\text{mm}$ )

内 径 $2r_1\text{mm}$	外 径 $2r_0\text{mm}$	内外径比 $\gamma_0 = \frac{r_1}{r_0}$	$n_1$ r. p. m.	$n_2$ r. p. m.	$\sigma_y$ $\text{kg/mm}^2$
22	200	0.110	24.400	30.000	29.2
140	210	0.667	20.800	20.800	29.3
205	220	0.932	17.600	17.600	30.6

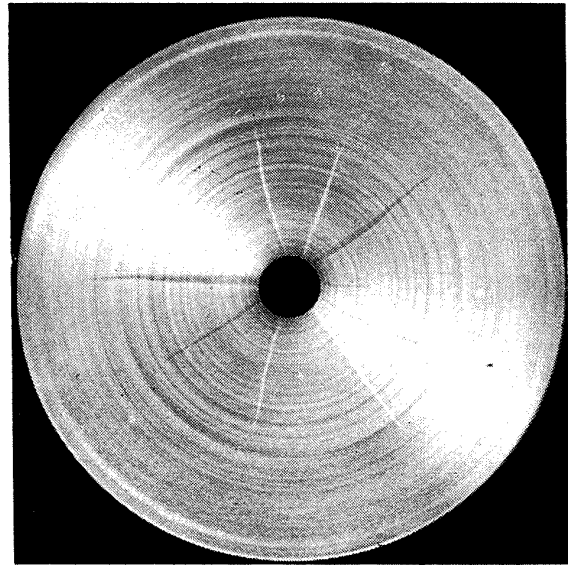
平均  $\sigma_y = 29.7$

降伏点における回転数であって、これは歪み模様が最初に認められたときの回転数であり、 $n_2$  は歪み模様が円板の内周から外周に達したときの回転数である。

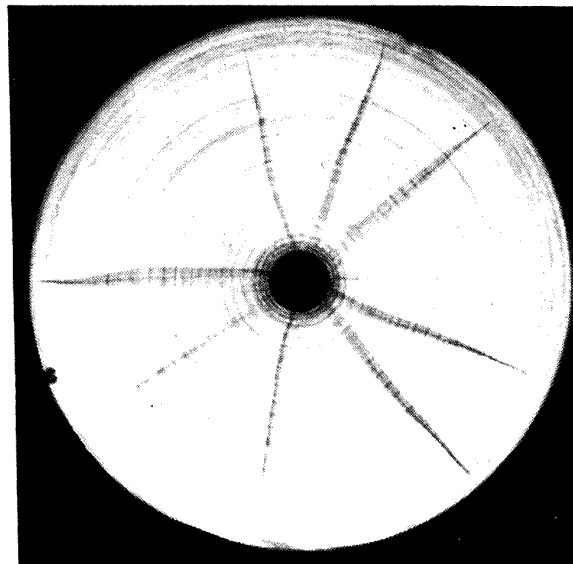
第2図は  $\gamma_0=0.110$  の円板の降伏による歪み模様を示したものである。(a) および (b) 図は降伏が進行しているときのものであり、(c) 図は歪み模様が外周に達したときのものである。この円板では  $n=24,000$  rpm までは歪み模様は全く認められなかったが、 $n=n_1$  で初めて、



(a)  $\gamma_0=0.110$   
 $n=28,000$  rpm



(b)  $\gamma_0=0.110$   
 $n=28,800$  rpm

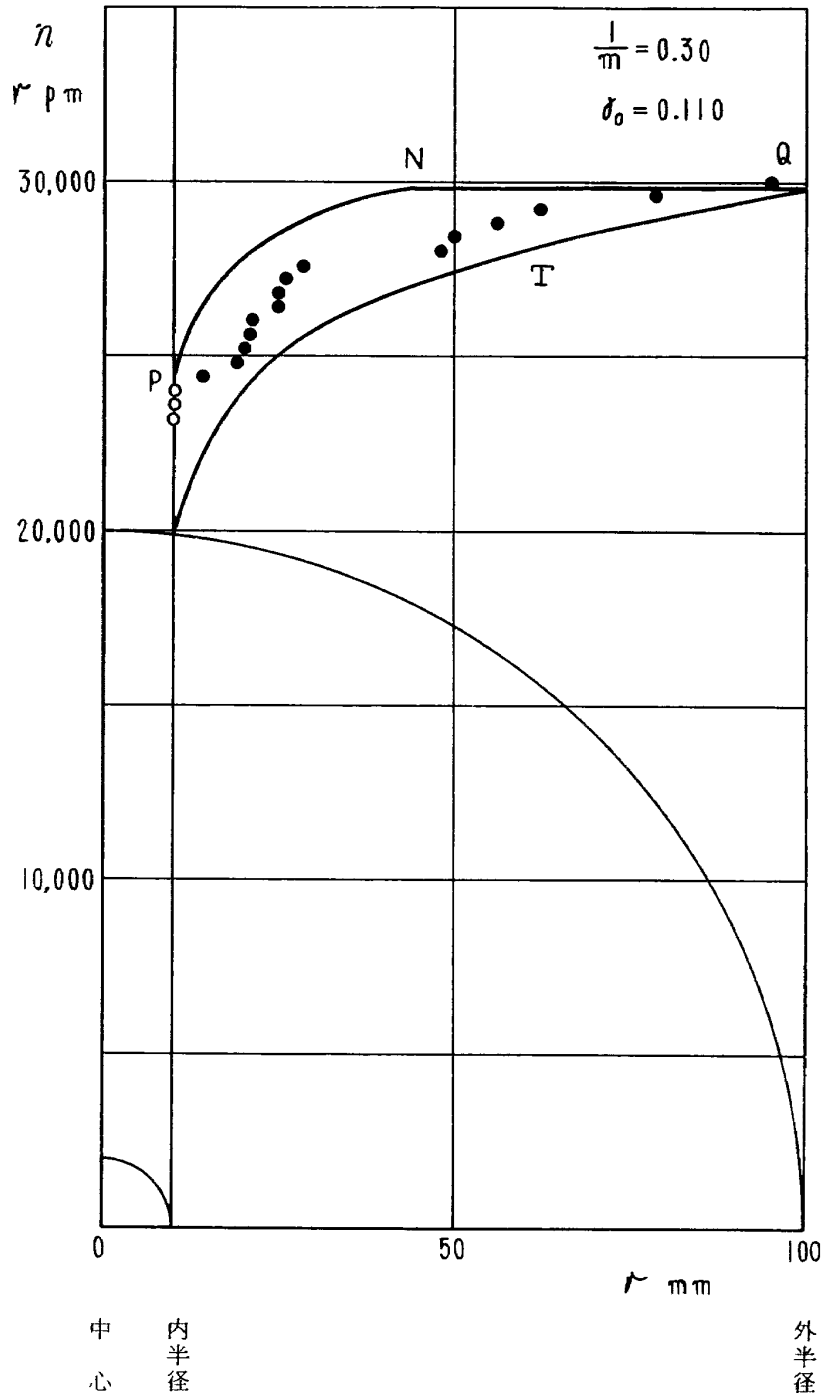


(c)  $\gamma_0=0.110$   
 $n=30,000$  rpm

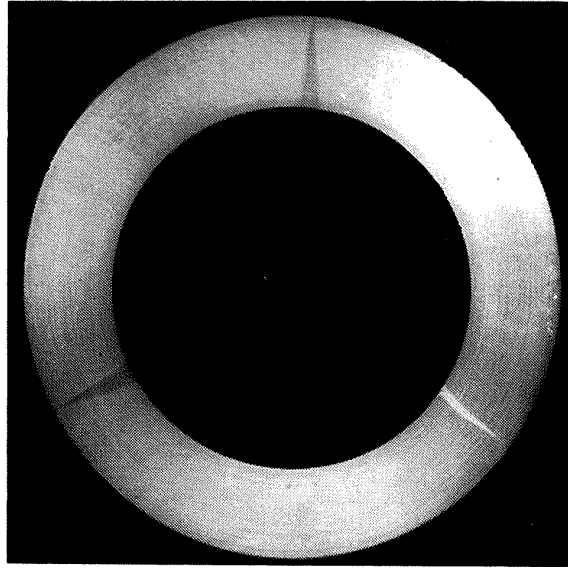
第 2 図

円板の内周部に細い歪み模様が認められたものである。その後は回転を上げるにしたがって歪み模様は、円板の内周から外周に向かって進んでいった。第3図は歪み模様が回転と共に進行する様子を示した実験結果であって、縦軸には円板の回転数、横軸には円板の中心から測った歪

み模様の平均の長さがとってある。図において、○で示した回転数では円板はまだ降伏していないが、●が降伏して歪み模様が進んでいるときの状態を示したものである。



第 4 図は  $\gamma_0 = 0.667$  の円板が降伏したときの歪み模様を示したものである。この円板では  $n = 20,400$  rpm までは歪み模様は認められなかったけれども、 $n = n_1$  で初めて図に示すような歪み模様が認められたものである。この場合、歪み模様はすでに外周に達しているので、 $n_2$  は降伏点における回転数  $n_1$  と同じであると考えられる。このことは  $\gamma_0 = 0.932$  の円板において



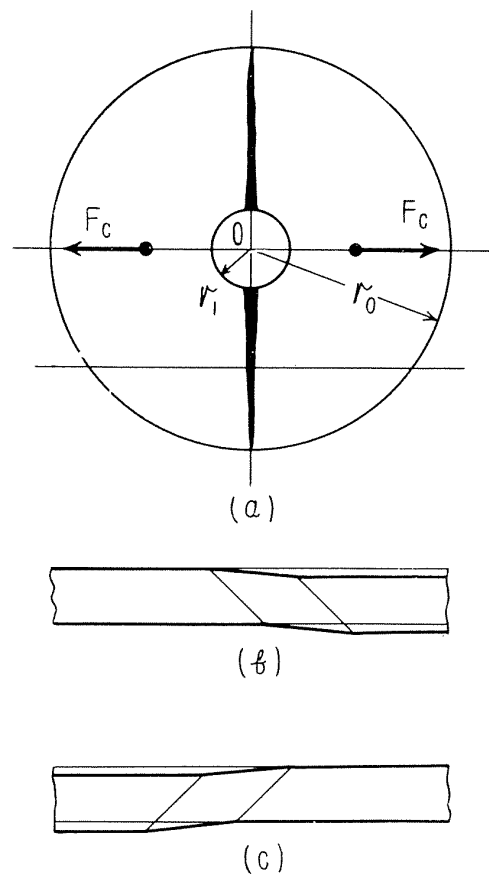
$\gamma_0=0.667$   
 $n=20.800$  rpm

第 4 図

も同様であって、 $n_1$  で歪み模様が認められたが、このときはすでに内周から外周に達していた。

なお、歪み模様の写真は次のようにして撮ったものである。円板を水平におき、照明はカメラの影が円板上に出ない範囲内で、できるだけ円板の真上から行うようにして撮った。降伏による歪みは単純剪断によるものであって、円板が第 5 図 (a) のように降伏しているとするれば、これを A-A で截ってその断面を拡大してみれば、(b) または (c) 図のように降伏部分は降伏していない部分に対してわずかに傾いているはずである。したがって、円板を上で述べたように照明すれば、降伏部分は未降伏部分に対して明るい部分と暗い部分とに分れて、めいりょうに見えることになる。撮影した結果もそのようになっている。

さて、上に述べた実験結果において、 $\gamma_0=0.110$  の円板の降伏の起り方は  $\gamma_0=0.667$  と  $\gamma_0=0.932$  の円板のそれとは全く異っている。すなわち、前者では降伏は最初に円板の内周部で局部的に起り、その後は回転を上げなければ降伏は進行しないが、後



第 5 図

者では降伏は回転一定で円板の内周から外周にまで進行している。このように円板の降伏の起り方が内径と外径の比  $\gamma_0$  によって異っているのは、降伏点が応力分布の影響を受けているに違いないと思われる。

**考察-1** 実験結果について考察してみよう。

まず、降伏による歪み模様が、第5図(a)のように円板の内周から外周に達した状態について考えてみよう。降伏部分が支持している応力は材料について一定値と考えられるので、その値を  $\sigma_y$  とする。降伏部分が支持している円周方向の荷重は遠心力  $F_c$  と釣合っているはずであって、

$$2\sigma_y(r_0 - r_1) = F_c$$

$$\text{ただし, } F_c = \frac{2}{3} \rho \omega^2 (r_0^3 - r_1^3)$$

したがって、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \frac{1}{3} \rho r_0^2 \omega^2 (1 + \gamma_0 + \gamma_0^2) \\ \text{または } \sigma_y &= \frac{1}{3} \rho v^2 (1 + \gamma_0 + \gamma_0^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、 $\rho$  は材料の密度、

$\omega$  は円板の回転速度、

$v$  は円板の周速度。

(1) は次のようにしても求めることができる。回転円板における応力の関係は一般に、

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} - (\sigma_t - \sigma_r) + \rho r^2 \omega^2 = 0 \quad (2)$$

ただし、 $r$  は円板の中心からの距離、

$\sigma_t$  は円周応力、

$\sigma_r$  は半径応力。

降伏が外周に達した状態では、 $r$  に関係なく  $\sigma_t = \sigma_y$  であるから、(2) は

$$\sigma_r = \sigma_y - \frac{1}{3} \rho r^2 \omega^2 + \frac{c}{r} \quad (2)'$$

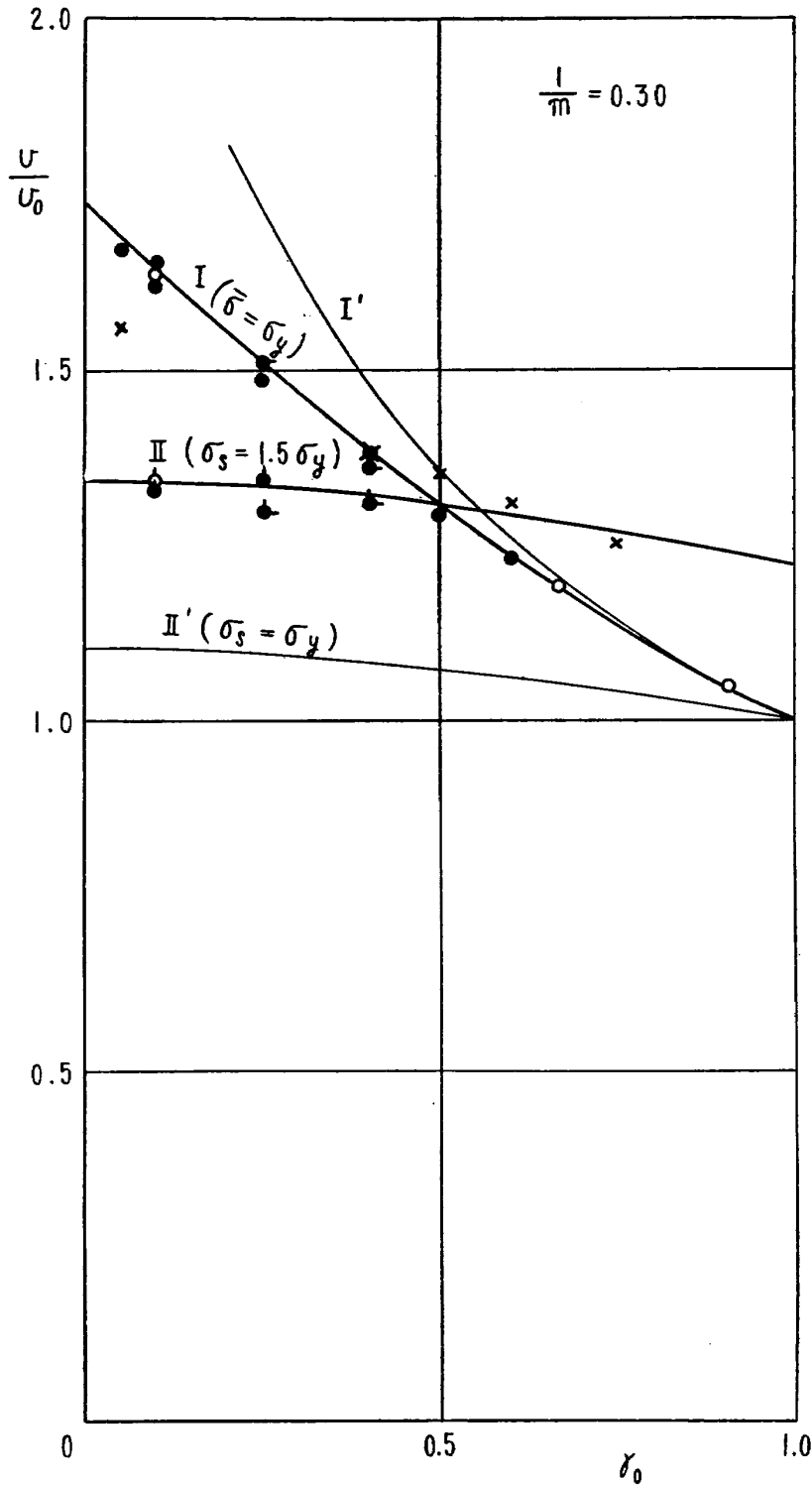
ただし、 $c$  は積分常数。

回転円板においては、 $r=r_1$  と  $r=r_0$  において  $\sigma_r=0$  である。この条件を (2)' に代入して  $c$  を消去すれば、(1) と同じ結果が得られる。また、(1) は  $\gamma_0=1.0$  の円板が降伏するときの周速度を  $v_0$  とし、これを元にして表せば、

$$\left( \frac{v'}{v_0} \right)^2 = \frac{3}{1 + \gamma_0 + \gamma_0^2} \quad (1)'$$

$\gamma_0=1.0$  の円板というのは、その形は円板ではなくて、円輪であるが、この場合の半径応力  $\sigma_r=0$  で、その応力状態は円周方向への均等引張りであって、最も簡単な場合である。

(1) または (1)' が降伏が円板の外周に達した状態を表わすものである。(1) を第 1 表に示した実験結果に適用して、 $\sigma_y$  を出してみると表の最後の行に示すように大体一定値に出てきて、その平均値は  $29.7 \text{ kg/mm}^2$  となる。また、 $\gamma_0$  を横軸にとって (1)' を表せば第 6 図の曲



第 6 図



線 I のようになる。この図において、○と○とは第 1 表に示した実験結果を表わしたものである。○は降伏が外周に達した状態を表わし、○は  $\gamma_0=0.110$  の円板の降伏が始った状態を表わしたものである。この場合、円輪が降伏するときの周速度  $v_0$  はこの材料の降伏応力を  $\sigma_y=29.7 \text{ kg/mm}^2$  として計算した値を採用している。図において、降伏が終った実験値は曲線 I の上によく乗っている。

問題は円板の降伏が始まる状態、すなわち降伏点における状態である。この状態については次に考えることにする。

**考察-2** 従来考えられている降伏の条件を引張り応力  $\sigma$ 、または剪断応力  $\tau$  で表わせば

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_s = \sigma_y, \\ \text{または } \tau_s = \tau_y. \end{array} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $\sigma_s$ 、 $\tau_s$  は最大応力、

$\sigma_y$ 、 $\tau_y$  は降伏応力で材料について決った値。

(3) の降伏の条件は、それぞれ最大応力説あるいは Tresca の理論を示したものである。降伏が、これらの条件で起るとすれば、材料中の最大応力の部分が降伏応力に達すれば、その部分が降伏を起すことになるので、降伏点における応力は応力分布の影響を受けないことになる。第 6 図の曲線 II' は (3) の条件を回転円板に適用した結果を図示したものである。この条件にしたがえば、曲線 II' の状態で円板の内周部で降伏が生じ、その後は回転を上げると共に降伏は外周に向かって進行し、曲線 I の状態で降伏は外周に達することになる。ところが実験と比べてみると、降伏が始まる状態が合わないし、また  $\gamma_0=0.667$  と  $\gamma_0=0.932$  の円板で起った降伏の起り方とも合っていない。

中西は応力分布の影響を考慮に入れて、軟鋼の降伏に関する理論を提唱している<sup>(1)</sup>。この理論にしたがえば降伏は断面全体の一種の安定の問題であって、応力分布が均等でない場合の降伏は次の条件のいずれかで起るとしている。

$$\sigma = \sigma_y, \quad (4)$$

$$\sigma_s = 1.5 \sigma_y. \quad (5)$$

ただし、 $\sigma_y$  は均等応力のもとにおける降伏応力、または降伏部分が支持している応力であっ

て、これは材料について一定値、

$\sigma$  は応力の荷重に対する効き方を考慮に入れた断面全体の附重平均値、

$\sigma_s$  は最大応力。

この降伏の条件はいずれも下降伏点に対するものであって、ここでは引張り応力  $\sigma$  で表しているが、剪断応力  $\tau$  で表わしても同じである。(4) は断面全体の安定がこわれるときの条件であって、このときの降伏は断面全体で起り、しかも荷重一定で部分的に拡がって行く。(5)

は断面全体の安定はまだこわれなけれども降伏を起す条件であって、このときの降伏は応力最大の部分で局部的に起る。

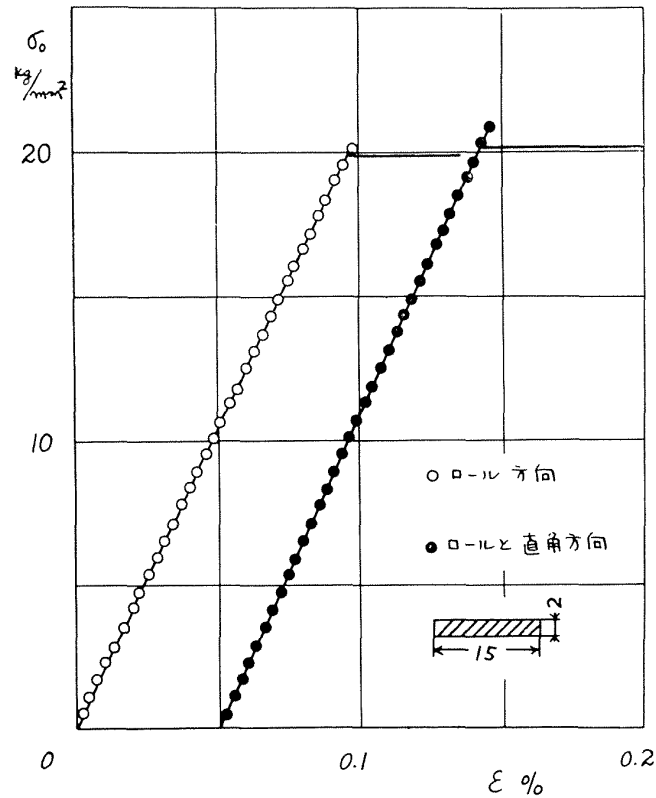
(4) を回転円板に適用した結果は (1) または (1)' と同じ結果が得られる。したがって、これを図示したものは第 6 図の曲線 I である。第 6 図の曲線 II は (5) を回転円板に適用した結果を図示したものであるが、この曲線は  $\gamma_0=0.110$  の円板が降伏を始めた点  $\phi$  を通り、曲線 I と  $\gamma_0=0.50$  の付近で交っている。曲線 I と II とが第 6 図に示すように  $\gamma_0=0.50$  で交っているということは、 $\gamma_0>0.50$  の円板では降伏は (4) の条件で起り、このときの降伏は回転一定で円板の内周から外周にわたって部分的に起るということであり、 $\gamma_0<0.50$  の円板では降伏は (5) の条件で起り、このときの降伏は円板の内周部において局部的に起り、その後は回転を上げなければ降伏は進行しないということである。実験で示された降伏の仕方ならびに降伏点における応力の関係は、中西の理論が示すとおりに出ている。

第 3 図に示した曲線 PNQ は  $\gamma_0=0.110$  の円板に中西の理論を適用した降伏点以後の回転数と降伏が進行する関係を示したものである。曲線 PN 間は降伏は (5) の条件で起りつつ進行し、N 点において今度は降伏は (4) の条件で起る。したがって N 点以後の降伏は回転一定で外周に達する。実験と比べてみると、降伏が始まる回転数と外周に達した回転数とは合っているが、その途中では理論曲線の方が上に出ていて実験と合っていない。この原因は、理論では歪み模様が円板の中心から  $r$  まで進行したときには、円板は半径  $r$  の範囲が全部降伏をしたものと仮定して計算しているのに対して、実際の降伏は第 2 図をみれば分かるように、この範囲内において未降伏部分が存在しているためであると思われる。図の曲線 T は降伏が (3) の条件で進行するものとしたときの回転数の関係を示したものであって、これは参考までに示したものである。

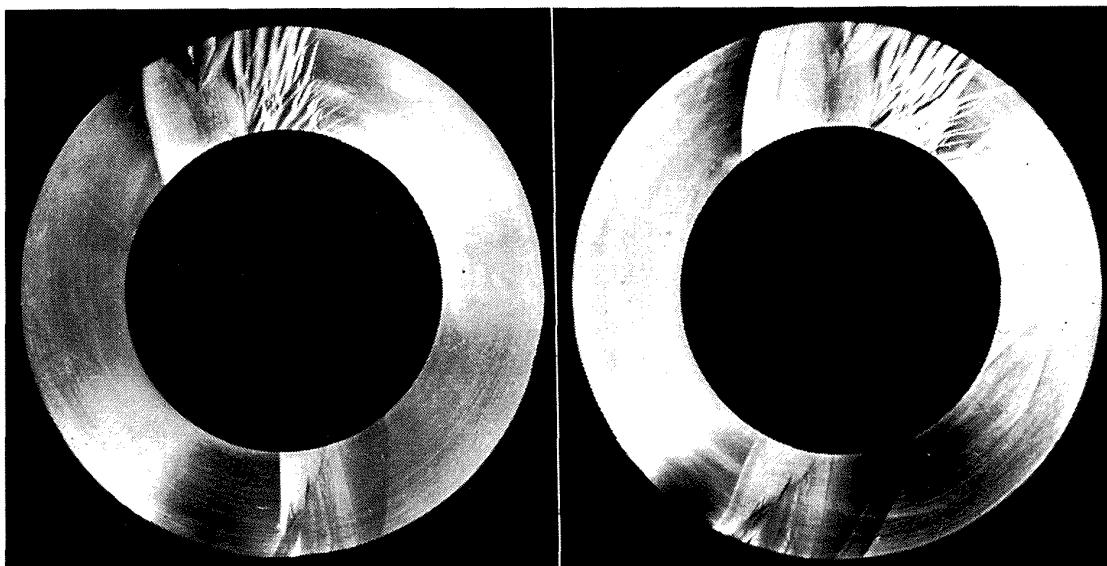
## 実験-2 とその考察

**実験-2** 円板の降伏に関してさらに実験を進めた。材料はロールした厚さ 2.3 mm の軟鋼板であって、第 7 図はこの材料のロール方向とそれと直角方向の引張りにおける応力と歪みの関係である。いずれも、降伏点まではほとんど直線的であって、降伏応力は  $\sigma=20 \text{ kg/mm}^2$  である。試験用円板の外径は 200 mm として、その内径をいろいろ変えることにした。

第 8 図は  $\gamma_0=0.60$  の円板の降伏による歪み模様を示したものである。この円板では  $n=24.800 \text{ rpm}$  までは降伏は認められなかったけれども、 $n=25.100 \text{ rpm}$  で急に (a) に示すような降伏が認められた。この歪み模様はすでにかなり円周方向に広がっていることからみて、これは上降伏点で降伏を起したものである。このときは、もう一度この円板をかなり回転数の低いところからわずかつづ回転を上げて、(b) 図に示すように降伏が再び広がる回転数をも



第 7 図

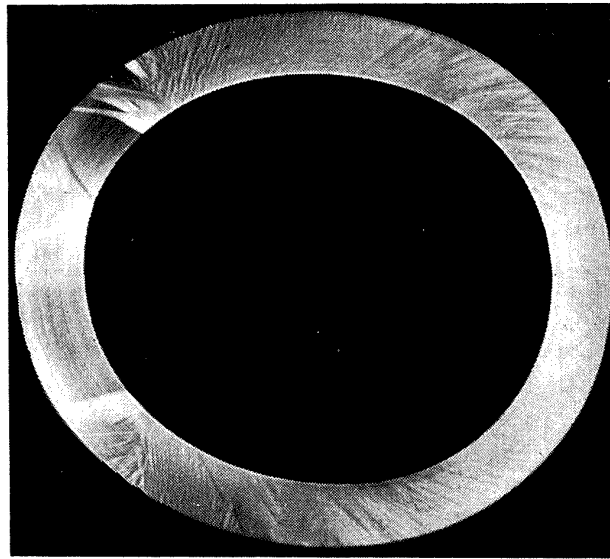
(a)  $\gamma_0 = 0.60$   
 $n = 25.100 \text{ rpm}$ (b)  $\gamma_0 = 0.60$   
 $n = 23.600 \text{ rpm}$ 

第 8 図

って降伏点における回転数とした\*。この材料は引張りでは上降伏点はわずかししか認められな  
いけれども、回転では顕著に表われるものようである。第 9 図は  $\gamma_0 = 0.75$  の円板が降伏を

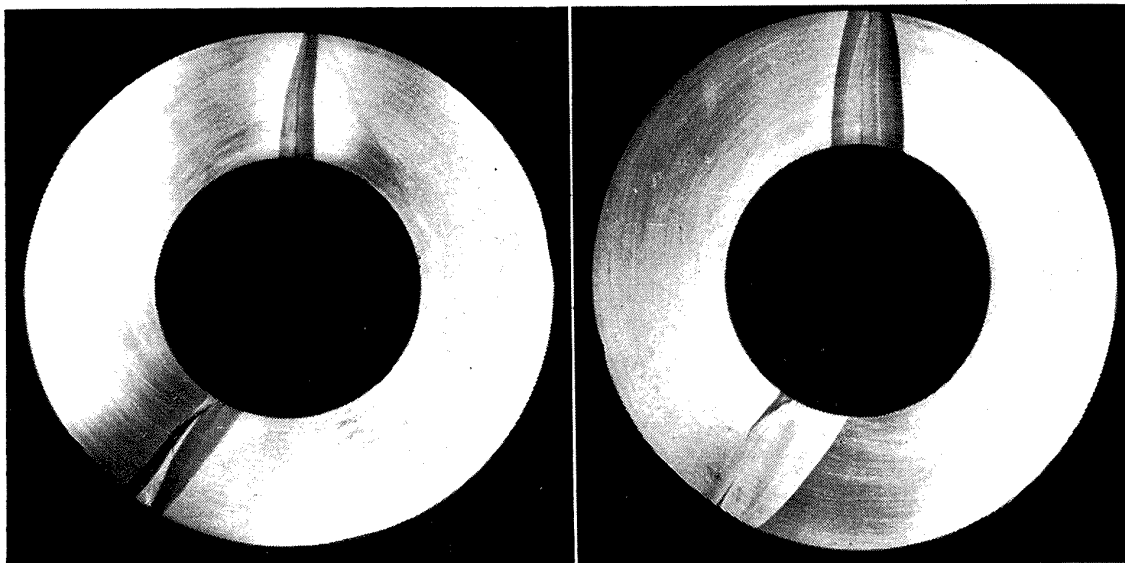
\*  $\gamma_0 < 0.50$  の円板では、上降伏点で円板が降伏したときには、歪み模様がすでに半径方向に進行して  
いることから、下降伏点で降伏をした場合と区別することができる。したがって、上降伏点におけ  
る回転数を下降伏点における回転数と誤認することはない。

したときのものであるが、降伏がすでにほとんど全円周にわたって起っていることからみて、上降伏点がかかなり高く出たものと思われる。この実験では  $\gamma_0=0.50$  の円板についても実験を行った。 $\gamma_0=0.50$  の円板は中西の理論で示された (4) の条件が適用される限界であって、この理論で円板の降伏を説明できるかどうかをみるにはよい例である。第10図 (a) は  $\gamma_0=0.50$  の円板が上降伏点で降伏をしたときの歪み模様を示したものである。(b) はこの円板をかかなり低い回転からわずかづつ回転を上げて降伏が再び拡った状態を示したものである。このときの円板の降伏は円板の内周から外周に達して、(4) の条件で降伏が起ったことを示している。



$\gamma_0=0.75$   
 $n=24.000 \text{ rpm}$

第 9 図



(a)  $\gamma_0=0.50$   
 $n=25.600 \text{ rpm}$

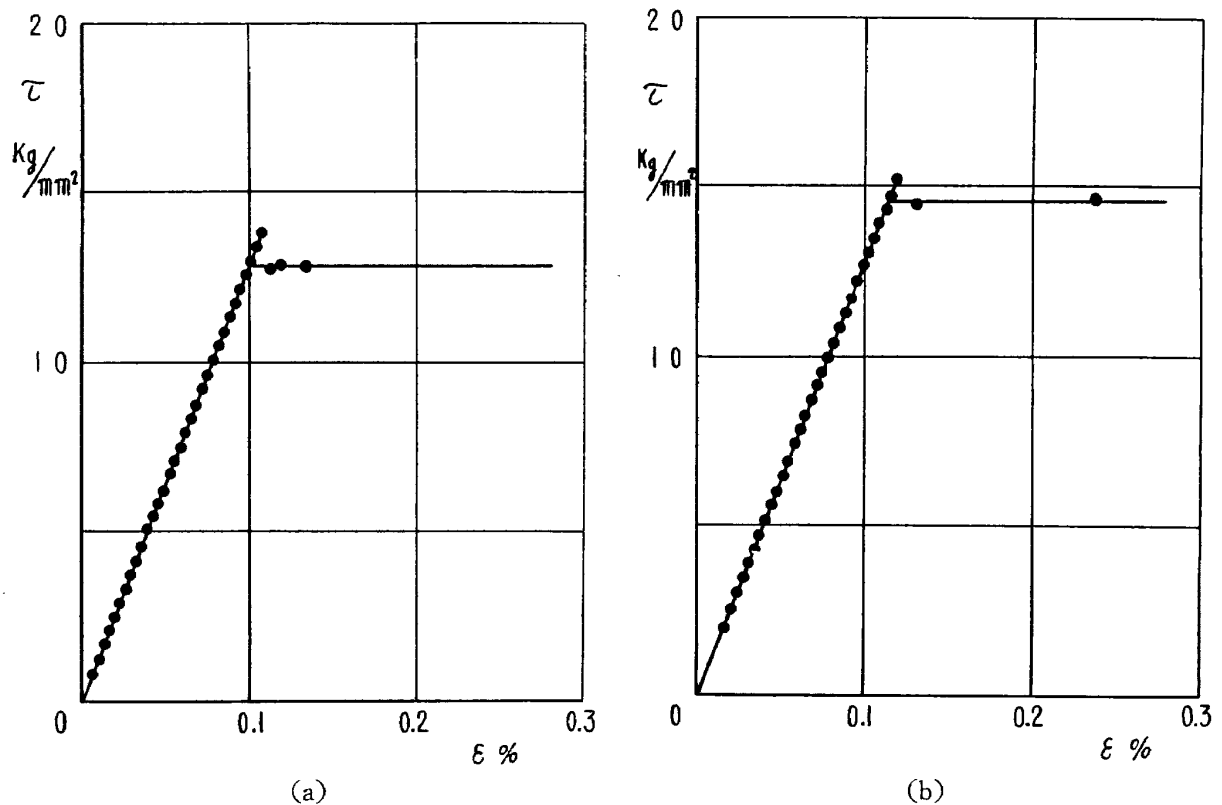
(b)  $\gamma_0=0.50$   
 $n=24.800 \text{ rpm}$

第 10 図

円板の実験結果は第6図に ×, ● および ● で示しておいた。× は円板の降伏が上降伏点で起ったものであり, ● は歪み模様が内周から外周に達した状態におけるものであり, ● は降伏が円板の内周部に初めて認められたときのものである。この実験も前の実験と同様に, 降伏は中西の理論にしたがって起っている。

**考察-1** 第6図の ● で示した状態, すなわち降伏が円板の外周に達した状態から (1) を用いて  $\sigma_y$  を出してみると平均  $31.7 \text{ kg/mm}^2$  となる。この値は第7図の引張りにおける降伏応力  $\sigma_y = 20 \text{ kg/mm}^2$  とはかなり違った値である。これは材料が初めに等方性でないためであると思われる。

第11図 (a) および (b) 図は軟鋼の等方性に関して調べた実験結果である。実験に用いた試験片は外径が 18 mm, 内径が 16 mm の円筒であって, これは外径が 25 mm の1本の丸棒 ( $c: 0.39\%$ ) から削り出したものである。焼鈍は円筒に加工する前に  $850^\circ\text{C}$  で1時間行い, さらに円筒に加工した後, 加工の影響を除く目的で  $750^\circ\text{C}$  で1時間行ったものである。(a) 図は円筒に内圧をかけて降伏をさせたときの応力と歪みの関係である。円筒に内圧をかけたときの応力状態は, 塑性的には円筒の円周方向に伸びる純粋剪断である。(b) 図は円筒に内在をかけると同時に軸方向に引張って, 常にその応力状態が塑性的には円筒の軸方向に伸びる純粋剪断になるようにして, 降伏させたときの応力と歪みの関係である。実験 (a) と (b) における円筒の変形はいずれも塑性的には純粋剪断であって本質的には同じであるが, ただ降伏を起



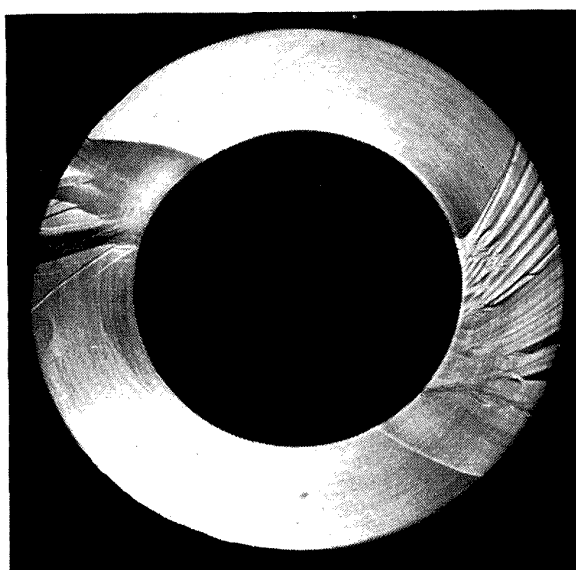
第11図

す方向が異っているだけである。したがって、材料が初めに等方性であれば当然降伏応力は同じでなければならない。しかし実験では (a) と (b) における降伏応力は異っているので、この材料は初めに等方性でなかったものと考えざるを得ない。

材料が初めに等方性であれば、降伏応力は荷重の種類にかかわらず材料について一定値であるはずである。しかし、このような材料はきわめてまれであって、多くの場合、焼鈍をしてもなかなか等方性にならないようである。問題は初めに等方性でない材料を用いたときに、降伏点における応力の関係を調べる方法である。それは別な荷重試験から求めた降伏応力を元にして、他の荷重をかけたときの降伏点における応力を比較したのではもちろん無意味であるが、回転円板についてわれわれが行ったように、同じ種類の荷重から求めた降伏応力を元にして行えば十分であると思われる。その理由は荷重の種類が決れば、降伏を起す方向が材料の中で決るからである。このことは、多くの場合材料ははじめに等方性でないことからみて、重要なことである。

白鳥一佐々木は  $\gamma_0 < 0.20$  の円板について、降伏の実験<sup>2)</sup>を行っている。それによると円板が降伏を始める応力は引張り試験から求めた降伏応力に一致している。しかし、降伏を始める回転数と降伏が円板の外周に達したときの回転数との関係は、決して第6図の曲線 II' と I の関係ではなくて、曲線 II と I の関係に合っている。このことからみて、これは材料が初めに等方性でないためであると思われる。

**考察-2** 第8図および第9図の降伏による歪み模様をみて興味あることは、降伏が半径方向に起っていると同時に半径に対して  $45^\circ$  の方向にも起っていることである。第12図はその代表的なものである。半径に対して  $45^\circ$  の方向に起る降伏は内径が外径に対して割合に大きい

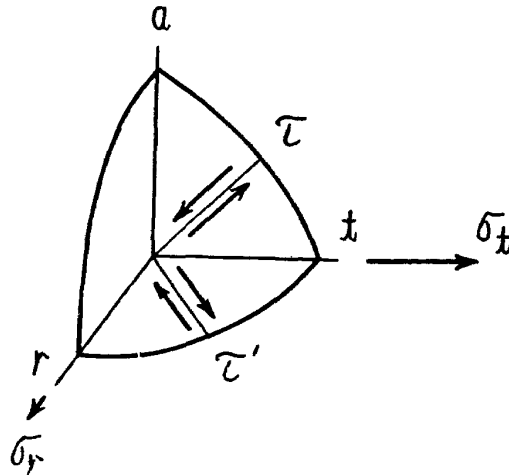


$\gamma_0 = 0.60$   
 $n = 25,400 \text{ rpm}$

第12図

とき、すなわち  $\gamma_0$  が 1 に近いときにしばしば表れることを経験している。このことについて考察をしてみよう。

いま、円板の円周方向を  $t$  軸に、半径方向を  $r$  軸に、回転軸方向を  $a$  軸に採って円板の応力状態を表わせば第 13 図のようになる。 $\sigma_t$  は円周応力であり、 $\sigma_r$  は半径応力である。降伏による歪み模様が半径方向に伸びるということは、降伏が剪断応力  $\tau=1/2\sigma_t$  で起っていることであり、半径に対して  $45^\circ$  の方向に伸びるということは降伏が剪断応力  $\tau'=1/2(\sigma_t-\sigma_r)$  で起っていることである。 $\gamma_0$  が 1 に近い場合は  $\sigma_r$  は  $\sigma_t$  に比べてきわめて小さいので、 $\tau=\tau'$



第 13 図

であると考えることができる。したがって、降伏は  $\tau$  で起ってもよいし、 $\tau'$  で起ってもよい。これが  $\gamma_0$  が 1 に近い円板の降伏が、半径方向に起ると同時に半径に対して  $45^\circ$  の方向に起る定性的な説明である。定量的な説明をするには、次のような計算をやればよい。降伏が  $\tau'=1/2(\sigma_t-\sigma_r)$  で起り、歪み模様が円板の外周に達した状態では降伏部分が支持している応力は

$$\tau_v = \frac{1}{2} (\sigma_t - \sigma_r)$$

$$\text{または } \sigma_v = (\sigma_t - \sigma_r)$$

この関係を (2) に代入して整理をすれば

$$\sigma_v = -\frac{1}{2} \rho v^2 \frac{1-\gamma_0^2}{\log \gamma_0} \quad (6)$$

円輪が降伏をするときの周速度  $v_0$  を元にして表わせば

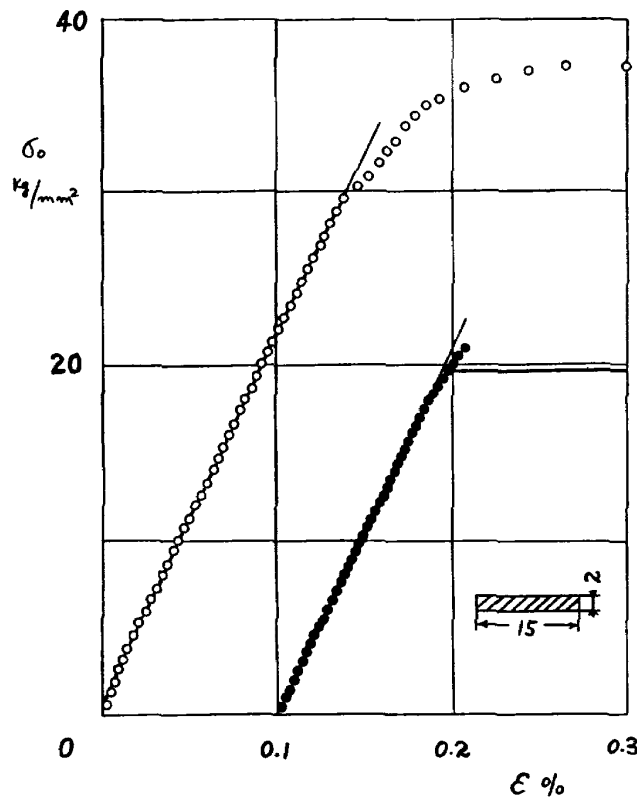
$$\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = -\frac{2 \log \gamma_0}{1-\gamma_0^2} \quad (6)'$$

(6)' を  $\gamma_0$  に対して画いたものが第 6 図における曲線 I' である。曲線 I' は図にみるように  $\gamma_0$  が 1 に近いときには曲線 I に非常に接近しているが、 $\gamma_0$  が小さくなるにしたがって次第に離れている。 $\gamma_0$  が 1 に近い円板では降伏による歪み模様が半径方向に伸びるものと半径に

対して  $45^\circ$  の方向に伸びるもののが同時に認められるのはこのためである。

### 実験-3 とその考察

材料は鍛造した二種類の丸棒である。実験結果はそれぞれ  $\circ$  と  $\bullet$  で表わすことにする。第 14 図はこれらの材料の引張りにおける応力と歪みの関係である。普通の軟鋼においては、応力と歪みの関係は降伏点まで実用的には弾性的であると考えられるが、ここで用いる材料では、第 14 図にみるように、いずれも降伏点にいたる途中において、弾性線から外れていて、すでに塑性変形を起していることが認められる。

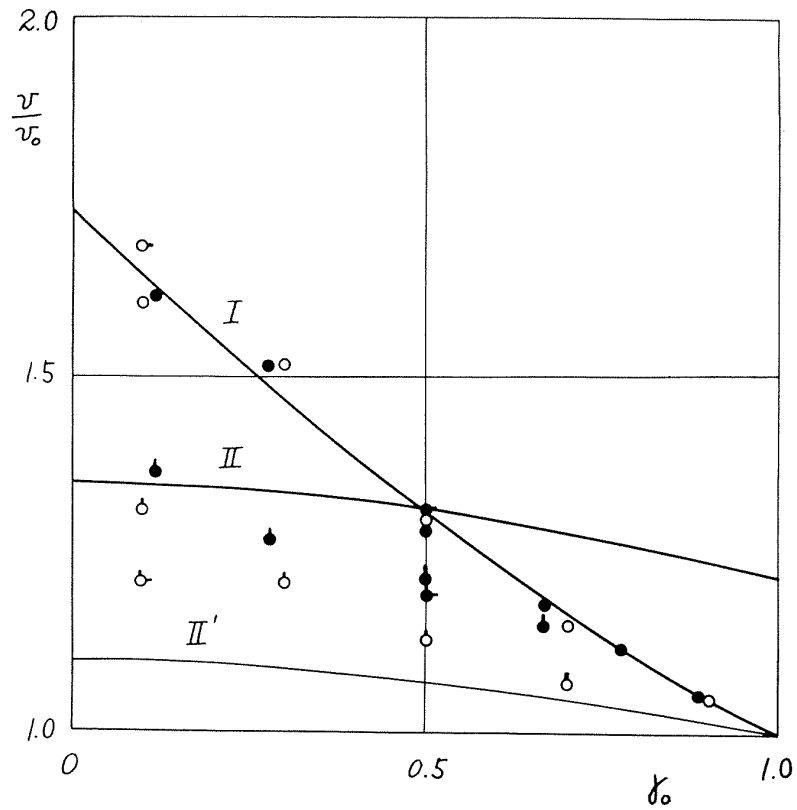


第 14 図

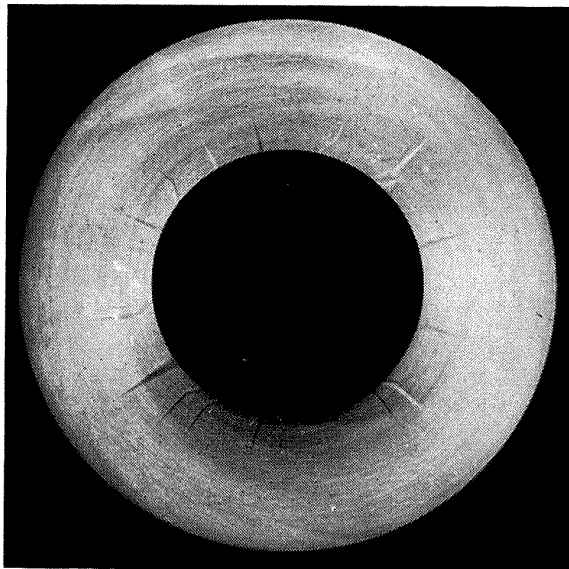
第 15 図は円板の降伏に関する実験結果である。降伏が内周から外周に達した状態は曲線 I に乗っているが、降伏が始まる状態は中西の理論にも、また (3) の条件に合っていない。第 16 図は  $\circ$  で作った材料で作った  $\gamma_0=0.50$  の円板が、最初円板の内周部において局部的に降伏を起して、回転を上げるにしたがって、歪み模様が進行している途中の状態を示したものである。

降伏点における応力の関係が、中西の理論に合わない理由はこれらの材料の応力と歪みの関係が、第 14 図に示すように、降伏点まで弾性的でなく、その途中ですでに塑性変形を起しているためであると思う。





第 15 図



$\gamma_0 = 0.50$   
 $n = 27,200 \text{ rpm}$

第 16 図

また、円板の降伏が外周に達した回転数から、降伏応力を出してみると

○で示した材料では  $\sigma_y = 43.8 \text{ kg/mm}^2$ ,

●で示した材料では  $\sigma_y = 36.4 \text{ kg/mm}^2$  となって、いずれも引張りにおける降伏応力（荷重一定で降伏しているときの応力）と一致していない。これは実験-2 の考察で述べたと同様に、材料が等方性でないためであると思っている。

## 結 論

今まで述べてきたことから、軟鋼円板の回転による降伏は、従来の降伏に関する説とは一致しないが、中西の理論とは降伏の起り方のみならず降伏点における応力の関係も一致していて、円板の応力分布が降伏点におよぼす影響はこの理論でよく説明ができると結論することができる。著者の一人は以前に軟鋼円筒の内圧による降伏の実験を行い中西の理論と比較したことがある<sup>(3)</sup>。その結果は付録で述べてあるように、円筒の応力分布が降伏点におよぼす影響はこの理論でよく説明ができた。内圧をうけた円筒の応力間関係は(2)において  $pr^2\omega^2=0$  とおいたものと同じであって、応力の平衡からみれば回転円板における場合も円筒が内圧をうけた場合も本質的には同じである。このことからみて、回転円板の降伏についてここで結論したことは当然のことであると思う。

軟鋼では応力と歪みの関係は、降伏点まで実用的には弾性的であって、降伏点において急に塑性変形が起るのが普通である。しかし、軟鋼材の中には降伏点にいたる途中で弾性線から外れて塑性変形を起すものもある。このような材料の降伏については中西の理論はその適用の範囲外である。

また、降伏点における応力の比較には、同じ種類の荷重試験から求めた降伏応力を元にして行う必要がある。材料がはじめに等方性であれば降伏応力は荷重の種類にかかわらず一定であるので、その必要はないのであるが、そのような材料は非常に少いので、このことは降伏点における応力を調べる上に大切なことである。

終りにのぞみ、常に御指導と御討論を賜った中西不二夫先生に深く感謝の意を表する次第である。

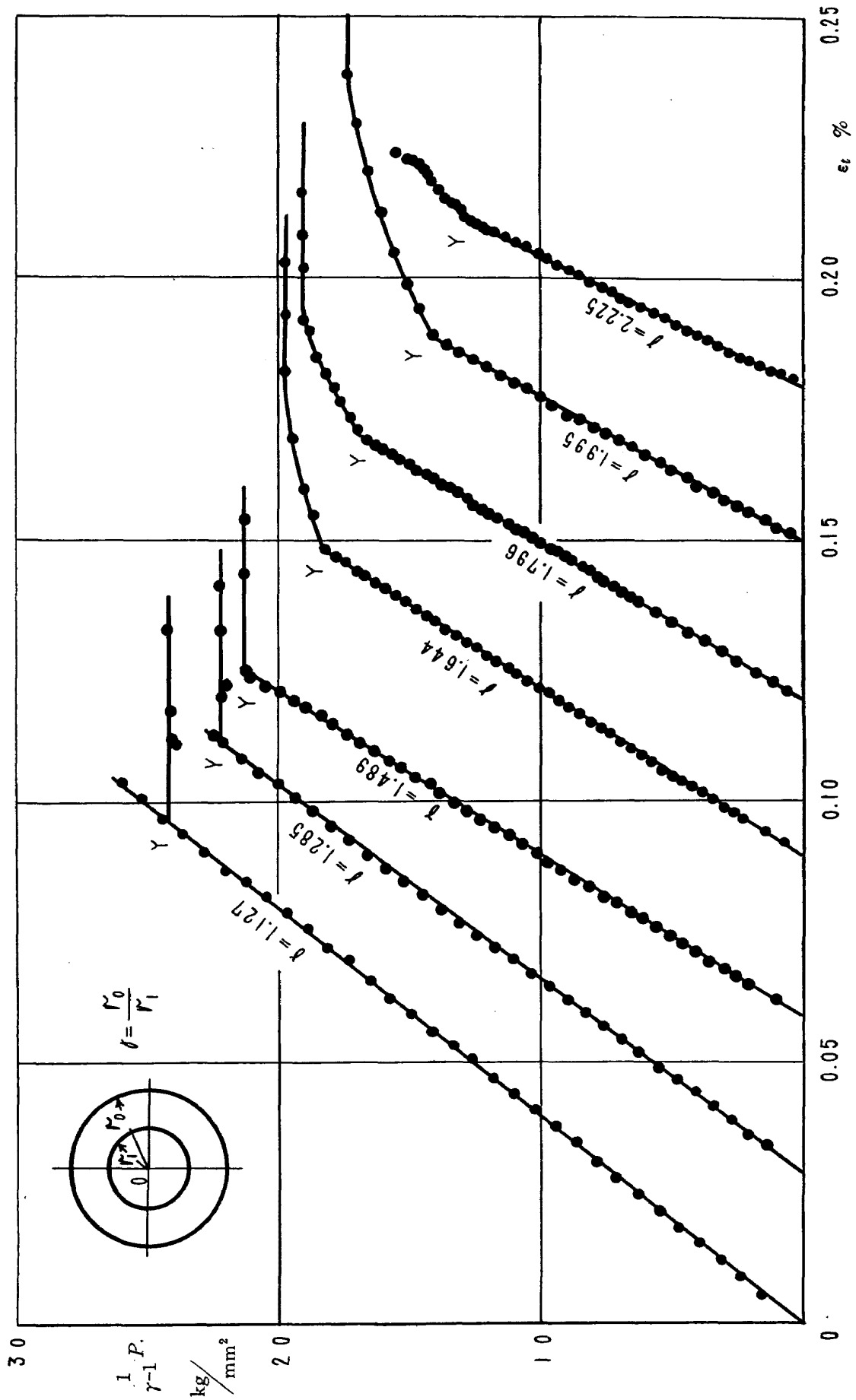
## 文 献

- (1) 中西：機械の研究，5巻，1号，(昭28)。
- (2) 白鳥，佐々木：機械学会論文集，25巻，151号，(昭34)。
- (3) 佐藤：機械学会論文集，25巻，151号，(昭34)。

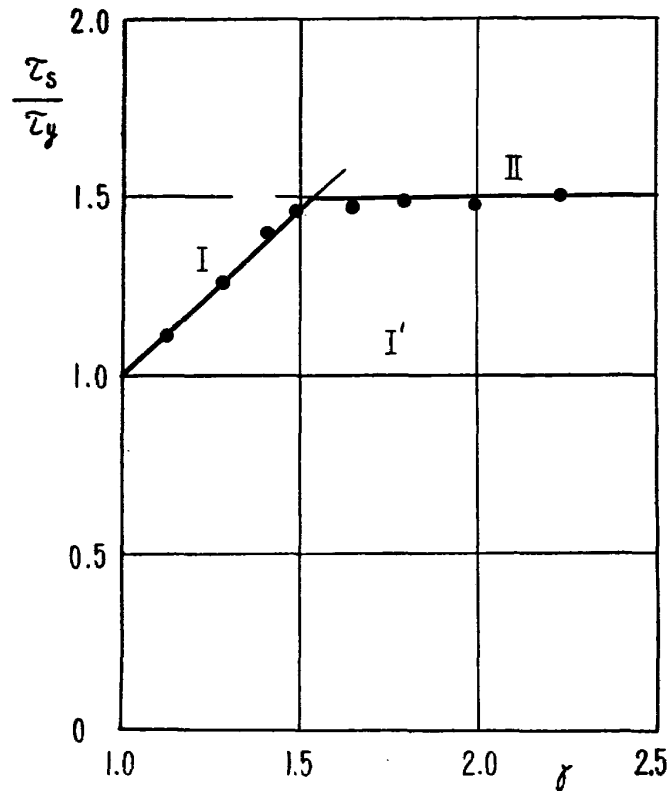
## 付 録

付図-1 は軟鋼円筒に内圧をかけて降伏させたときの内圧  $p$  と円筒の円周方向の伸び歪み  $\epsilon_t$  の関係である。 $\gamma$  は円筒の外径と内径の比を示すものである。降伏の起り方は、円筒の肉厚によって異っていて、肉厚が割りに薄いときには降伏は圧力一定で起っており、肉厚が厚くなると圧力を上昇させると共に降伏は進行している。

付図-2 は円筒の降伏点における応力  $\tau_s$  と  $\gamma$  の関係である。 $\tau_s$  は降伏点において弾性的に



付図-1



付図-2

支持していた最大応力であり、 $\tau_y$  は降伏部分が支持している応力である。この  $\tau_y$  は降伏が円筒の内周から外周に達した状態における圧力、すなわち圧力一定で降伏が進行するときの圧力から求めたものである。図の曲線 I と水平線 II は中西が示した (4) および (5) の降伏の条件を円筒に適用した結果を図示したものである。I および II は図にみるように、 $\gamma=1.55$  で交っており、また実験値とよく合っている。I と II が  $\gamma=1.55$  で交るということは、 $\gamma < 1.55$  の円筒では降伏は断面全体の問題であって、圧力一定で起り、 $\gamma > 1.55$  の円筒では降伏は局所的な問題であって、圧力を増さなければ進行しないことを示している。降伏の起り方は、付図-1 に示した実験においてもそのように出ている。

降伏が (3) の条件で起るものならば、降伏点における応力は応力分布の影響をうけないことになるので、それは付図-2 の水平線 I' で表わされる。しかし、これは実験とは全々合っていない。

## 既 刊 報 告

- |       |  |          |                           |
|-------|--|----------|---------------------------|
| TR-1  | 遷音速風洞測定部に関する予備実験<br>Preliminary Investigation of N. A. L.<br>Transonic Wind-Tunnel Test-Section  | 1960年2月  | 平木一, 石井孝雄<br>大島信彦         |
| TR-2  | 遷音速風洞用 22.5 MW 主送風機<br>I. 模型送風機による性能試験<br>22.5 MW Main Blower for N. A. L.<br>Transonic Wind Tunnel<br>I. Performance Test of the Model<br>Blower        | 1960年5月  | 山内正男, 松木正勝<br>塩入淳平, 富永守之  |
| TR-3  | 風洞用角度計の試作実験<br>An Experiment on Angle Measuring<br>Instruments of Airplane Models in<br>Wind Tunnel Test   | 1960年8月  | 小橋安次郎, 長洲秀夫<br>高島一明, 波木井潔 |
| TR-4  | 回転円板の強度<br>Strength of Rotating Discs  | 1960年9月  | 佐藤和郎, 永井文雄                |
| TR-5  | 航空技術研究所 (60 cm×60 cm) 遷音<br>速フラッタ試験設備の計画と整備試験<br>Design and Development of N. A. L.<br>60 cm×60 cm Transonic Blowdown<br>Wind Tunnel for Flutter Testing | 1960年12月 | 中井暎一, 橋爪宏<br>中村泰治         |
| TR-6  | 高温歪ゲージの温度特性<br>Temperature Characteristics of High<br>Temperature Strain Gage  | 1960年12月 | 竹中幸彦                      |
| TR-7  | 遷音速風洞の測定部<br>On the Transonic Test Section   | 1961年1月  | 村崎寿満                      |
| TR-8  | 繰返し荷重試験装置の予備試験<br>Preliminary Study for Development<br>of Repeated Load Testing Rigs<br>for Full-Scale Aircraft Structures                               | 1961年3月  | 竹内和之, 飯田宗四郎               |
| TR-9  | 遷音速流小擾乱理論の研究 (I)<br>—非線型補正理論—<br>Studies on the Small Disturbance<br>Theory of Transonic Flow (I)<br>—Non-Linear Correction Theory—                      | 1961年3月  | 細川 巖                      |
| TR-10 | 喰違い角の大きい減速翼列の研究<br>Cascade Tests of High Stagger<br>Compressor Blades  | 1961年3月  | 松木正勝, 高原北雄<br>西脇英夫, 森田光男  |

---

## 航空技術研究所報告11号

昭和36年4月発行

発行所 航空技術研究所  
東京都三鷹市新川700  
電話武蔵野(022)(3)5171(代表)

印刷所 笠井出版印刷社  
東京都港区芝南佐久間町1の53

---