

# 航空技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AERONAUTICAL LABORATORY

TR-17

荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察

和田 勇・細川 巖・三好 甫

1961年12月

航空技術研究所

NATIONAL AERONAUTICAL LABORATORY

# 荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察

和田 勇・細川 巖・三好 甫

## A Theoretical Comment on the Charge-Beam Method of Measuring Gas Density

By Isamu WADA, Iwao HOSOKAWA and Hajime MIYOSHI

The attenuation of electron-beam by gases has been utilized for measuring the low gas density. It has been known that the way of the attenuation is almost exponential, the coefficient of which depends proportionally on the gas density. In this paper, the attenuation of charge-beam by the gas is theoretically considered to result from, first, the collisions between the charged particles of the beam and the particles of the gas and, secondly, the average electromagnetic interaction among the charged particles. The system of the equations governing the attenuation of charge-beam is reduced to a nonlinear ordinary integro-differential equation for the density of the charge-beam specially on the beam axis. This gives the microscopical description of the attenuation law, which shows that the exponential law should be modified in case the effect of the electromagnetic interaction is comparatively strong. This information is useful for design and practical treatment of a charge-beam densitometer.

### §1. ま え が き

最近, 稀薄な気流の密度の測定に, 荷電ビームが使われ始めている。これは, 物質を通過する荷電ビームの指数的減衰(減衰係数が物質密度に比例する。)を利用しようとするものであるが, 荷電粒子間の電磁的相互作用の結果, 一般には必ずしも指数法則が満足されているとは限らない。そのために, 荷電ビームの線束が十分拡散して線束断面の荷電粒子分布が十分フラットになり, 荷電粒子間の相互作用がほとんど無視できる状態に達してからの線束の領域で, 測定を行なうことが合理的だと考えられている<sup>(1)</sup>。

その際にわれわれは,

$$J = J_0 e^{-\mu x} \quad (1)$$

という指数法則を期待することができる。 $J$ は荷電ビームの強度,  $\mu$ は減衰係数,  $x$ は上に述べた領域での走行距離である。これは, 理論的には, 一荷電粒子近似の散乱(他の粒子とのあらゆる衝突現象を含む。)の確率:

$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{\text{coll.}} = -N\phi dx \quad (2)$$

を積分したものに相当する。 $\rho$  はビーム粒子の数密度、 $N$  は物質粒子の数密度、 $\phi$  はビーム粒子と物質粒子との全衝突断面積で、原理的には量子力学によって与えることができる<sup>(2)</sup>。

しかし、ビーム粒子間の相互作用のメカニズムとその影響の仕方を知っていれば、われわれは上のような領域に使用を限定することなしに、荷電ビームを使うことができるわけである。そこで、一荷電粒子ではなくて、多くの荷電粒子が流れをなしている場合に、(2) の式がどのように拡張されるかということを理論的に考察してみよう。ここで、測定されるべき物質は、巨視的にはほぼ電気的中性を保つものとする。

荷電ビームには、電子線、陽子線、 $\alpha$  線のようなものがあるが、皆衝突断面積も違い、質量も違って、それぞれ特徴がある。以下では、一応電子線について理論を進めるが、この結果から陽子線や  $\alpha$  線についての対応する知識を得ることは容易である。すなわち、電子の衝突断面積、質量、荷電をそれぞれの粒子の対応量で置きかえればよいのである。

## §2. 基礎方程式

さて、電子間の相互作用を考慮する Flow-of-Electrons Approximation では、電子の挙動を支配する process として考えられるのは、

- (i) 物質粒子とのあらゆる衝突過程
- (ii) 電子間相互作用のメカニズム

である。物質粒子はほぼ均等に分布しているので、電子との衝突散乱の素過程はどこでも同じであるが（すなわち、One-Electron Approximation で示される。）、(ii) の方は電子間の反撥力のために線束が拡がる結果をもたらす。

順次基礎方程式を列挙する。

### (A) 衝突過程の方程式

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{\text{coll.}} = -N\phi\rho\frac{dx}{dt} = -(U+u)N\phi\rho \quad (3)$$

$U$  は Beam の加速々度、 $u$  は (ii) によって惹起される小擾乱速度。(3) は (2) を単に変形したものである。今の場合 (2) は簡単に積分できない。

### (B) 電磁場の準定常方程式

$$\Delta\varphi = -4\pi e(\rho + \rho_s) \quad (4)$$

$$\Delta A = -\frac{4\pi e}{c}\rho(V + V_s) \quad (5)$$

$\varphi, A$  はスカラーおよびベクトル・ポテンシャル、 $e$  は電子の電荷（負である）、 $c$  は光速、

$V$  は電子流の速度，添字  $s$  は散乱された電子 (Stray Charge) 集団のものを意味する。

主要な電子間相互作用はすべて (4) (Coulomb Interaction) と (5) (Magnetic Interaction) に帰着する。

Beam は軸対称であるとして，準二次元的に積分できるとすると，(4), (5) は

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{4\pi e}{r} \int_0^r (\rho + \rho_s) r dr \quad (6)$$

$$\frac{\partial A}{\partial r} = -\frac{4\pi e}{cr} \int_0^r (V + V_s) \rho r dr \quad (7)$$

となる。

### (C) 質量方程式と運動量方程式

前節に見られるように，存在する電子は，Beam を構成する集団と，散乱して Beam からはずれたものの集団のいずれかに属するはずである。いったん衝突を経た電子がその後数度の衝突を経て，元の Beam の軌道に乗るという確率は非常に小さいと考えられるから，前者から後者への電子の流れが一方向的に起こっているとしてよい<sup>\*1)</sup>。したがって，これらの電子集団はそれぞれ非保存系である。

そこで，Boltzmann の気体論的記述から出発する<sup>\*2), (3)</sup>。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{W} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \left( \frac{\mathbf{F}}{m} \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{W}} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll.}} \quad (8)$$

$f$  は Beam の電子の位相空間での分布函数， $\mathbf{W}$  は速度ベクトル， $m$  は電子質量， $\mathbf{F}$  はこれに加わる力。 $\mathbf{W}$  で積分すると，質量方程式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{\text{coll.}} \quad (9)$$

を得る。 $\rho$  は Beam の電子密度， $\mathbf{V}$  はその速度，( $\mathbf{V} = \overline{\mathbf{W}}$ )。  $\mathbf{W}$  をかけて積分すると，

$$\frac{\partial (\rho m \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho m \overline{\mathbf{W} \mathbf{W}} - \rho \overline{\mathbf{F}}) = \iiint m \mathbf{W} \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll.}} d\mathbf{W}$$

— は積分による平均を意味する。ここで，次のような関係：

註 \*1) もし散乱された電子が，再び元の軌道に乗る確率を考慮すると，Beam の電子集団の扱いは複雑となり，以下のように簡単にならない。特に (8) における衝突項の内容がむづかしくなり，なんらかの確率過程で代替することになってくる。

\*2) 実は光速に近い速い電子を扱う場合，相対論的效果を考慮した Boltzmann の方程式を使う必要がある。しかし，今のようにビームの初期速度  $U$  からの擾乱  $\mathbf{u}$  を考え， $U \sim c$ ， $\mathbf{u} \ll c$  とする取り扱いでは，結局， $m \rightarrow m_0 / \sqrt{1 - (U^2/c^2)}$ ，( $m_0$  は静止質量) とし，(13) 式で，右辺に新たに  $1 - (U^2/c^2)$  を乗算して置くだけで，相対論のすべての効果が加味されたことになる。([4] 参照)

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\rho m \overline{W W}) &= \rho m \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} + \mathbf{V} \nabla \cdot (\rho m \mathbf{V}) + \nabla \Psi \\ \mathbf{W} &= \mathbf{V} + \mathbf{U}, \quad \Psi = \rho m \overline{U U}\end{aligned}$$

を利用すると, (9) も考慮して,

$$\begin{aligned}\rho m \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) + m \mathbf{V} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{\text{coll.}} + \nabla \Psi - \rho \overline{\mathbf{F}} \\ = \iiint m \mathbf{W} \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll.}} d\mathbf{W}\end{aligned}\quad (10)$$

が導ける<sup>(3)</sup>。今考えている電子線は  $U/V \cong 0$  (一種の Newtonian Model) となるように加速されているから,  $\Psi=0$  と近似することができ, また (10) の  $( )_{\text{coll.}}$  の項は互いに相殺する。この結果,

$$m \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = \overline{\mathbf{F}} = e \left[ -\nabla \varphi + \frac{\mathbf{V}}{c} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right] \quad (11)$$

となる。これに見られるように運動量方程式の中には衝突の影響はないのである。  $U \gg u, v$  ( $u$  は軸方向,  $v$  は軸対称半径方向の擾乱速度。) とすれば, これは,

$$U \frac{\partial v}{\partial x} = \left( \frac{e}{m} \right) \left\{ -\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \left( \frac{U}{c} \right) \frac{\partial A_x}{\partial r} \right\} \quad (12)$$

$$U \frac{\partial u}{\partial x} = \left( \frac{e}{m} \right) \left\{ -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\} \quad (13)^{*2}$$

となる。

(D) 滞留電荷 (Stray Charge) の方程式。

散乱された電子は, 個々の過程はともかく, 全体として横の方向に拡散していく傾向をたどるであろう。これは次のように記述する。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \left( \frac{1}{r} \right) \frac{\partial (r \rho_s V_s)}{\partial r} &= - \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_{\text{coll.}} = \left( \frac{\partial \rho_s}{\partial t} \right)_{\text{coll.}} \\ \left( \text{div } \mathbf{j}_s = \left( \frac{1}{r} \right) \frac{\partial (r \rho_s V_s)}{\partial r} \right)\end{aligned}\quad (14)$$

定常状態では,  $\partial \rho_s / \partial t = 0$ 。ところで  $V_s$  は滞留電荷の運動量方程式によって決定されるはずであるが, 一応既知であるとして, (3) を使って  $\rho_s$  について

$$\rho_s = N \phi \left( \frac{U}{V_s} \right) \left( \frac{1}{r} \right) \int_0^r \rho r dr \quad (15)$$

と計算しておく。(  $U/V_s \sim 1$  ) とと思われる。

ここで, “連続” でない質量方程式 (9) が, 電荷保存を要求する Lorentz の条件:

$$\text{div } \mathbf{A} + \left( \frac{1}{c} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad (16)$$

と矛盾しないことをつけたしておこう。これは滞留電荷が合理的に考慮されているためであっ

て、理論の一貫性のために重要である。

### §3. 新しい減衰法則の導出

§2. に列挙した方程式群によって、最終的に  $\rho$  についての非線型偏微積分方程式を作ることができるが、それは複雑にして困難な方程式である。しかし、 $r=0$  の軸上の  $\rho(x)$  の消長だけを問題にすれば、 $r$  に関する積分はすべて  $r \rightarrow 0$  の極限で簡単化され、それと同時に滞留電荷による複雑な項はすべて消えてしまい、次のように簡単な常微積分方程式に帰着してしまう。

$$\frac{d\rho}{dx} + N\phi\rho = -\left(\frac{2\pi e^2}{mU^2}\right)\left(1 - \frac{U^2}{c^2}\right)\rho \int_0^x \rho dx \quad (17)$$

左辺は §2. の (i) を記述し、右辺が (ii) を記述する。(17) で右辺のないのが、一電子近似の指数的減衰に導く。したがって、(17) は電子間の相関を考慮した新しい Beam の (軸近傍における) 減衰法則といえることができる。

$U=c$  の時、電子間の相互作用は、Coulomb Interaction と Magnetic Interaction とが打ち消してなくなってしまうことは興味深い事実である。

大抵の場合、電子線は強力に加速した状態 (1 keV 以上) で使っているのだから、相対論的考慮が必要である。今の近似では、これは、

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (U^2/c^2)}} \quad (18)$$

とすることによって満足される。 $m_0$  は電子の静止質量である。(13) 式は (17) に影響を加えない。

(17) は次のように無次元化することができる。

*Non-Dimensional Form:*

$$\frac{dR}{dX} + aR = -bR \int_0^X R dX \quad (19)$$

ここで、

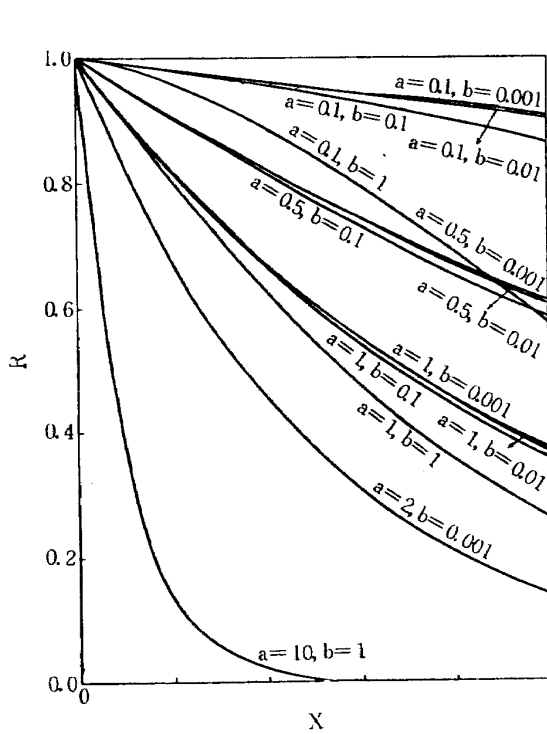
$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{\rho}{\rho_0}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad a = N\phi L, \\ b &= \left(\frac{2\pi e^2}{mU^2}\right) \left\{1 - \left(\frac{U^2}{c^2}\right)\right\} L^2 \rho_0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

とする。 $\rho_0$  は初期密度、 $L$  は Beam の測定距離。

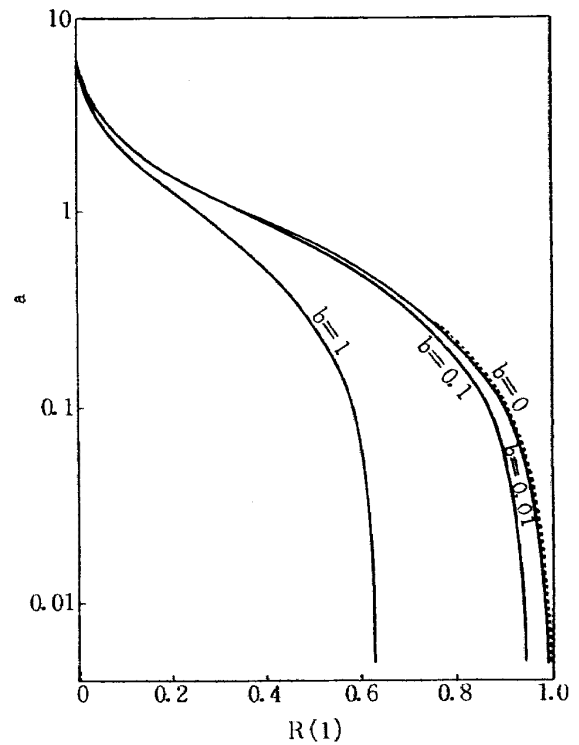
$a$  と  $b$  が Beam の消長を決定する。 $\phi$  は大体  $\pi r_0^2$  ( $r_0$  は Bohr 半径) の程度であるから、 $a$  は主として物質密度  $N$  に依存し、 $b$  は Beam の強度と加速電圧に依存する。 $b$  に対して両者は逆に関係する。

$a, b$  に種々の値を取らせた場合の  $R$  の減衰曲線が、第 1 図に示される。第 2 図には、 $b$  一定に対する  $a-R(1)$  のグラフが示される。これらの計算は iteration method および Runge-Kutta

法を用いて、当所 Datatron 205 電子計算機によって行なわれた。



第 1 図



第 2 図

得られた結果は、細い荷電粒子流について一般的なもので、たとえば  $\alpha$  粒子のような場合であると、 $b$  の中で  $e \rightarrow 2|e|$  と置き、 $m_0$  にはその質量を入れればよい。

ちなみに電子線の場合について、いろいろな加速電圧と Beam の強度に対し、 $b$  がどの程度になるか計算してみると、次の表のようになる。

加速電圧 \ Beam 強度	$10 \mu\text{A}/\text{mm}^2$	$100 \mu\text{A}/\text{mm}^2$	$1000 \mu\text{A}/\text{mm}^2$
10 kV	0.0004	0.004	0.04
1 kV	0.01	0.1	1

#### §4. む す び

以上は、散乱減衰する荷電粒子流の一つの理論的考察であり、取り扱いの簡単化のために多少の仮定が入っているが、細い線束による気流密度測定の場合には、大体妥当のように思われる。

理論によって明瞭になった点は、まず、密度測定において準備さるべき実験装置の諸元に対して、ミクロスコピカルな根拠が与えられたこと ( $a = N\phi L$ ,  $a \sim 1$  が適当.)、次に荷電粒子間相互作用の影響する仕方が定量的に明らかになったことである。

第1図, 第2図より容易に見られるように,  $b$  が小さければ ( $< 0.01$ ), 今までの常識どおり, 減衰の仕方は指数的 ( $b=0$ ) と考えてよいが, それより大きいと, 指数法則からのずれは大きくなる。その時は, たとえ  $a=0$  (i.e.: 真空中) であっても, ビームの減衰があり, 測定値は初期値  $\rho_0$  と解釈することはできなくなる。この傾向は荷電粒子間相互作用に基づくものである。

最後に, 電子線の実際的使用法などにつき, 多くの話題や討論をいただいた東大生産技研の玉木教授に感謝の意を表します。

## 文 献

- (1) 和田 勇: 電子線を応用した空気密度測定法 (Electron Beam Densitometry), 「真空」, 第3巻, 第5号, 165 p. 1960.
- (2) N. F. Mott and H.S.W. Massey: The Theory of Atomic Collisions, (Oxford, Clarendon Press, 1949), Chaps. IX, X, XI.
- (3) L. Spitzer: Physics of Fully Ionized Gases, (Princeton, 1955), Appendix.
- (4) J. G. Linhart: Plasma Physics, (North-Holland, 1960) Chap. 2.



**【附記】** 気流密度測定に及ぼす温度の影響その他についての考察。

物質と荷電ビームとの相互作用を規定するのは全衝突断面積  $\phi$  と密度  $N$  だけである。 $(a = N\phi L)$   $\phi$  は荷電粒子と物質粒子の二体問題によっており、温度に直接依存しそうな因子は相対速度である。いま、電子線が光速  $c$  に近く加速されていると、物質粒子の熱運動はこれに比べて無視できるから、 $\phi$  に対して温度  $T$  は関係しないと考えてよい。

(同じ理由によって、物質が流れている場合でも、流れの速度がビームの速度に比べられる程度に達することはまずないので、流れの速度が  $\phi$  を変えることはないと見てよい。)

けれども、温度  $T$  がかなり大きくなって、物質粒子の内部状態に変化(解離, 電離を含む。)が起きるようになれば、 $\phi$  は当然温度に依存して変ってくる。その場合には、各内部状態は温度  $T$  で指定されるボルツマン分布の存在確率をもつように、重畳された  $\phi$  であるはずである。(  $\phi$  は考えられるすべての内部状態における物質粒子の衝突断面積の加重重畳で与えられる。加重因子がすなわちボルツマン分布。もし物質粒子のほかに、輻射や振動(プラズマ振動等。)が独立に存在すれば、それと荷電粒子との相互作用による衝突断面積も重畳されなければならない。)

これによってわかるように、理論によって  $\phi$  を求めることは一般に簡単ではない。(実験によれば、 $\phi \sim \pi r_0^2$ ,  $r_0$  は Bohr 半径。)したがって、実際の密度測定では、この困難を避けて Calibration という予備の実験手続きに頼ることが重要になってくる。つまり、Calibration を行なうことによって、間接的に全衝突断面積  $\phi$  を定めるのである。このようにして見いだされた  $\phi$  の値は、semi-empirical な値とよんでもよい。

しかし、解離や電離している気体については、Calibration もまた容易でなく、このような場合には、理論的に簡単なモデルによってその時の  $\phi$  を推定することが、実用的意義をもってくることも考えられる。

<p>NAL TR-17 航空技術研究所 荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察</p> <p>1961年12月 8頁</p> <p>薄い気体の密度測定法として、電子線の減衰が利用されているが、その減衰の仕方はほとんど指数的で、その減衰係数は気体密度に比例することが知られている。この論文では、気体中の荷電ビームの減衰は、第一にビームの荷電粒子と気体の粒子との間の衝突現象、第二に荷電粒子間の（平均の）電磁的相互作用から生ずるものとして、定式化が行なわれ、（ビーム軸上での）荷電ビームの密度に対して非線型常微積分方程式が導かれる。これによって、減衰法則の微視的記述が与えられ、また第二の原因のために指数法則は一般に若干の修正を受けねばならないことが定量的に明らかになる。</p>	<p>I. 和田 勇 巖 甫 細川 三好 II. NAL TR-17 III. 53.0827 533.1 539.12.17</p>	<p>NAL TR-17 航空技術研究所 荷電ビームによる気流密度測定理論的考察</p> <p>1961年12月 8頁</p> <p>薄い気体の密度測定法として、電子線の減衰が利用されているが、その減衰の仕方はほとんど指数的で、その減衰係数は気体密度に比例することが知られている。この論文では、気体中の荷電ビームの減衰は、第一にビームの荷電粒子と気体の粒子との間の衝突現象、第二に荷電粒子間の（平均の）電磁的相互作用から生ずるものとして、定式化が行なわれ、（ビーム軸上での）荷電ビームの密度に対して非線型常微積分方程式が導かれる。これによって、減衰法則の微視的記述が与えられ、また第二の原因のために指数法則は一般に若干の修正を受けねばならないことが定量的に明らかになる。</p>	<p>I. 和田 勇 巖 甫 細川 三好 II. NAL TR-17 III. 53.0827 533.1 539.12.17</p>
<p>NAL TR-17 航空技術研究所 荷電ビームによる気流密度測定理論的考察</p> <p>1961年12月 8頁</p> <p>薄い気体の密度測定法として、電子線の減衰が利用されているが、その減衰の仕方はほとんど指数的で、その減衰係数は気体密度に比例することが知られている。この論文では、気体中の荷電ビームの減衰は、第一にビームの荷電粒子と気体の粒子との間の衝突現象、第二に荷電粒子間の（平均の）電磁的相互作用から生ずるものとして、定式化が行なわれ、（ビーム軸上での）荷電ビームの密度に対して非線型常微積分方程式が導かれる。これによって、減衰法則の微視的記述が与えられ、また第二の原因のために指数法則は一般に若干の修正を受けねばならないことが定量的に明らかになる。</p>	<p>I. 和田 勇 巖 甫 細川 三好 II. NAL TR-17 III. 53.0827 533.1 539.12.17</p>	<p>NAL TR-17 航空技術研究所 荷電ビームによる気流密度測定理論的考察</p> <p>1961年12月 8頁</p> <p>薄い気体の密度測定法として、電子線の減衰が利用されているが、その減衰の仕方はほとんど指数的で、その減衰係数は気体密度に比例することが知られている。この論文では、気体中の荷電ビームの減衰は、第一にビームの荷電粒子と気体の粒子との間の衝突現象、第二に荷電粒子間の（平均の）電磁的相互作用から生ずるものとして、定式化が行なわれ、（ビーム軸上での）荷電ビームの密度に対して非線型常微積分方程式が導かれる。これによって、減衰法則の微視的記述が与えられ、また第二の原因のために指数法則は一般に若干の修正を受けねばならないことが定量的に明らかになる。</p>	<p>I. 和田 勇 巖 甫 細川 三好 II. NAL TR-17 III. 53.0827 533.1 539.12.17</p>

## 既 刊 報 告

TR-1	遷音速風洞測定部に関する予備実験 Preliminary Investigation of N. A. L. Transonic Wind-Tunnel Test-Section	1960年2月	平木一, 石井孝雄 大島信彦
TR-2	遷音速風洞用 22.5 MW 主送風機 I. 模型送風機による性能試験 22.5 MW Main Blower for N. A. L. Transonic Wind Tunnel I. Performance Test of the Model Blower	1960年5月	山内正男, 松木正勝 塩入淳平, 富永守之
TR-3	風洞用角度計の試作実験 An Experiment on Angle Measuring Instruments of Airplane Models in Wind Tunnel Test	1960年8月	小橋安次郎, 長洲秀夫 高島一明, 波木井潔
TR-4	回転円板の強度 Strength of Rotating Discs	1960年9月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-5	航空技術研究所 (60 cm×60 cm) 遷音 速フラッタ試験設備の計画と整備試験 Design and Development of N. A. L. 60 cm×60 cm Transonic Blowdown Wind Tunnel for Flutter Testing	1960年12月	中井暎一, 橋爪宏 中村泰治
TR-6	高温歪ゲージの温度特性 Temperature Characteristics of High Temperature Strain Gage	1960年12月	竹中幸彦
TR-7	遷音速風洞の測定部 On the Transonic Test Section	1961年1月	村崎寿満
TR-8	繰返し荷重試験装置の予備試験 Preliminary Study for Development of Repeated Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft Structures	1961年3月	竹内和之, 飯田宗四郎
TR-9	遷音速流小擾乱理論の研究 (I) —非線型補正理論— Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I) —Non-Linear Correction Theory—	1961年3月	細川 巖
TR-10	喰違い角の大きい減速翼列の研究 Cascade Tests of High Stagger Compressor Blades	1961年3月	松木正勝, 高原北雄 西脇英夫, 森田光男
TR-11	軟鋼円板の回転による降伏 Yielding of Rotating Discs of Mild Steel	1961年4月	佐藤和郎, 永井文雄
TR-12	薄肉開断面梁の自由振動について On the Natural Vibration of Thin- Walled Beams of Open Cross Section	1961年5月	川井忠彦, 埜 武敏
TR-13	衝撃波と境界層の干渉についての 実験的研究 Experimental Results of the Inter- action between Shock Wave and Turbulent Boundary Layer	1961年7月	須郷道也, 伝田幸雄
TR-14	電磁流体の圧縮性境界層 On Compressible Boundary Layer in Magnetodynamics	1961年7月	須郷道也, 小沢五郎
TR-15	振動翼用圧力ピックアップの試作・較正 Miniature Pressure Pickups for Measuring the Pressure on Oscillating Airfoils in Supersonic Flow	1961年8月	石井孝雄, 柳沢三憲
TR-16	荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察 A Theoretical Comment on the Charge- Beam Method of Measuring Gas Density	1961年11月	和田 勇・細川 巖 三好 甫

## 航空技術研究所報告 17 号

昭和 36 年 12 月 発行

発 行 所      航空技術研究所  
東京都三鷹市新川 700  
電話武蔵野 (0422) (3) 5171 (代表)

印 刷 所      笠井出版印刷社  
東京都港区芝南佐久間町 1 の 53