

航空技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AERONAUTICAL LABORATORY

TR-22

変断面梁の曲げ自由振動について

川井忠彦・戸川隼人・林 洋一

1962年2月

航空技術研究所
NATIONAL AERONAUTICAL LABORATORY

既 刊 報 告

- | | | | |
|-------|--|----------|---------------------------|
| TR-1 | 遷音速風洞測定部に関する予備実験 Preliminary Investigation of N. A. L. Transonic Wind-Tunnel Test-Section | 1960年2月 | 平木 一, 石井孝雄 大島信彦 |
| TR-2 | 遷音速風洞用 22.5 MW 主送風機 I. 模型送風機による性能試験 22.5 MW Main Blower for N. A. L. Transonic Wind Tunnel I. Performance Test of the Model Blower | 1960年5月 | 山内正男, 松木正勝 塩入淳平, 富永守之 |
| TR-3 | 風洞用角度計の試作実験 An Experiment on Angle Measuring Instruments of Airplane Models in Wind Tunnel Test | 1960年8月 | 小橋安次郎, 長洲秀夫 高島一明, 波木井深 |
| TR-4 | 回転円板の強度 Strength of Rotating Discs | 1960年9月 | 佐藤和郎, 永井文雄 |
| TR-5 | 航空技術研究所 (60 cm×60 cm) 遷音 速フラッタ試験設備の計画と整備試験 Design and Development of N. A. L. 60 cm×60 cm Transonic Blowdown Wind Tunnel for Flutter Testing | 1960年12月 | 中井暎一, 橋爪 宏 中村泰治 |
| TR-6 | 高温歪ゲージの温度特性 Temperature Characteristics of High Temperature Strain Gage | 1960年12月 | 竹中幸彦 |
| TR-7 | 遷音速風洞の測定部 On the Transonic Test Section | 1961年1月 | 村崎寿満 |
| TR-8 | 繰返し荷重装置試験の予備試験 Preliminary Study for Development of Repeated Load Testing Rigs for Full-Scale Aircraft Structures | 1961年3月 | 竹内和之, 飯田宗四郎 |
| TR-9 | 遷音速流小擾乱理論の研究 (I) —非線型補正理論— Studies on the Small Disturbance Theory of Transonic Flow (I) —Non-Linear Correction Theory— | 1961年3月 | 細川 巖 |
| TR-10 | 喰違い角の大きい減速翼列の研究 Cascade Tests of High Stagger Compressor Blades | 1961年3月 | 松木正勝, 高原北雄 西脇英夫, 森田光男 |
| TR-11 | 軟鋼円板の回転による降伏 Yielding of Rotating Discs of Mild Steel | 1961年4月 | 佐藤和郎, 永井文雄 |
| TR-12 | 薄肉開断面梁の自由振動について On the Natural Vibration of Thin- Walled Beams of Open Cross Section | 1961年5月 | 川井忠彦, 埴 武敏 |
| TR-13 | 衝撃波と境界層の干渉についての 実験的研究 Experimental Results of the Inter- action between Shock Wave and Turbulent Boundary Layer | 1961年7月 | 須郷道也, 伝田幸雄 |
| TR-14 | 電磁流体の圧縮性境界層 On Compressible Boundary Layer in Magnetodynamics | 1961年7月 | 須郷道也, 小沢五郎 |
| TR-15 | 振動翼用圧力ピックアップの試作・較正 Miniature Pressure Pickups for Measuring the Pressure on Oscillating Airfoils in Supersonic Flow | 1961年8月 | 石井孝雄, 柳沢三憲 |
| TR-16 | 放物型偏微分方程式の混合境界値問題 の差分法による数値解法 n the Difference Method Solutions of the Mixed Boundary Value Problems of Parabolic Partial Differential Equations | 1961年11月 | 樋口一雄, 三好 甫 |
| TR-17 | 荷電ビームによる気流密度測定の理論的考察 A Theoretical Comment on the Charge- Beam Method of Measuring Gas Density | 1961年12月 | 和田 勇, 細川 巖 三好 甫 |
| TR-18 | 前置静翼々列と喰違い角の大きい減速翼列の 二次元低速翼列性能と回転翼列性能との比較 Comparison of Inlet Guide Vane and High Stagger Compressor Blade Performance in a Rotor and in Cascade | 1961年11月 | 松木正勝 |

変断面梁の曲げ自由振動について

川井忠彦・戸川隼人・林 洋一

On the Free Lateral Vibration of a Beam with Variable Cross Section

By Tadahiko KAWAI, Hayato TOGAWA and Yoichi HAYASHI

Being based on the theory of free coupled vibration of a thin walled open cross section beam previously developed, one of the authors has proposed a method of solution on the free lateral vibration of a beam with variable cross section. As for examples, vibration of a cantilever tapered beam and some rocket structures are analyzed and the results obtained are compared with the work made by previous investigators.

I. 緒 論

航空機翼およびロケット機体の振動を研究するための基礎として、筆者の一人はさきに断面が一様で真直な薄肉開断面梁の自由振動に関する理論的解法を展開したが⁽⁶⁾、その理論を実際の飛行体の振動解析に応用するためには、変断面梁の場合にまで拡張することが必要である。そこで、筆者らはまず変断面梁の純曲げ振動の理論を構成し深さが一次的に変化する先細片持梁および二三の代表的なロケット機体の曲げ振動の研究に応用して、その結果をすでに知られている研究結果と比較検討してみたので報告する次第である。

II. 理論的解法

まず、その基礎となる曲げ振動の運動方程式はよく知られているように

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = -\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

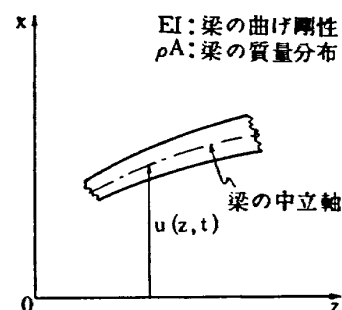
である。(第1図参照)

この方程式(1)を解くために

$$u(z, t) = u_0(z) e^{i p t} \quad (2)$$

とおき、上式に代入すれば

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 u_0}{dz^2} \right) = \rho A p^2 u_0 \quad (3)$$



第1図 使用する座標系および記号

となる。そこで梁の撓み $u_0(z)$ を次のように仮定する。

$$u_0(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n u_n(z) \quad (4)$$

ここに $u_n(z)$ は次の微分方程式

$$\frac{d^4 u_n}{dz^4} = \left(\frac{\gamma_n}{L}\right)^4 u_n(z)$$

および両端の境界条件を満足する梁の正規固有函数であるとする。今、高速飛行体の曲げ振動のみを対象とすれば、その境界条件としては次の二種を考慮すればよい。

(i) 片持梁

$$z=0 : u_0=0, \quad \frac{du_0}{dz}=0$$

$$z=L : \frac{d^2 u_0}{dz^2}=0, \quad \frac{d^3 u_0}{dz^3}=0$$

(ii) 両端自由梁

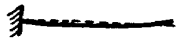




$$z=0 : \frac{d^2 u_0}{dz^2}=0, \quad \frac{d^3 u_0}{dz^3}=0$$

$$z=L : \frac{d^2 u_0}{dz^2}=0, \quad \frac{d^3 u_0}{dz^3}=0$$

これらの固有函数は詳しく研究されていて精密な数値表ができています⁽⁴⁾⁽⁵⁾。次にこれらの正規固有函数を第五モードまで示すと第1表、第2表のごとくなる。

さて(4)式を方程式(3)に代入し、両辺に $u_n(z)$ を掛け0から L まで積分すると次のような方程式が得られる。

第1表 片持梁の正規固有函数 $u_n(z)$

| n | モード | γ_n | γ_n^4 | $\alpha_n = \frac{\sinh \gamma_n - \sin \gamma_n}{\cosh \gamma_n + \cos \gamma_n}$ |
|-----|---|------------|--------------|--|
| 1 |  | 1.87510 | 12.3624 | 0.7340955 |
| 2 |  | 4.69409 | 485.519 | 1.0184664 |
| 3 |  | 7.85476 | 3806.55 | 0.9992245 |
| 4 |  | 10.9955 | 14617.3 | 1.0000336 |
| 5 |  | 14.1372 | 39943.8 | 0.9999986 |

$$u_n(z) = \frac{1}{\sqrt{L}} \left\{ \left(\cosh \gamma_n \frac{z}{L} - \cos \gamma_n \frac{z}{L} \right) - \alpha_n \left(\sinh \gamma_n \frac{z}{L} - \sin \gamma_n \frac{z}{L} \right) \right\}$$

$$\cosh \gamma_n \cos \gamma_n + 1 = 0$$

第2表 両端自由梁の正規固有函数 $u_n(z)$

| n | モード | γ_n | γ_n^4 | $\alpha_n = \frac{\cosh \gamma_n - \cos \gamma_n}{\sinh \gamma_n - \sin \gamma_n}$ |
|-----|-----|------------|--------------|--|
| 1 | | 0 | 0 | — |
| 2 | | 0 | 0 | — |
| 3 | | 4.73004 | 5.00564 | 0.9825022 |
| 4 | | 7.85320 | 3803.54 | 1.0007773 |
| 5 | | 10.9956 | 14617.6 | 0.9999665 |

$$u_1(z) = \frac{1}{\sqrt{L}}$$

$$u_2(z) = \sqrt{\frac{3}{L}} \left(\frac{2z}{L} - 1 \right)$$

$$u_n(z) = \frac{1}{\sqrt{L}} \left\{ \left(\cosh \frac{\gamma_n z}{L} + \cos \frac{\gamma_n z}{L} \right) - \alpha_n \left(\sinh \frac{\gamma_n z}{L} + \sin \frac{\gamma_n z}{L} \right) \right\} \quad (n \geq 3)$$

$$p^2 \sum_{m=1}^{\infty} a_m (A_{mn} - B_{mn}) = 0 \quad (n=1, 2, 3, \dots) \tag{5}$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} A_{mn} &= \int_0^L \rho A u_m(z) u_n(z) dz \\ B_{mn} &= \int_0^L EI \frac{d^2 u_m}{dz^2} \frac{d^2 u_n}{dz^2} dz \end{aligned} \right\}$$

(5) 式で与えられる a_n に関する無限次元斉一次方程式が零以外の解を持つためには、これを消去して得られる p^2 に関する無限次元行列式が零とならなければならない。すなわち

$$\begin{vmatrix} p^2 A_{11} - B_{11} & p^2 A_{12} - B_{12} & p^2 A_{13} - B_{13} & \dots \\ p^2 A_{21} - B_{21} & p^2 A_{22} - B_{22} & p^2 A_{23} - B_{23} & \dots \\ p^2 A_{31} - B_{31} & p^2 A_{32} - B_{32} & p^2 A_{33} - B_{33} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{vmatrix} = 0 \tag{6}$$

この行列式 (6) は一般に $A_{ij} = A_{ji}$, $B_{ij} = B_{ji}$ の性質を有し、かつ両端自由梁の場合には $B_{1i} = B_{i1} = B_{2i} = B_{i2} = 0$ である。始めの二行および二列の項はこの場合梁の剛体変位の影響に関する項で上記のような性質を有することになる。

このことを考慮に入れて (6) 式を逐次近似法で解いていくわけであるが、まず基本振動数の第一近似式を求めてみると次のようになる。

(i) 片持梁

$$p^2 A_{11} - B_{11} = 0 \tag{7}$$

(ii) 両端自由梁

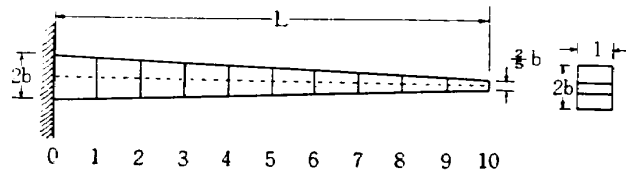
$$p^4 \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} \\ p^2 A_{13} & p^2 A_{23} & p^2 A_{33} - B_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

(6) 式の諸係数 A_{ij} および B_{ij} は Simpson の法則等を用いて適当に数値積分して求めればよい。

III. 数値計算例

第二節で展開した理論を応用して深さが一次的に変化する変断面片持梁および二三の代表的なロケット機体の曲げ自由振動を研究してみることにする。

(i) 深さが一次的に変化する先細片持梁の曲げ自由振動 (第2図参照)



第2図 Cantilever beam of unit width and linearly tapering depth.

これは Bisplinghoff がその著書 “Aeroelasticity”⁽¹⁾ の中で各種の振動数計算法の優劣を比較するために出した問題であって、厳密解が得られるので格好の例題といえよう。

任意の位置 z における梁の深さの半分を $h(z)$ とすれば

$$h(z) = b \left(1 - \frac{4z}{5L} \right)$$

また、断面積 $A(z)$ および梁の x 軸の周りの慣性能率 $I(z)$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} A(z) &= 2h = 2b \left(1 - \frac{4z}{5L} \right) \\ I(z) &= \frac{2b^3}{3} \left(1 - \frac{4z}{5L} \right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

したがって、 $z/L = \xi$ とおけば

$$\left. \begin{aligned} A_{mn} &= 2\rho b \int_0^1 \left(1 - \frac{4}{5}\xi \right) \phi_m(\xi) \phi_n(\xi) d\xi \\ B_{mn} &= \frac{2\gamma_m^2 \gamma_n^2 b^3 E}{3L^4} \int_0^1 \left(1 - \frac{4}{5}\xi \right)^3 \phi_m''(\xi) \phi_n''(\xi) d\xi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに

ρ = 梁の密度

$\phi_n(\xi)$ = 梁の長さ $L=1$ とした場合の正規固有函数

$\phi_n''(\xi) = \phi_n(\xi)$ を二度微分したものを γ_n^2 で割った函数

すなわち $\frac{d^2\phi_n}{d\xi^2} = \gamma_n^2 \phi_n''(\xi)$ である。

さて (9) 式によって A_{mn}, B_{mn} を求めるため梁の全長を 10 等分し Simpson の法則を用いて数値積分を行なった結果を次の第 3 表および第 4 表にまとめておく。もちろん数値積分の方法にもいろいろあるわけであるが、実用上から考えて Simpson の法則が比較的簡単で、しかも精度のよい値が得られるのでこの方法によったのである。また、区間の等分数も実用上から考えて 10 等分位とれば十分であると考えられる。

これらの諸係数 A_{mn}, B_{mn} を用いて逐次近似的に固有振動数を求めていくわけであるが、第一近似より始めて第五近似まで進んだ場合の始めの三次までの振動数の値を求めて比較してみると、次の第 5 表のごとくなる。

第 3 表 $A_{mn} = 2 \int_0^1 \left(1 - \frac{4}{5}\xi\right) \phi_m(\xi) \phi_n(\xi) d\xi$ の値

| $m \backslash n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 0.70949 | 0.24572 | -0.07603 | 0.01403 | -0.00742 |
| 2 | 0.24572 | 1.04855 | 0.30526 | -0.03717 | 0.02421 |
| 3 | -0.07603 | 0.30526 | 1.14290 | 0.30894 | -0.04636 |
| 4 | 0.01403 | -0.03717 | 0.30894 | 1.14459 | 0.11798 |
| 5 | -0.00742 | 0.02421 | -0.04636 | 0.11798 | 0.99860 |

第 4 表 $B_{mn} = \frac{2}{3} \gamma_m^2 \gamma_n^2 \int_0^1 \left(1 - \frac{4}{5}\xi\right)^3 \phi_m''(\xi) \phi_n''(\xi) d\xi$ の値

| $m \backslash n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------|----------|-----------|------------|------------|------------|
| 1 | 5.28388 | 11.61954 | 10.28972 | 8.78719 | 5.07557 |
| 2 | 11.61954 | 126.75217 | 195.74420 | 134.34890 | 91.44539 |
| 3 | 10.28972 | 195.74420 | 865.92847 | 1009.22564 | 540.49161 |
| 4 | 8.78719 | 134.34890 | 1009.22564 | 3161.38882 | 3000.03779 |
| 5 | 5.07557 | 91.44539 | 540.49161 | 3000.03779 | 8209.10275 |

第 5 表 本解法による近似解と厳密解との比較 (一次, 二次, 三次振動)

| 近似 振動 次数 | 1st | 2nd | 5th | Exact |
|----------------|---------------------|---------------------|--------------------|---------|
| 1st | 2.7290 (10.14%) | 2.5005 (0.92%) | 2.4780 (0.03%) | 2.4777 |
| 2nd | 10.9942 (19.09%) | 9.2572 (1.81%) | 9.1566 (0.71%) | 9.0921 |
| 3rd | 27.5244 (29.25%) | 23.4998 (10.35%) | 21.9976 (3.30%) | 21.2949 |

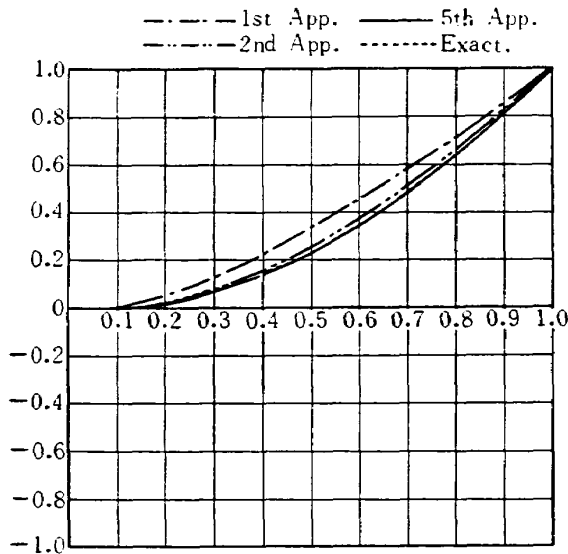
註 () 内の数字は error (%) の値を示す。

また、これらの値に対応する振動のモードを画いてみると第3図、第4図、第5図のごとくになった。第四次および第五次の振動についても第五近似解を求めておいたので、その振動モードを次の第6図に示しておく。

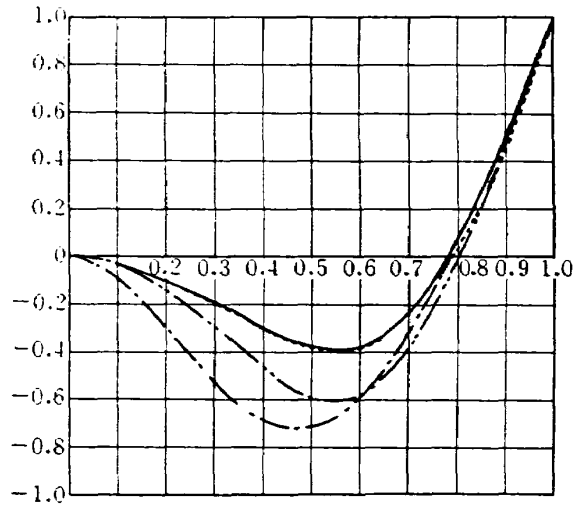
次に始めの三次振動までにつき Bisplinghoff の教科書⁽¹⁾に紹介されているいろいろな解析法による解析結果と本方法による解析結果を比較してみたのが次の第6表および第7図、第8図、第9図である。

以上の結果を比較して次のようなことがいえる。

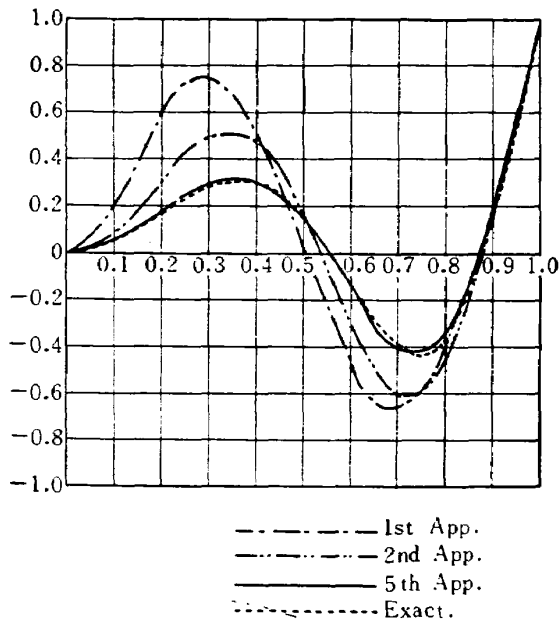
振動数だけでなく振動のモードについても本解析法によって求められた結果は最も精度がよい。



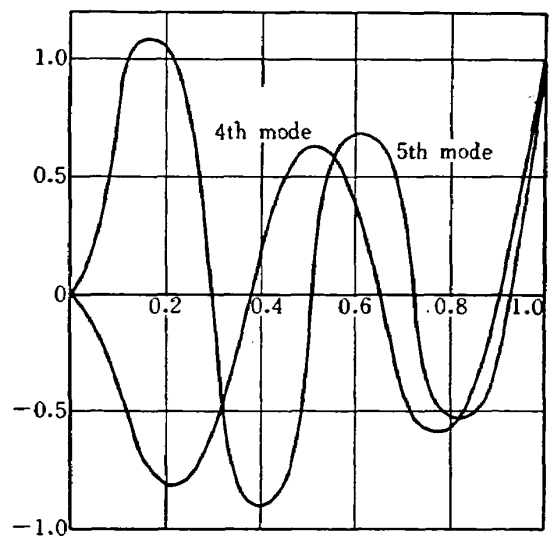
第3図 第一次振動の振動モード



第4図 第二次振動の振動モード



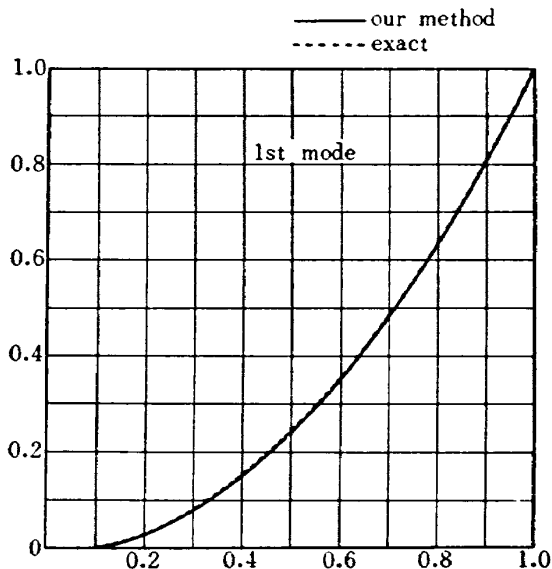
第5図 第三次振動の振動モード



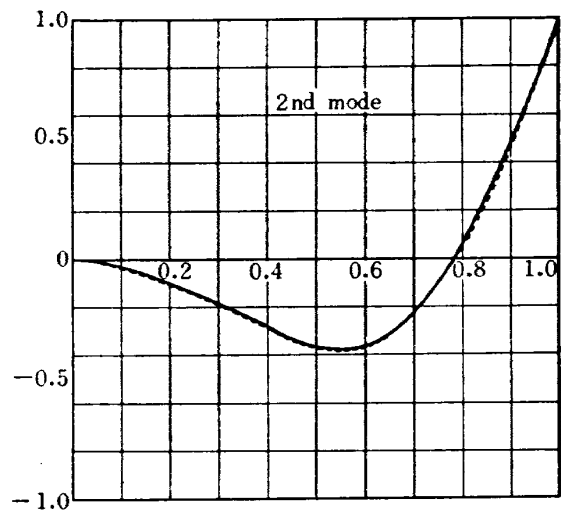
第6図 第四次および第五次振動の振動モード (第五近似)

第6表 各種解析法による理論計算値の比較

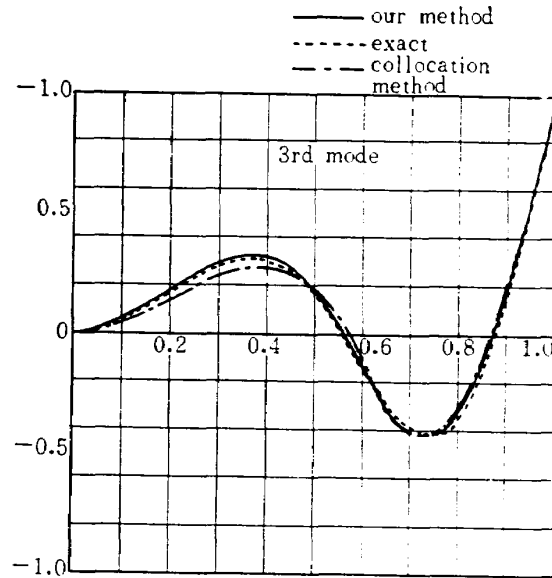
| vibrating mode method | 1 st | 2nd | 3rd |
|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Exact | 2.4777 | 9.0921 | 21.2949 |
| Our method | 2.4780 (%E = +0.012) | 9.1597 (%E = +0.7) | 21.9976 (%E = +3.0) |
| Holzer-Myklestad method - ten lumped masses | 2.4776 (%E = -0.02) | 9.1513 (%E = +0.69) | |
| Collocation using numerical integration - 11 stations | 2.4760 (%E = -0.09) | 8.9207 (%E = -1.85) | 18.9026 (%E = -11.2) |
| Rayleigh-Ritz method (two polynomials) | 2.5372 (%E = +2.38) | 12.9085 (%E = +42.0) | |
| R-R method (three polynomials) | 2.4894 (%E = +0.45) | 9.9379 (%E = +9.34) | 35.3921 (%E = +66.2) |
| Modified R-R method (two polynomials) | 2.4769 (%E = -0.05) | 9.4832 (%E = +4.34) | |
| Collocation using two station functions | 2.4773 (%E = -0.04) | 9.0012 (%E = -0.96) | |
| Iterated modified R-R method (two polynomials) | 2.4769 (%E = -0.05) | 9.4832 (%E = +4.34) | |
| Lumped mass method - five masses | 2.4761 (%E = -0.09) | 9.3457 (%E = +2.82) | |



第7図 本解析法と厳密解の振動モードの比較 (第一次振動)



第8図 本解析法と厳密解の振動モードの比較 (第二次振動)



第9図 本解析法ならびに Collocation Method を厳密解との振動モードの比較 (第三次振動)

このことは特に三次振動の解析結果をみれば明瞭であろう。すなわち、Holzer-Myklestad method による解析結果は振動モードに関しては第9図に示すごとく本解析法による結果と大差ないが、振動数は第6表に示したように誤差 -11.2% である。これに対して本解析法による結果では誤差 3% と断然良い。しかも、前者が十次の行列式を解いた根であるのに対して後者は五次の行列式の根であるから計算の労力もずっと少なくて済む。

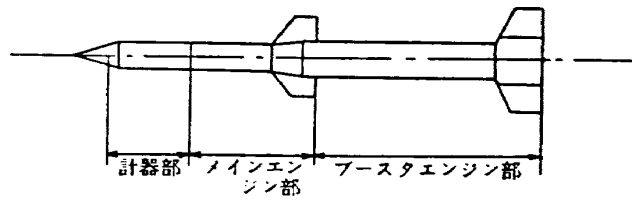
一次、二次の振動に関しては数値的には第二近似ですでに十分な精度の値が得られている。しかし振動のモードの方がまだ十分でないから、第三近似位まで進めば実用上十分な解が得られるものと思われる。もっと解析結果の精度を高めたり、高次の振動を研究するためにはさらに高次の固有函数をもとらねばならないが、五次以上の固有函数は冪の次数が大きくなるので、双曲線函数の項の影響が急激に減衰し、ほとんど三角函数と同じになってくる。したがって、数値計算も楽になるから計算の労力もそれほど大きくはならないと思われる。

(ii) 二つの代表的なロケット機体の曲げ固有振動

次に二種類の代表的なロケット機体の曲げ固有振動について解析を行なってみることとする。

ロケットの主要寸法、曲げ剛性および質量分布は次の第10図のごとくである。この資料を基にし梁の固有函数に関する数表を用いて、(5)式の諸係数 A_{mn} , B_{mn} の値を前と同じように Simpson の法則を用いて計算すれば、次のような振動数方程式が求められる。

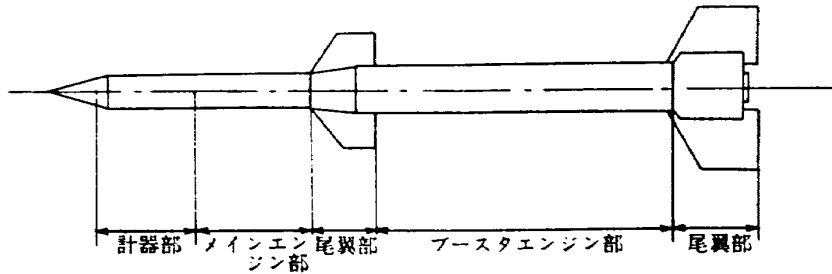
A型ロケット 3分割



| | 計器部 | Mエンジン部 | Bエンジン部 |
|-------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| L cm | 102.5 | 218.3 | 336 |
| W kg | 25 | 65 | 112 (Pナシ) |
| EI kg-cm ² | 3.7×10^5 | 2.6×10^5 | 16.4×10^5 |
| w kg/cm | 0.244 | 0.297 | 0.334 |

$$w = \frac{W}{L}$$

B型ロケット 5分割



| | 計器部 | Mエンジン部 | 尾翼部 | Bエンジン部 | 尾翼部 |
|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| L cm | 152.4 | 212.6 | 95.7 | 459.2 | 72.1 |
| W kg | 45 | 202 | 106 | 259 (Pナシ) | 114 |
| w kg/cm | 0.295 | 0.950 | 1.10 | 0.563 | 1.58 |
| EI kg-cm ² | 26.8×10^5 | 16.1×10^5 | 18.0×10^5 | 16.7×10^9 | 11.5×10^9 |

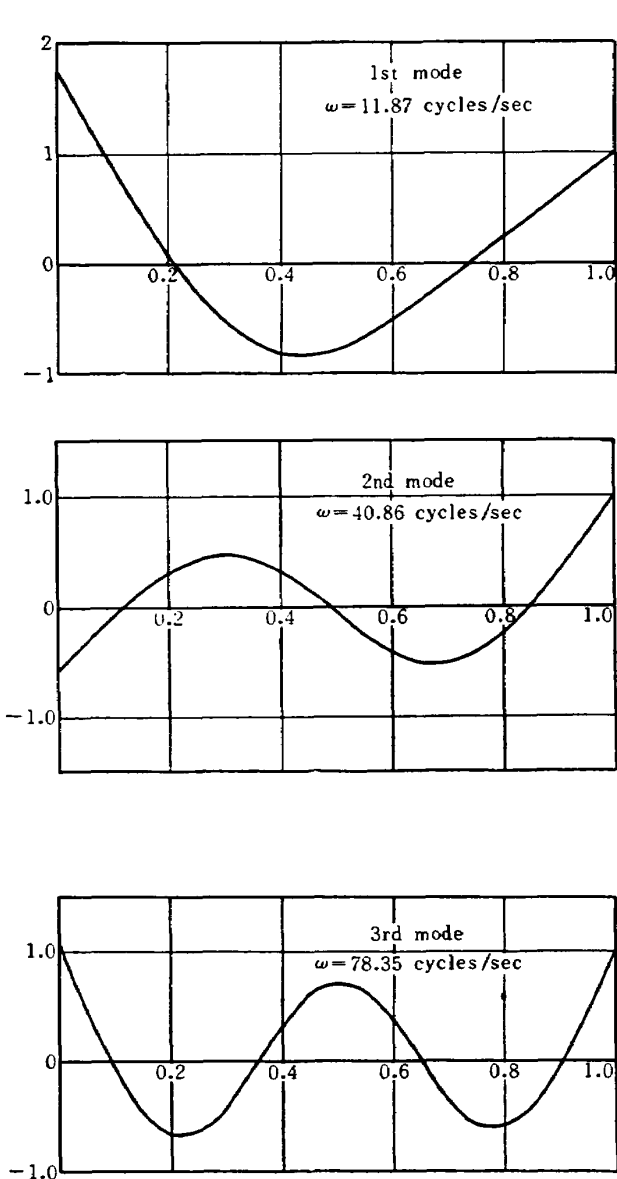
第 10 図

(1) A型ロケット

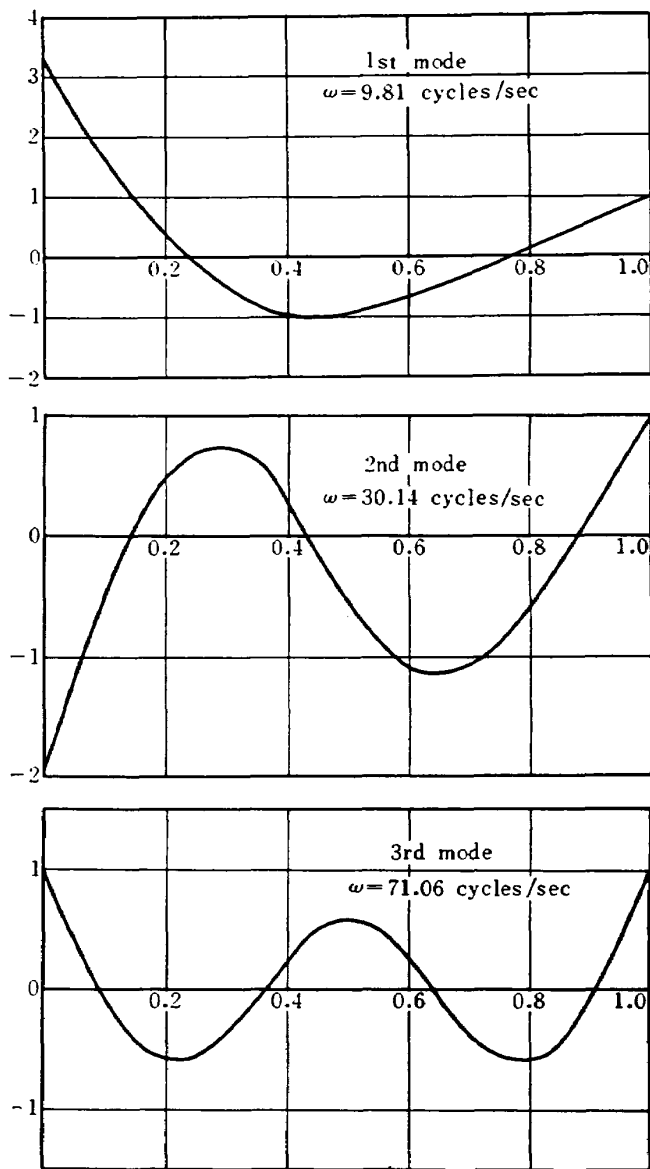
$$\begin{array}{ccccc|c}
 & 0.30768 & 0.02644 & -0.01706 & 0.00718 & -0.01026 & \\
 & 0.02644 & 0.29133 & 0.01151 & 0.01951 & -0.00452 & \\
 p^4 & -0.01706p^2 & 0.01151p^2 & 0.29523p^2 & -0.01311p^2 & -0.01348p^2 & \\
 & & & -2.67805g & +4.31074g & +0.49296g & =0 \\
 & 0.00718p^2 & 0.01951p^2 & -0.01311p^2 & 0.30129p^2 & -0.01154p^2 & \\
 & & & +4.31074g & -19.64918g & -1.22348g & \\
 & -0.01026p^2 & -0.00452p^2 & -0.01348p^2 & -0.01154p^2 & 0.30422p^2 & \\
 & & & +0.49296g & -1.22348g & +74.82665g &
 \end{array}$$

(2) B型ロケット

$$\begin{array}{c}
 p^4 \\
 \left[\begin{array}{ccccc}
 0.73034 & 0.09522 & -0.00274 & -0.27292 & 0.03358 \\
 0.09522 & 1.03398 & 0.33535 & 0.02836 & -0.05216 \\
 -0.00274p^2 & 0.33535p^2 & 0.78817p^2 & -0.16072p^2 & -0.09048p^2 \\
 -0.27292p^2 & 0.02836p^2 & -0.16072p^2 & 0.81492p^2 & -0.13031p^2 \\
 0.03358p^2 & -0.05216p^2 & -0.09048p^2 & -0.13031p^2 & 0.77110p^2 \\
 \hline
 & & -5.45040g & +8.74790g & -0.98702g \\
 & & +8.74790g & -35.46092g & +31.82847g \\
 & & -0.98702g & +31.32847g & -154.36762g
 \end{array} \right] = 0
 \end{array}$$



第 11 図 A型ロケットの各種固有振動の振動モード



第 12 図 B型ロケットの各種固有振動の振動モード

第 7 表

(i) 曲げ基本振動数の比較 (cycles)

| ロケット | 第一近似 | 第三近似 | 既知のデータ |
|------|-------|-------|--------|
| A 型 | 14.76 | 11.87 | 12 |
| B 型 | 14.10 | 9.81 | 10 |

(ii) 曲げ振動数の比較 (第三モードまで) (cycles)

| ロケット | 第一モード | 第二モード | 第三モード |
|------|-------|-------|-------|
| A 型 | 11.87 | 40.86 | 78.35 |
| B 型 | 9.81 | 30.14 | 71.06 |

これらの振動数方程式は p^2 に関して三次方程式であるから第三近似解を与えることになる。次にその解析結果を第7表および第11図、第12図に示す。第7表の(i)は解析結果の精度を比較検討する意味で基本的振動数についての計算値を比較したものである。第7表(ii)は第三次振動までの振動数の第三近似値を求めて表にしたものである。第11図および第12図はそれに対する振動のモードを示す。

第7表の結果からわかるように解析結果は既知のデータと非常に良く一致している。

III. 結 論

本報告において筆者らは変断面梁の曲げ振動の理論を構成し、その応用として先が細くなった片持梁および二三の代表的なロケット機体の曲げ振動の研究を行なった。その結果を要約してみると次のとおりである。

変断面梁の曲げ振動の解析に関しては、本方法が最も精度が良く能率的であると思う。このことは Bisplinghoff 自身もその著書⁽⁴⁾の中で認めているようであるが、この報告によってはっきりと実証されたことと思う。特に振動数に関しては、第二近似でも多くの場合十分実用性のある数値を与えると思うが、振動のモードに関してまだ不十分な点があるので少なくとも第三近似までは解析を進める必要はある。しかし、第五近似位まで進めば振動のモードも十分信頼性がでてくるから、この辺まで計算を進めれば申し分のないデータが得られるであろう。

特に電子計算機の普及発達した今日では、この方法を応用することによりいくらかでも高精度な振動解析が行なえるものと確信している。

次の目標はこの方法をさらに一般化して複雑な航空機翼やロケットの振動理論を構成し実際の航空機体の振動解析に応用してみることであるが、それも翼の弾性軸が直線である限りにおいては簡単ですでに相当研究が進んでいる。⁽⁷⁾

文 献

- (1) R. L. Bisplinghoff and others: "Aeroelasticity" Addison-wesley Publishing Co. Inc. (1955).
- (2) 妹沢克惟: 振動学上, 下, 岩波書店 (昭和 25 年).
- (3) 山本善之: 振動学, 応用力学講座 2・B 共立出版社 (昭和 32 年).
- (4) Dana Young, Robert P, Felgar, Jr.: "Tables of Characteristic Functions Representing Normal Modes of Vibration of a Beam" "The University of Texas Publication No. 4913 (July 1, 1949).
- (5) R. E. D. Bishop and D. C. Johnson "Vibration Analysis Tables" Cambridge University Press (1956).
- (6) 川井 埸: "薄肉開断面梁の自由振動について" 航空技術研究所報告 TR-12 (昭和 36 年).
- (7) 川井 : "翼の固有振動数に関する一算定法" 日本航空学会秋季大会前刷 (昭和 35 年).

| | | | |
|--|---|--|--|
| <p>NAL TR-22 航空技術研究所 変断面梁の曲げ自由振動について</p> <p>1962年2月 11頁</p> <p>航空機翼およびロケット機体の振動を研究するための基礎として筆者の一人はさきに断面が一樣で真直な薄肉開断面梁の自由振動に関する理論的解法を展開したが、その理論を実際の飛行体の振動解析に適用するためには変断面梁の場合にまで拡張することが必要である。そこで筆者らはまず変断面梁の純曲げ振動の理論を構成し、深さが一次的に変化する先細片持梁および二三の代表的なロケット機体の曲げ振動の研究に適用してその結果を既に知られている研究結果と比較検討した。</p> | <p>I. 川井忠彦 戸川単人 林 洋一 II. NAL TR-22 III. 534 539.3</p> | <p>NAL TR-22 航空技術研究所 変断面梁の曲げ自由振動について</p> <p>1962年2月 11頁</p> <p>航空機翼およびロケット機体の振動を研究するための基礎として筆者の一人はさきに断面が一樣で真直な薄肉開断面梁の自由振動に関する理論的解法を展開したが、その理論を実際の飛行体の振動解析に適用するためには変断面梁の場合にまで拡張することが必要である。そこで筆者らはまず変断面梁の純曲げ振動の理論を構成し、深さが一次的に変化する先細片持梁および二三の代表的なロケット機体の曲げ振動の研究に適用してその結果を既に知られている研究結果と比較検討した。</p> | <p>I. 川井忠彦 戸川単人 林 洋一 II. NAL TR-2 III. 534 539.3</p> |
| <p>NAL TR-22 航空技術研究所 変断面梁の曲げ自由振動について</p> <p>1962年2月 11頁</p> <p>航空機翼およびロケット機体の振動を研究するための基礎として筆者の一人はさきに断面が一樣で真直な薄肉開断面梁の自由振動に関する理論的解法を展開したが、その理論を実際の飛行体の振動解析に適用するためには変断面梁の場合にまで拡張することが必要である。そこで筆者らはまず変断面梁の純曲げ振動の理論を構成し、深さが一次的に変化する先細片持梁および二三の代表的なロケット機体の曲げ振動の研究に適用してその結果を既に知られている研究結果と比較検討した。</p> | <p>I. 川井忠彦 戸川単人 林 洋一 II. NAL TR-22 III. 534 539.3</p> | <p>NAL TR-22 航空技術研究所 変断面梁の曲げ自由振動について</p> <p>1962年2月 11頁</p> <p>航空機翼およびロケット機体の振動を研究するための基礎として筆者の一人はさきに断面が一樣で真直な薄肉開断面梁の自由振動に関する理論的解法を展開したが、その理論を実際の飛行体の振動解析に適用するためには変断面梁の場合にまで拡張することが必要である。そこで筆者らはまず変断面梁の純曲げ振動の理論を構成し、深さが一次的に変化する先細片持梁および二三の代表的なロケット機体の曲げ振動の研究に適用してその結果を既に知られている研究結果と比較検討した。</p> | <p>I. 川井忠彦 戸川単人 林 洋一 II. NAL TR-2 III. 534 539.3</p> |

- | | | | |
|-------|---|----------|------------|
| TR-19 | 高速翼車の回転強度 Strength of High-Speed Rotor | 1961年12月 | 佐藤和郎, 永井文雄 |
| TR-20 | Blasius 型微分方程式の両側無限遠 境界値問題の数値解法 A Numerical Method for Solving Blasius' Type Differential Equation | 1962年1月 | 樋口一雄, 戸川隼人 |
| TR-21 | 遷音速における二次元操縦面の研究 (I) An Investigation of Two-dimensional Control Surface at Transonic Speed (I) | 1962年1月 | 神谷信彦 |

航空技術研究所報告 22号

昭和 37 年 2 月 発行

発行所 航空技術研究所
東京都三鷹市新川 700
電話武蔵野(0422)(3)5171(代表)

印刷所 笠井出版印刷社
東京都港区芝南佐久間町1の53
